



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
ΕΡΓΑΛΕΙΩΝ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΟΥ ΣΤΟΛΟΥ



ΤΟΥ
ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ ΠΕΡΙΦΑΝΑΚΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΧΡΗΣΤΟΣ ΣΧΟΙΝΑΣ
ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΔΠΘ

Ξάνθη 2013



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
ΕΡΓΑΛΕΙΩΝ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΟΥ ΣΤΟΛΟΥ



ΤΟΥ
ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ ΠΕΡΙΦΑΝΑΚΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΧΡΗΣΤΟΣ ΣΧΟΙΝΑΣ
ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΔΠΘ

Ξάνθη 2013

**Αφιερώνεται στους γονείς μου
και ιδιαίτερα στον πατέρα μου για
τη στήριξη του όλα αυτά τα χρόνια**

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Χρήστο Σχοινά, ο οποίος ως επιβλέπων καθηγητής της παρούσας διπλωματικής και πάνω από όλα ως άνθρωπος, βοήθησε όχι μόνο στην πραγμάτωση και εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής αλλά και στην ηθική υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας.

Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αμέριστη συμπαράσταση στη συνέχιση και ολοκλήρωση των σπουδών μου κατά τη διάρκεια των φοιτητικών μου χρόνων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος.....	7
Περίληψη.....	9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Επιχειρησιακή Έρευνα – Δυναμικός προγραμματισμός

1.1. Επιχειρησιακή Έρευνα.....	11
1.2. Ιστορική αναδρομή.....	13
1.3. Κατηγορίες μεθόδων επιχειρησιακής έρευνας.....	14
1.4. Μέθοδοι λήψης αποφάσεων.....	15
1.5. Δυναμικός προγραμματισμός.....	16
1.6. Χαρακτηριστικά των προβλημάτων δυναμικού προγραμματισμού.....	17

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων

2.1. Εισαγωγή στην αντικατάσταση εργαλείων.....	19
2.2. Αντικατάσταση λόγω τεχνικής ζωής.....	21
2.2.1. Ομαλής συνεχής επιδείνωση της ικανότητας του εξοπλισμού.....	22
2.2.2. Αιφνίδια αποτυχία.....	23
2.2.3. Απαξίωση.....	25
2.2.4. Ενοικίαση ή χρηματοδοτική μίσθωση εξοπλισμού.....	26
2.2.5. Φυσική δυσλειτουργία εξοπλισμού.....	26
2.3. Αντικατάσταση λόγω οικονομικής ζωής.....	26
2.3.1. Ρυθμός πληθωρισμού.....	27
2.3.2. Κόστος λειτουργίας.....	27
2.3.3. Υποτίμηση.....	27
2.3.4. Υπολειμματική αξία.....	28
2.4. Υποθέσεις σε πολιτικές αντικατάστασης εξοπλισμού.....	29
2.4.1. Στοιχεία που χρησιμοποιούνται στην απόφαση αντικατάστασης....	31
2.4.2. Λόγοι για την καθυστέρηση αντικατάστασης εξοπλισμού.....	32

2.4.3.	Κοινά λάθη στις μελέτες αντικατάστασης.....	33
2.5.	Εφαρμογές στην αντικατάσταση εργαλείων.....	34
2.5.1.	Παράδειγμα της αντικατάστασης εργαλείων χωρίς ενοίκιαση.....	34
2.5.2.	Παράδειγμα της αντικατάστασης εργαλείων με ενοίκιαση.....	42

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων στον αεροπορικό στόλο

3.1.	Αεροπορικός στόλος και λειτουργία αεροπορικών εταιριών.....	49
3.2.	Ανασκόπηση στα προβλήματα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο..	52
3.3.	Πρόβλημα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο χωρίς τη χρήση ενοικίασης.....	68
3.4.	Πρόβλημα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο με χρήση ενοικίασης.....	82

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Συμπεράσματα – Μελλοντική έρευνα

4.1.	Συμπεράσματα.....	90
4.2.	Θέματα μελλοντικής έρευνας.....	91

Βιβλιογραφία – Αναφορές.....	92
-------------------------------------	-----------

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	94
-----------------------	-----------

Πρόλογος

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να αναλυθεί το θέμα του δυναμικού προγραμματισμού ως αντικείμενο που επηρεάζει τη λήψη αποφάσεων στην αντικατάσταση ενός αεροσκάφους ή στην ενοικίαση του με το χαμηλότερο κόστος.

Λαμβάνοντας υπόψη πραγματικά δεδομένα με προσέγγιση αναλύεται η κάθε μέθοδος με την οποία μπορεί να αντικατασταθεί ένα εργαλείο σε ένα χρονικό ορίζοντα με χρήση της αντικατάστασης μέσω πώλησης/αγοράς ή με τη χρήση της ενοικίασης. Μέσω συναρτήσεων ελαχίστου κόστους και με τη βοήθεια προγραμμάτων σε Matlab, εντοπίζεται η βέλτιστη χαμηλότερη τιμή του κόστους για την κατοχή ενός αεροσκάφους από την εταιρεία για κάποιο χρονικό ορίζοντα.

Στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας αναλύονται τα σημαντικότερα θέματα της επιχειρησιακής έρευνας και του δυναμικού προγραμματισμού. Αναφέρονται οι κατηγορίες μεθόδων της επιχειρησιακής έρευνας και οι μέθοδοι λήψης αποφάσεων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύεται το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων. Παρουσιάζονται δύο προβλήματα αντικατάστασης εργαλείων. Το πρώτο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων χωρίς να χρησιμοποιηθεί η επιλογή της ενοικίασης στον χρονικό ορίζοντα της εφαρμογής της. Η επιλογή των αποφάσεων αφορά την αντικατάσταση ή τη διατήρηση του εργαλείου. Το δεύτερο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων με χρήση της επιλογής της ενοικίασης. Σκοπός είναι η μελέτη της περίπτωσης να μπορεί να αντικατασταθεί το εργαλείο με ένα νέο αλλά κάθε φορά να νοικιάζεται και όχι να αντικαθίσταται χωρίς να εμπλέκονται οι κινήσεις αγοράς και πώλησης. Υλοποιήθηκαν δύο προγράμματα σε κώδικα Matlab με μεθόδους εύρεσης του βέλτιστου κόστους αλλά και της βέλτιστης πολιτικής.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύεται το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων στον αεροπορικό στόλο. Αρχικά γίνεται μια εκτενής παρουσίαση του προβλήματος της αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο και παρουσιάζονται δεδομένα και στοιχεία από διάφορες πηγές. Παρουσιάζονται δύο παραδείγματα αντικατάστασης εργαλείων στον αεροπορικό στόλο. Το πρώτο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων χωρίς να χρησιμοποιηθεί η επιλογή της

ενοικίασης σε κάποιο χρονικό ορίζοντα. Η επιλογή των αποφάσεων αφορά την αντικατάσταση ή τη διατήρηση του αεροσκάφους. Το δεύτερο αφορά την αντικατάσταση αεροσκάφους με χρήση της επιλογή της ενοικίασης. Σκοπός είναι η μελέτη της περίπτωσης να μπορεί να αντικατασταθεί το αεροσκάφος με ένα νέο αλλά κάθε φορά να νοικιάζεται και όχι να αντικαθίσταται χωρίς να εμπλέκονται οι κινήσεις αγοράς και πώλησης. Υλοποιήθηκαν δύο προγράμματα σε κώδικα Matlab με μεθόδους εύρεσης του βέλτιστου κόστους αλλά και της βέλτιστης πολιτικής.

Στο τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα και θέματα μελλοντικής έρευνας.

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία αναλύεται το θέμα του δυναμικού προγραμματισμού ως αντικείμενο που επηρεάζει τη λήψη αποφάσεων στην αντικατάσταση ενός αεροσκάφους ή στην ενοικίαση ενός άλλου με το χαμηλότερο κόστος συντήρησης. Λαμβάνοντας υπόψη πραγματικά δεδομένα με προσέγγιση αναλύεται η κάθε μέθοδος με την οποία μπορεί να αντικατασταθεί ένα εργαλείο σε ένα χρονικό ορίζοντα με χρήση της αντικατάστασης μέσω πώλησης/αγοράς ή με την χρήση της ενοικίασης. Μέσω συναρτήσεων ελαχίστου κόστους και με τη βοήθεια προγραμμάτων σε Matlab εντοπίζεται η βέλτιστη χαμηλότερη τιμή του κόστους για την κατοχή ενός αεροσκάφους από την εταιρεία σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Αναλύονται τα σημαντικότερα θέματα της επιχειρησιακής έρευνας και του δυναμικού προγραμματισμού. Αναφέρονται οι κατηγορίες μεθόδων της επιχειρησιακής έρευνας και οι μέθοδοι λήψης αποφάσεων.

Αναλύεται το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων και παρουσιάζονται δύο παραδείγματα αντικατάστασης εργαλείων. Το πρώτο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων χωρίς να χρησιμοποιηθεί η επιλογή της ενοικίασης στον χρονικό ορίζοντα της εφαρμογής της. Η επιλογή των αποφάσεων αφορά την αντικατάσταση ή τη διατήρηση του εργαλείου. Το δεύτερο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων με χρήση της επιλογή της ενοικίασης. Σκοπός είναι η μελέτη της περίπτωσης να μπορεί να αντικατασταθεί το εργαλείο με ένα νέο αλλά κάθε φορά να νοικιάζεται και όχι να αντικαθιστάται χωρίς να εμπλέκονται οι κινήσεις αγοράς και πώλησης. Υλοποιήθηκαν δύο προγράμματα σε κώδικα Matlab με μεθόδους εύρεσης του βέλτιστου κόστους αλλά και της βέλτιστης πολιτικής. Η εφαρμογή των παραπάνω παραδειγμάτων εφαρμόζεται στο πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων στον αεροπορικό στόλο. Αρχικά γίνεται μια εκτενής παρουσίαση του προβλήματος της αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο και παρουσιάζονται δεδομένα και αναλύσεις από εργασίες άλλων ερευνητών. Παρουσιάζονται δύο προβλήματα αντικατάστασης εργαλείων στον αεροπορικό στόλο. Το πρώτο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων χωρίς να χρησιμοποιηθεί η επιλογή της ενοικίασης σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Η επιλογή των αποφάσεων αφορά την αντικατάσταση ή τη διατήρηση του αεροσκάφους. Το δεύτερο αφορά την αντικατάσταση αεροσκάφους με χρήση της επιλογή της ενοικίασης. Σκοπός είναι η μελέτη της

περίπτωσης να μπορεί να αντικατασταθεί το αεροσκάφος με ένα νέο αλλά κάθε φορά να νοικιάζεται και όχι να αντικαταθίσταται χωρίς να εμπλέκονται οι κινήσεις αγοράς και πώλησης. Υλοποιήθηκαν δύο προγράμματα σε κώδικα Matlab με μεθόδους εύρεσης του βέλτιστου κόστους αλλά και της βέλτιστης πολιτικής. =Τέλος παρουσιάζονται τα συμπεράσματα και θέματα μελλοντικής έρευνας.

Κεφάλαιο 1

Επιχειρησιακή Έρευνα - Δυναμικός Προγραμματισμός

➤ 1.1. Επιχειρησιακή Έρευνα

Πολλοί ερευνητές προσπάθησαν να αποδώσουν το ορισμό της Επιχειρησιακής Έρευνας, ο οποίος να ανταποκρίνεται στο περιεχόμενο της και να καθορίζει επακριβώς το πεδίο εφαρμογής της. [1]

Ο όρος Επιχειρησιακή Έρευνα αναφέρεται [2] με άλλο όνομα ως:

- επιστήμη αποφάσεων (decision science),
- ανάλυση συστημάτων (systems analysis),
- διοικητική επιστήμη (management science).

Επίσης, χρησιμοποιείται για να περιγράψει τον κλάδο της διοίκησης επιχειρήσεων ([3][4]) :

“που εξετάζει την επίλυση πολύπλοκων επιχειρησιακών προβλημάτων, που αφορούν:

τον έλεγχο και το βέλτιστο τρόπο λειτουργίας οργανωμένων συστημάτων, με έναν λογικό, επιστημονικό και συστηματικό τρόπο.”

Με τις κατάλληλες μεθοδολογίες και υπολογιστικά συστήματα αναπτύσσεται ένα μαθηματικό μοντέλο για το σύστημα που ερευνάται. Τα δεδομένα του μοντέλου αναλύονται, επεξεργάζονται και οι πληροφορίες που εξάγονται χρησιμοποιούνται για τη λήψη σημαντικών αποφάσεων.

Σύμφωνα με τους Hillier & Lieberman [5], η Επιχειρησιακή Έρευνα ασχολείται με τη διοίκηση των επιχειρήσεων, εκπαιδεύοντας τα διευθυντικά στελέχη με τα κατάλληλα προσόντα για την επιλογή και προώθηση αποφάσεων που πρέπει να πάρουν αναφορικά

με τις ενέργειές τους [1] οι οποίες έχουν στόχο τη βελτίωση της απόδοσης και την αποτελεσματικότερη λειτουργία της επιχείρησης [6].

Η Επιχειρησιακή Έρευνα προσεγγίζει ποσοτικά τη διατύπωση, την ανάλυση και την επίλυση των επιχειρησιακών προβλημάτων. Δεν βασίζεται σε υποκειμενική κρίση και προβλέψεις αλλά σε δεδομένα, πληροφορίες και λογική ανάλυση [4].

Η Επιχειρησιακή Έρευνα, σύμφωνα με τον Ackoff και Sasienni [7], μπορεί να θεωρηθεί η εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων από ομάδες διάφορων ειδικοτήτων σε προβλήματα που επικεντρώνονται στον έλεγχο οργανωμένων συστημάτων (άνθρωποι και μηχανές) για την παροχή λύσεων που εξυπηρετούν κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο τους σκοπούς του οργανισμού.

Σύμφωνα με ένα διαφορετικό ορισμό, η Επιχειρησιακή Έρευνα είναι η επιστημονική προετοιμασία των αποφάσεων της διοίκησης με την επιστημονική ανάλυση των δεδομένων και τη δημιουργία μαθηματικών προτύπων (μοντέλων).

Η Επιχειρησιακή Έρευνα χρησιμοποιεί μεθόδους και τεχνικές, όπως η μαθηματική μοντελοποίηση και η στατιστική ανάλυση για να επιτύχει τη βέλτιστη λύση σε προβλήματα λήψης αποφάσεων και τις περισσότερες φορές συνδέεται με τον προσδιορισμό του μεγίστου (κέρδους ή απόδοσης) ή του ελαχίστου (κόστους, κινδύνου, απώλειας).

➤ 1.2. Ιστορική Αναδρομή

Η Επιχειρησιακή Έρευνα έκανε την πρώτη της εμφάνιση λίγο πριν την έναρξη του δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου. Η επίλυση στρατιωτικών προβλημάτων, όπως η επιλογή της βέλτιστης τοποθέτησης του πυροβολικού και των ραντάρ οδήγησε τους ερευνητές στην εξερεύνηση νέων τεχνικών και εύρεσης γρήγορων και βέλτιστων λύσεων. Οι αρχικοί ερευνητές που εμπλέκονταν στις παραπάνω διαδικασίες ήταν μαθηματικοί, ψυχολόγοι και φυσικοί. Μετά τη λήξη του πολέμου, η επιτυχία στη επίλυση των στρατιωτικών προβλημάτων οδήγησε στη μελέτη και επέκταση των τεχνικών στη διοίκηση των επιχειρήσεων.

Ο Abraham Wald, εφευρέτης της θεωρίας λήψης αποφάσεων βασισμένη στη στατιστική επέκτεινε αυτή τη θεωρία σε θεωρία λήψης διαδοχικών αποφάσεων. Οι Blackwell και Girshick διευκρίνησαν το ρόλο της οπισθοδρομικής επαγωγής, ανέπτυξαν μια γενικευμένη έκδοση προβλήματος λήψης αποφάσεων βασισμένη στη στατιστική με εφαρμογή μιας τεχνικής που έμοιαζε το σύγχρονο Δυναμικό Προγραμματισμό. Επίσης, χαρακτήρισαν το βέλτιστο κανόνα για λήψη μιας απόφασης βασισμένοι στην στατιστική.

Ο Richard Bellman, το 1944 μελέτησε την κοινή δομή των SDPs, διατύπωσε τον ορισμό του Δυναμικού Προγραμματισμού που μέχρι σήμερα είναι, γενικά, αποδεκτά συνώνυμο με την οπισθοδρομική επαγωγή.

Ο όρος Δυναμικός Προγραμματισμός, εκείνη την εποχή, χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει τη διαδικασία της επίλυσης των προβλημάτων, κατά την οποία κάποιος πρέπει να βρει τις καλύτερες αποφάσεις σε μια ακολουθία αποφάσεων.

Η λέξη προγραμματισμός αναφέρεται στη χρήση της μεθόδου για να βρεθεί ένα βέλτιστο πρόγραμμα. Η χρήση της είναι συνώνυμη με την έννοια μαθηματικός προγραμματισμός.

Ο Δυναμικός Προγραμματισμός από τη μια πλευρά είναι μια μαθηματική μέθοδος βελτιστοποίησης αλλά ταυτόχρονα και μια μέθοδος προγραμματισμού με την χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών. Και στις δύο περιπτώσεις, στόχος είναι η απλοποίηση ενός

πολύπλοκου προβλήματος με την διακλάδωση αυτού σε απλούστερα υπο-προβλήματα με επαναληπτικές μεθόδους.

➤ 1.3. Κατηγορίες Μεθόδων Επιχειρησιακής Έρευνας

Για την επίλυση των επιχειρησιακών προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί διάφορες μεθοδολογίες και τεχνικές.

Γραμμικός Προγραμματισμός. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός αποτελεί την κύρια μεθοδολογία της Επιχειρησιακής Έρευνας και ο αντικειμενικός σκοπός του περιγράφεται από μία γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών του προβλήματος [8].

Δυναμικός Προγραμματισμός. Ο Δυναμικός Προγραμματισμός περιλαμβάνει μαθηματικά πρότυπα που χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό μιας μεθοδολογίας, η οποία αποτελείται από μία σειρά διαδοχικών και αλληλοεξαρτώμενων αποφάσεων, στην οποία το αποτέλεσμα της μιας απόφασης επηρεάζει τις επόμενες επιλογές [9].

Μη Γραμμικός Προγραμματισμός. Είναι η διαδικασία της επίλυσης ενός προβλήματος βελτιστοποίησης που ορίζεται από ένα σύστημα ισοτήτων και ανισοτήτων, οι οποίες συλλογικά ονομάζονται περιορισμοί, σε μια σειρά από άγνωστες πραγματικές μεταβλητές, μαζί με μια αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να μεγιστοποιείται ή να ελαχιστοποιείται, όπου η αντικειμενική συνάρτηση ή/και κάποιοι από τους περιορισμούς είναι μη-γραμμικοί [10].

Θεωρία Αποφάσεων - Θεωρία Παιγνίων. Το βασικό στοιχείο στη λήψη αποφάσεων είναι ο προσδιορισμός της βέλτιστης λύσης, δηλαδή εκείνης της επιλογής που δίνει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα μεταξύ όλων των εναλλακτικών επιλογών [11].

Προβλήματα Μεταφοράς. Τα μοντέλα των προβλημάτων μεταφοράς αναπτύχθηκαν αρχικά για να προσδιορισθεί η βέλτιστη διαδρομή για τη μεταφορά αγαθών από τα

σημεία παραγωγής ή αποθήκευσης στα σημεία κατανάλωσης με τον πιο οικονομικό τρόπο [12].

Άλλες κατηγορίες μεθόδων Επιχειρησιακής Έρευνας είναι:

- Ουρές αναμονής
- Προγραμματισμός και έλεγχος αποθεμάτων
- Μοντέλα δικτύων

➤ 1.4. Μέθοδοι Λήψης Αποφάσεων

Η αντιμετώπιση των προβλημάτων από τις μεγάλες επιχειρήσεις πραγματοποιείται από τη διοίκηση, οι οποίοι έχουν την ευθύνη της λήψης. Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα.

Αναγνώριση και περιγραφή του προβλήματος. Η αναγνώριση του προβλήματος ξεκινάει με την εύρεση των αιτιών και τη σύνδεση τους με άλλα προβλήματα. Επίσης, είναι η αναγκαία η καταγραφή και η περιγραφή του, προτού προχωρήσουμε στα επόμενα βήματα.

Σκιάγραμμα των λύσεων. Περιλαμβάνει το χρόνο, τον τρόπο, την περιγραφή και τα μέσα επίτευξης λύσης.

Καθορισμός των μεταβλητών και των παραμέτρων. Ο καθορισμός των μεταβλητών του προβλήματος χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη είναι οι παράγοντες που έχουν την ευθύνη της λήψης αποφάσεων και μπορούν να αλλάξουν (ελεγχόμενες μεταβλητές), ώστε να προκύψει η λύση του προβλήματος. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι παράγοντες που επηρεάζουν τη λύση του προβλήματος αλλά καθορίζονται από τρίτους ή από το επιχειρηματικό ή οικονομικό περιβάλλον (μη ελεγχόμενες μεταβλητές – παράμετροι).

