

Προβλήματα ελάχιστης συνεκτικότητας δικτύου

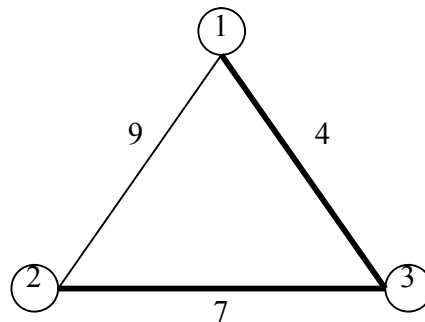
Το πρόβλημα της ελάχιστης συνεκτικότητας δικτύου ή του ελάχιστα εκτεταμένου δέντρου (minimum spanning tree) είναι ένα πρόβλημα που εφαρμόζεται σε διαφόρων μορφών δίκτυα όπως δίκτυα υπολογιστών, δίκτυα τηλεπικοινωνιών, δίκτυα διανομής προϊόντων, δίκτυα ηλεκτροδότησης, δίκτυα ύδρευσης, δίκτυα αποχέτευσης, ενεργειακά δίκτυα, δίκτυα φυσικού αερίου κ.ά.).

Σκοπός του είναι ο προσδιορισμός ενός ελάχιστα εκτεταμένου δέντρου, δηλαδή ενός δέντρου το οποίο να έχει το ελάχιστο δυνατό μήκος ικανοποιώντας συγχρόνως τους ακόλουθους περιορισμούς :

- 1) Να είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους όλοι οι κόμβοι του δικτύου.
- 2) Να μην υπάρχουν «κύκλοι».

Δηλαδή αναζητούμε το σύνολο των τόξων, οι οποίοι ενώνουν τους κόμβους ενός δικτύου, έτσι ώστε το άθροισμα του μήκους των τόξων να είναι το ελάχιστο.

Παράδειγμα Στο παρακάτω δίκτυο μπορεί εύκολα κανείς να παρατηρήσει ότι το σύνολο των τόξων (1,3), (3,2) είναι το ελάχιστα εκτεταμένο δέντρο ($4 + 7 = 11$).



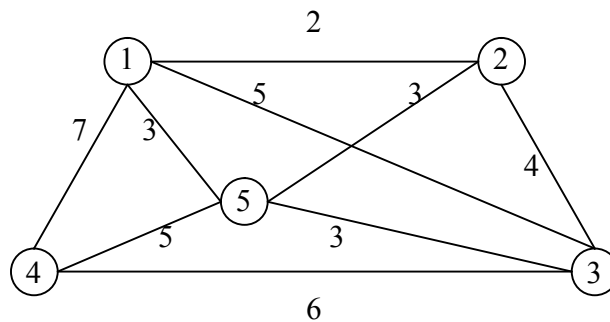
□

Για τον προσδιορισμό του ελάχιστα εκτεταμένου δέντρου επιλέγουμε τυχαία τον 1^ο κόμβο και συνδέουμε με αυτόν τον κόμβο j του δικτύου που είναι πλησιέστερα στον 1^ο. Οι δύο αυτοί κόμβοι αποτελούν πλέον το αρχικό ελάχιστα εκτεταμένο δέντρο. Ακολουθώντας συνδέουμε, από τους υπόλοιπους κόμβους, εκείνον ο οποίος είναι εγγύτερα του αρχικού εκτεταμένου δέντρου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να εξαντληθούν όλοι οι υπόλοιποι κόμβοι.

Παράδειγμα Το υπολογιστικό κέντρο του Πανεπιστημίου έχει 5 Η/Υ (ηλεκτρονικούς υπολογιστές) σε διαφορετικά κτίρια. Οι αποστάσεις ανάμεσα σε κάθε ζεύγος Η/Υ (σε οικοδομικά τετράγωνα) δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	1	2	3	4	5
1	-	2	5	7	3
2	2	-	4	9	3
3	5	4	-	6	3
4	7	9	6	-	5
5	3	3	3	5	-

Το δίκτυο που δημιουργείται απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Το Υπολογιστικό Κέντρο θέλει να συνδέσει τους Η/Υ χρησιμοποιώντας το ελάχιστο μήκος καλωδίων. Το πρόβλημα ισοδυναμεί με τον προσδιορισμό του ελάχιστα εκτεταμένου δέντρου για τους πέντε κόμβους-κτίρια.

Για τη λύση του επιλέγουμε αυθαίρετα τον πρώτο κόμβο 1. Ο κοντινότερος κόμβος του 1 είναι ο κόμβος 2. Άρα το τόξο (1,2) θα είναι το αρχικό ελάχιστα εκτεταμένο δέντρο. Στη συνέχεια από τους υπόλοιπους κόμβους παρατηρούμε ότι ο κόμβος 5 απέχει μόλις 3 οικοδομικά τετράγωνα από τους κόμβους 1 και 2. Επιλέγουμε τον κόμβο 5 και τον συνδέουμε με το αρχικό ελάχιστα εκτεταμένο δέντρο. Αυθαίρετα επιλέγουμε το τόξο (2,5). Ο επόμενος κόμβος για είσοδο είναι ο 3 διότι έχει την ελάχιστη απόσταση από τους υπόλοιπους κόμβους του δικτύου. Το τόξο σύνδεσης είναι το (5,3). Ο τελευταίος κόμβος 4 συνδέεται με το δίκτυο μέσω του τόξου (4,5) που έχει το ελάχιστο μήκος των 5 οικοδομικών τετραγώνων.

Το ελάχιστα εκτεταμένο δέντρο αποτελείται από τα τόξα (1,2), (2,5), (5,3), (5,4) με μήκος $2 + 3 + 3 + 5 = 13$ οικοδομικά τετράγωνα.

□