

Προβλήματα Βέλτιστης Διαδρομής

$f_i = \{ \text{η ελάχιστη απόσταση μεταξύ του αρχικού κόμβου 1 και του κόμβου } i \}$

$$f_i = \min_{k < i} \{ f_k + a_{ki} \}, \quad (i = 2, 3, \dots, N)$$

$f_i(j) = \{ \text{η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των κόμβων 1 και } j \text{ όταν είμαστε περιορισμένοι να χρησιμοποιήσουμε διαδρομές με ενδιάμεσους κόμβους τους κόμβους του συνόλου } N_i(1) \text{ των } i \text{ πλησιέστερων κόμβων στον κόμβο 1} \}$

Στη φάση i ($i = 2, \dots, N$) προσδιορίζεται κόμβος $k_i \notin N_{i-1}(1)$ ώστε $f_{i-1}(k_i) = \min_{j \notin N_{i-1}(1)} \{ f_{i-1}(j) \}$

Θέτουμε $N_i(1) = N_{i-1}(1) \cup \{k_i\}$ και υπολογίζουμε την $f_i(j)$ απ' την επαναληπτική σχέση

$$f_i(j) = \begin{cases} f_{i-1}(j) & \text{αν } j \in N_i(1) \\ \min \{ f_{i-1}(j), f_{i-1}(k_i) + a_{k_i,j} \} & \text{αν } j \notin N_i(1) \end{cases}$$

Οριακές συνθήκες: $N_1(1) = \{1\}$, $k_1 = 1$, $f_1(j) = a_{1j}$

$f_i(j) = \{ \text{η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των κόμβων 1 και } j$
 $\text{όταν } i \text{ ή λιγότερα τόξα πρέπει να χρησιμοποιηθούν} \}$

$$\boxed{f_i(j) = \min_{k \neq j} \{ f_{i-1}(k) + a_{kj} \}}, \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

(εκτός από $j = 1$ που περιέχεται και η περίπτωση $k = j$)

Οριακές συνθήκες: $f_0(1) = 0, \quad f_0(2) = \infty, \dots, \quad f_0(N) = \infty$