



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ-ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ & ΓΕΝΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Δ.Π.Θ.

**Εξετάσεις περιόδου Σεπτεμβρίου στο μάθημα Πιθανότητες-Στατιστική
(8-9-2000)**

Α' ΜΕΡΟΣ (40%)

- Μετράμε τον αριθμό των αυτοκινήτων που φτάνουν σε μια αφετηρία σε διαστήματα 2 λεπτών, σε ώρες αιχμής, για 5 μέρες και έστω ότι έχουμε τις εξής μετρήσεις: 1, 1, 2, 3, 3. Να βρεθεί η πιθανότητα σε διάστημα 5 λεπτών, σε ώρες αιχμής, να φτάσουν στην αφετηρία πάνω από 4 αυτοκίνητα. (7%)
- Έστω η πιθανότητα έλλειψης νερού για μια συγκεκριμένη μέρα σε μια περιοχή κατά τον μήνα Ιούλιο είναι 0,2. Να ορισθούν δύο τυχαίες μεταβλητές: μία που να έχει συνάρτηση πιθανότητας Bernoulli και μία που να έχει σ.π τη γεωμετρική κατανομή και να δοθούν δύο παραδείγματα (ένα για τη Bernoulli και ένα για την γεωμετρική) εύρεσης πιθανότητας. (7%)
- Έστω X μια τυχαία μεταβλητή. Ποια είναι η τιμή της σταθεράς c ώστε η συνάρτηση $f(x) = \frac{c}{1+x^2}$ να είναι συνάρτηση πιθανότητας; (5%)
- Έστω ότι μελετάμε την ταχύτητα $V = \frac{1.49}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$ της στρωτής ομοιόμορφης ροής s' έναν ανοικτό αγωγό (τύπος του Manning). Θεωρούμε ότι n, R, S είναι τυχαίες μεταβλητές. Έστω επίσης ότι έχουμε τις μετρήσεις n_1, n_2, \dots, n_k για την n , R_1, R_2, \dots, R_m για την R και S_1, S_2, \dots, S_t για την S . Να αναπτυχθεί αναλυτικά μια μέθοδος για την εύρεση της πιθανότητας $P(V > v)$, όπου v είναι μια τιμή της V . (11%)
- Αν X είναι τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πιθανότητας την $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & \text{αν } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$

Να βρεθεί η συνάρτηση πιθανότητας της $Y = \tan X$ (10%).

Β' ΜΕΡΟΣ (60%)

(Το κάθε πρόβλημα υπολογίζεται με 20 % .)

- Στην επόμενη ορκομωσία των φοιτητών της Πολυτεχνικής Σχολής υποθέτουμε ότι θα ορκισθούν 100 φοιτητές. Για κάθε φοιτητή ο αριθμός των συγγενών του που θα παρακολουθήσει την ορκομωσία θεωρούμε ότι έχει την παρακάτω συνάρτηση πιθανότητας:

Αριθμός συγγενών	0	1	2
Πιθανότητα	0.2	0.3	0.5

Αν το αμφιθέατρο έχει χωρητικότητα 200 επιπλέον ατόμων (δηλαδή χωρητικότητα αμφιθέατρου = 100+200=300), ποια είναι η πιθανότητα ότι το αμφιθέατρο δεν θα είναι επαρκές ως προς την χωρητικότητά του;

- Έστω ότι η αντοχή A ενός τύπου σκυροδέματος έχει την κανονική κατανομή: $A \sim N(300, 10)$ Kg/cm² (C30). Ένα εργοστάσιο παρασκευής του σκυροδέματος αυτού κερδίζει 10.000 δραχμές/m³ αν $A > 295$, ενώ κερδίζει 8.000 δραχμές/m³, αν $A < 295$ (το σκυρόδεμα θεωρείται κατώτερης ποιότητας). Να υπολογισθεί το αναμενόμενο κέρδος ανά m³.

- Η κατανομή του ύψους των θαλάσσιων κυμάτων σε μια περιοχή ακολουθεί μια συνάρτηση πυκνότητας του Rayleigh:

με παράμετρο a . 'Ας υποθέσουμε ότι έχουν καταγραφεί οι ακόλουθες μετρήσεις για τα ύψη κύματος: 1.5, 2.8, 2.5

$$f_H(h) = \frac{h}{a^2} \cdot e^{-\frac{1}{2}(h/a)^2}, h > 0$$

, 3.2, 1.9, 4.1, 3.6, 2.6, 2.9, 2.3 (m).

Υπολογίστε την παράμετρο a με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