

Θεωρούμε το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών για τη **δισδιάστατη κυματική εξίσωση**:

$$u_{tt} = c^2(u_{xx} + u_{yy}), \quad 0 < x < l, \quad 0 < y < m, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u(x, y, 0) = f(x, y), \quad 0 < x < l, \quad 0 < y < m, \quad (2)$$

$$u_t(x, y, 0) = 0, \quad 0 < x < l, \quad 0 < y < m, \quad (3)$$

$$u(x, 0, t) = 0, \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$u(x, m, t) = 0, \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (5)$$

$$u(0, y, t) = 0, \quad 0 < y < m, \quad t > 0, \quad (6)$$

$$u(l, y, t) = 0, \quad 0 < y < m, \quad t > 0. \quad (7)$$

Τότε η λύση του προβλήματος αυτού είναι:

$$u(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} K_{nk} \sin \frac{n\pi}{l} x \sin \frac{k\pi}{m} y \cos \left(c \sqrt{\frac{n^2}{l^2} + \frac{k^2}{m^2}} \pi t \right)$$

όπου

$$K_{nk} = \frac{4}{lm} \int_0^l \int_0^m f(x, y) \sin \frac{n\pi}{l} x \sin \frac{k\pi}{m} y dx dy.$$