



ΔΠΘ/ ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## Εργαστήρια Διδακτικής των Μαθηματικών (Ε εξάμηνο, 2019-20)

**Η παρατήρηση της τάξης**  
**των μαθηματικών**  
**και ο αναστοχασμός**  
ως εργαλεία επαγγελματικής μάθησης και  
ανάπτυξης

# Θργάνωση Εργαστηρίων

## Εργαστήρια

**1<sup>ος</sup> κύκλος:** Τι παρατηρούμε

**2<sup>ος</sup> κύκλος:** Πώς παρατηρούμε (Κρίσιμα συμβάντα & Μεγάλες Ιδέες)

**3<sup>ος</sup> κύκλος:** Παρατήρησης & επαγγελματική ανάπτυξη

Πως αξιοποιούμε τα προϊόντα της παρατήρησης (ερμηνεία)

Ο ‘κύκλος παρατήρησης – αιτιολόγησης -ερμηνείας - αναστοχασμού’

**4<sup>ος</sup> κύκλος:** Σχεδιασμός, Υλοποίηση, Αξιολόγηση μιας διδασκαλίας (Φεβρουάριος 2020)

# Περιεχόμενο & οργάνωση των Εργαστηρίων

- 1-2: η τάξη ως πεδίο παρατήρησης της *ανάπτυξης του μαθηματικού νοήματος* (μαθητής) και της *επαγγελματικής ανάπτυξης* (εκπαιδευτικός)
- 3-4: η τάξη ως πεδίο *επαγγελματικής ανάπτυξης* (εκπαιδευτικός)
- 5: σχεδιασμός, υλοποίηση και αξιολόγηση μιας *διδασκτικής παρέμβασης*

[

]

**Τι παρατηρούμε;**

# [ Διδασκαλία & Διδακτικές πρακτικές ]

- Ποια είναι η **βασική μαθηματική γνώση** που πραγματεύεται το μάθημα;
- Τι μπορούμε να πούμε για το **είδος της μάθησης** που ενθαρρύνεται;
- Ποια/ές **διδακτική/ές πρακτική/ές** θεωρείτε «καλή πρακτική»;

**1ος άξονας:** Τι παρατηρούμε  
(Το κρίσιμο συμβάν ως εργαλείο παρατήρησης -  
Αναγνώριση/ περιγραφή και αιτιολόγηση  
κρίσιμου συμβάντος )

### Αποσπάσματα από διδασκαλίες

- Ποιες μαθηματικές έννοιες προσεγγίζονται (στοιχεία/ ενδείξεις – πώς το ξέρω);
- Οι μαθητές έχουν μάθει αυτές τις έννοιες (στοιχεία/ ενδείξεις – πώς το ξέρω);
- Η εκπαιδευτικός διευκόλυνε ή εμπόδισε τη σχετική μάθηση των μαθητών (στοιχεία/ ενδείξεις – πώς το ξέρω);

**1ος άξονας:** Τι παρατηρούμε;  
(Το κρίσιμο συμβάν ως εργαλείο παρατήρησης -  
Αναγνώριση/ περιγραφή και αιτιολόγηση  
κρίσιμου συμβάντος )

Περιγράφουμε τι παρατηρούμε στην τάξη  
των μαθηματικών σχετικά με:

- τη γνώση
- τη μάθηση
- τη διδασκαλία







**Πως παρατηρούμε;**

# Εργαλεία / μέσα παρατήρησης 1

## Κρίσιμα συμβάντα (ΚΣ) ...

- **Συμβάν:** Μια σειρά από δραστηριότητες που εξελίσσονται στον χρόνο και έχουν συνοχή σε σχέση με ένα ερώτημα που θέτει ο παρατηρητής. Π.χ. η επιχειρηματολογία ενός μαθητή, το είδος των παρεμβάσεων του εκπαιδευτικού
- **Κρίσιμο συμβάν:** Γεγονότα που οδηγούν τον εκπαιδευτικό να **αναρωτηθεί** για το τι ενέργειες ή αποφάσεις πρέπει να πάρει, ώστε να μπορέσει να βελτιώσει τη διδασκαλία του (Goodell, 2006).  
Κρίσιμο συμβάν μπορεί να λογιστεί ένα καθημερινό περιστατικό που αντιμετωπίζει ο εκπαιδευτικός κατά τη διδασκαλία, το οποίο **θέτει υπό αμφισβήτηση διδακτικές του αποφάσεις** (Lerman, 1994).