Εντοπισμός των περιορισμών. Οι περιορισμοί κατά τη λήψη αποφάσεων είναι από τους κύριους παράγοντες που συμβάλουν στην επιτυχία, σταθερή και αξιόπιστη

πραγματοποίηση των στόχων (εύρεση λύσης). Για παράδειγμα, αν θέλαμε διανέμαμε ένα αριθμό μαθητών σε ένα σχολείο, δύο περιορισμοί είναι πόσους μαθητές επιτρέπεται να έχει ένα τμήμα και πόσες τάξεις διαθέτει το σχολικό συγκρότημα.

Αναζήτηση και συστηματική ανάλυση των εναλλακτικών λύσεων. Η βέλτιστη λύση προσδιορίζει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα και καθορίζεται από ένα συγκεκριμένο σκοπό. Κρίνεται αναγκαίο να εξετάζονται πολλές διαφορετικές λύσεις και να αναπτύσσονται μεθόδους ανάλογα με την φάση του προβλήματος για τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης.

Υλοποίηση της λύσης που επιλέχτηκε ως η πιο κατάλληλη. Είναι απλά η εφαρμογή της διαδικασίας εύρεσης της βέλτιστης λύσης.

Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Αξιολόγηση, αποτίμηση, επαλήθευση (αν υπάρχει δυνατότητα) και ανατροφοδότηση είναι μερικά από τα στοιχεία που απαιτούνται για το τελευταίο βήμα της μεθοδολογίας λήψης αποφάσεων.

➤ 1.5. Δυναμικός Προγραμματισμός

Ο όρος προγραμματισμός σε μια επιχειρηματική μονάδα δηλώνει το σύνολο των διαδικασιών και ενεργειών που απαιτούνται για τη λήψη και υλοποίηση αποφάσεων που οδηγούν στην επίτευξη των στόχων της.

Ο προγραμματισμός είναι μια λειτουργία που από τη φύση του μεταβάλλεται συνεχώς, διότι το περιβάλλον που μέσα στο οποίο λαμβάνονται οι αποφάσεις είναι διαρκώς μεταβαλλόμενο [4].

Ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι μια τεχνική που επιλύει αποτελεσματικά ορισμένα προβλήματα μαθηματικού προγραμματισμού και βελτιστοποίησης των οποίων οι μεταβλητές και οι παράμετροι είναι συναρτήσεις του χρόνου [3].

Όπως αναφέρεται από τους Hillier & Lieberman, ο Γραμμικός Προγραμματισμός, για την επίλυση προβλημάτων εφαρμόζει μια τυποποιημένη μαθηματική διατύπωση και

συγκεκριμένους αλγόριθμους [5]. Στα προβλήματα Δυναμικού Προγραμματισμού δεν υπάρχει ενδεικτικός τρόπος επίλυσης, κάθε περίπτωση απαιτεί διαφορετική προσέγγιση.

➤ 1.6. Χαρακτηριστικά των προβλημάτων δυναμικού προγραμματισμού

Τα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού δεν έχουν μια συγκεκριμένη μεθοδολογία με την οποία επιλύονται και για αυτό είναι εν γένει δύσκολο να αναγνωριστούν και να επιλυθούν [2]. Παρόλα αυτά, μεταξύ τους, υπάρχουν μερικά κοινά χαρακτηριστικά [4].

Αυτά τα κοινά χαρακτηριστικά είναι:

- Συνάρτηση βελτιστοποίησης ή αποτελεσμάτων
- Συμβολισμοί
- Η αρχή της βελτιστοποίησης
- Στάδιο Απόφασης ή διαδρομής
- Φάσεις και Καταστάσεις ή Θέσεις
- Αποφάσεις
- Μετασχηματισμοί εισόδου – εξόδου

Κεφάλαιο 2

Το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων

➤ 2.1. Εισαγωγή στην αντικατάσταση εργαλείων

Ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι μια μαθηματική τεχνική για την αντιμετώπιση προβλημάτων λήψης αποφάσεων πολλών σταδίων. Αποτελεί συστηματική διαδικασία εύρεσης εκείνου του συνδυασμού αποφάσεων που βελτιστοποιεί τη συνολική απόδοση. Οι αποφάσεις πολλών σταδίων είναι μια ακολουθία αποφάσεων που σχετίζονται μεταξύ τους. Γενικότερα ο Δυναμικός Προγραμματισμός χρησιμοποιείται όταν δεν μπορεί να διαμορφωθεί μαθηματικό μοντέλο ή το μαθηματικό μοντέλο είναι σύνθετο και δεν μπορεί να λυθεί με αναλυτικές μεθόδους.

Εφαρμογές του δυναμικού προγραμματισμού είναι οι εξής:

- Προβλήματα Βέλτιστης Διαδρομής
- Προγραμματισμός Παραγωγής
- Προγραμματισμός Επενδύσεων
- Προβλήματα Αντικατάστασης Συντήρησης Εξοπλισμού
- Προβλήματα Διατήρησης Αποθεμάτων

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, θα αναλύσουμε ένα πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων και θα εστιάσουμε στην αντικατάσταση αεροσκαφών σε αεροπορικό στόλο.

Η αντικατάσταση εργαλείων είναι ένα από τα σημαντικότερα ζητήματα στρατηγικών αποφάσεων, το οποίο αντιμετωπίζουν τόσο οι εταιρίες παραγωγής όσο και οι εταιρίες παροχής υπηρεσιών. Και αυτό γιατί, η αγορά ενός νέου υλικού σημαίνει επιπλέον κόστος και αυτό μπορεί να επηρεάσει την παραγωγικότητα και την ανταγωνιστικότητα της επιχείρησης τόσο βραχυπρόθεσμα όσο και μακροπρόθεσμα. Η επιλογή για την

αντικατάσταση ή όχι ενός εργαλείου αποτελεί μία απόφαση που περιλαμβάνει αρκετούς παράγοντες και η παραδοσιακή προσέγγιση του προβλήματος έχει να κάνει με τη φυσική γήρανση του εξοπλισμού προς αντικατάσταση. Η βασική ιδέα είναι η αντικατάσταση ενός εξοπλισμού(εργαλείου), όταν το κόστος λειτουργίας και συντήρησης αυτού γίνει επαρκώς υψηλό, σε όρους καθαρής παρούσας αξίας ώστε να δικαιολογεί την αντικατάσταση.

Τα τελευταία χρόνια, η δυσκολία του προβλήματος αντικατάστασης έχει αυξηθεί λόγω της παραμέτρου των γρήγορων τεχνολογικών εξελίξεων. Ως εκ τούτου, μία απόφαση που υποδεικνύει ότι ο εξοπλισμός πρέπει να αντικατασταθεί μπορεί να αποδειχθεί εσφαλμένη. Υπό αυτό το πρίσμα, το κίνητρο για την αντικατάσταση μπορεί να είναι και η τεχνολογική αχρήστευση λόγω εξελίξεων, αντί για την φυσική γήρανση του εξοπλισμού. Αυτό το φαινόμενο συναντάται, συνήθως, σε εξοπλισμό όπως μικροπολογιστές, συστήματα ελέγχου μηχανών και άλλες τεχνολογίες ηλεκτρονικής. Στα συνήθη μοντέλα, η τεχνολογία θεωρείται σταθερή σε σχέση με το χρόνο. Η προσέγγιση αυτή θα ήταν εσφαλμένη αν η τεχνολογία όντως εξελισσόταν, κάτι που θα αιτιολογούσε μία απόφαση για μη αντικατάσταση και αναμονή έως ότου προκύψει κάποιο προϊόν τεχνολογικά εξελιγμένο, αντί να γίνει αντικατάσταση με ένα προϊόν το οποίο θα ήταν διαθέσιμο στην αγορά και δεν θα περιλάμβανε την τεχνολογική εξέλιξη.

Οι βασικές παράμετροι, που λαμβάνονται υπόψη κατά κύριο λόγο για την αντικατάσταση ή όχι του εξοπλισμού, αναφέρονται συνήθως :

- Διάρκεια ζωής ενός εξοπλισμού
- Κόστος αγοράς αντικατάστασης.
- Κόστος συντήρησης.

Η διάρκεια ζωής ενός εξοπλισμού που υπόκεινται σε φθορά μπορεί να προσδιοριστεί με δύο τρόπους.

- ❖ *Τεχνική ζωή* - είναι η στιγμή όπου ένα ανθεκτικό είδος σταματάει τη λειτουργία του όταν κρίνεται ότι η επισκευή του είναι πρακτικά αδύνατη. Τα περισσότερα στοιχεία μπορούν να συνεχίσουν να λειτουργούν για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα, εάν η τεχνική ζωή θεωρείται ως το κριτήριο για την αντικατάσταση τους.
- ❖ *Οικονομική διάρκεια ζωής* - είναι η στιγμή όπου ένα ανθεκτικό είδος καταλήγει να λειτουργεί στο σημείο όπου η επισκευή και λειτουργία κόστους υπερβαίνει το κόστος αντικατάστασης.

➤ 2.2. Αντικατάσταση λόγω τεχνικής ζωής

Ο ρυθμός της αντικατάστασης του εξοπλισμού, όσον αφορά την τεχνική ζωή, μπορεί να ποικίλει λόγω εσωτερικών παραγόντων, όπως, η ευαισθησία του χώρου εργασίας, καθώς και λόγω εξωτερικών παραγόντων, όπως ο ανταγωνισμός. Ανάλογα με τους εξωτερικούς ή εσωτερικούς παράγοντες, το πρόβλημα αντικατάστασης μπορεί να οφείλεται στους εξής λόγους :

- Ομαλή συνεχής επιδείνωση της ικανότητας του εξοπλισμού (εξοπλισμός που επιδεινώνεται με το χρόνο).
- Αιφνίδια αποτυχία.
- Απαξίωση.
- Ενοικίαση ή χρηματοδοτική μίσθωση εξοπλισμού.
- Φυσική δυσλειτουργία εξοπλισμού.

ο 2.2.1. Ομαλή συνεχής επιδείνωση της ικανότητας του εξοπλισμού

Αναφέρεται στην αντικατάσταση του εξοπλισμού κατά την οποία καθίσταται ανεπαρκής η ικανότητα να εκτελέσει την απαιτούμενη υπηρεσία. Θεωρείται ένας από τους βασικούς λόγους αντικατάστασης εξοπλισμού. Η ανεπάρκεια στην ποσότητα και το είδος των απαιτήσεων παροχής υπηρεσιών μπορεί να οφείλεται σε :

- ✓ Αύξηση ή μείωση του βαθμού της υπηρεσίας που απαιτείται από τον εξοπλισμό.
- ✓ Αύξηση ή μείωση της ζήτησης για το προϊόν ή την υπηρεσία του.
- ✓ Αλλαγές που μπορεί να προκύψουν από ανταγωνιστικές καταστάσεις είτε λόγω ανταγωνισμού μεταξύ των κατασκευαστών σε κάποιον κλάδο ή λόγω ανταγωνισμού, που μπορεί να προκύψει με υποκατάστατο προϊόντα.
- ✓ Αλλαγή νομικού πλαισίου.

Το πρόβλημα της αντικατάστασης των διάφορων φθαρμένων στοιχείων του εξοπλισμού είναι κάτι το οποίο προκύπτει σε κάθε επιχείρηση ή οργανισμό. Όσο ο εξοπλισμός φθείρεται με το χρόνο και με την συνεχή λειτουργία του, είναι επόμενη η μείωση της αποδοτικότητας του. Η αποτυχία του εξοπλισμού που υπόκεινται σε φθορά ή αλλοίωση είναι εύκολα προβλέψιμη. Σε τέτοιου είδους βλάβες, εφαρμόζεται, συνήθως, η απευθείας συντήρηση του εξοπλισμού αυτού. Λόγω της πρόβλεψης πιθανών αλλαγών ελέω αποτυχίας, το κόστος λειτουργίας ή συντήρησης ή και τα δύο μπορούν εύκολα να καθοριστούν. Η πολιτική αντικατάστασης θα πρέπει να επικεντρωθεί στην ανάλυση του κόστους λειτουργίας και συντήρησης. Με βάση την ανάλυση, δύο προϋποθέσεις μπορούν να αναμένονται.

- Σε περίπτωση που το κόστος λειτουργίας και συντήρησης παραμένει ίδιο ή μειώνεται με το χρόνο, η καλύτερη πολιτική δεν είναι να αντικαταστήσει το στοιχείο. Η προϋπόθεση αυτή σπάνια πληρείται σε πραγματικές καταστάσεις.
- Σε περίπτωση που το κόστος κυμαίνεται ανάλογα με το χρόνο, ο εξοπλισμός πρέπει να αντικατασταθεί μόνο όταν το κόστος είναι σε ανοδική τάση.

Η τελευταία είναι και η περισσότερο συνήθης, πιο ρεαλιστική και σε γενικές γραμμές, το κόστος του εξοπλισμού αυξάνεται με το χρόνο ή με την ηλικία του. Ακόμη και αν η αύξηση του κόστους απαιτεί αντικατάσταση του εξοπλισμού, ο ρυθμός αύξησης του κόστους μπορεί να διαφέρει από ένα στοιχείο του εξοπλισμού στο άλλο. Λόγω του συνεχούς μεταβαλλόμενου ρυθμού αύξησης του κόστους κατά τη λειτουργία, δεν υπάρχει σαφής και καθορισμένος χρόνος, ο οποίος σηματοδοτεί την αντικατάσταση του εξοπλισμού.

Σε μερικές περιπτώσεις, αντί της αντικατάστασης των φθαρμένων μόνο στοιχείων ενός εξοπλισμού, μπορεί να είναι οικονομικότερη η αντικατάσταση ολόκληρου του εξοπλισμού, ειδικά εάν έχει επιδεινωθεί από τη συνεχή χρήση. Για να εξακριβωθεί αν αυτό είναι κερδοφόρο ή όχι, είναι σημαντική η οικονομική ανάλυση για την αντικατάσταση ή όχι του εξοπλισμού.

ο 2.2.2. Αιφνίδια αποτυχία

Στην πραγματικότητα, υπάρχουν καταστάσεις όπου τα στοιχεία του εξοπλισμού δεν χειροτερεύουν με το χρόνο, αλλά αποτυγχάνουν ξαφνικά. Αυτά τα στοιχεία χρησιμοποιούνται συνήθως στην πλήρη λειτουργία τους μέχρι να αποτύχουν. Τα στοιχεία αυτά είναι ως επί το πλείστον στοιχεία χαμηλού κόστους. Το πρόβλημα με αυτά τα στοιχεία είναι ότι μέχρι την αποτυχία τους δεν υπάρχει κάποια ένδειξη, η οποία δείχνει κάποια ελαττωματική λειτουργία ή βλάβη.

Συνεπώς, είναι σημαντικό να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ως προς το πότε η αποτυχία είναι πιθανόν να λάβει χώρα, έτσι ώστε το στοιχείο να αντικατασταθεί πριν από την αστοχία. Στις περισσότερες περιπτώσεις, δεν είναι δυνατόν να προβλέψουμε τη στιγμή της αποτυχίας με κάποια άμεση επιθεώρηση, όπως μπορεί να γίνει με τη φθορά των αντικειμένων. Η στιγμή της αποτυχίας μπορεί να προβλεφθεί από την κατανομή της πιθανότητας της αποτυχίας μέσω προηγούμενης εμπειρίας που αφορά το συγκεκριμένο στοιχείο του εξοπλισμού. Το πρόβλημα είναι λοιπόν, η βελτιστοποίηση του χρόνου, στον οποίο ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος τη στιγμή που θα πραγματοποιηθούν. Δηλαδή, είναι να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των εξόδων των στοιχείων, το κόστος αντικατάστασης των στοιχείων και του κόστους που σχετίζεται με την αποτυχία των

αντικειμένων. Τέτοιου είδους σύστημα αντικατάστασης ονομάζεται προληπτική αντικατάσταση.

Προληπτική αντικατάσταση είναι μια διαδικασία, η οποία προβλέπει την αντικατάσταση μετά από ένα χρόνο, όταν η επίδραση της γήρανσης έχει γίνει επαρκώς κρίσιμη, ακόμη και αν η πραγματική βλάβη δεν έχει ακόμη συμβεί.

Προληπτική αντικατάσταση είναι επιθυμητή υπό τις ακόλουθες προϋποθέσεις:

- Το κόστος της αιφνίδιας βλάβης είναι υψηλό σε σχέση με εκείνο της προληπτικής αντικατάστασης.
- Το εξάρτημα ή το ανταλλακτικό που πρόκειται να αντικατασταθεί κατά τη διάρκεια της προληπτικής συντήρησης έχει ζωή x χρόνια, η οποία είναι μια τυχαία μεταβλητή.

Με βάση αυτή την αρχή, υπάρχουν δύο είδη πολιτικών αντικατάστασης.

Ατομική πολιτική αντικατάστασης

Πρόκειται για μια πολιτική αντικατάστασης στην οποία η αντικατάσταση γίνεται χωριστά, ανάλογα με το ποσοστό αποτυχίας ή πίνακες καταστροφής εξοπλισμού που προέρχονται από ένα μεγάλο δείγμα ιστορικού.

Ομαδική πολιτική αντικατάστασης

Μερικές φορές μια επιχείρηση περιέχει ένα μεγάλο αριθμό πανομοιότυπων στοιχείων χαμηλού κόστους που είναι ολοένα υπόκεινται σε αποτυχία και υπάρχει ένα προκαθορισμένο κόστος για την αντικατάστασή τους που είναι ανεξάρτητο από τον αριθμό των στοιχείων που αντικαθιστούνται. Σε τέτοιες περιπτώσεις, μπορεί να είναι πιο οικονομικό να αντικατασταθούν όλα τα στοιχεία μαζί. Κατά τη διάρκεια της αντικατάστασης της ομάδας όλα τα στοιχεία της ομάδας αντικαθιστώνται συμπεριλαμβάνοντας μερικά, τα οποία μπορεί να είναι σχεδόν καινούργια. Το χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η αντικατάσταση των λαμπτήρων σε ένα μεγάλο γραφείο, όπου η αντικατάσταση του κάθε λαμπτήρα σε αποτυχία γίνεται μάλλον ακριβά. Σε αυτή την περίπτωση, λαμβάνοντας ένα

καθορισμένο χρονικό διάστημα ολόκληρη η ομάδα των αντικειμένων αντικαθίστανται περιοδικά.

ο 2.2.3. Απαξίωση

Πολλές φορές, η παλαιότητα του εξοπλισμού αυξάνει, κατά πολύ, το κόστος συντήρησης. Η απόφαση για αντικατάσταση απαιτεί τον υπολογισμό της αύξησης του λειτουργικού κόστους, του κόστους συντήρησης, του κόστους αναγκαστικού κόστους αδράνειας και του κόστους για την αντικατάσταση με νέο εξοπλισμό. Γι' αυτό, είναι συχνή η απαξίωση του εξοπλισμού για τους ακόλουθους λόγους :

1. Ο εξοπλισμός μπορεί να είναι κατάλληλος για την προβλεπόμενη λειτουργία. Όμως, λόγω της τεχνολογικής εξέλιξης, ένας καλύτερος εξοπλισμός μπορεί να σχεδιαστεί ο οποίος λειτουργεί με λιγότερο κόστος και καλύτερη ασφάλεια.
2. Απαξίωση μπορεί, επίσης, να δημιουργηθεί εξαιτίας απώλειας εξοπλισμού στην αγορά και παύσης της παραγωγής του από τον κατασκευαστή. Αυτό το στοιχείο μπορεί να χάσει την αξία του λόγω νέων προϊόντων που βγαίνουν στην αγορά και ικανοποιούν καλύτερα τις ανάγκες των καταναλωτών.

Το μεγαλύτερο εμπόδιο στην ανάπτυξη μιας πολιτικής αντικατάστασης εξοπλισμού που αποτυγχάνει, λόγω απαξίωσης, είναι η πρόβλεψη του οικονομικού αποτελέσματος της μελλοντικής τεχνολογικής προόδου σε αυτόν τον τομέα. Η πρόοδος της τεχνολογίας μπορεί να είναι σταδιακή, απότομη ή με τεράστια επαναστατικά αποτελέσματα. Από το τελευταίο προκύπτει ότι είναι πολύ δύσκολο να προβλεφθεί το πολύ μακρύ μέλλον. Καλύτερη πρόβλεψη του μέλλοντος μπορεί να γίνει λαμβάνοντας υπόψη τη σταδιακή τεχνολογική πρόοδο. Σε μερικές μελέτες για τον εξοπλισμό με σταδιακή τεχνολογική πρόοδο θεωρείται ότι κάνουμε μια γραμμική πρόβλεψη, η οποία είναι σχετικά πολύ απλή να αναλυθεί. Με αυτή την υπόθεση, είναι εφικτό να απαντηθεί το ερώτημα ποια είναι η οικονομική ζωή του εξοπλισμού που αναπτύσσεται τεχνολογικά με σταθερό ρυθμό βελτίωσης με την πάροδο του χρόνου. Καθώς η φύση των αποτυχιών είναι διαφορετικού τύπου, το σύστημα αντικατάστασης είναι επίσης διαφορετικό.

