



ΔΠΘ/ ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Εργαστήρια Διδακτικής των Μαθηματικών (Ε εξάμηνο, 2017-18)

Η παρατήρηση της τάξης των μαθηματικών
και ο **αναστοχασμός** ως εργαλεία
επαγγελματικής μάθησης και ανάπτυξης

Περιεχόμενο και οργάνωση των Εργαστηρίων

- 1^ο-2^ο: η τάξη ως πεδίο παρατήρησης της *ανάπτυξης του μαθηματικού νοήματος* (μαθητής) και της *επαγγελματικής ανάπτυξης* (εκπαιδευτικός)
- 3^ο: εργαλεία συστηματικής παρατήρησης της τάξης των μαθηματικών (εργαλεία/ προσεγγίσεις)
“Μεγάλες / Κρίσιμες Μαθηματικές Ιδέες” (Big /Powerful Ideas) & “Κρίσιμα Συμβάντα” (Critical Incidents)
“Noticing”
- 4^ο: ερμηνεία & αναστοχασμός
- 5^ο: διδακτικές πρακτικές και διδακτική παρέμβαση (μελέτη μαθήματος-lesson study)

Παρατήρηση τάξης

- Ποια **μαθηματική γνώση**;
- Ποιο **περιβάλλον μάθησης**;
- Ποια **διδακτική πλαισίωση**;

«Είναι πραγματικά δυνατό για έναν παρατηρητή να επεξεργαστεί και να εξάγει συμπεράσματα από σύνθετα στοιχεία, από στοιχεία που λαμβάνονται σε πραγματικό χρόνο, μόνο αν αξιοποιήσει θεωρίες περί διδακτικών πρακτικών»

Συμφωνείτε/ διαφωνείτε;

- **Προετοιμασία για την τάξη**

Αντλώντας από αυτό που γνωρίζω

- **Μέσα στην τάξη**

Χρησιμοποιώντας αυτό που γνωρίζω

- **Μετά την τάξη**

*Αναστοχαζόμενος/ η πάνω σε αυτά που
τώρα γνωρίζω*

«Τα αποδεικτικά στοιχεία πρέπει να είναι **άμεσα παρατηρήσιμα**. Τα ανθρώπινα όντα μπορούν να παρέχουν μόνο τέσσερις τύπους άμεσα παρατηρήσιμων στοιχείων αφηρημένης μάθησης. Μπορούν **να πράττουν, να αρθρώνουν λόγο, να κατασκευάζουν και να γράφουν**.

Με βάση όσα **πράττουμε, λέμε, φτιάχνουμε και γράφουμε**, μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα για τη μάθηση, τα συναισθήματα, τη γνώση, την κατανόηση και τη μάθηση γενικότερα»

Η **προοδευτικά βαθύτερη κατανόηση της εκπαιδευτικής πράξης** είναι θεμελιώδους σημασίας για τη βελτίωση των επαγγελματικών δεξιοτήτων των εκπαιδευτικών.

Θεωρείται δεδομένο ότι η μάθηση μπορεί να περιγραφεί και να χαρτογραφηθεί ως πρόοδος προς την κατεύθυνση της ποιοτικώς πλουσιότερης γνώσης, των δεξιοτήτων υψηλότερης τάξης και των βαθύτερων κατανοήσεων ...

Τήρηση σημειώσεων

Οι σημειώσεις ως σημαντικό εργαλείο του παρατηρητή για τη συστηματοποίηση, την ταξινόμηση, την επεξεργασία και την ερμηνεία των δεδομένων

Τήρηση σημειώσεων

Αν δεν γίνεται καταγραφή επιτόπου, υπάρχει ο κίνδυνος να ξεχάσουμε ή να αλλοιώσουμε όσα έλαβαν χώρα κατά τη διάρκεια της παρατήρησης.

Αν κρατάμε συστηματικά λεπτομερείς σημειώσεις κατά τη διάρκεια της παρατήρησης, μπορεί να χάσουμε σημαντικά συμβάντα.

Οι σημειώσεις με χαρτί και μολύβι είναι ένας ιδιαίτερα διαδεδομένος τρόπος να κρατάμε σημειώσεις σε μια παρατήρηση.

Οι σημειώσεις μας πρέπει να ταξινομηθούν σε άξονες (**σημεία εστίασης**: είναι σημαντικό να εστιαστούμε σε κάτι που θα παρατηρήσουμε με λεπτομέρεια)

Παραγωγή τελικού κειμένου-ημερολογίου

Κατά τη διάρκεια της παρατήρησης

Οι σημειώσεις που παράγονται κατά τη διάρκεια της παρατήρησης είναι **‘ακατέργαστες’ (scratch-notes)**.