## Στόχος εντοπισμού ΚΣ...

Η αναγνώριση και ερμηνεία των ΚΣ βοηθά τους εκπαιδευτικούς να αναγνωρίσουν τις τρέχουσες διδακτικές πρακτικές τους και, όταν διαπιστώσουν ότι είναι προβληματικές, να τους στρέψει να βρουν εναλλακτικές οδούς δράσης, προάγοντας παράλληλα και την επαγγελματική τους ανάπτυξη (Γκαράνη, 2010).

# *Εργαλεία / μέσα παρατήρησης 2*

## *Μεγάλες ιδέες (MI)...*

Κρίσιμες έννοιες, διαδικασίες και διεργασίες

της μαθηματικής γνώσης

της μάθησης και

της διδασκαλίας των μαθηματικών

# Στόχος εντοπισμού ΜΙ....

α) προσφορά αυθεντικών μαθηματικών εμπειριών στους μαθητές

...κομβικά σημεία στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης



**Πως αξιοποιούμε τα  
προϊόντα της  
παρατήρησης;**

# Αξιοποίηση των προϊόντων παρατήρησης

Αξιοποίηση για:

\* την **κριτική διερεύνηση** (critical inquiry),

\* την **κατανόηση** (understanding),

← Αιτιολόγηση

Τεκμηρίωση → \* την **ερμηνεία** (interpretation) της διδακτικής πράξης

... με στόχο τον **κριτικό αναστοχασμό** (critical reflection) των πρακτικών μάθησης και διδασκαλίας που αναπτύσσονται στην τάξη των μαθηματικών

... και την **αποτελεσματική διαχείριση** των διδακτικών πρακτικών

... και εν τέλει την **επαγγελματική ανάπτυξη (μάθηση) του εκπαιδευτικού**


# Αξιοποίηση των προϊόντων παρατήρησης

- **Αιτιολόγηση:** η εξήγηση της αιτίας μιας άποψης, μιας απόφασης (επαρκής, ακριβής, πειστική, ελλιπής, αναλυτική)  
Συνώνυμο: Δικαιολόγηση
- **Αιτιολογώ:** 1. εντοπίζω την αιτία (ενός συγκεκριμένου πράγματος)-της απόφασης, των πράξεών μου. Συνώνυμο: δικαιολογώ, τεκμηριώνω, εξηγώ 2. υποστηρίζω με λογικά επιχειρήματα: κάθε συμπέρασμα ή κρίση πρέπει να έχει αιτιολογηθεί επαρκώς Συνώνυμο: επιχειρηματολογώ, τεκμηριώνω



# Αξιοποίηση των προϊόντων παρατήρησης

- **Ερμηνεία:** Η ανάδειξη των αιτιών, των προθέσεων και των παραγόντων που συντελούν στη διαμόρφωση συγκεκριμένου αποτελέσματος
- **Τεκμηρίωση:** 1. Απόδειξη ή στήριξη της εγκυρότητας ενός συμπεράσματος με αποδεικτικά στοιχεία 2. το σύνολο των αποδεικτικών στοιχείων με τα οποία κάποιος κατοχυρώνει άποψη ή συμπέρασμα
- **Αναστοχάζομαι:** Σκέφτομαι βαθιά, κάνω συλλογισμούς (για θεωρητικά ζητήματα), διανοούμαι



**Ο ‘κύκλος παρατήρησης –  
αιτιολόγησης -ερμηνείας -  
αναστοχασμού’**

# Εστιάζοντας στα Κρίσιμα συμβάντα (ΚΣ) & τις Μεγάλες Ιδέες (ΜΙ)

**1° βήμα:** Αναγνώριση+ περιγραφή ΚΣ [το γεγονός]

**2° βήμα:** Αιτιολόγηση ΚΣ (τεκμήρια) [γιατί είναι 'κρίσιμο']

**3° βήμα:** Ερμηνεία (τι σηματοδοτεί / υποδεικνύει για τη μαθηματική εκπαίδευση)

**4° βήμα:** Αναστοχασμός (πως τεκμηριώνεται επιστημονικά η ερμηνεία που δόθηκε]

## 1ος άξονας: Αναγνώριση/ περιγραφή και αιτιολόγηση

(Το ΚΣ & οι ΜΙ ως εργαλεία/ μέσα παρατήρησης)

Περιγράφουμε τι παρατηρούμε στην τάξη των μαθηματικών σχετικά με:

- τη γνώση
- τη μάθηση
- τη διδασκαλία

Αιτιολογούμε γιατί θεωρούμε ότι αποτυπώνει κάποια σημαντική στιγμή μαθηματικής εκπαίδευσης

## 2ος άξονας: Ερμηνεία ΚΣ & ΜΙ - Αναστοχασμός

**Ερμηνεία:** Αναζητούμε να κατανοήσουμε τι σημαίνει το ΚΣ (σε συνδυασμό με την ΜΙ) για τη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών/ της τάξης.