Ο προηγμένος, τεχνολογικά, εξοπλισμός λειτουργεί θετικά για δύο κύριους λόγους. Αρχικά, πιθανόν, μειώνει την αναλογία κόστους δαπανών αντικατάστασης εξοπλισμού/ κόστους δαπανών συντήρησης σε βάθος χρόνου και δεύτερον, ευνοεί το δημόσιο προφίλ της εταιρίας, καθώς διαφαίνεται ότι η εταιρία ακολουθεί τις τεχνολογικές εξελίξεις και προσαρμόζεται σε αυτές με αποτέλεσμα ταχύτερη, αποδοτικότερη και πιθανώς ασφαλέστερη παροχή υπηρεσιών.

○ **2.2.4. Ενοικίαση ή χρηματοδοτική μίσθωση εξοπλισμού**

Η ανάπτυξη εταιριών ενοικίασης εξοπλισμού έχει γίνει η αιτία μέρος των ιδιοκτητών- χρηστών εξοπλισμού, να δανείζονται από εταιρίες μίσθωσης τον απαιτούμενο εξοπλισμό.

○ **2.2.5. Φυσική δυσλειτουργία εξοπλισμού**

Για οποιονδήποτε λόγο, ο εξοπλισμός μπορεί να είναι εκτός λειτουργίας ή να αποδίδει λιγότερο από το αναμενόμενο λόγω βλάβης ή κακής μεταχείρισης.

➤ **2.3. Αντικατάσταση λόγω οικονομικής ζωής**

Από οικονομικής άποψης, οι παράγοντες που λαμβάνονται υπόψη για την αντικατάσταση εξοπλισμού μιας επιχείρησης είναι :

- Ρυθμός πληθωρισμού
- Κόστος λειτουργίας
- Υποτίμηση
- Υπολειμματική αξία

○ 2.3.1. Ρυθμός πληθωρισμού

Η τιμή του εξοπλισμού δεν παραμένει σταθερή με το χρόνο. Έτσι, στη διαμόρφωση μιας πολιτικής αντικατάστασης, ο παράγοντας αυτός πρέπει να λαμβάνεται υπόψη. Μπορεί να θεωρηθεί υποθέτοντας ένα συγκεκριμένο ποσοστό πληθωρισμού.

○ 2.3.2. Κόστος λειτουργίας

Ο εξοπλισμός δημιουργεί ορισμένα έξοδα, όσο είναι σε λειτουργία. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην εφαρμογή ορισμένων συστατικών όπως λιπαντικά, καύσιμα ή να οφείλεται γενικότερα σε συντηρήσεις κλπ. Υπάρχουν εμπειρικές αποδείξεις ότι αυτά τα έξοδα λειτουργίας αυξάνουν με την αυξανόμενη ηλικία λόγω διάφορων λόγων, όπως η υποβάθμιση των συστατικών ή φθορά. Κάποια βασικά στοιχεία σχετικά με το κόστος λειτουργίας είναι απαραίτητα για να διαπιστωθεί αν είναι πολύ υψηλή σε σχέση με το κόστος απόκτησης.

○ 2.3.3. Υποτίμηση

Ανάλογα με τη χρήση της, η υποτίμηση έχει διαφορετικές σημασίες. Μερικές από αυτές είναι :

1. Μείωση στην αξία. Η έννοια αυτή συνεπάγεται ότι η αξία (αγοραία αξία ή αξία για τον ιδιοκτήτη) ενός στοιχείου υπολογίζεται σε δύο διαφορετικές ημερομηνίες. Η διαφορά τους είναι η υποτίμηση, ανεξάρτητα από το ποια είναι η αλυσίδα αιτιών μπορεί να είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της αξίας.

2. Μειωμένη χρησιμότητα. Με την αύξηση της ηλικίας του εξοπλισμού, μειώνεται η αντοχή του. Ομοίως, η αντοχή των δομών μπορεί να επηρεασθεί από τη διάσπαση της μόνωσης και πιθανώς της διάβρωσης των μεταλλικών μελών. Αυτό ορισμένες φορές αποκαλείται απόσβεση και αναφέρεται στη μειωμένη λειτουργική αποδοτικότητα. Χρησιμοποιείται πολύ σπάνια.

ο 2.3.4. Υπολειμματική αξία

Υπολειμματική αξία είναι η αξία του μεταχειρισμένου εξοπλισμού. Προσδιορίζεται αφού λάβουμε υπόψη ορισμένα ή όλα από τα παρακάτω :

α. Παρούσα κατάσταση του εξοπλισμού. Η καλή κατάσταση των στοιχείων του εξοπλισμού αυξάνει την υπολειμματική αξία, ενώ η κακή κατάσταση την μειώνει.

β. Τιμή πώλησης του νέου εξοπλισμού παρόμοιων χαρακτηριστικών. Εάν η τιμή του νέου εξοπλισμού παραμένει σε ένα ενιαίο επίπεδο, η υπολειμματική αξία θα είναι ισοδύναμη με το αρχικό κόστος μείον την μειωμένη αξία του που εξαρτάται από την παρούσα κατάστασή του. Αν, όμως, η τιμή του νέου εξοπλισμού έχει αυξηθεί σημαντικά, η υπολειμματική αξία μπορεί να είναι ισοδύναμη με την παρούσα τιμή μείον την μειωμένη αξία του που εξαρτάται από την παρούσα κατάσταση του. Έτσι, η υπολειμματική αξία μπορεί να προσεγγίσει, ακόμη και να είναι μεγαλύτερη από το αρχικό κόστος του εξοπλισμού. Φυσικά, αν η τιμή μειωθεί, θα συμβεί το αντίθετο και η υπολειμματική αξία του θα είναι πολύ χαμηλή.

γ. Λόγος για πώληση. Ο αγοραστής του μεταχειρισμένου εξοπλισμού μπορεί να είναι επιφυλακτικός για τους λόγους πώλησης του εξοπλισμού από τον πωλητή. Μπορεί, επίσης, να έχει την επιφύλαξη ότι φορτώνεται ελαττωματικό υλικό και ότι ο λόγος για την πώληση μπορεί να είναι ότι ο εξοπλισμός ήταν ανεπαρκής σε λειτουργία ή ότι έχει κάποιο άλλο δυσάρεστο χαρακτηριστικό.

δ. Κόστος αφαίρεσης εξοπλισμού από το στόλο. Η υπολειμματική αξία ενός στοιχείου του εξοπλισμού μπορεί να είναι αρκετά υψηλή. Το πρόβλημα έγκειται στην κάλυψη της λειτουργίας του συγκεκριμένου στοιχείου που απομακρύνεται από άλλο παρόμοιο υλικό.

ε. Προσφορά και ζήτηση. Η προσφορά και η ζήτηση μπορεί να επηρεάσει την υπολειμματική αξία. Η αγορά και ο ανταγωνισμός βοηθά ουσιαστικά να καθοριστεί η τιμή ή η αξία.

ζ. Η φύση του εξοπλισμού. Ο βαθμός στον οποίο εξειδικεύεται ο εξοπλισμός επηρεάζει την υπολειμματική αξία του. Στάνταρ εξοπλισμός μπορεί να έχει γενικά χαμηλότερη υπολειμματική αξία από έναν πιο εξειδικευμένο εξοπλισμό.

Γενικά η υπολειμματική αξία του εξοπλισμού εξαρτάται από την ηλικία του. Η υπολειμματική αξία μπορεί να προβλεφθεί από την εμπειρία ή με τη χρήση κατάλληλων συντελεστών.

Μια γενική πολιτική αντικατάστασης εξοπλισμού σχετικά με την υποβάθμιση του εξοπλισμού υποδεικνύει την καλύτερη περίοδο της αντικατάστασης από την οικονομική άποψη, όταν το αντίστοιχο ομοιόμορφο ετήσιο κόστος αρχίζει να αυξάνεται. Αλλά για χρήση μεγάλων κεφαλαίων σε εξοπλισμό με μικρή αξία μεταπώλησης, ο εξοπλισμός θα πρέπει να χρησιμοποιείται όσο το δυνατόν περισσότερο, έως ότου το κόστος συντήρησης γίνεται υπερβολικά υψηλό.

➤ 2.4. Υποθέσεις σε πολιτικές αντικατάστασης εξοπλισμού

Η διαμόρφωση και η υλοποίηση μιας καλής πολιτικής αντικατάστασης παίζει σημαντικό ρόλο στον καθορισμό της τεχνικής και οικονομικής προόδου ενός οργανισμού ή μιας επιχείρησης. Μια ανεπαρκής πολιτική αντικατάστασης, από την άλλη πλευρά, μπορεί να είναι καταστροφική για μια επιχείρηση. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε μείωση της παραγωγής και σε μακροπρόθεσμη βάση μια ύφεση της επιχειρηματικής δραστηριότητας.

Η αντικατάσταση του εξοπλισμού εξαρτάται από διάφορους παράγοντες. Μερικοί από αυτούς δεν είναι εύκολο να προσδιοριστούν ή να εκφραστούν κι αυτό εμποδίζει τις επιχειρήσεις να ενεργήσουν σε προκαθορισμένο χρόνο. Συνεπώς, μια υπόθεση, η οποία αντανάκλα την πραγματικότητα είναι πολύ σημαντική. Μερικά από τα σημαντικότερα ζητήματα που πρέπει να ικανοποιεί κάποια υπόθεση είναι :

1. Σχεδιασμός σε βάθος ορίζοντα.

Αυτό σημαίνει ότι σηματοδοτούνται προκαθορισμένα χρονικά σημεία, τα οποία καθορίζονται κατά τη χάραξη της πολιτικής. Μπορεί να διαιρεθεί σε δύο.

- Πεπερασμένος σχεδιασμός ορίζοντα, όπου ο σχεδιασμός θα έχει μια σαφή και προβλέψιμη χρονική διάρκεια και ότι η διαμόρφωση της πολιτικής αντικατάστασης θα έχει μια πιο ρεαλιστική βάση
- Άπειρος / επ'αόριστον σχεδιασμός ορίζοντα. Μια υπόθεση όπου χρησιμοποιείται όταν δεν είναι σε θέση να προβλεφθεί τότε η δραστηριότητα υπό εξέταση τερματίζεται.

2. Τεχνολογία

Αναφέρεται στην ανάπτυξη των καινοτόμων μέτρων που αφορούν τον εξοπλισμό, και είναι υποψήφια για να αντικαταστήσουν όσων των ήδη υπαρχόντων οι οποίοι βρίσκονται σε λειτουργία. Αν η υπόθεση ότι ο μελλοντικός εξοπλισμός που αντικαταστήσει τον υπάρχοντα σε βάθος χρόνου είναι τελικά ο ίδιος τεχνολογικά τότε λέμε ότι δεν θα υπάρχει τεχνολογική πρόοδος στον τομέα. Ωστόσο, μπορεί να γίνει αποδεκτό ότι ο εξοπλισμός που θα είναι διαθέσιμος στο μέλλον θα είναι πιο αποτελεσματικός, αξιόπιστος, παραγωγικός. Αυτή η παραδοχή οδηγεί σε αναγνώριση της απαξίωσης. Το πρόβλημα είναι, φυσικά, να καταφέρουμε να προβλέψουμε την ποσοστό εμφάνισης του φαινομένου της απαξίωσης έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί αναλυτικά στη διαμόρφωση της πολιτικής αντικατάστασης.

3. Πρόβλεψη του κόστους σε σχέση με τα πρότυπα του εξοπλισμού.

Μια ποικιλία των προβλέψεων θα μπορούσε να γίνει από τα έσοδα, το κόστος, υπολειμματική αξία, και ούτω καθ'εξής κατά τη διάρκεια ζωής ενός στοιχείου του εξοπλισμού. Για παράδειγμα, τα έσοδα μπορεί να θεωρηθούν σταθερά, το κόστος μη μειούμενο κλπ. Η πιο αποδεκτή υπόθεση είναι ότι οι δαπάνες λειτουργίας και συντήρησης δεν μειώνεται με την ηλικία και οι υπολειμματικές αξίες δεν αυξάνονται με την ηλικία.

Αυτές οι ποικιλίες των θεμάτων που μπορεί να προτείνει ένα μεγάλο αριθμό διαφορετικών δυνατοτήτων για την ανάπτυξη πολιτικών και μοντέλων αντικατάστασης. Για παράδειγμα, εάν ένα στοιχείο θεωρείται ότι δεν έχει καμία υπολειμματική αξία, το μοντέλο που θα αναπτυχθεί θα είναι διαφορετικό από εκείνο, που αφορά στοιχεία τα οποία έχουν μια υπολειμματική αξία.

○ **2.4.1. Εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην απόφαση αντικατάστασης**

Υποθέτοντας ότι η πρόταση είναι να αντικατασταθεί ένα στοιχείου του εξοπλισμού, με ένα άλλο. Οι παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη για τις δύο συσκευές θα είναι οι εξής :

- ✓ Παρόν εξοπλισμός
 - 1. Αρχικό κόστος
 - 2. Κόστος λειτουργίας
 - 3. Εκτιμώμενη διάρκεια ζωής
 - 4. Έσοδα, ή το αναμενόμενο κέρδος
 - 5. Υπολειμματική αξία, κύκλος ζωής
 - 6. Ρυθμός παραγωγής ανά έτος, αριθμός τεμαχίων
 - 7. Διαθέσιμα κεφάλαια
 - 8. Παρούσα ηλικία
 - 9. Λόγοι αντικατάστασης
- ✓ Προτεινόμενος εξοπλισμός
 - Αρχικό κόστος
 - Κόστος λειτουργίας
 - Εκτιμώμενο εισόδημα, ή αναμενόμενο κέρδος

- Υπολειμματική αξία εισόδημα φόρο,
- Ρυθμός παραγωγής ανά έτος,
- Διαθέσιμα κεφάλαια
- Λόγοι για την απόσβεση
- Εξέλιξη τεχνολογίας
- Συμβατότητα με υπάρχοντα εξοπλισμό

○ 2.4.2. Λόγοι για την καθυστέρηση αντικατάστασης εξοπλισμού

Ακόμα κι αν είναι εφικτό να παρουσιαστούν λογικά και πρακτικά επιχειρήματα ότι η αντικατάσταση του εξοπλισμού είναι οικονομική, έχοντας λάβει υπόψη όλους τους παράγοντες, πολλές επιχειρήσεις καθυστερούν την αντικατάσταση του εξοπλισμού. Μερικοί από τους λόγους για την καθυστέρηση της αντικατάστασης των στοιχείων πέρα από τον οικονομικό χρόνο αντικατάστασης είναι :

- Η επιχείρηση έχει κέρδος με το σημερινό εξοπλισμό.
- Η λειτουργία του παρόντος εξοπλισμού είναι ικανοποιητική.
- Η αβεβαιότητα που σχετίζεται με την πρόβλεψη των δαπανών του καινούργιου εξοπλισμού, και από την άλλη η βεβαιότητα για τα έξοδα του τρέχοντος εξοπλισμού.
- Το τμήμα management της επιχείρησης τείνει να είναι συντηρητικό σε αποφάσεις σχετικά με την αντικατάσταση ακριβού εξοπλισμού λόγω κόστους.
- Πιθανοί περιορισμοί όσον αφορά τα κονδύλια που διατίθενται για την αγορά νέου εξοπλισμού, αλλά καθόλου περιορισμοί όσον αφορά τα κονδύλια για τη συντήρηση του υπάρχοντος εξοπλισμού.
- Μεγάλη αβεβαιότητα σχετικά με τη μελλοντική ζήτηση για τις υπηρεσίες του εν λόγω εξοπλισμού.
- Η πρόβλεψη ότι οι τεχνολογικές βελτιώσεις στο μέλλον θα μπορούσαν να καταστήσουν άνευ αντικειμένου τον εξοπλισμό που διατίθεται σήμερα

- Απροθυμία στην πρωτοπορία υιοθέτησης νέων τεχνολογιών μέχρι την εμφάνιση ανταγωνισμού λόγω καινούργιου εξοπλισμού.

○ 2.4.3. Κοινά λάθη στις μελέτες αντικατάστασης

Οι μελέτες αντικατάστασης στις επιχειρήσεις υποδεικνύουν τέσσερα σφάλματα που συχνά γίνονται για την αντιμετώπιση της οικονομικότερης αντικατάστασης.

1. Λαμβάνοντας υπόψη την υπέρβαση της τρέχουσας λογιστικής αξίας προς την καθαρή ρευστοποιημένη αξία του παλαιού εξοπλισμού, σε συνδυασμό με την επένδυση στο νέο εξοπλισμό. Αυτό το σφάλμα αυξάνει τις φαινομενικές δαπάνες που σχετίζονται με το νέο εξοπλισμό, και έτσι τείνει να αποτρέψει αντικαταστάσεις που είναι στην πραγματικότητα οικονομικές.
2. Υπολογισμός αποσβέσεων και τόκων (δηλαδή, την ανάκτηση του κεφαλαίου) για τον παλαιό εξοπλισμό με βάση το αρχικό κόστος του σήμερα και όχι με την καθαρή ρευστοποιημένη αξία τους. Αυτό συνήθως αυξάνει τις προφανείς δαπάνες που συνδέονται με το παλαιό εξοπλισμό, και έτσι τείνει να ευνοεί αντικαταστάσεις που είναι στην πραγματικότητα ασύμφορες οικονομικά.
3. Σε περιπτώσεις όπου οι έμμεσες δαπάνες δεσμεύονται στο σύστημα κοστολόγησης σε αναλογία με το κόστος χωρίς όμως την προϋπόθεση της έρευνας ότι η μείωση των άμεσων δαπανών θα πραγματοποιήσει μια αντίστοιχη εξοικονόμηση των έμμεσων δαπανών. Αυτό το σφάλμα συνήθως κάνει την προφανή εξοικονόμηση από τις προτεινόμενες αντικαταστάσεις μεγαλύτερο από την εξοικονόμηση που είναι πραγματικά δυνατό να συνειδητοποιήσουμε, και έτσι τείνει να ευνοεί αντικαταστάσεις που είναι πραγματικά ασύμφορη οικονομικά.

➤ 2.5. Εφαρμογές στην αντικατάσταση εργαλείων

○ 2.5.1. Παράδειγμα της αντικατάστασης εργαλείων χωρίς ενοικίαση

Μία εταιρεία θέλει να χρησιμοποιήσει ένα εργαλείο Boeing 737-800 για ένα χρονικό ορίζοντα $T = 3$ χρόνων και έχει την δυνατότητα σε κάθε αρχή του χρόνου να κρατάει το εργαλείο ή να το ανταλλάσει-αντικαθιστά.

Το κόστος χρήσης - συντήρησης του εργαλείου είναι συνάρτηση της παλαιότητας του t (της ηλικίας του).

Σε κάθε χρονική στιγμή $\tau = 0, 1, \dots, T-1$ υπάρχει η δυνατότητα το εργαλείο να αντικατασταθεί με ένα καινούργιο.

Η αντικατάσταση αυτή γίνεται με ένα κόστος, το οποίο εξαρτάται από την ηλικία του εργαλείου.

Έστω ότι δίνονται τα εξής στοιχεία :

- A : η τιμή αγοράς ενός καινούργιου εργαλείου,
- $k(t)$: το κόστος χρήσης του εργαλείου για ένα χρόνο όταν αυτό είναι ηλικίας t ,
- $a(t)$: η τιμή ανταλλαγής που λαμβάνουμε όταν αντικαθιστούμε το εργαλείο μας ηλικίας t με ένα καινούργιο,
- $p(t)$: η τιμή πώλησης του εργαλείου στο τέλος του χρόνου T , όταν αυτό είναι ηλικίας t .

Επομένως, τίθεται το ερώτημα αν και σε ποιες χρονικές στιγμές πρέπει να αντικατασταθεί το εργαλείο με ένα καινούργιο έτσι ώστε η επιχείρηση να χρησιμοποιήσει το εργαλείο με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Ζητείται, επομένως, η βέλτιστη πολιτική που πρέπει να ακολουθήσει η επιχείρηση για να ελαχιστοποιήσει το κόστος χρήσης του εργαλείου.

Για την επίλυση του προβλήματος θα χρησιμοποιηθεί η προς τα πίσω μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού. Η βέλτιστη συνάρτηση ορίζεται ως εξής :

$f(t, \tau)$ = το ελάχιστο κόστος χρήσης του εργαλείου από τη χρονική στιγμή t έως τη χρονική στιγμή T , αν τη χρονική στιγμή t το εργαλείο είναι ηλικίας t .

Στη συνέχεια θα πρέπει να βρεθεί μία επαναληπτική σχέση με τη βοήθεια της οποίας θα υπολογισθεί η $f(t, \tau)$.

Έστω ότι σε μία χρονική στιγμή t το εργαλείο που έχει η επιχείρηση είναι ηλικίας t .