- Καταγραφή ακριβώς αυτού που γίνεται
- Μεταγραφή
- Περιγραφή

Παραγωγή τελικού κειμένου-ημερολογίου

Αμέσως μετά την παρατήρηση

- Συμπληρώνουμε τις λεπτομέρειες των σημειώσεων της τάξης
- Συμπλήρωση/ολοκλήρωση
- Αναφορές σε λεπτομέρειες ενός αξιοσημείωτου συμβάντος που δεν προλάβουμε να ενσωματώσουμε στις αρχικές σημειώσεις

Παραγωγή τελικού κειμένου-ημερολογίου

Τελικό κείμενο

Γράφεται σε εύλογο χρονικό διάστημα.

Είναι κείμενο αφηγηματικό ή/ και σε μορφή διαλόγου

Συμβάν

- Μια σειρά από δραστηριότητες που βρίσκονται σε εξέλιξη και σχετίζονται με ένα ερώτημα που θέτει ο παρατηρητής, π.χ. η επιχειρηματολογία ενός μαθητή, το είδος των παρεμβάσεων του εκπαιδευτικού κ.ά.

Κρίσιμο συμβάν.doc

Αιτιολόγηση.doc

Ερμηνεία - Αναστοχασμός.doc

- **Αιτιολόγηση**: η εξήγηση της αιτίας μιας άποψης, μιας απόφασης (επαρκής, ακριβής, πειστική, ελλιπής, αναλυτική)
Συνώνυμο: Δικαιολόγηση
- **Αιτιολογώ**: **1.** εντοπίζω την αιτία (ενός συγκεκριμένου πράγματος)-της απόφασης, των πράξεών μου. Συνώνυμο: δικαιολογώ, τεκμηριώνω, εξηγώ **2.** υποστηρίζω με λογικά επιχειρήματα: κάθε συμπέρασμα ή κρίση πρέπει να έχει αιτιολογηθεί επαρκώς
Συνώνυμο: επιχειρηματολογώ, τεκμηριώνω

- **Ερμηνεία:** Η ανάδειξη των αιτιών, των προθέσεων και των παραγόντων που συντελούν στη διαμόρφωση συγκεκριμένου αποτελέσματος
- **Τεκμηρίωση:** **1.** Απόδειξη ή στήριξη της εγκυρότητας ενός συμπεράσματος με αποδεικτικά στοιχεία **2.** το σύνολο των αποδεικτικών στοιχείων με τα οποία κάποιος κατοχυρώνει άποψη ή συμπέρασμα
- **Στοχάζομαι:** Σκέφτομαι βαθιά, κάνω συλλογισμούς (για θεωρητικά ζητήματα), διανοούμαι

1ος άξονας: Τι παρατηρούμε
(Το κρίσιμο συμβάν ως εργαλείο παρατήρησης -
Αναγνώριση/ περιγραφή και αιτιολόγηση
κρίσιμου συμβάντος)

Περιγράφουμε τι παρατηρούμε στην τάξη
των μαθηματικών σχετικά με:

- τη γνώση
- τη μάθηση
- τη διδασκαλία

2ος άξονας: Ερμηνεύουμε αυτό που παρατηρούμε (Ερμηνεία κρίσιμου συμβάντος - Αναστοχασμός)

- Πώς επιτυγχάνεται η «ευρύτερη οπτική/θέαση»;
- Ποια είναι η εστίαση;

2ος άξονας: Ερμηνεύουμε αυτό που παρατηρούμε (Ερμηνεία κρίσιμου συμβάντος - Αναστοχασμός)

Αναζητούμε να κατανοήσουμε **γιατί** προέκυψε το κρίσιμο συμβάν, αξιοποιώντας και επικαλούμενοι **πηγές**:

Επιστημονική γνώση (επιστημονική βιβλιογραφία/ βιβλία, άρθρα, εκθέσεις)

Επίσημα κείμενα (π.χ., το σχολικό εγχειρίδιο, το Πρόγραμμα Σπουδών των μαθηματικών κ.ά.)

