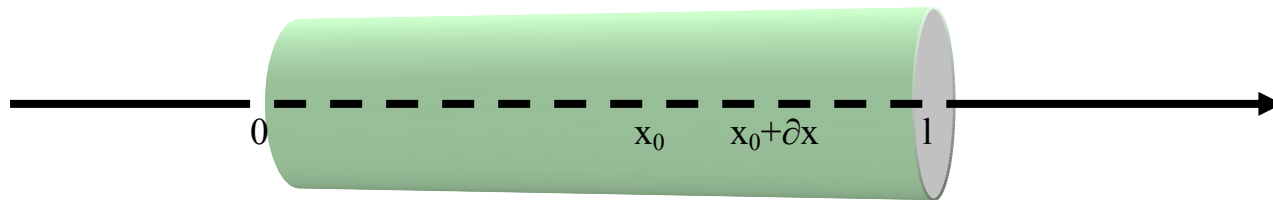


Η εξίσωση της διάδοσης της θερμότητας: $u_t - cu_{xx} = 0$.

Έστω ράβδος μήκους l που τοποθετείται κατά μήκος του άξονα Ox . Θέλουμε να προσδιορίσουμε τη θερμοκρασία $u(t,x)$ ως συνάρτηση της τετμημένης x και του χρόνου t . Θεωρούμε ότι η ράβδος είναι θερμικά μονωμένη στις πλευρές της και ότι έχουμε διάδοση θερμότητας μόνο κατά μήκος του Ox .



- i) Το ποσό της θερμότητας είναι ανάλογο της μάζας και της θερμοκρασίας.
- ii) Η θερμότητα μεταδίδεται από σημεία με υψηλότερη θερμοκρασία σε σημεία με χαμηλότερη θερμοκρασία.
- iii) Η ποσοστιαία μεταβολή της θερμικής ροής μέσα από μία επιφάνεια είναι ανάλογη του εμβαδού της και ανάλογη της ποσοστιαίας μεταβολής της θερμοκρασίας ως προς τη μεταβολή της απόστασης της κάθετης προς την επιφάνεια.

Θεωρούμε το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών για την εξίσωση της θερμότητας:

$$u_t - cu_{xx} = 0, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \quad (1)$$

$$u(x, 0) = g(x), \quad 0 < x < l, \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$u(l, t) = 0, \quad t > 0. \quad (4)$$

Τότε η λύση του προβλήματος αυτού είναι:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-\frac{n^2 \pi^2 c}{l^2} t} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (11)$$

όπου

$$c_n = \frac{2}{l} \int_0^l g(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx. \quad (12)$$