Για να υπολογιστεί η τιμή $f(t, \tau)$ ακολουθείται ο παρακάτω τρόπος. Για τη μετάβαση από τη χρονική στιγμή t στη χρονική στιγμή $t + 1$ υπάρχουν δύο τρόποι :

- Η επιχείρηση αποφασίζει τη χρονική στιγμή t να αντικαταστήσει το εργαλείο με ένα καινούργιο και τη χρονική στιγμή $t + 1$ να έχει ένα εργαλείο ηλικίας 1
- Η επιχείρηση αποφασίζει τη χρονική στιγμή t να διατηρήσει το εργαλείο και τη χρονική στιγμή $t + 1$ να έχει ένα εργαλείο ηλικίας $t + 1$.

Αν τη χρονική στιγμή t η επιχείρηση αποφασίσει να αντικαταστήσει το εργαλείο, τότε το κόστος μέχρι την επόμενη χρονική στιγμή θα είναι :

$$A - a(t) + k(0) \quad (\text{Εξ. 2.1})$$

και σύμφωνα με την αρχή της βελτιστοποίησης, το ολικό κόστος μέχρι τη χρονική στιγμή T στην περίπτωση αυτή θα είναι :

$$A - a(t) + k(0) + f(1, t + 1) \quad (\text{Εξ. 2.2})$$

Αν τη χρονική στιγμή t η επιχείρηση αποφασίσει να διατηρήσει το εργαλείο, τότε το κόστος μέχρι την επόμενη χρονική στιγμή θα είναι $k(t)$ και το ολικό κόστος μέχρι τη χρονική στιγμή T στην περίπτωση αυτή θα είναι :

$$k(t) + f(t+1, \tau+1) \quad (\text{Εξ. 2.3})$$

Έτσι, η τιμή $f(t, \tau)$ θα δίνεται από το ελάχιστο μεταξύ των τιμών κόστους που προκύπτουν από κάθε απόφαση, δηλαδή

$$f(t, \tau) = \min \begin{cases} A - a(t) + k(0) + f(1, \tau+1) & \text{Αντικατάσταση} \\ k(t) + f(t+1, \tau+1) & \text{Διατήρηση} \end{cases} \quad (\text{Εξ. 2.4})$$

Σύμφωνα με τη διατύπωση του προβλήματος στο τέλος του χρονικού διαστήματος (χρονική στιγμή T) το εργαλείο πωλείται με τιμή πώλησης $p(t)$.

Άρα, για τη χρονική στιγμή T , είναι :

$$f(t, T) = -p(t) \quad (\text{Εξ. 2.5})$$

Επομένως για την επίλυση του προβλήματος με την προς τα πίσω μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού χρησιμοποιούνται τα εξής :

Βέλτιστη συνάρτηση:

$f(t, \tau) =$ “ το ελάχιστο κόστος χρήσης του εργαλείου από τη χρονική στιγμή τ έως τη χρονική στιγμή T αν τη χρονική στιγμή το εργαλείο είναι ηλικίας t ”

Επαναληπτική σχέση:

$$f(t, \tau) = \min [A - a(t) + k(0) + f(1, \tau+1), k(t) + f(t+1, \tau+1)] \quad (\text{Εξ. 2.6})$$

Οριακή συνθήκη:

$$f(t, T) = -p(t) \quad (\text{Εξ. 2.7})$$

Εστω ότι μία αεροπορική εταιρία θέλει να διαθέτει ένα εργαλείο για τα επόμενα δέκα χρόνια, δηλαδή $T=3$. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται συναρτήσεις της ηλικίας t του εργαλείου το κόστος χρήσης για ένα χρόνο, η τιμή ανταλλαγής και η τιμή πώλησης (στο τέλος του χρονικού διαστήματος).

Σκοπός της δυναμικής προσέγγισης είναι η μελέτη της διαδικασίας με την οποία προκύπτει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1

t	$k(t)$	$a(t)$	$p(t)$
0	5	-	-
1	10	40	30
2	15	20	20
3	20	10	10
4	30	5	5

Για την επίλυση του προβλήματος με την “προς τα πίσω” μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού θα χρησιμοποιήσουμε τη βέλτιστη συνάρτηση, την επαναληπτική σχέση και τις οριακές συνθήκες που ορίστηκαν παραπάνω.

Προφανώς ζητείται η τιμή της $f(1,0)$ και η πολιτική με την οποία επιτυγχάνεται η τιμή αυτή.

Από τις οριακές συνθήκες είναι :

$$f(t,3) = -p(t) \quad (\text{Εξ. 2.8})$$

Αφού στην αρχή του χρονικού διαστήματος (χρονική στιγμή $\tau = 0$) η επιχείρηση έχει ένα εργαλείο ηλικίας $t = 1$, μετά από δέκα χρόνια (χρονική στιγμή $\tau = 3$) η ηλικία του πρώτου εργαλείου μπορεί να είναι $t=1,2,3,4$.

Έτσι,

$$f(1,3) = -p(1) = -30$$

$$f(2,3) = -p(2) = -20$$

$$f(3,3) = -p(3) = -10$$

$$f(4,3) = -p(4) = -5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 2$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του εργαλείου είναι $t = 1, 2, 3$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει :

$$f(1,2) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,3), k(1) + f(2,3)] = \min[5.0, -10.0] = -10.0$$

$$f(2,2) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,3), k(2) + f(3,3)] = \min[15.0, 5.0] = 5.0$$

$$f(3,2) = \min[A - a(3) + k(0) + f(1,3), k(3) + f(4,3)] = \min[30.0, 15.0] = 15.0$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 1$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του εργαλείου είναι $t = 1, 2$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει :

$$f(1,1) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,2), k(1) + f(2,2)] = \min[25.0, 15.0] = 15.0$$

$$f(2,1) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,2), k(2) + f(3,2)] = \min[35.0, 30.0] = 30.0$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 0$ προκύπτει :

$$f(1,0) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,1), k(1) + f(2,1)] = \min[50.0, 40.0] = 40.0$$

Επομένως το ελάχιστο κόστος χρήσης του εργαλείου για την περίοδο των δέκα χρόνων είναι **40**.

Για να ολοκληρωθεί η λύση του προβλήματος θα πρέπει να προσδιοριστεί ποια είναι η πολιτική που επιφέρει το κόστος αυτό.

Προσδιορισμός βέλτιστης πολιτικής

Από τον υπολογισμό της $f(1,0)$ μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η τιμή της προκύπτει από την απόφαση να διατηρήσει η επιχείρηση το εργαλείο και να φθάσει στη χρονική στιγμή $\tau = 1$ με ένα εργαλείο ηλικίας $t = 2$. Επομένως, χρειαζόμαστε για τη συνέχεια το ελάχιστο κόστος χρήσης του εργαλείου από τη χρονική στιγμή $\tau = 1$ έως τη χρονική στιγμή $\tau = 3$, αν τη χρονική στιγμή $\tau = 1$ το εργαλείο είναι ηλικίας $t = 2$. Το κόστος αυτό προκύπτει από την τιμή της $f(2,1)$ που είναι 30 και προκύπτει από την απόφαση να διατηρήσει η επιχείρηση το εργαλείο και να φθάσει στη χρονική στιγμή $\tau = 2$ με ένα εργαλείο ηλικίας $t = 3$. Άρα, στη συνέχεια χρειαζόμαστε την τιμή της $f(3,2)$ που είναι 15 και προκύπτει από την απόφαση να διατηρήσει η επιχείρηση το εργαλείο και να φθάσει στη χρονική στιγμή $\tau = 3$ με ένα εργαλείο ηλικίας $t = 4$.

Η διαδικασία αυτή παρουσιάζεται στον παρακάτω σχήμα.

(Age, Time stage) = (1, 0) Keep

(Age, Time stage) = (2, 1) Keep

(Age, Time stage) = (3, 2) Keep

Σχήμα 2.1 Αποτελέσματα βέλτιστης πολιτικής

Ανάπτυξη λογισμικού (Κώδικας Matlab)

```
A = 70;
```

```
Initial_Age = 1;
```

```
Taf = 3;
```

```
T = 4;
```

```
t = [0 1 2 3 4];
```

Σχήμα 2.2 Αρχικοποίηση

Στο Σχήμα 2.2 ορίζονται η μέγιστη ηλικία και το εύρος χρονικών διαστημάτων (ορίζοντας) στην τιμή 3 αντίστοιχα.

```
k = [5 10 15 20 30];
a = [0 40 30 15 10];
p = [0 30 20 10 5];
```

Σχήμα 2.3 Σχέσεις κόστους, πώλησης, αγοράς

Στο Σχήμα 2.3 φαίνονται οι συναρτήσεις με τις οποίες ορίζονται οι τιμές του κόστους, της πώλησης και της αντικατάστασης.

```
for taf=Taf:-1:1
    for t=2:T
        if(t == Initial_Age + 1 && taf == 1)
            fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf +1); % Replace
            fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf +1); % Keep
            faBack(t, taf) = fa(t, taf);
            fbBack(t, taf) = fb(t, taf);

            minA = min(fa(t, taf),fb(t, taf));

            fa(t, taf) = minA;
            fb(t, taf) = fa(t, taf);

            fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);
            break;
        end
        if(taf == 1)
            continue;
        end

        if(t - taf <= (T-Taf))
            fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf +1); % (Replace)
            fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf +1); % (Keep)
            faBack(t, taf) = fa(t, taf);
            fbBack(t, taf) = fb(t, taf);

            minA = min(fa(t, taf),fb(t, taf));

            fa(t, taf) = minA;
            fb(t, taf) = fa(t, taf);

            fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);
```

```

        end
    end
end

```

Σχήμα 2.4 Αλγόριθμος εύρεσης ελαχίστου κόστους

Στο Σχήμα 2.4 φαίνεται ο τρόπος με την οποία εντοπίζεται το ελάχιστο κόστος για την χρήση του αεροσκάφους σε ένα εύρος 10 χρόνων.

```

t=Initial_Age + 1;
taf=1;
while(1)
    if(t - taf <= 1 && t <= T && taf <= Taf)

        fprintf('\n(Age, Time stage) = (%d, %d)',t-1,taf-1);
        if(faBack(t, taf) <= fbBack(t, taf))
            fprintf(' Buy/Replace\n');
            t = 2;
            taf = taf + 1;
            continue;
        else
            fprintf('\nKeep\n');
            t = t + 1;
            taf = taf + 1;
            continue;
        end

    else
        break;
    end
end

```

Σχήμα 2.5 Αλγόριθμος εύρεσης βέλτιστης πολιτικής

Στο Σχήμα 2.5 παρουσιάζεται ο κώδικας με τον οποίο εντοπίζεται η βέλτιστη πολιτική χρησιμοποιώντας τους πίνακες που προέκυψαν από τις συναρτήσεις fa και fb που έχουν τα δεδομένα από τις επιλογές αντικατάστασης και διατήρησης.

Το πρόγραμμα δίνει την παρακάτω έξοδο:

```

-----
Min = 40
-----

```

```
(Age, Time stage) = (1, 0) Keep
```

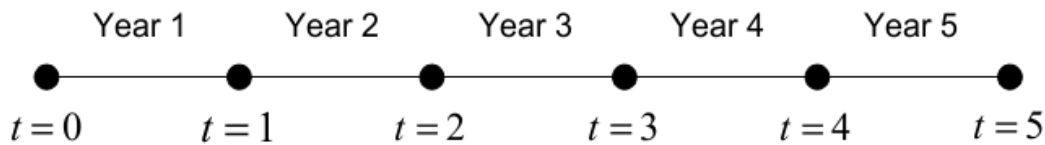
(Age, Time stage) = (2, 1) Keep

(Age, Time stage) = (3, 2) Keep

Σχήμα 2.6 Έξοδος αλγορίθμου - Αποτελέσματα

➤ 2.5.2. Παράδειγμα της αντικατάστασης εργαλείων με ενοικίαση

Μία εταιρεία θέλει να χρησιμοποιήσει ένα εργαλείο για ένα χρονικό ορίζοντα $T = 5$ χρόνων και έχει την δυνατότητα σε κάθε αρχή του χρόνου να νοικιάζει (αντικατάσταση) κάποιο άλλο με το ανάλογο κόστος με μέγιστο χρόνο ενοικίασης τα 3 χρόνια.



Σχήμα 2.7 Χρονικό Διάγραμμα

Το κόστος χρήσης-συντήρησης του εργαλείου είναι συνάρτηση της παλαιότητας του t (της ηλικίας του).

Σε κάθε χρονική στιγμή $\tau = 0, 1, \dots, T-1$ υπάρχει η δυνατότητα το εργαλείο να αντικατασταθεί με ένα καινούργιο.

Έστω ότι δίνονται τα εξής στοιχεία :

- $e(t)$: η τιμή ενοικίασης ενός καινούργιου εργαλείου ηλικίας t ,
- $m(t)$: το κόστος χρήσης του εργαλείου για ένα χρόνο όταν αυτό είναι ηλικίας t ,
- $c(t)$: το συνολικό κόστος για την διατήρηση ενός εργαλείου για i χρόνια,
 $i = 1, 2, 3$.

Επομένως, τίθεται το ερώτημα αν και σε ποιες χρονικές στιγμές πρέπει να νοικιασθεί ένα νέο εργαλείο έτσι ώστε η επιχείρηση να χρησιμοποιήσει το εργαλείο με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Ζητείται επομένως η βέλτιστη πολιτική που πρέπει να ακολουθήσει η επιχείρηση για να ελαχιστοποιήσει το κόστος χρήσης του εργαλείου.

Ορίζεται η $g(k)$ ως η συνάρτηση του ελάχιστου κόστους χρήσης από τον χρόνο $\tau = k$ έως $\tau = 5$, αν ένα εργαλείο νοικιάζεται την χρονική στιγμή $\tau = k$.

Η βέλτιστη συνάρτηση ορίζεται ως εξής :

$g(t)$ = “ το ελάχιστο κόστος χρήσης του εργαλείου από τη χρονική στιγμή $\tau = k$ έως τη χρονική στιγμή T ”

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η επαναληπτική σχέση με τη βοήθεια της οποίας θα υπολογισθεί η $g(t)$.

$$g(k) = \min_{1 \leq i \leq 3, k+i \leq T} c_i + g(k+i)$$

(Εξ. 2.9)

Σκοπός μας είναι η εύρεση της τιμής $g(0)$.

Έστω ότι μία εταιρία θέλει να διαθέτει ένα εργαλείο για τα επόμενα 5 χρόνια, δηλαδή $T = 5$. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται συναρτήσεις της ηλικίας t του εργαλείου το κόστος χρήσης για ένα χρόνο και η τιμή ενοικίασης.

Σκοπός της δυναμικής προσέγγισης είναι η μελέτη της διαδικασίας με την οποία προκύπτει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2

t	e(t)	m(t)	c(t)
1	200	60	260
2	400	80	540
3	500	120	760

Η c μεταβλητή ορίζεται από τη :

i από 1 μέχρι 3

$C(i) = \text{άθροισμα του κόστους } m \text{ από } 1 \text{ έως } i + e(i)$

Τέλος επανάληψης

Ορίζεται ως οριακή συνθήκη η $g(T) = 0$,

δηλαδή $g(5) = 0$.

Εύκολα προκύπτει ότι την χρονική στιγμή $\tau = 4$ είναι :

$$g(4) = c1,$$

δηλαδή

$$g(4) = 260$$

αφού μπορεί να νοικιαστεί μόνο για ένα χρόνο το εργαλείο τον τελευταίο χρόνο.

Την χρονική στιγμή $\tau = 3$ το εργαλείο μπορεί να νοικιαστεί μόνο για ένα ή για δύο χρόνια, επομένως :

$$g(3) = \min [c2 + g(5), c1 + \underline{g(4)}]$$

$$g(3) = \min [540, \underline{520}] = 520$$

Την χρονική στιγμή $\tau = 2$ το αεροσκάφος μπορεί να νοικιαστεί για 1,2 ή 3 χρόνια, επομένως :

$$g(2) = \min [c3 + \underline{g(5)}, c2 + g(4), c1 + g(3)]$$

$$= \min [\underline{760}, 800, 780] = 760$$

Προκύπτουν οι εξής διαδοχικές καταστάσεις :

$$g(1) = \min [c3 + \underline{g(4)}, c2 + g(3), c1 + \underline{g(2)}]$$

$$= \min [\underline{1020}, 1060, \underline{1020}] = 1020$$

$$g(0) = \min [c3 + \underline{g(3)}, c2 + g(2), c1 + \underline{g(1)}]$$

$$= \min [\underline{1280}, 1300, \underline{1280}] = 1280$$

Προκύπτει ότι το ελάχιστο κόστος είναι ίσο με :

$$\text{Min} = 1280 \text{ MS}$$

Προσδιορισμός βέλτιστης πολιτικής

Το ελάχιστο από την τιμή $g(0)$ προσδιορίζει πόσα χρόνια πρέπει να νοικιαστεί το εργαλείο. Επειδή αυτό αντιστοιχεί στο $g(1)$ ή στο $g(3)$ τότε οδηγούμαστε στην επόμενη κατάσταση την $\tau = 1$ ή την $\tau = 3$, ακολουθώντας και τις δύο πορείες. Το ελάχιστο της $g(1)$, η τιμή 1020, βρίσκεται στην θέση $g(2)$ ή $g(4)$, οπότε οδηγούμαστε στην θέση $g(2)$ ή $g(4)$, που σημαίνει ότι θα νοικιάσει για άλλο 1 χρόνο ένα νέο εργαλείο ή για άλλα 3 χρόνια αντίστοιχα.. Η διαδικασία συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο και καταλήγουμε στις εξής ισοδύναμες αλληλουχίες :

0 1 2 5

0 1 4 5

0 3 4 5

Για παράδειγμα, η πρώτη εκφράζει ότι στην αρχή θα ενοικιαστεί ένα νέο εργαλείο και μετά από ένα χρόνο θα ενοικιαστεί ένα άλλο καινούργιο δίνοντας πίσω το παλιό. Στον δεύτερο χρόνο θα ενοικιασθεί ένα καινούργιο εργαλείο για 3 χρόνια.

Αυτό σημαίνει ότι τις χρονικές στιγμές αυτές η εταιρεία θα νοικιάζει αεροσκάφος με το ελάχιστο κόστος.

Ανάπτυξη λογισμικού (Κώδικας Matlab)

```
T = 5;      %years total
Limit = 3;  %how many years we can lease the equipment
t = [0 1 2 3 4 5];
```

```
c = zeros(1,T + 1);
g = zeros(1,T + 1);
```

Σχήμα 2.8 Αρχικοποίηση

Στο Σχήμα 2.8 ορίζονται το εύρος χρονικών διαστημάτων (ορίζοντας) στην τιμή 10, ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός χρόνων που μπορεί να νοικιαστεί ένα νέο αεροσκάφος. Επίσης, φαίνεται ο μηδενισμός των πινάκων που χρειάζονται στον αλγόριθμο.

```
m = [60 80 120];
e = [200 400 500];

for i=1:1:Limit
    c(i) = sum(m(1:i)) + e(i);
end
```

Σχήμα 2.9 Σχέσεις κόστους, πώλησης, αγοράς

Στο Σχήμα 2.9 φαίνονται οι συναρτήσεις με τις οποίες ορίζονται οι τιμές του κόστους, της ενοικίασης και της μεταβλητής c.

```
g(T+1) = 0;

for j=T:-1:1
    min = 1000000;
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= (T + 1) )
            g(j) = c(i) + g(i + j);
            z(j,i) = g(j);

            if( g(j) <= min )
                min = g(j);
            end
        end
        minA(j) = min;
    end
    g(j) = min;
end
```

Σχήμα 2.10 Αλγόριθμος εύρεσης ελαχίστου κόστους

Στο Σχήμα 2.10 φαίνεται ο τρόπος με την οποία εντοπίζεται το ελάχιστο κόστος για την χρήση του αεροσκάφους σε ένα εύρος 10 χρόνων. Να σημειωθεί ότι στη Matlab δεν μπορεί να οριστεί τιμή στο στοιχείο θέσης 0 σε ένα πίνακα. Για αυτό όταν ο αναγνώστης διαβάσει το $g(1)$ αυτό σημαίνει ότι είναι το $g(0)$.

```

for j=1:T
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= (T + 1) )
            if( z(j,i) == minA(j) )
                fprintf('\n(j,i) = (%d, %d)\n',j-1,i-1);
                tr(j,i) = j + i;
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');
u=1;
v=1;
for j=1:T
    for i=1:Limit
        for p=1:T
            if( tr(j,i) == p && tr(j,i) ~= 0)
                for b=1:Limit
                    if( tr(p,b) ~= 0)
                        fprintf('\n = %d %d %d\n',j-1,tr(j,i)-1,tr(p,b)-1);
                        pinak(u,v) = j;
                        pinak(u,v+1) = tr(j,i);
                        pinak(u,v+2) = tr(p,b);
                        u = u + 1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');

for j=1:T+1
    for i=1:T+1
        if(i ~= j)
            if(pinak(j,Limit-1) == pinak(i,Limit-2) && pinak(j,Limit)==
pinak(i,Limit-1))
                fprintf('\n = %d %d %d %d \n\n',pinak(j,Limit-2)-
1,pinak(j,Limit-1)-1,pinak(j,Limit)-1,pinak(i,Limit)-1);
            end
        end
    end
end

```

```
end  
end
```

Σχήμα 2.11 Αλγόριθμος εύρεσης βέλτιστης πολιτικής

Στο Σχήμα 2.11 παρουσιάζεται ο κώδικας με τον οποίο εντοπίζεται η βέλτιστη πολιτική. Ο πίνακας z περιέχει όλες τις τιμές της συνάρτησης g για κάθε χρονική στιγμή για όλες τις καταστάσεις (από $c1$ μέχρι $c3$).