**Αναστοχασμός:** Αξιοποιούμε και επικαλούμαστε έγκυρες επιστημονικές ή επαγγελματικές **πηγές/ πόρους** για να σκεφτούμε κριτικά για την ερμηνεία που διαμορφώσαμε.

**Επιστημονική γνώση** (επιστημονική βιβλιογραφία/ βιβλία, άρθρα, εκθέσεις)


**Επίσημα κείμενα** (π.χ., το σχολικό εγχειρίδιο, το Πρόγραμμα Σπουδών των μαθηματικών κ.ά.)

**Επαγγελματική γνώση πεδίου – λόγος** (η γνώση που διαμορφώνεται στο πεδίο της εκπαίδευσης, μέσα από τη συμμετοχή των εκπαιδευτικών στο επίσημο και ανεπίσημο εκπαιδευτικό γίνεσθαι-**συνομιλία** με εκπαιδευτικούς, ενδεχομένως επαγγελματικά κείμενα)

# Ερμηνεία & Αναστοχασμός: κριτική ευθυγράμμιση

- Ο **διάλογος** που αναπτύσσεται μεταξύ του εκπαιδευτικού και των καταστάσεων με τις οποίες έρχεται αντιμέτωπος, καθώς **αμφισβητεί, διερευνά, επανεξετάζει και επαναπροσδιορίζει** την πρακτική του (Schön, 1983)
- Ο αναστοχασμός **δεν** αφορά στην απλή ανάκληση γεγονότων/ ενεργειών της τάξης, αλλά στην ανάκληση που συνοδεύεται από την επανεξέτασή τους μέσα από μια **ευρύτερη οπτική γωνία/ θέαση**, η οποία επιτρέπει μια **ολιστική ανάγνωσή τους** και, αναπόφευκτα, οδηγεί στον **επαναπροσδιορισμό της διδακτικής πρακτικής**

Ερμηνεία & Αναστοχασμός: Κριτική θέαση της ‘χειρωνακτικής’ μέσα από τον ‘φακό’ της ακαδημαϊκής/ επιστημονικής γνώσης



**Ο ‘κύκλος παρατήρησης –  
ερμηνείας -  
αναστοχασμού’ στην  
πράξη**

## Αναγνωρίζουμε & περιγράφουμε

Εντοπίζετε και περιγράφετε το τι βλέπετε στην τάξη των μαθηματικών (σημαντικά συμβάντα & 'μεγάλες ιδέες') για τη γνώση, ή τη μάθηση ή τη διδασκαλία



## Αναγνωρίζουμε & περιγράφουμε

- **ΓΝΩΣΗ** = αφορά τα επιστημολογικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών, δηλαδή:

**Στοιχεία των μαθηματικών** = η έμφαση που δίνεται στις μαθηματικές έννοιες, στους (εμπειρικούς) ορισμούς, στις ιδιότητες, στη σχέση μεταξύ μαθηματικών ιδεών, και

**Στοιχεία μαθηματικής δραστηριότητας** = ποιες διαδικασίες επίλυσης, (εμπειρική) απόδειξης και αξιολόγησης της (μαθηματικής) ποιότητας της δράσης των μαθητών ενθαρρύνονται/ αναδεικνύονται

# Μαθηματική γνώση: όψεις

αριθμητικός λογισμός: αριθμός, πράξεις, ιδιότητες αριθμητικών οντοτήτων και διαδικασιών, αριθμητικά συστήματα και μεταξύ τους σχέσεις

αλγεβρικός λογισμός: αλγεβρικές οντότητες, αλγεβρικές παραστάσεις, αλγεβρικές σχέσεις, κανονικότητες/ συνάρτηση, γραφικές αναπαραστάσεις

## Αριθμοί και πράξεις

Αριθμητικά σύμβολα, άμεση αναγνώριση, καταμέτρηση ποσοτήτων και αρίθμηση, διάταξη ποσοτήτων και αριθμών, ανάλυση και σύνθεση αριθμών, σχέσεις αριθμών, θεσιακή αξία ψηφίων, εκτιμήσεις, πράξεις στους φυσικούς αριθμούς (πρόσθεση-αφαίρεση-πολλαπλασιασμός-διαίρεση), κλασματικοί και δεκαδικοί αριθμοί