Επαγγελματική γνώση πεδίου – λόγο (η γνώση που διαμορφώνεται στο πεδίο της εκπαίδευσης, μέσα από τη συμμετοχή των εκπαιδευτικών στο επίσημο και ανεπίσημο εκπαιδευτικό γίνεσθαι- **συνομιλία** με εκπαιδευτικούς, ενδεχομένως επαγγελματικά κείμενα)

Ερμηνεία-Αναστοχασμός

- Ο **διάλογος** που αναπτύσσεται μεταξύ του εκπαιδευτικού και των καταστάσεων με τις οποίες έρχεται αντιμέτωπος, καθώς **αμφισβητεί, διερευνά, επανεξετάζει και επαναπροσδιορίζει** την πρακτική του (Schön, 1983)
- Ο αναστοχασμός **δεν** αφορά στην απλή ανάκληση γεγονότων/ ενεργειών της τάξης, αλλά στην ανάκληση που συνοδεύεται από την επανεξέτασή τους μέσα από μια **ευρύτερη οπτική γωνία/ θέαση**, η οποία επιτρέπει μια **ολιστική ανάγνωσή τους** και, αναπόφευκτα, οδηγεί στον **επαναπροσδιορισμό της διδακτικής πρακτικής**



μεγάλες ιδέες...

κρίσιμες έννοιες, διαδικασίες και
διεργασίες

της μαθηματικής επιστήμης

της μάθησης και

της διδασκαλίας των μαθηματικών

σκοπός....

α) ανάπτυξη της γνώσης των εκπαιδευτικών

- παιδαγωγική γνώση περιεχομένου
- μαθηματική γνώση / γνώση περιεχομένου

β) προσφορά αυθεντικών μαθηματικών εμπειριών στους μαθητές

...κομβικά σημεία στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης

παιδαγωγική γνώση του μαθηματικού περιεχομένου

α) μαθησιακή διαδικασία:

γνωστικές λειτουργίες,
ενεργή εμπλοκή,
γνωστική σύγκρουση,
νοητικά σχήματα,
ανάπτυξη δομών,
ανακαλυπτική μάθηση,
διαπραγμάτευση μαθηματικού νοήματος,
αλληλεπίδραση & επικοινωνία,
διαμεσολάβηση,
επίλυση προβλήματος

παιδαγωγική γνώση του μαθηματικού περιεχομένου

β) διδακτική διαδικασία:

διαχείριση λάθους, ερωτήσεων, διαλόγου,
παραδειγμάτων/ αντιπαραδειγμάτων,
παρέμβαση στην εργασία των μαθητών/
δραστηριότητα

μαθηματική γνώση περιεχομένου

αριθμητικός λογισμός: αριθμός, πράξεις, ιδιότητες αριθμητικών οντοτήτων και διαδικασιών, αριθμητικά συστήματα και μεταξύ τους σχέσεις

αλγεβρικός λογισμός: αλγεβρικές οντότητες, αλγεβρικές παραστάσεις, αλγεβρικές σχέσεις, κανονικότητες/ συνάρτηση, γραφικές αναπαραστάσεις

μαθηματική γνώση περιεχομένου

γεωμετρικός λογισμός: γεωμετρικές οντότητες (σημείο, ευθεία, σχήμα, στερεό), ιδιότητες γεωμετρικών οντοτήτων, σχέσεις σχημάτων, μέτρηση μεγεθών, επιφανειών, χώρων

στοχαστικός λογισμός: αναπαραστάσεις δεδομένων, δείκτες κεντρικής τάσης, διασπορά, πιθανότητες και ιδιότητες πιθανοτήτων

Αριθμοί και πράξεις

Αριθμητικά σύμβολα, άμεση αναγνώριση, καταμέτρηση ποσοτήτων και αρίθμηση, διάταξη ποσοτήτων και αριθμών, ανάλυση και σύνθεση αριθμών, σχέσεις αριθμών, θεσιακή αξία ψηφίων, εκτιμήσεις, πράξεις στους φυσικούς αριθμούς (πρόσθεση-αφαίρεση-πολλαπλασιασμός-διαίρεση), κλασματικοί και δεκαδικοί αριθμοί

Άλγεβρα

Αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή και κατασκευή επαναλαμβανόμενων και μεταβαλλόμενων κανονικοτήτων, αναγνώριση αντιστοιχιών, σχέσεις συμμεταβολής
Σχέσεις μεταξύ συμμεταβαλλόμενων μεγεθών, αλγεβρικές παραστάσεις, ισότητα-ανισότητα: γενίκευση της ισότητας και ανισότητας και συμβολική έκφραση των σχέσεων, χρήση των συμβόλων $=$, $>$, $<$, ιδιότητες ισότητας, ανισότητας

Χώρος και γεωμετρία/ μετρήσεις

Θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές σε χάρτες, δόμηση χώρου, επικαλύψεις και συντεταγμένες

Ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων, ανάλυση σε στοιχεία και ιδιότητες, κατασκευές και σχεδιασμός, σύνδεση επίπεδων και στερεών σχημάτων, ανάλυση και σύνθεση