Οπότε στον κώδικα του σχήματος 2.12 ελέγχεται για ποια κατάσταση και χρονική στιγμή εμφανίζεται το ελάχιστο και σημειώνονται σε έναν νέο πίνακα tr .

```
for j=1:T  
    for i=1:Limit  
        if ((i+j)<= (T + 1) )  
            if ( z(j,i) == minA(j) )  
                fprintf('\n(j,i) = (%d, %d)\n',j-1,i-1);  
                tr(j,i) = j + i;  
            end  
        end  
    end  
end  
end
```

Σχήμα 2.12 Αλγόριθμος εύρεσης κατάστασης και χρονικής στιγμής που εμφανίζεται το ελάχιστο

Κεφάλαιο 3

Το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων στον αεροπορικό στόλο

➤ 3.1. Αεροπορικός στόλος και λειτουργία αεροπορικών εταιρειών

Μια αεροπορική εταιρεία είναι μια εταιρεία που παρέχει υπηρεσίες αεροπορικών μεταφορών για μετακινήσεις επιβατών ή εμπορευμάτων ή και τα δύο. Οι αεροπορικές εταιρείες μισθώνουν ή έχουν στην ιδιοκτησία τους αεροσκάφη με τα οποία παρέχουν αυτές τις υπηρεσίες και δημιουργούν συνεργασίες/συμμαχίες με άλλες αεροπορικές εταιρείες με στόχο το αμοιβαίο όφελος. Σε γενικές γραμμές, οι αεροπορικές εταιρείες αναγνωρίζονται με ένα πιστοποιητικό λειτουργίας (AOC – Air Operator Certificate) που εκδίδεται από δημόσιο φορέα αερομεταφορών (Υπηρεσία Πολιτικής Αεροπορίας).

Οι αεροπορικές εταιρείες ποικίλουν μεταξύ τους. Υπάρχουν αυτές που μεταφέρουν φορτία ή παρέχουν ταχυδρομικές υπηρεσίες, υπάρχουν αυτές οι οποίες παρέχουν υπηρεσίες μεταφοράς επιβατών και υπάρχουν κι αυτές οι οποίες παρέχουν και τα δύο. Οι υπηρεσίες αυτές μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως διηπειρωτικές, διηπειρωτικές, εγχώριες, περιφερειακές ή διεθνείς, και μπορεί να παρέχονται προγραμματισμένες υπηρεσίες ή υπηρεσίες ναυλώσεις (τσάρτερ). Ανάλογα με το κοινό και τις υπηρεσίες που παρέχει η εκάστοτε αεροπορική εταιρεία, προσαρμόζει το στόλο αεροσκαφών και το πτητικό της έργο.

Είναι γεγονός ότι απαιτείται υπέρογκο κεφάλαιο για τη δημιουργία μιας αεροπορικής εταιρείας. Ιστορικά, οι αερομεταφορές έχουν επιβιώσει σε μεγάλο βαθμό από την κρατική στήριξη, είτε με τη μορφή ιδίων κεφαλαίων ή επιδοτήσεων. Η αεροπορική βιομηχανία στο σύνολό της έχει κάνει μια συσσωρευτική ζημία κατά τη διάρκεια της εκατονταετούς ιστορίας της, αφού οι δαπάνες περιλαμβάνουν επιδοτήσεις για την ανάπτυξη αεροσκαφών και την κατασκευή αεροδρομίων.

Ένα επιχείρημα είναι ότι οι θετικές εξωτερικότητες, όπως η υψηλότερη ανάπτυξη λόγω της παγκόσμιας κινητικότητας, θα υπερκεράσουν τις μικροοικονομικές απώλειες και θα δικαιολογήσουν τη συνέχιση της κρατικής παρέμβασης. Ένα ιστορικά υψηλό επίπεδο της κυβερνητικής παρέμβασης στην αεροπορική βιομηχανία μπορεί να θεωρηθεί ως μέρος μιας ευρύτερης πολιτικής συναίνεσης για τις στρατηγικές μορφές της μεταφοράς, όπως οι αυτοκινητόδρομοι και οι σιδηρόδρομοι, οι οποίες λαμβάνουν δημόσια χρηματοδότηση στα περισσότερα μέρη του κόσμου. Η κερδοφορία είναι πιθανό να βελτιωθεί στο μέλλον, καθώς συνεχίζεται η ιδιωτικοποίηση και οι πιο ανταγωνιστικοί αερομεταφορείς χαμηλού κόστους πολλαπλασιάζονται.

Παρά το γεγονός ότι σε πολλές χώρες εξακολουθούν να λειτουργούν αεροπορικές εταιρείες κρατικές ή ευρύτερου δημόσιου τομέα, πολλές μεγάλες αεροπορικές εταιρείες σήμερα ανήκουν σε ιδιώτες και συνεπώς διέπονται από αρχές μικροοικονομικών για να μεγιστοποιηθεί το κέρδος των μετόχων.

Οι αεροπορικές εταιρείες που παρέχουν ολοκληρωμένες υπηρεσίες έχουν ένα υψηλό επίπεδο από πάγια και λειτουργικά έξοδα για τη δημιουργία και τη συντήρηση υπηρεσιών: την εργασία, τα καύσιμα, τα αεροσκάφη, κινητήρες, ανταλλακτικά και εξαρτήματα, υπηρεσίες πληροφορικής και δικτύων, τον εξοπλισμό αεροδρομίου, τις υπηρεσίες επίγειας εξυπηρέτησης των αεροδρομίων, οι πωλήσεις της διανομής, την τροφοδοσία, την κατάρτιση, την ασφάλιση και άλλα έξοδα. Έτσι το μεγαλύτερο ποσοστό των εσόδων από τις πωλήσεις εισιτηρίων καταβάλλεται σε μια πληθώρα εξωτερικών πάροχων ή σε κέντρα εσωτερικού κόστους.

Επιπλέον, η βιομηχανία είναι δομημένη έτσι ώστε οι αεροπορικές εταιρείες συχνά να λειτουργούν ως φοροεισπράκτορες. Τα καύσιμα είναι αφορολόγητα, λόγω μιας σειράς συνθηκών που υπάρχουν μεταξύ των χωρών. Οι τιμές των εισιτηρίων περιλαμβάνουν μια σειρά από φόρους τέλη και επιβαρύνσεις πέραν του ελέγχου των αεροπορικών εταιρειών. Οι αεροπορικές εταιρείες είναι επίσης υπεύθυνες για την επιβολή κυβερνητικών, παγκοσμίως δομημένων, κανονισμών. Αν οι αεροπορικές εταιρείες μεταφέρουν επιβάτες χωρίς τα κατάλληλα έγγραφα για μια διεθνή πτήση, είναι υπεύθυνες για την επιστροφή τους πίσω στην αρχική χώρα.

Η ανάλυση της περιόδου 1992-1996 δείχνει ότι κάθε κρίκος στην αλυσίδα των αεροπορικών μεταφορών είναι πολύ πιο κερδοφόρος από τις ίδιες τις αεροπορικές εταιρείες, οι οποίες συλλέγουν και μεταδίδουν τα τέλη και τα έσοδα τους από τις πωλήσεις εισιτηρίων. Ενώ οι αεροπορικές εταιρείες στο σύνολό τους είχαν 6% απόδοση κεφαλαίου (2-3,5% μικρότερο από το κόστος του κεφαλαίου), τα αεροδρόμια είχαν 10%, οι εταιρείες catering 10-13%, οι εταιρείες χειρισμού (handling) 11-14%, οι εκμισθωτές αεροσκαφών 15%, οι κατασκευαστές αεροσκαφών 16%, και οι παγκόσμιες εταιρείες διανομής περισσότερο από 30%.

Σε γενική βάση, οι τιμές των εισιτηρίων ανά επιβάτη συμπεριλαμβάνουν υπηρεσίες φαγητού εν πτήση, κατά την οποία το σύνολο της τιμής του εισιτηρίου ανά επιβάτη την ευρεία είσοδο των εταιρειών χαμηλού κόστους που άρχισε με την αλλαγή του αιώνα έχει επιταχύνει την απαίτηση για τον έλεγχο των δαπανών στις εταιρείες παροχής ολοκληρωμένων υπηρεσιών. Πολλές από αυτές τις εταιρείες χαμηλού κόστους παρουσιάζουν συνεχή κέρδη σε όλα τα στάδια του επιχειρηματικού κύκλου. Με την αλλαγή του αιώνα, μια καινούργια φιλοσοφία εισήλθε στην πολιτική λειτουργίας των εταιριών, πρόκειται για την πολιτική χαμηλού κόστους (low cost). Ως αποτέλεσμα, μία ανακατάταξη των αεροπορικών εταιρειών συμβαίνει παγκοσμίως.

Κάποιοι υποστηρίζουν ότι θα ήταν πολύ καλύτερο για τη βιομηχανία στο σύνολό της, εάν πραγματικά έκλειναν κάποιες εταιρείες ώστε να μειωθεί ο αριθμός των αεροπορικών εταιρειών "ζόμπι" που ανταγωνίζονται με τις υγιείς αεροπορικές εταιρείες, και διατηρούνται με πλασματική προστασία από τους πιστωτές μέσω του πτωχευτικού δικαίου. Από την άλλη πλευρά, ορισμένοι έχουν επισημάνει ότι η μείωση της παραγωγικής ικανότητας θα είναι βραχύβια, δεδομένου ότι θα υπάρξει πληθώρα από σχετικά νέα αεροσκάφη που πτωχευμένες εταιρείες θα θέλουν να ξεφορτωθούν, τα οποία θα εισέλθουν εκ νέου στην αγορά είτε ως αύξηση των στόλων για τους επιζώντες ή σαν φθηνά αεροπλάνα που θα αγοράσουν καινούριες εταιρείες.

Οι επιλογές του στόλου είναι από τις πιο σημαντικές αποφάσεις που πρέπει να κάνει μια αεροπορική εταιρεία. Μεγάλης κλίμακας αλλαγές στο στόλο των αεροσκαφών, συμπεριλαμβανομένων ενδεχομένως τον καθορισμό νέων αεροσκαφών και τύπων κινητήρων, θα αγγίξει σχεδόν κάθε πτυχή της επιχείρησης, από τις καθημερινές πτήσεις

και την ικανοποίηση των πελατών ως την χρηματοοικονομική απόδοση και τα κέρδη των μετόχων.

Η αύξηση της προβλεπόμενης ζήτησης (ρυθμιστικές αρχές μεταφορών προβλέπουν 2-4% αύξηση, κατασκευαστές αεροσκαφών προβλέπουν 3-6% αύξηση και πανεπιστημιακές μελέτες έχουν προσδιορίσει αύξηση κατά 2-5%) σε συνδυασμό με την καθιέρωση ενός ευρέος φάσματος νέων αεροσκαφών και κινητήρων καθιστά την απόφαση εξαιρετικά περίπλοκη. Την ίδια στιγμή, η συμπίεση περιθωρίου και ο ανταγωνισμός αυξάνει τον κίνδυνο, καθώς και την αξία που διακυβεύεται.

Πλήρης ανάλυση των βασικών θεμάτων, πολυπλοκότητες και αβεβαιότητες, καθώς και το trade-off του κινδύνου επιστροφής εναλλακτικών επιλογών πρέπει να θεωρηθούν έτσι ώστε να αξιολογηθεί ο αντίκτυπος στις οικονομικές επιδόσεις της εταιρείας, καθώς και την επιχειρησιακή αποτελεσματικότητα.

➤ **3.2. Ανασκόπηση στα προβλήματα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο**

Μία σημαντική εργασία που είχε εκπονηθεί το 1971 από τους Schwartz, Sheler και Cooper στο Center of Naval Analyses στη Virginia των Ηνωμένων Πολιτειών, αποτέλεσε την πρώτη ολοκληρωμένη εργασία για το πρόβλημα της αντικατάστασης εργαλείων στον αεροπορικό στόλο του Ναυτικού των ΗΠΑ [13]. Γινόταν μια σημαντική προσπάθεια από το Ναυτικό εκείνη την περίοδο ώστε να βελτιωθεί το πρόγραμμα συντήρησης των αεροσκαφών. Το ενδιαφέρον αυτό προέκυψε από την ταχεία αύξηση του αριθμού των πολεμικών αεροσκαφών που δεν ήταν διαθέσιμα για συμμετοχή στο στόλο κατά τη διάρκεια του πολέμου με το Βιετνάμ, για λόγους συντήρησης. Έτσι, το 1966 ο Αρχηγός Ναυτικών Επιχειρήσεων ζήτησε από το Κέντρο Ναυτικής Ανάλυσης να διερευνήσει το πρόγραμμα συντήρησης με στόχο τη μείωση του αριθμού των αεροσκαφών εκτός υπηρεσίας. Τα αρχικά πορίσματα ήταν τόσο ελκυστικά που το πεδίο εφαρμογής της μελέτης επεκτάθηκε. Ένα έργο που ακολούθησε ήταν η ανάπτυξη μιας λογικής για την

απόσυρση των αεροσκαφών που βασίζεται σε οικονομικά κριτήρια. Σύμφωνα με την ως τότε πρακτική, η επισκευή και η απόσυρση των αεροσκαφών επιλεγόταν με βάση ιστορικά στοιχεία, τα έξοδα σχεδιασμού και τις άμεσες επιχειρησιακές απαιτήσεις. Η επιλογή αυτών των στοιχείων αποφάσεων ήταν σε κάποιο βαθμό αυθαίρετη, και η επίδραση του χρόνου σε αυτά τα στοιχεία λαμβανόταν σπάνια υπόψη.

Αυτή η εργασία περιγράφει μία μέθοδο για τον καθορισμό της βέλτιστης επισκευής και των στρατηγικών αντικατάστασης για τα αεροσκάφη, με ειδική αναφορά στα το F-4. Ο σκοπός της ανάλυσης είναι να επιλεγεί το σύνολο των στρατηγικών από όλες τις πιθανές εναλλακτικές λύσεις σε έναν πεπερασμένο ορίζοντα σχεδιασμού που να ελαχιστοποιεί το κόστος των εργασιών. Ένα δυναμικό πρόγραμμα παρουσιάζεται το οποίο επιδιώκει τη βέλτιστη διαδρομή μέσα από μια σειρά περιόδων αποφάσεων, όταν κάθε περίοδος αρχίζει με την επιλογή της διατήρησης ένα αεροσκάφους, επισκευής του πριν από την περαιτέρω λειτουργία, ή αγοράζοντας ένα νέο. Δεν λαμβάνονται υπόψη αλλαγές στην τεχνολογία. Ως εκ τούτου, όταν μια αντικατάσταση συμβεί, αυτό γίνεται με ένα παρόμοιο αεροσκάφος. Πολύ-παραγοντικές στατιστικές τεχνικές χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του σχετικού κόστους σε συνάρτηση με την ηλικία και το χρόνο από την τελευταία επισκευή.

Βασικοί παράγοντες για την λήψη αποφάσεων στην συγκεκριμένη εργασία είναι οι εξής :

- Κατάσταση υλικού
- Απόδοση στις αποστολές
- Οικονομικά κριτήρια

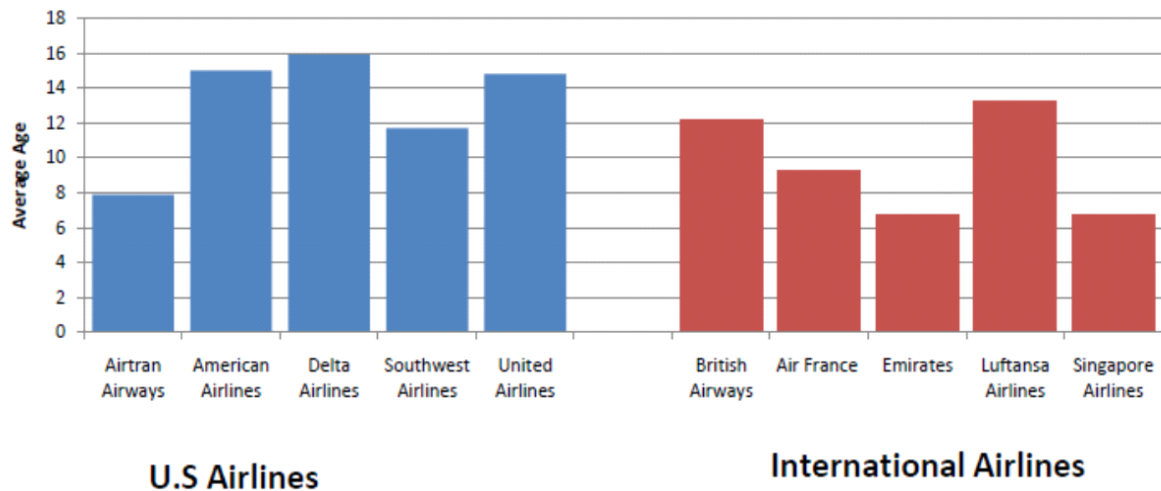
Η κατάσταση του υλικού ενός αεροσκάφους τείνει να εξασθενεί καθώς η ηλικία του αυξάνεται. Ο βασικός εξοπλισμός του αεροσκάφους πλησιάζει σε μια κόπωση στο όριο ζωής του, έκτακτες ανάγκες συντήρησης παρουσιάζονται πιο συχνά, και η υποκείμενη μηχανική φθορά μαζί με τη διάβρωση συσσωρεύονται για να παράγουν το αποτέλεσμα της γήρανσης. Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να αποθαρρύνεται μέσα από ένα πρόγραμμα εντατικής συντήρησης. Παρ' όλα αυτά, σπάνια είναι κατάλληλο για την καταπολέμηση της γήρανσης και έτσι, στην πραγματικότητα, κάποια γήρανση θα

λαμβάνει χώρα ακόμη και αν εφαρμοστεί ένα οικονομία βέλτιστο πρόγραμμα συντήρησης. Η επίδραση της γήρανσης εκδηλώνεται, καθώς οι ηλικίες των αεροσκαφών αυξάνονται, ως μείωση του ποσοστού ετοιμότητας, η οποία επηρεάζει την αποτελεσματικότητα της αποστολής αρνητικά και ως εκ τούτου επηρεάζει τη διάρκεια ζωής των αεροσκαφών.

Σε γενικές γραμμές, λόγω της κατάστασης του υλικού, η ικανότητα του αεροσκάφους να εκτελέσει μια αποστολή μειώνεται με την πάροδο του χρόνου και μειώνεται. Επιπλέον, η διαδοχή των καθορισμένων απαιτήσεων της αποστολής τείνει να είναι όλο και πιο δύσκολη να επιτευχθεί για ένα τύπο αεροσκάφους. Εν ολίγοις, η αποτελεσματικότητα της αποστολής ενός αεροσκάφους μειώνεται καθώς διευρύνεται το χάσμα μεταξύ των απαιτήσεων της αποστολής και των επιδόσεων του αεροσκάφους.

Σύμφωνα με την εργασία των Massoud και Joseph [14] είναι σαφές πως οι αεροπορικές εταιρείες χρειάζονται ένα εμπειριστατωμένο σχέδιο για την μελλοντική αγορά και αντικατάσταση αεροσκαφών. Η στρατηγική αντικατάστασης αεροσκαφών περιλαμβάνει αποφάσεις για το πότε και πόσα αεροσκάφη διαφορετικού τύπου θα πρέπει να αγοραστούν, μισθωθούν και αντικατασταθούν εντός του ορίζοντα σχεδιασμού της εταιρείας.

Η εργασία τους θεωρείται αρκετά αξιόλογη διότι κατάφεραν και υλοποίησαν έναν ευριστικό αλγόριθμο με όλες τις απαιτούμενες παραμέτρους και συμπεριλάβανε την αντικατάσταση, διατήρηση, ενοικίαση, τον αριθμό αεροσκαφών από τα ενοικιαζόμενα και τα ιδιόκτητα σε μια συνάρτηση κόστους. Βέβαια, αυτή η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους δεν μπορεί να υπολογιστεί με δυναμικό προγραμματισμό αλλά με ευριστική μέθοδο.



