

Άσκηση 1 Να βρεθεί η μερική παράγωγος $\frac{\partial f}{\partial x}$ της συνάρτησης

$$f(x, y) = x^2 \sin(x + y)$$

και να υπολογιστεί η τιμή της για $x = \pi/4$ και $y = \pi/6$.

Απ. Είναι

$$\frac{\partial f}{\partial x} = x^2 \cos(x + y) + 2x \sin(x + y)$$

και

$$\frac{\partial f}{\partial x} \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6} \right) = \frac{(1 + \sqrt{3})\pi}{4\sqrt{2}} + \frac{(-1 + \sqrt{3})\pi^2}{32\sqrt{2}}$$

Άσκηση 2 Να βρεθεί η μερική παράγωγος $\frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^3}$

της $f(x, y) = x^2 \sin(x + y)$ και να υπολογιστεί η τιμή της για $x = \pi/4$ και $y = \pi/6$.

Απ. Είναι

$$\begin{aligned} \frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^3} &= -2 \cos(x + y) + \\ &x^2 \cos(x + y) + 4x \sin(x + y), \\ \frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^3} \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6} \right) &= -\frac{-1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \\ \frac{(1 + \sqrt{3})\pi}{2\sqrt{2}} &+ \frac{(-1 + \sqrt{3})\pi^2}{32\sqrt{2}}. \end{aligned}$$