Μετατοπίσεις, στροφές, αξονική συμμετρία

Αναγνώριση οπτικών γωνιών, δημιουργία οπτικοποιήσεων

Μέτρηση γωνίας

Μέτρηση μήκους: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις, επικαλύψεις, μέτρηση επιφανειών με χρήση μη τυπικών και τυπικών μονάδων, χρήση οργάνων μέτρησης μήκους και μέτρησης επιφάνειας για τη δόμηση επιφανειών, εκτιμήσεις μήκους και επιφανειών

Μέτρηση χωρητικότητας/ όγκου: έμμεσες συγκρίσεις, μέτρηση όγκων με χρήση μη τυπικών και τυπικών μονάδων, εκτίμηση χωρητικότητας και όγκου

Μέτρηση χρόνου

Στατιστική-πιθανότητες

Πείραμα τύχης, πιθανότητα, συλλογή, οργάνωση,
αναπαράσταση ποσοτικών δεδομένων

«Επιτυχής» αναγνώριση/ περιγραφή
κρίσιμων συμβάντων
2^ο παράδειγμα

- Κεφάλαιο 40^ο: *Γεωμετρικά σχήματα*
- Μαθηματικά **A** τάξης

Σελίδα 28

«Επιτυχής» αναγνώριση/ περιγραφή κρίσιμων συμβάντων

- Κατά τη διεξαγωγή της δραστηριότητας με την ομαδοποίηση γεωμετρικών σχημάτων ο εκπαιδευτικός παρεμβαίνει και διατυπώνει το εξής ερώτημα: «Αν περιστρέψω το τετράγωνο (τετράγωνο που έχει στραφεί κατά 45°), τι σχήμα θα είναι; Θα είναι πάλι τετράγωνο ή κάποιο άλλο σχήμα;»
- Στους μαθητές η περιστροφή αυτή του τετραγώνου δίνει την εντύπωση πως το τετράγωνο έχει γίνει τώρα ρόμβος. Ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να πείσει τους μαθητές ότι το σχήμα δεν άλλαξε. Επιπλέον, υπογραμμίζει στους μαθητές ότι το μόνο που έχει αλλάξει είναι η θέση του σχήματος (ο προσανατολισμός του). Στο σημείο αυτό οι μαθητές επιμένουν ότι το σχήμα είναι ρόμβος και όχι τετράγωνο. Ο εκπαιδευτικός, στην προσπάθειά του να τους πείσει ότι είναι τετράγωνο, παραθέτει ένα παράδειγμα με ένα άλλο σχήμα, το ορθογώνιο. Τους δείχνει, λοιπόν, στον πίνακα ένα οριζόντια και ένα διαγώνια τοποθετημένο ορθογώνιο ζητώντας από τους μαθητές να ονομάσουν τα δύο σχήματα. Οι μαθητές αναγνωρίζουν τα δύο σχήματα ως ορθογώνια.

«Επιτυχής» αναγνώριση/ περιγραφή κρίσιμων συμβάντων

- Τώρα ο εκπαιδευτικός πρέπει, διαμέσου του παραδείγματος με το ορθογώνιο, να δείξει στα παιδιά ότι το ίδιο συμβαίνει και με το τετράγωνο όποια κι αν είναι η τοποθέτησή του στον πίνακα. Οι μαθητές καλούνται να ονομάσουν ένα τετράγωνο και ένα τετράγωνο που έχει περιστραφεί κατά 45° μετά από τα δύο ορθογώνια. *Η αδυναμία τους όμως να κάνουν τη συσχέτιση μεταξύ του ορθογωνίου και του τετραγώνου γίνεται εύκολα αντιληπτή αφού εξακολουθούν να ισχυρίζονται ότι το ένα σχήμα είναι τετράγωνο και το άλλο ρόμβος.* Παρά τα λεγόμενα του εκπαιδευτικού ότι και τα δύο σχήματα είναι τετράγωνα οι μαθητές φαίνεται να μην το κατανοούν. Για τον λόγο αυτό ο εκπαιδευτικός αρκείται στη διατύπωση της πρότασης «Ακόμη και αν γυρίσουμε το τετράγωνο (περιστρέφει το τετράγωνο στο χέρι του), το σχήμα εξακολουθεί να είναι τετράγωνο και δεν αλλάζει ξαφνικά και γίνεται κάτι άλλο π.χ. ρόμβος»