Σχήμα 3.1 Μέση ηλικία αεροσκαφών σε έτη για το 2010

Τα σημαντικά ζητήματα που θέτουν οι εταιρείες είναι :

- Πότε να αγοράσω/ενοικιάσω ένα αεροσκάφος;
- Πόσα αεροσκάφη να αγοράσω/ενοικιάσω
- Πόσα αεροσκάφη και πότε να τα απορρίψω;
- Να αγοράσω ή να ενοικιάσω;
- Πότε ένα αεροσκάφος έχει μεγάλη ηλικία και θα πρέπει να ληφθεί απόφαση;

Η βιβλιογραφία για την αντικατάσταση αεροσκαφών είναι φτωχή προς το παρόν. Στόχος της επίλυσης ενός προβλήματος είναι να απαντηθούν τα παραπάνω ερωτήματα και ουσιαστικά η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους εντός του ορίζοντα σχεδιασμού της εταιρείας εντοπίζοντας πότε και τι τύπος αεροσκάφους θα αγοραστεί ή μισθωθεί (συμπεριλαμβανομένου και του χρονικού διαστήματος) ή απορριφθεί.

Τα κόστη που λαμβάνονται υπόψη είναι το κόστος αγοράς του νέου αεροσκάφους, το κόστος μίσθωσης, το κόστος λειτουργίας, το κόστος συντήρησης, το κόστος λειτουργίας του καινούριου στόλου και το κέρδος από την πώληση του παλιού αεροσκάφους. Περιορισμοί όπως το υπόλοιπο αεροσκαφών, η ικανοποίηση της μελλοντικής ζήτησης και ο ανταγωνισμός είναι μέρος της ανάλυσης.

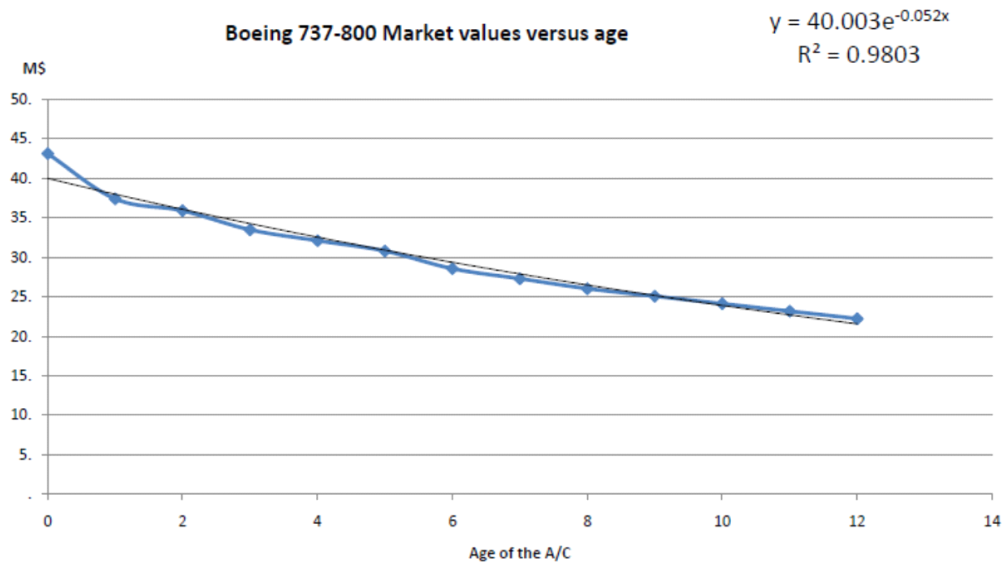
Συνήθως ο ορίζοντας σχεδιασμού είναι η 10ετία. Η καθυστέρηση της παράδοσης του νέου αεροσκάφους μπορεί να βρεθεί από τις πληροφορίες των κατασκευαστών. Η μελλοντική ζήτηση (εγχώρια και διεθνής) θα πρέπει να έχει εκτιμηθεί για να εξετασθεί η αντικατάσταση.

Στοιχεία που αποτελούν σημαντικές παραμέτρους για το πρόβλημα της αντικατάστασης είναι οι τιμές αγοράς των αεροσκαφών ανάλογα με την ηλικία τους (Σχήμα 3.2), οι τιμές μίσθωσης αεροσκαφών ανάλογα με την ηλικία τους, τα κόστη λειτουργίας και συντήρησης και το κόστος εισαγωγής καινούριου στόλου.

Η ανάλυση παλινδρόμησης σχετικά με το κόστος αγοράς αεροσκάφους συμπεραίνει τα εξής :

$$aircraft(age) = new_aircraft(age = 0) \cdot e^{exponent \cdot age}$$

(Εξ. 3.1)



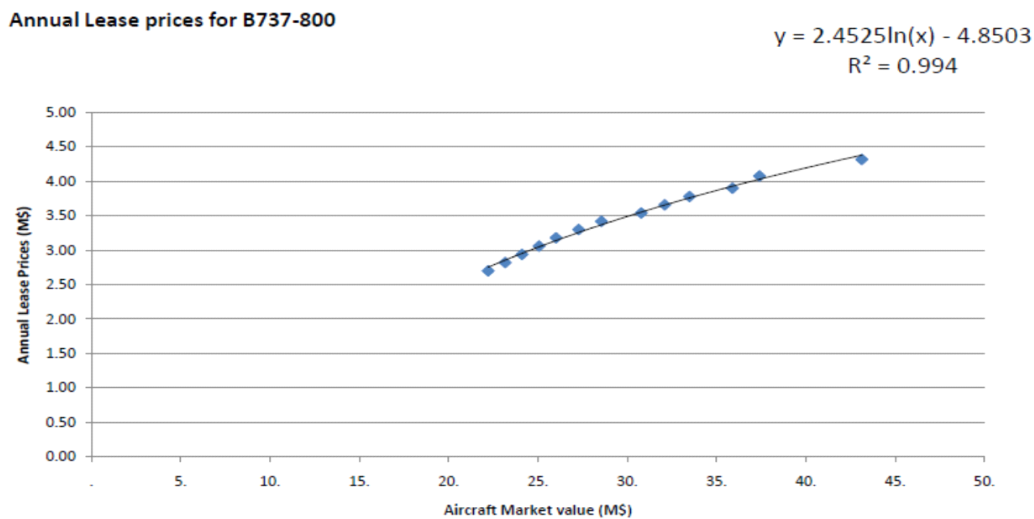
Σχήμα 3.2 Κόστος αγοράς αεροσκάφους B737-800 σε σχέση με την ηλικία του.

Σχετικά με το ετήσιο κόστος μίσθωσης αεροσκαφών αναλογικά με την τιμή αγορά αυτών, οι αναλύσεις υποδεικνύουν ότι οι καλύτερες εκτιμήσεις δίνονται από τον εξής τύπο :

$$\text{Aircraft annual lease price} = \text{coefficient} \cdot \ln(\text{market value}) + \text{constant}$$

(Εξ. 3.2)

Η βάση δεδομένων της Collateral Verification [15] περιλαμβάνει επικαιροποιημένα στοιχεία σχετικά με τη μίσθωση των αεροσκαφών.

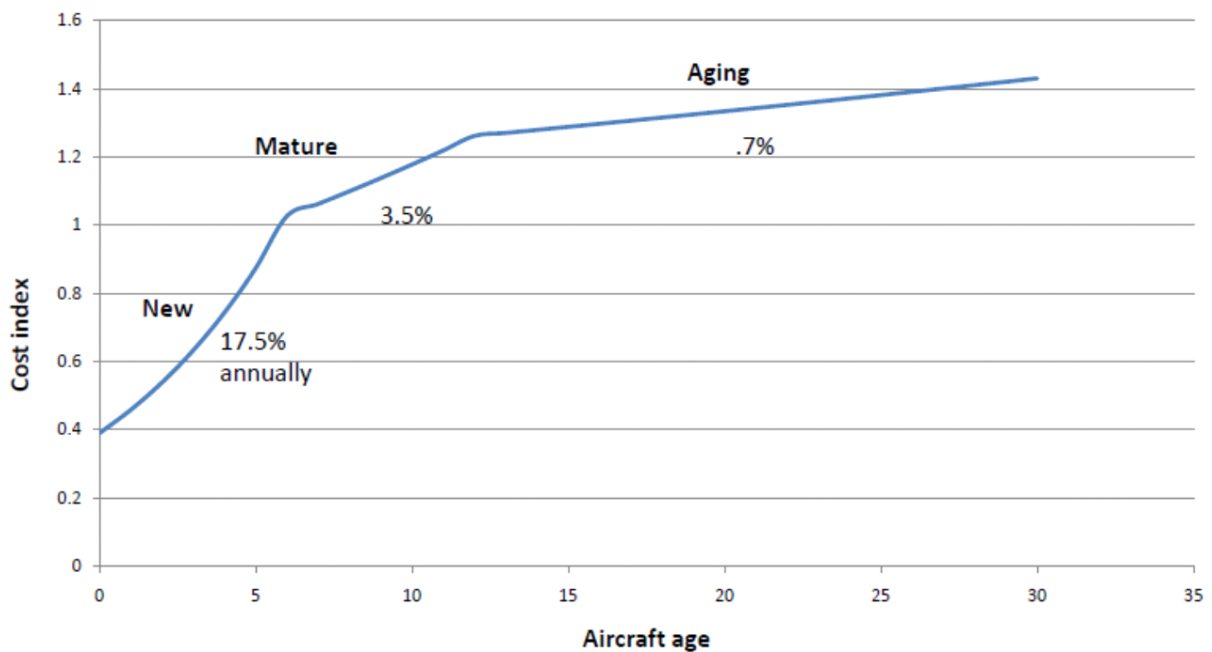


Σχήμα 3.3 Κόστος μίσθωσης αεροσκάφους B737-800 σε σχέση με το κόστος αγοράς αυτού.

Τα λειτουργικά κόστη είναι όλα τα κόστη που σχετίζονται με τη λειτουργία του αεροσκάφους και περιλαμβάνουν τα κόστη καυσίμου, τα κόστη για το πλήρωμα, κόστη προμηθειών/catering, κόστη στάθμευσης του αεροσκάφους και προσγείωσης (η βάση δεδομένων Airline Monitor [16] - περιλαμβάνει στοιχεία για τα παραπάνω).

Για τα κόστη συντήρησης των αεροσκαφών ανάλογα με την ηλικία του αεροσκάφους, δεν υπάρχουν επίσημα στοιχεία. Η RAND Corporation [17] έχει κάνει εκτενή έρευνα σχετικά με τα λειτουργικά κόστη για τα πολιτικά και τα στρατιωτικά αεροσκάφη.

Ένα αεροσκάφος θεωρείται καινούριο αν έχει ηλικία μεταξύ 0-6 ετών, ώριμο αν έχει ηλικία μεταξύ 6-12 ετών, και γερασμένο από 12 ετών και άνω.

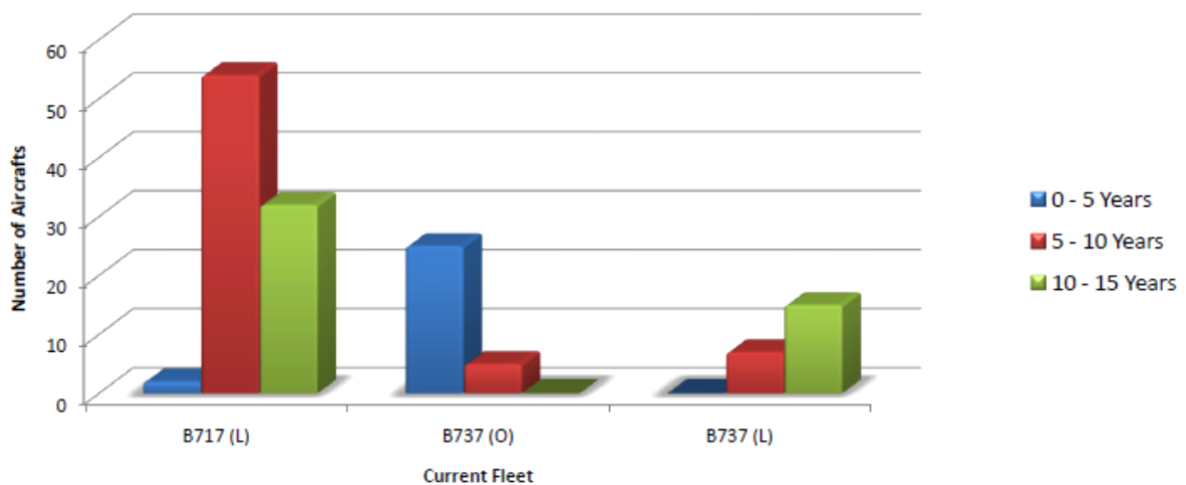


Σχήμα 3.4 Δείκτης κόστους συντήρησης ανάλογα με την ηλικία του αεροσκάφους

Για την πλήρη παρουσίαση του προβλήματος αντικατάστασης σε αεροπορικό στόλο, παρουσιάζεται η σχετική στρατηγική τριών αεροπορικών εταιρειών η οποία προκύπτει με χρήση του μοντέλου που αναπτύχθηκε στο Αερονautικό Πανεπιστήμιο Embry-Riddle. Οι τρεις εταιρείες είναι οι εξής :

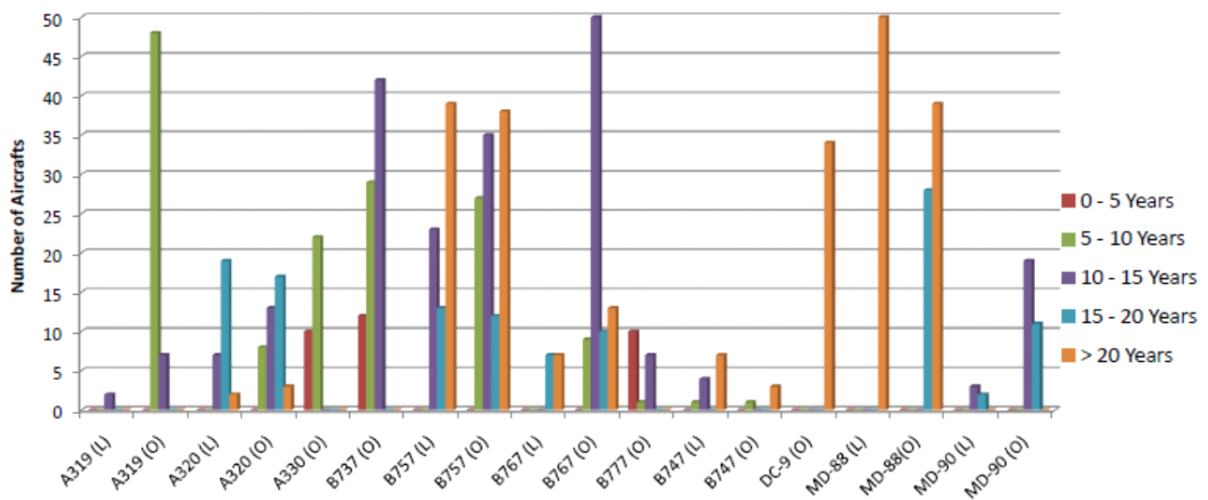
- AirTran Airways (US-based)
- Delta Airlines (US-based, η μεγαλύτερη αεροπορική εταιρεία στον κόσμο)
- British Airways (Διεθνής αεροπορική εταιρεία)

Δεδομένα ελήφθησαν από την βάση δεδομένων της BTS [18]. Τα μοντέλα που εφαρμόστηκαν είχαν περισσότερες από 250000 μεταβλητές αποφάσεων και 310000 περιορισμούς, η ανάλυση έγινε σε προσωπικό υπολογιστή και τα αποτελέσματα ελήφθησαν σε λιγότερο από 5 λεπτά.



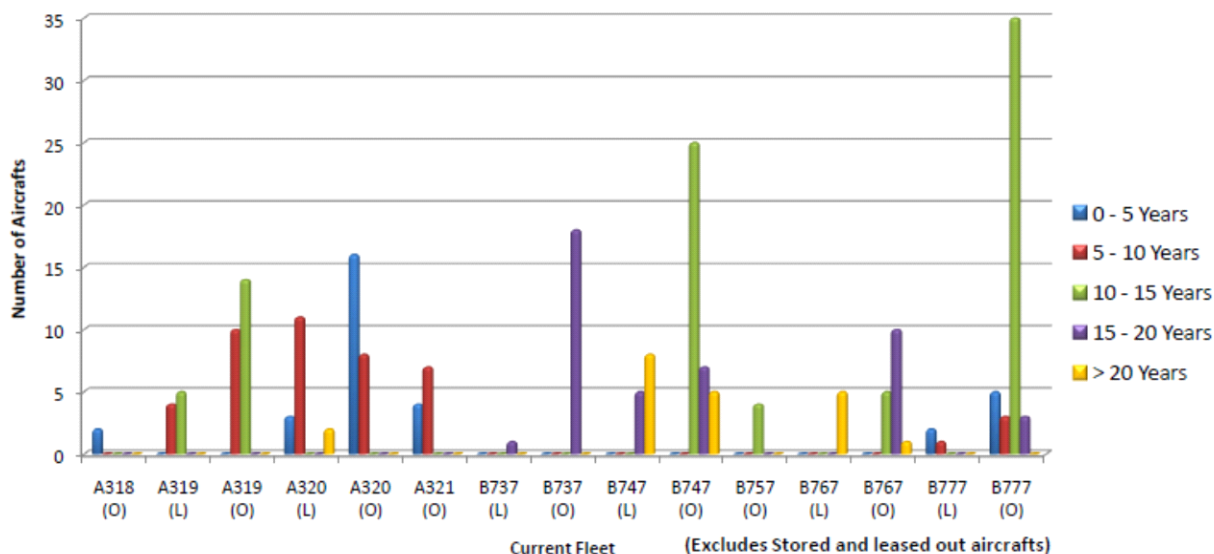
Σχήμα 3.5 Ο στόλος της AirTran, 2010

Ο στόλος της AirTran (2010) παρουσιάζεται στο σχήμα 3.5 και διαθέτει 138 αεροσκάφη, 2 διαφορετικών τύπων. Η μέση ηλικία των αεροσκαφών είναι 7,9 χρόνια. Στο σχήμα 3.6 παρουσιάζεται ο στόλος της Delta Airlines με 744 αεροσκάφη 18 διαφορετικών τύπων. Η μέση ηλικία των αεροσκαφών της Delta είναι 15,8 έτη.



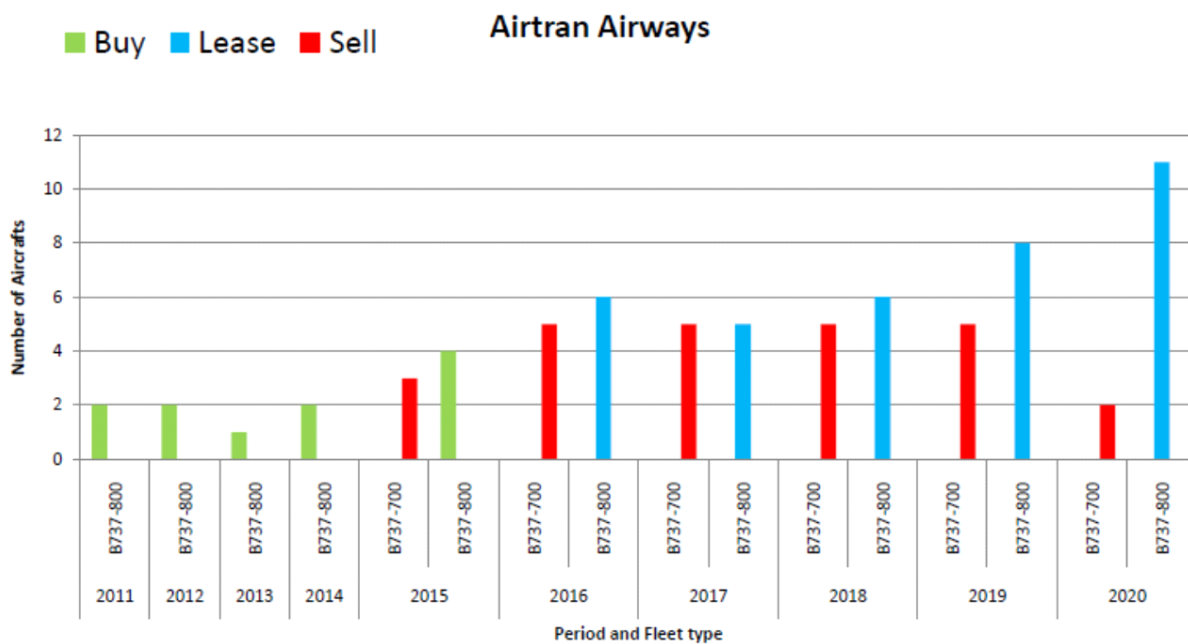
Σχήμα 3.6 Ο στόλος της Delta Airlines, 2010

Στο σχήμα 3.7 παρουσιάζεται ο στόλος της British Airways, με 229 αεροσκάφη 14 διαφορετικών τύπων και μέση ηλικία 12,5 έτη.