## Άλγεβρα

Αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή και κατασκευή επαναλαμβανόμενων και μεταβαλλόμενων κανονικοτήτων, αναγνώριση αντιστοιχιών, σχέσεις συμμεταβολής

Σχέσεις μεταξύ συμμεταβαλλόμενων μεγεθών, αλγεβρικές παραστάσεις, ισότητα-ανισότητα: γενίκευση της ισότητας και της ανισότητας και συμβολική έκφραση των σχέσεων, χρήση των συμβόλων  $=$ ,  $>$ ,  $<$ , ιδιότητες ισότητας, ανισότητας

# Μαθηματική γνώση: όψεις

γεωμετρικός λογισμός: γεωμετρικές οντότητες (σημείο, ευθεία, σχήμα, στερεό), ιδιότητες γεωμετρικών οντοτήτων, σχέσεις σχημάτων, μέτρηση μεγεθών, επιφανειών, χώρων

στοχαστικός λογισμός: αναπαραστάσεις δεδομένων, δείκτες κεντρικής τάσης, διασπορά, πιθανότητες και ιδιότητες πιθανοτήτων

## Χώρος και γεωμετρία/ μετρήσεις

Θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές σε χάρτες, δόμηση χώρου, επικαλύψεις και συντεταγμένες

Ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων, ανάλυση σε στοιχεία και ιδιότητες, κατασκευές και σχεδιασμός, σύνδεση επίπεδων και στερεών σχημάτων, ανάλυση και σύνθεση

Μετατοπίσεις, στροφές, αξονική συμμετρία

Αναγνώριση οπτικών γωνιών, δημιουργία οπτικοποιήσεων

Μέτρηση γωνίας

Μέτρηση μήκους: άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις, επικαλύψεις, μέτρηση επιφανειών με χρήση μη τυπικών και τυπικών μονάδων, χρήση οργάνων μέτρησης μήκους και μέτρησης επιφάνειας για τη δόμηση επιφανειών, εκτιμήσεις μήκους και επιφανειών

Μέτρηση χωρητικότητας/ όγκου: έμμεσες συγκρίσεις, μέτρηση όγκων με χρήση μη τυπικών και τυπικών μονάδων, εκτίμηση χωρητικότητας και όγκου

Μέτρηση χρόνου

## Στατιστική-πιθανότητες

Πείραμα τύχης, πιθανότητα, συλλογή, οργάνωση,  
αναπαράσταση ποσοτικών δεδομένων

## Αναγνωρίζουμε & περιγράφουμε

- **ΜΑΘΗΣΗ**= η έμφαση βρίσκεται στην ατομική κατασκευή της γνώσης, στην ενεργή εμπλοκή του μαθητή στη διαδικασία μάθησης, στις εναλλακτικές ιδέες των μαθητών ή στην αναπαραγωγή από αυτόν του αντικειμένου της μάθησης, χωρίς αποκλίσεις;



# Μαθησιακή διαδικασία: όψεις

- γνωστικές λειτουργίες,
- ενεργή εμπλοκή,
- γνωστική σύγκρουση,
- νοητικά σχήματα,
- ανάπτυξη δομών,
- ανακαλυπτική μάθηση,
- διαπραγμάτευση μαθηματικού νοήματος,  
αλληλεπίδραση & επικοινωνία,
- διαμεσολάβηση,
- επίλυση προβλήματος

## Αναγνωρίζουμε & περιγράφουμε

- **ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ** = η προσέγγιση του εκπαιδευτικού αφορά περισσότερο τα μορφολογικά στοιχεία της μαθηματικής έννοιας, τις τεχνικές υπολογισμού της ή είναι κυρίως εννοιολογική; Βασική επιδίωξη δηλαδή είναι οι μαθητές να σκεφτούν και να μπουν σε διαδικασίες επίλυσης προβλήματος ή να θυμηθούν και να επαναλάβουν τεχνικές που έχουν ήδη διδαχτεί;

## Διδακτική διαδικασία: όψεις

διαχείριση λάθους, ερωτήσεων, διαλόγου,  
παραδειγμάτων/ αντιπαραδειγμάτων,  
παρέμβαση στην εργασία των μαθητών/  
δραστηριότητα