«Επιτυχής» ερμηνεία/ αναστοχασμός: γνώση

- «Σύμφωνα με τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των van Hiele, τα παιδιά της Α' δημοτικού συχνότερα βρίσκονται στο επίπεδο 0, της Νοερής Απεικόνισης. Τα αντικείμενα της σκέψης στο επίπεδο 0 είναι τα σχήματα και η μορφή τους (με τι μοιάζουν). Οι μαθητές και οι μαθήτριες αναγνωρίζουν και ονομάζουν τα σχήματα βασιζόμενοι στα **καθολικά οπτικά χαρακτηριστικά τους** – μία προσέγγιση στο σχήμα που θυμίζει την ψυχολογία της μορφής Gestalt. Το σχήμα ορίζεται για το παιδί από την εμφάνισή του. **Ένα τετράγωνο είναι τετράγωνο "επειδή μοιάζει με τετράγωνο"**. Για τον λόγο ότι **η εμφάνιση παίζει κυρίαρχο ρόλο στο συγκεκριμένο επίπεδο, η μορφή μπορεί να υπερισχύσει έναντι των ιδιοτήτων του σχήματος**. Ένα τετράγωνο, για παράδειγμα, που έχει περιστραφεί κατά τέτοιο τρόπο που όλες οι πλευρές να σχηματίζουν γωνία 45° με την κατακόρυφο, ενδέχεται να μην εκλαμβάνεται ως τετράγωνο από ένα άτομο που σκέφτεται στο επίπεδο 0. Τα παιδιά του συγκεκριμένου επιπέδου θα διαλέξουν και θα ταξινομήσουν τα σχήματα βασιζόμενα στην εμφάνισή τους: «Αυτά τα έβαλα μαζί γιατί μοιάζουν κάπως μεταξύ τους» (Van de Walle, 2005)

«Επιτυχής» ερμηνεία/ αναστοχασμός: μάθηση

«Η μαθησιακή διαδικασία διέπεται από τις αρχές του κονστρουκτιβισμού. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες με σκοπό να προωθηθεί η αλληλεπίδραση και, επομένως, η μάθηση. Η μάθηση επιτυγχάνεται μέσα από συγκρουσιακές καταστάσεις. Στο υπάρχον νοητικό σχήμα που είχαν κατασκευάσει τα παιδιά για το τετράγωνο έρχεται τώρα να προστεθεί η πληροφορία ότι ακόμη και αν αλλάξει ο προσανατολισμός ενός σχήματος, το σχήμα εξακολουθεί να παραμένει το ίδιο, δεν αλλάζει, παραδείγματος χάρη, μετά από μία περιστροφή κατά 45° το τετράγωνο παραμένει τετράγωνο. Το νοητικό σχήμα που δέχεται την ιδέα «τετράγωνο» με έναν **ορισμένο προσανατολισμό** έρχεται τώρα να συγκρουστεί με το τετράγωνο να είναι τετράγωνο **με οποιονδήποτε προσανατολισμό** κι αν έχει στον χώρο. Για να αποκτήσει αυτή τη νέα γνώση ο μαθητής δέχεται **προκλήσεις** (π.χ. με αλλαγή προσανατολισμού του ορθογωνίου στον πίνακα), με τον τρόπο αυτό **το νοητικό του σχήμα ανοίγει και τροποποιείται, ώστε να δεχτεί τη νέα γνώση.**

- Στο σημείο αυτό της μαθησιακής διαδικασίας έχουμε **στοιχεία ψευδοκονστρουκτιβισμού**, καθώς ο εκπαιδευτικός, παρότι δεν ακυρώνει τις απαντήσεις των μαθητών του, όπως συμβαίνει στον συμπεριφορισμό, εντούτοις απαντά ο ίδιος στο **γιατί** που τους θέτει, κατευθύνοντας επιπλέον τις απαντήσεις τους και αφήνοντάς τους περιθώρια για μονολεκτικές απαντήσεις, δίχως επεξηγήσεις.

«Επιτυχής» ερμηνεία/ αναστοχασμός: γνώση

- Επίσης, πιθανότατα, στη δυσκολία εύρεσης της θέσης από τον μαθητή, μπορεί να έπαιξαν ρόλο και οι αριθμοί (2,2). Το γεγονός, δηλαδή, ότι ήταν και η σειρά, αλλά και η θέση 2 πιθανά να οδήγησε τον μαθητή στη σκέψη ότι μπορεί να καθίσει σε όποια καρέκλα της στήλης επιθυμεί, εφόσον όλες γράφουν 2. Αν π.χ. η θέση όπου έπρεπε να καθίσει ήταν (4, 2), τότε ίσως γινόταν για τον μαθητή πιο διακριτή η σημασία της σειράς και της θέσης. Εξάλλου, η δυσκολία εύρεσης θέσης, καθώς η κωδικοποίηση της πληροφορίας γίνεται πιο σύνθετη, υποστηρίζεται και από τους Case και Okamoto, 1996.