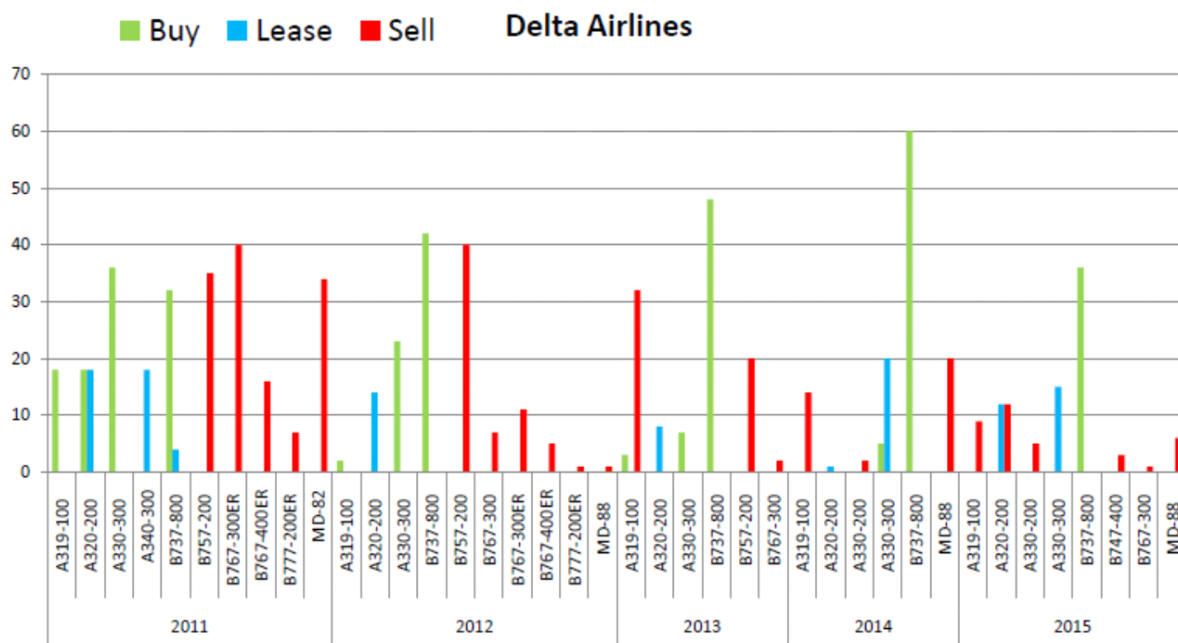


Σχήμα 3.7 Ο στόλος της British Airways, 2010

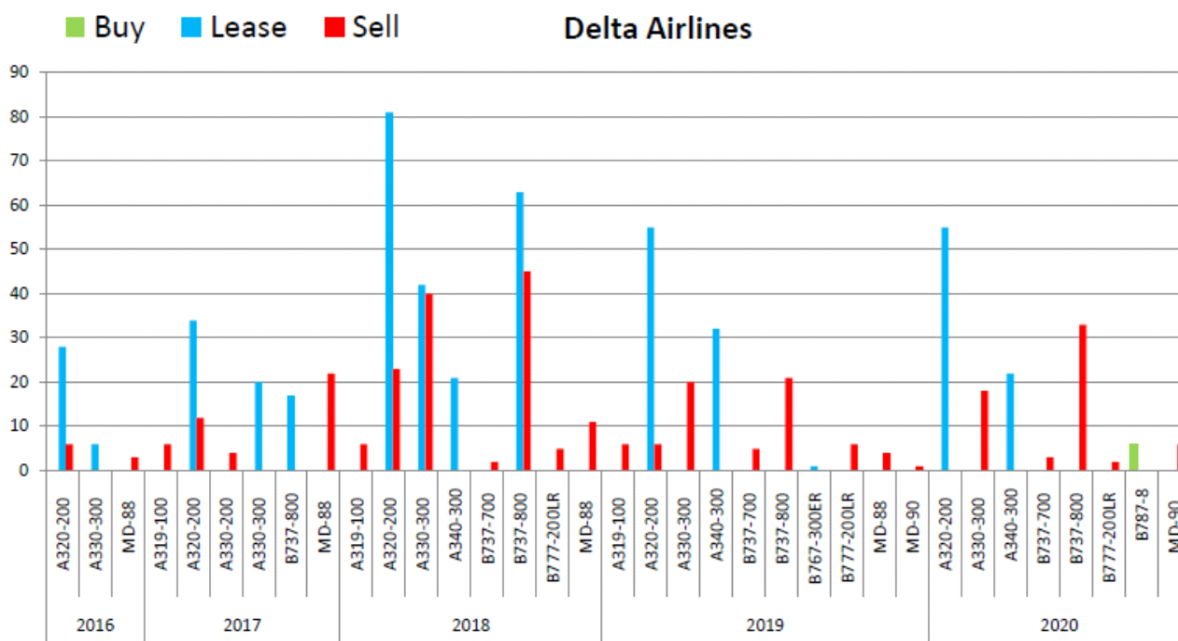
Με αυτά τα στοιχεία σαν δεδομένα και βάσει της ανάλυσης του προβλήματος αντικατάστασης προέκυψαν οι στρατηγικές αντικατάστασης για τις τρεις εταιρείες όπως παρουσιάζονται στα σχήματα 3.8, 3.9 και 3.10.



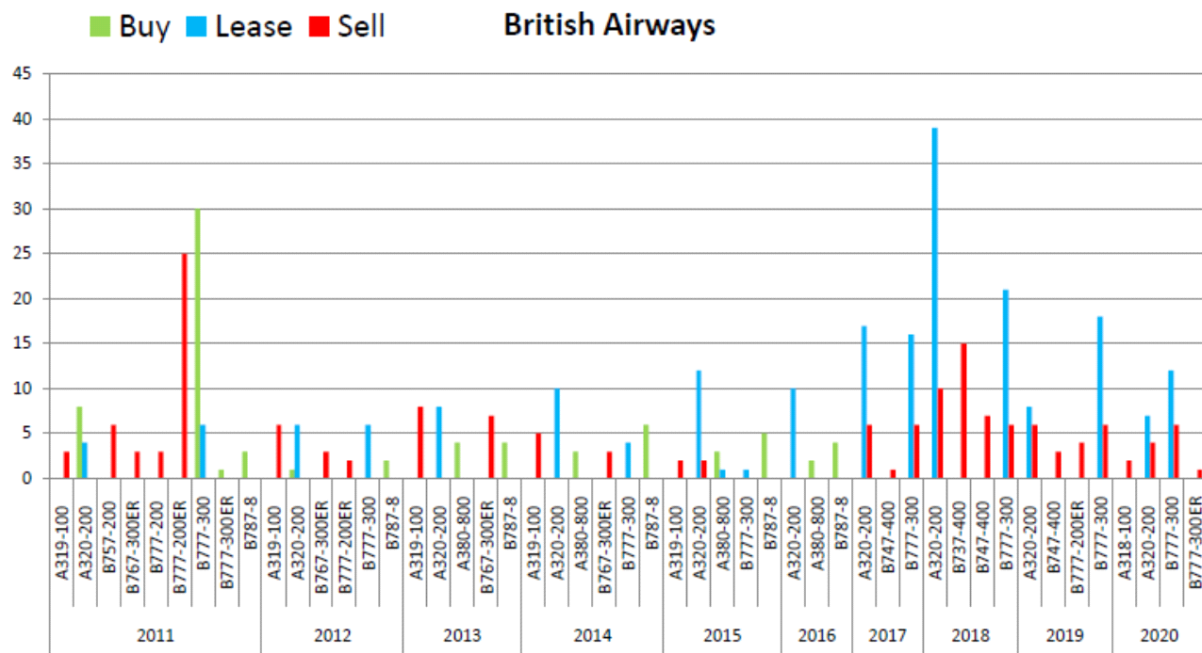
Σχήμα 3.8 Στρατηγική αντικατάστασης AirTran



Σχήμα 3.9 (α) Στρατηγική αντικατάστασης Delta Airlines (2011-2015)



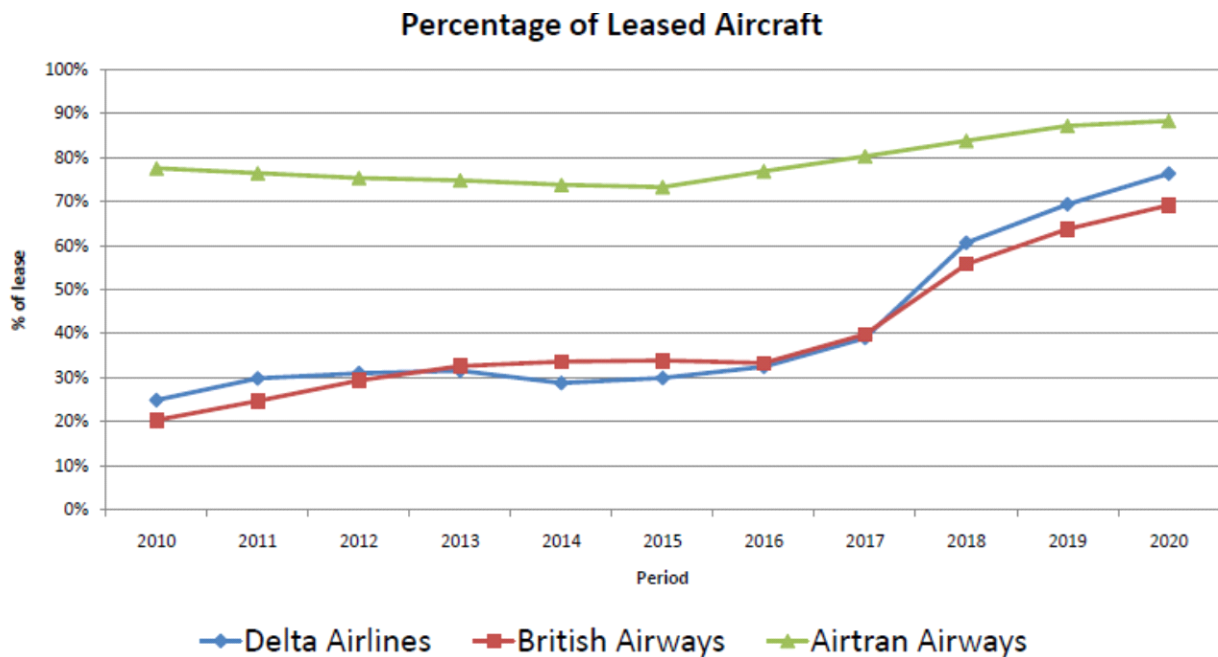
Σχήμα 3.9 (β) Στρατηγική αντικατάστασης Delta Airlines (2016-2020)



Σχήμα 3.10 Στρατηγική αντικατάστασης British Airways

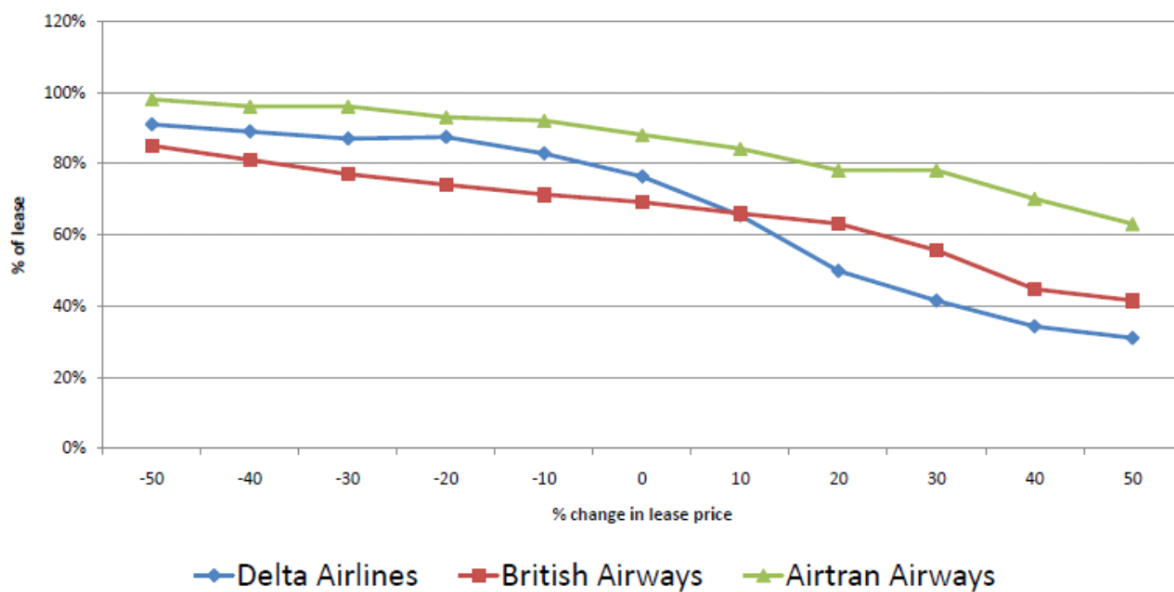
Οι κυριότερες παρατηρήσεις από την ανάλυση των στρατηγικών αντικατάστασης είναι οι εξής:

- Αγορά/μίσθωση εντελώς καινούριου αεροσκάφους (ηλικία 0)
- Μισθώσεις (8-12 έτη)
- Πώληση γρηρότερων αεροσκαφών με μέση ηλικία από 15 έτη και άνω

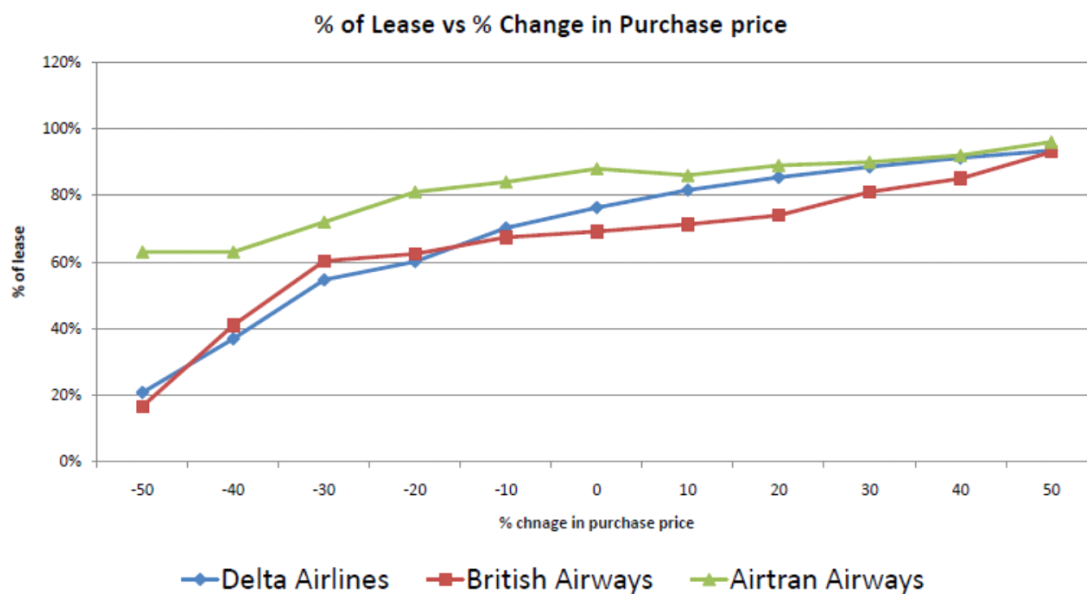


Σχήμα 3.11 Αγορά έναντι μίσθωσης

Στο σχήμα 3.11 παρουσιάζεται το ποσοστό των αεροσκαφών που θα είναι μισθωμένα για τον ορίζοντα σχεδιασμού και για τις τρεις εταιρείες. Παρατηρείται ότι το ποσοστό αυξάνεται με το χρόνο. Στο σχήμα 3.12 παρουσιάζεται η μεταβολή στην μίσθωση των αεροσκαφών σε σχέση με τις μεταβολές στο κόστος μίσθωσης. Το ποσοστό μίσθωσης αυξάνεται για μείωση του κόστους μίσθωσης και μειώνεται όταν το κόστος μίσθωσης αυξάνεται, αποτέλεσμα που είναι αναμενόμενο.

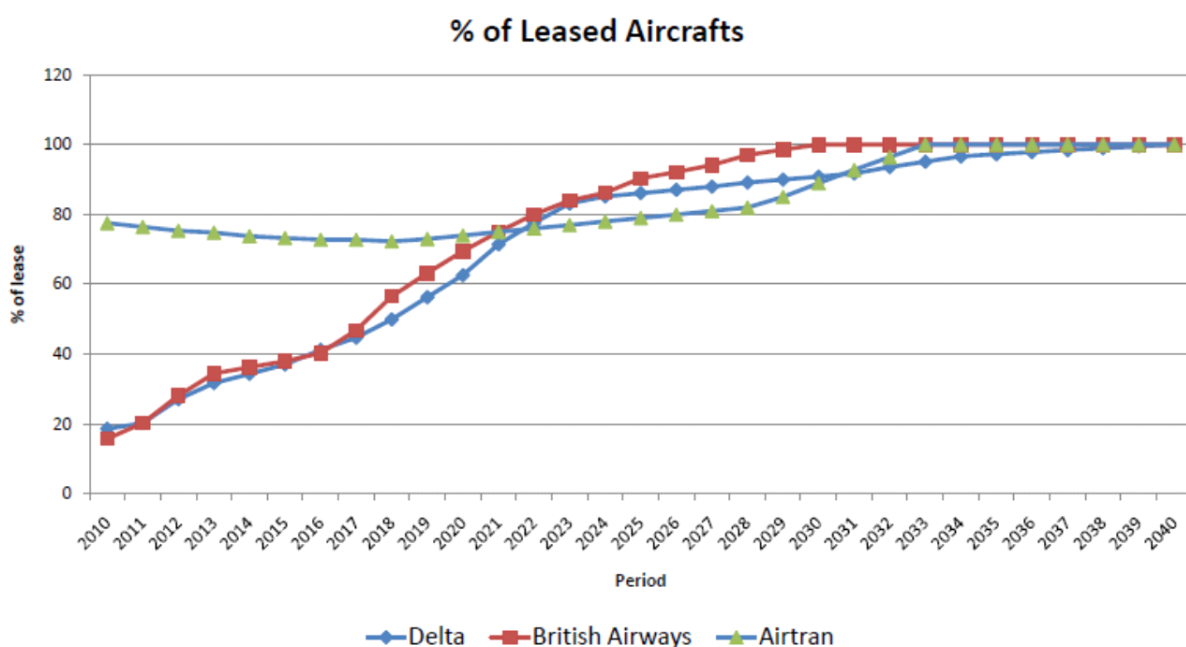


Σχήμα 3.12 Αλλαγή στη μίσθωση αεροσκαφών σε σχέση με την αλλαγή στο κόστος μίσθωσης

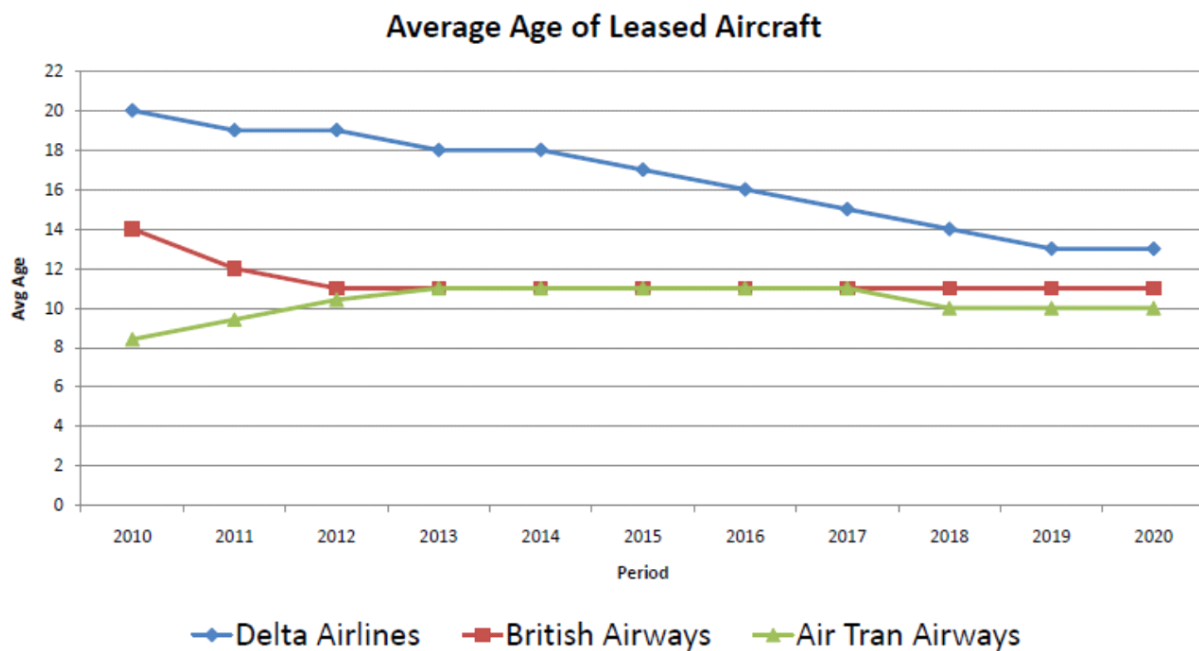


Σχήμα 3.13 Αλλαγή στη μίσθωση αεροσκαφών σε σχέση με την αλλαγή στο κόστος αγοράς

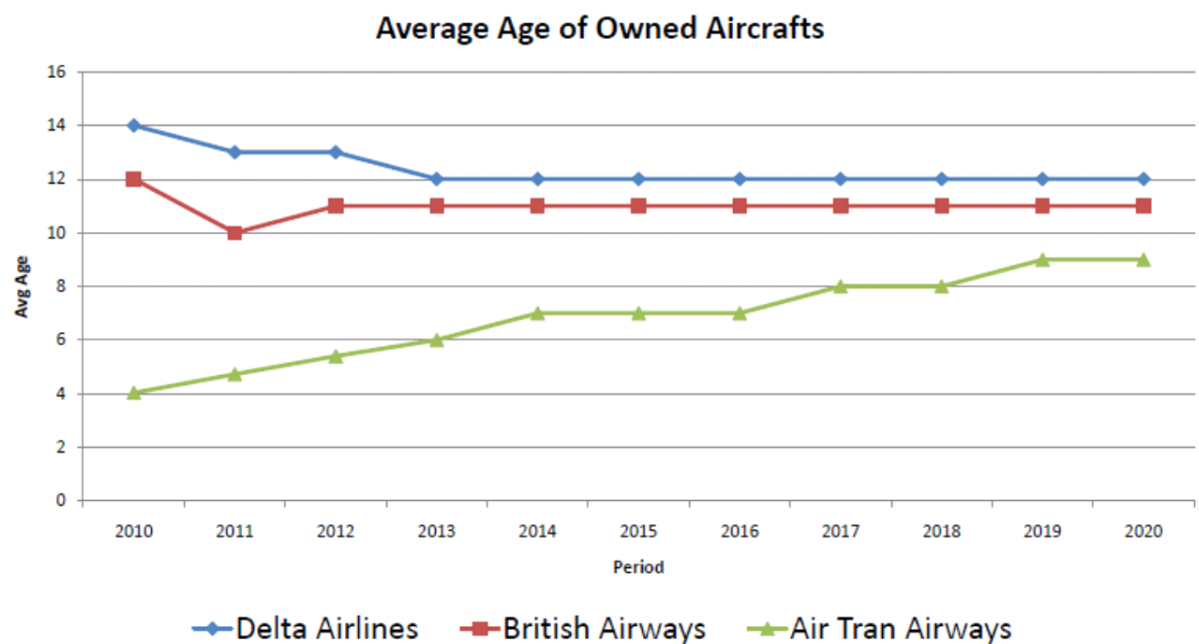
Στο σχήμα 3.13 παρουσιάζεται η μεταβολή στην μίσθωση των αεροσκαφών σε σχέση με τις μεταβολές στο κόστος αγοράς. Το ποσοστό μίσθωσης αυξάνεται για αύξηση του κόστους αγοράς και μειώνεται όταν το κόστος αγοράς μειώνεται, αποτέλεσμα που είναι επίσης αναμενόμενο. Το ποσοστό των μισθωμένων αεροσκαφών σε ορίζοντα 30ετίας παρουσιάζεται στο σχήμα 3.14.



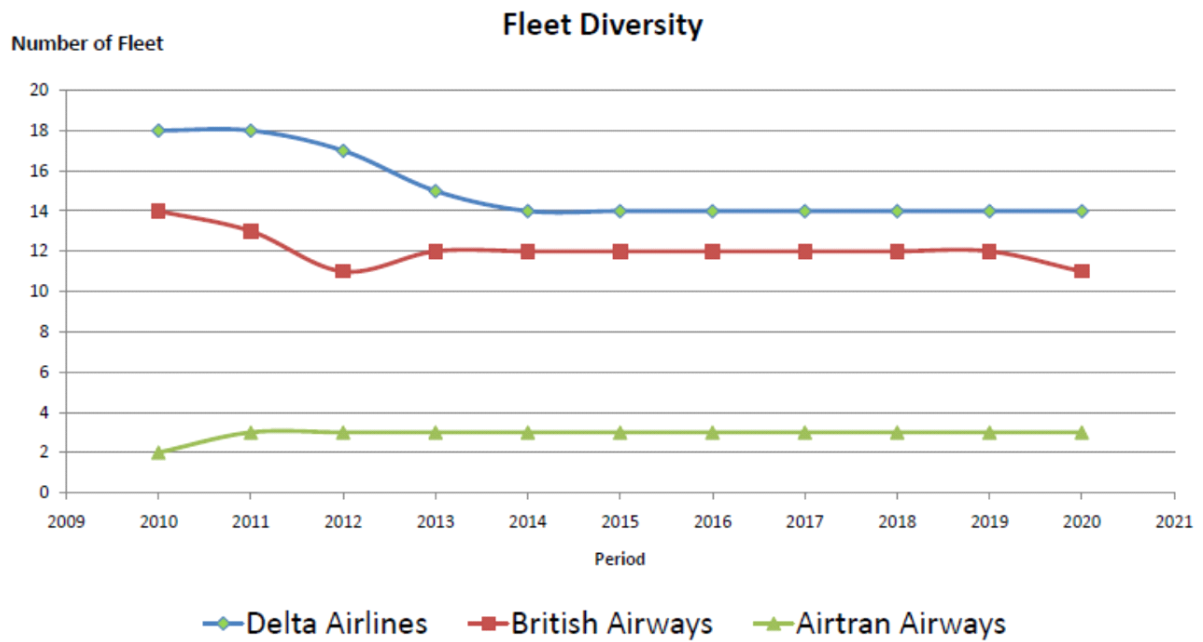
Σχήμα 3.14 Μισθωμένα αεροσκάφη σε ορίζοντα 30ετίας



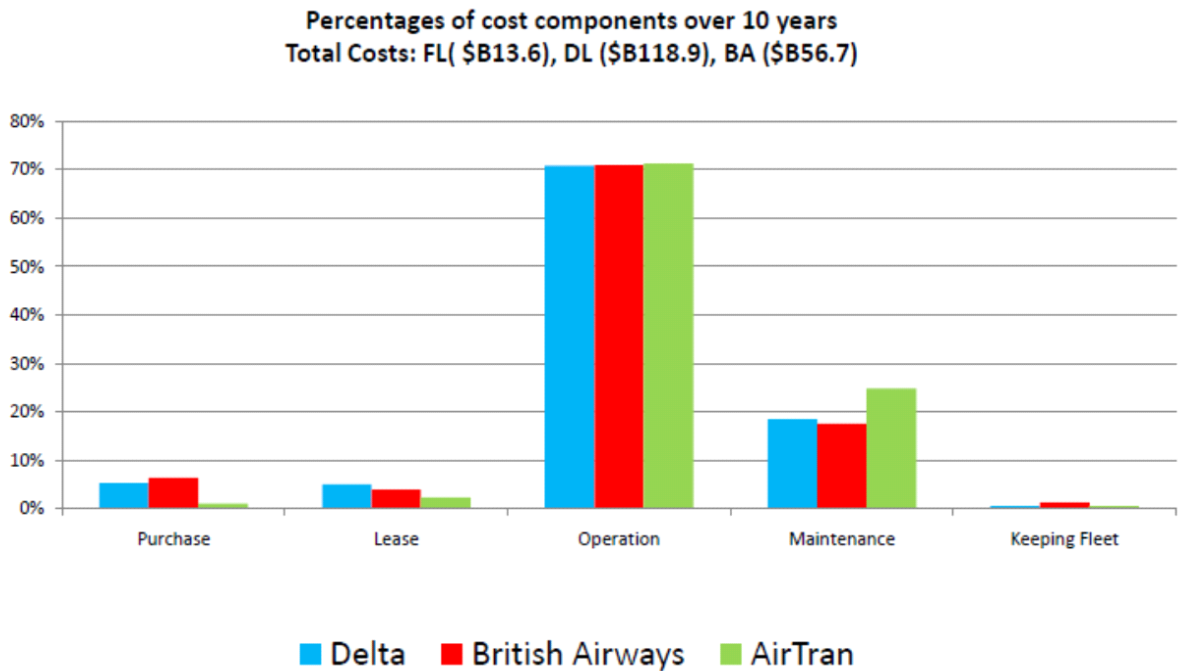
Σχήμα 3.15 Μέση ηλικία μισθωμένων αεροσκαφών



Σχήμα 3.16 Μέση ηλικία ιδιόκτητων αεροσκαφών



Σχήμα 3.17 Διαφοροποίηση στόλου



Σχήμα 3.18 Κατανομή του κόστους ανά επιχειρηματική δραστηριότητα

Από την ανωτέρω ανάλυση μπορούν να εξαχθούν κάποια βασικά σημεία της στρατηγικής αντικατάστασης αεροσκαφών για τις συγκεκριμένες αεροπορικές εταιρείες. Σε γενικές γραμμές λοιπόν:

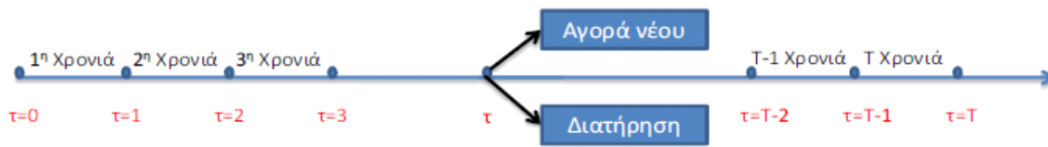
- Η μίσθωση προτιμάται σε σχέση με την αγορά
- Η μακροχρόνια μίσθωση (πάνω από 12 έτη) δεν προτείνεται
- Τα γηραιότερα αεροσκάφη (ηλικίας άνω των 15 ετών) θα πρέπει να αντικαθίστανται
- Δεν ενθαρρύνεται η τήρηση διαφορετικών τύπου στόλων
- Τα κόστη συντήρησης και λειτουργίας είναι τα πιο σημαντικά κόστη (σχήμα 3.18)
- Οι αεροπορικές εταιρείες θα κερδίσουν περισσότερα αν λειτουργούν αποδοτικούς στόλους, ακόμα και αν αυτοί κοστίζουν περισσότερο
- Αυτές οι στρατηγικές φαίνεται να ισχύουν και για τις τρεις εταιρείες με διαφορετικά δίκτυα και επιχειρηματικά μοντέλα

➤ 3.3. Πρόβλημα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο χωρίς την χρήση ενοικίασης

Μία αεροπορική εταιρεία θέλει να χρησιμοποιήσει ένα αεροσκάφος Boeing 737-800 για ένα χρονικό ορίζοντα $T = 10$ χρόνων και έχει την δυνατότητα σε κάθε αρχή του χρόνου να κρατάει το αεροσκάφος ή να το ανταλλάξει-αντικαθιστά.

Το κόστος χρήσης-συντήρησης του αεροσκάφους είναι συνάρτηση της παλαιότητας του t (της ηλικίας του).

Σχήμα 3.19



Χρονικό διάγραμμα

Σε κάθε χρονική στιγμή $\tau = 0, 1, \dots, T-1$ υπάρχει η δυνατότητα το αεροσκάφος να αντικατασταθεί με ένα καινούργιο.

Η αντικατάσταση αυτή γίνεται με ένα κόστος το οποίο εξαρτάται από την ηλικία του αεροσκάφους.

Έστω ότι δίνονται τα εξής στοιχεία :

- A : η τιμή αγοράς ενός καινούργιου αεροσκάφους,
- $k(t)$: το κόστος χρήσης του αεροσκάφους για ένα χρόνο όταν αυτό είναι ηλικίας t ,
- $a(t)$: η τιμή ανταλλαγής που λαμβάνουμε όταν αντικαθιστάμε το αεροσκάφος μας ηλικίας t με ένα καινούργιο,
- $p(t)$: η τιμή πώλησης του αεροσκάφους στο τέλος του χρόνου T , όταν αυτό είναι ηλικίας t .

Επομένως, τίθεται το ερώτημα αν και σε ποιες χρονικές στιγμές πρέπει να αντικατασταθεί το αεροσκάφος με ένα καινούργιο έτσι ώστε η επιχείρηση να χρησιμοποιήσει το αεροσκάφος με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Ζητείται επομένως η βέλτιστη πολιτική που πρέπει να ακολουθήσει η επιχείρηση για να ελαχιστοποιήσει το κόστος χρήσης του αεροσκάφους.

Για την επίλυση του προβλήματος θα χρησιμοποιηθεί η προς τα πίσω μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού.

Η βέλτιστη συνάρτηση ορίζεται ως εξής :

$f(t, \tau) =$ “ το ελάχιστο κόστος χρήσης του αεροσκάφους από τη χρονική στιγμή έως τη χρονική στιγμή T , αν τη χρονική στιγμή το εργαλείο είναι ηλικίας t . ”

Στη συνέχεια θα πρέπει να βρεθεί μία επαναληπτική σχέση με τη βοήθεια της οποίας θα υπολογισθεί η $f(t, \tau)$.

Έστω ότι σε μία χρονική στιγμή το αεροσκάφος που έχει η επιχείρηση είναι ηλικίας t . Για να υπολογιστεί η τιμή $f(t, \tau)$ ακολουθείται ο παρακάτω τρόπος. Για τη μετάβαση από τη χρονική στιγμή τ στη χρονική στιγμή $\tau + 1$ υπάρχουν δύο τρόποι :

- Η επιχείρηση αποφασίζει τη χρονική στιγμή τ να αντικαταστήσει το αεροσκάφος με ένα καινούργιο και τη χρονική στιγμή $\tau + 1$ να έχει ένα αεροσκάφος ηλικίας 1
- Η επιχείρηση αποφασίζει τη χρονική στιγμή να διατηρήσει το αεροσκάφος και τη χρονική στιγμή $\tau + 1$ να έχει ένα αεροσκάφος ηλικίας $t + 1$.

Αν τη χρονική στιγμή τ η επιχείρηση αποφασίσει να αντικαταστήσει το αεροσκάφος, τότε το κόστος μέχρι την επόμενη χρονική στιγμή θα είναι:

$$A - a(t) + k(0) \quad (\text{Εξ. 3.3})$$

και σύμφωνα με την αρχή της βελτιστοποίησης, το ολικό κόστος μέχρι τη χρονική στιγμή T στην περίπτωση αυτή θα είναι:

$$A - a(t) + k(0) + f(1, \tau + 1) \quad (\text{Εξ. 3.3α})$$

Αν τη χρονική στιγμή τ η επιχείρηση αποφασίσει να διατηρήσει το αεροσκάφος, τότε το κόστος μέχρι την επόμενη χρονική στιγμή θα είναι $k(t)$ και το ολικό κόστος μέχρι τη χρονική στιγμή T στην περίπτωση αυτή θα είναι:

$$k(t) + f(t+1, \tau+1) \quad (\text{Εξ. 3.4})$$

Έτσι, η τιμή $f(t, \tau)$ θα δίνεται από το ελάχιστο μεταξύ των τιμών κόστους που προκύπτουν από κάθε απόφαση, δηλαδή

$$f(t, \tau) = \min \begin{cases} A - a(t) + k(0) + f(1, \tau+1) & \text{Αντικατάσταση} \\ k(t) + f(t+1, \tau+1) & \text{Διατήρηση} \end{cases} \quad (\text{Εξ. 3.5})$$

Σύμφωνα με τη διατύπωση του προβλήματος στο τέλος του χρονικού διαστήματος (χρονική στιγμή T) το αεροσκάφος πωλείται με τιμή πώλησης $p(t)$.

Άρα, για τη χρονική στιγμή T , είναι:

$$f(t, T) = -p(t) \quad (\text{Εξ. 3.6})$$

Επομένως για την επίλυση του προβλήματος με την προς τα πίσω μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού χρησιμοποιούνται τα εξής :

Βέλτιστη συνάρτηση:

$f(t, \tau)$ = “το ελάχιστο κόστος χρήσης του εργαλείου από τη χρονική στιγμή τ έως τη χρονική στιγμή T αν τη χρονική στιγμή το εργαλείο είναι ηλικίας t .”

Επαναληπτική σχέση:

$$f(t, \tau) = \min [A - a(t) + k(0) + f(1, \tau+1), k(t) + f(t+1, \tau+1)] \quad (\text{Εξ. 3.7})$$

Οριακές συνθήκες:

$$f(t, T) = -p(t) \quad (\text{Εξ. 3.8})$$

Εστω ότι μία αεροπορική εταιρία θέλει να διαθέτει ένα αεροσκάφος για τα επόμενα δέκα χρόνια, δηλαδή $T = 10$. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται συναρτήσεις της ηλικίας t του εργαλείου το κόστος χρήσης για ένα χρόνο, η τιμή ανταλλαγής και η τιμή πώλησης (στο τέλος του χρονικού διαστήματος).

Τα δεδομένα ελήφθησαν προσεγγιστικά. Οι τιμές πώλησης και αντικατάστασης ορίστηκαν προσεγγιστικά και αυθαίρετα με μικρή διαφορά μεταξύ τους. Σκοπός της δυναμικής προσέγγισης είναι η μελέτη της διαδικασίας με την οποία προκύπτει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1

t	k(t)	a(t)	p(t)
0	5	-	-
1	9	34.5	36.5
2	13	31	33
3	17	27.5	29.5
4	21	24	26
5	25	20.5	22.5
6	29	17	19
7	33	13.5	15.5
8	37	10	12
9	41	6.5	8.5
10	45	3	5

Για την επίλυση του προβλήματος με την προς τα πίσω μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού θα χρησιμοποιήσουμε τη βέλτιστη συνάρτηση, την επαναληπτική σχέση και τις οριακές συνθήκες που ορίστηκαν παραπάνω.

Προφανώς ζητείται η τιμή της $f(1,0)$ και η πολιτική με την οποία επιτυγχάνεται η τιμή αυτή.

Από τις οριακές συνθήκες είναι :

$$f(t,10) = -p(t) \quad (\text{Εξ. 3.9})$$

Αφού στην αρχή του χρονικού διαστήματος (χρονική στιγμή $\tau = 0$) η επιχείρηση έχει ένα αεροσκάφος ηλικίας $t = 1$, μετά από δέκα χρόνια (χρονική στιγμή $\tau = 10$) η ηλικία του πρώτου αεροσκάφους μπορεί να είναι $t = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11$.

Έτσι,

$$f(1,10) = -p(1) = -36.5$$

$$f(2,10) = -p(2) = -33$$

$$f(3,10) = -p(3) = -29.5$$

$$f(4,10) = -p(4) = -26$$

$$f(5,10) = -p(5) = -22.5$$

$$f(6,10) = -p(6) = -19$$

$$f(7,10) = -p(7) = -15.5$$

$$f(8,10) = -p(8) = -12$$

$$f(9,10) = -p(9) = -8.5$$

$$f(10,10) = -p(10) = -5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 9$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,9) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,10), k(1) + f(2,10)] = \min[-6.0, -24.0] = -24.0$$

$$f(2,9) = \min[A - a(2) + k(0) + f(2,10), k(2) + f(3,10)] = \min[-2.5, -16.5] = -16.5$$

$$f(3,9) = \min[A - a(3) + k(0) + f(3,10), k(3) + f(4,10)] = \min[1.0, -9.0] = -9.0$$

$$f(4,9) = \min[A - a(4) + k(0) + f(4,10), k(4) + f(5,10)] = \min[4.5, -1.5] = -1.5$$

$$f(5,9) = \min[A - a(5) + k(0) + f(5,10), k(5) + f(6,10)] = \min[8.0, 6.0] = 6.0$$

$$f(6,9) = \min[A - a(6) + k(0) + f(6,10), k(6) + f(7,10)] = \min[11.5, 13.5] = 11.5$$

$$f(7,9) = \min[A - a(7) + k(0) + f(7,10), k(7) + f(8,10)] = \min[15.0, 21.0] = 15.0$$

$$f(8,9) = \min[A - a(8) + k(0) + f(8,10), k(8) + f(9,10)] = \min[18.5, 28.5] = 18.5$$

$$f(9,9) = \min[A - a(9) + k(0) + f(9,10), k(9) + f(10,10)] = \min[22.0, 36.0] = 22.0$$

$$f(10,9) = \min[A - a(10) + k(0) + f(1,10), k(10) + f(11,10)] = \min[25.5, 43.5] = 25.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 8$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,8) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,9), k(1) + f(2,9)] = \min[6.5, -7.5] = -7.5$$

$$f(2,8) = \min[A - a(2) + k(0) + f(2,9), k(2) + f(3,9)] = \min[10.0, 4.0] = 4.0$$

$$f(3,8) = \min[A - a(3) + k(0) + f(3,9), k(3) + f(4,9)] = \min[13.5, 15.5] = 13.5$$

$$f(4,8) = \min[A - a(4) + k(0) + f(4,9), k(4) + f(5,9)] = \min[17.0, 27.0] = 17.0$$

$$f(5,8) = \min[A - a(5) + k(0) + f(5,9), k(5) + f(6,9)] = \min[20.5, 36.5] = 20.5$$

$$f(6,8) = \min[A - a(6) + k(0) + f(6,9), k(6) + f(7,9)] = \min[24.0, 44.0] = 24.0$$

$$f(7,8) = \min[A - a(7) + k(0) + f(7,9), k(7) + f(8,9)] = \min[27.5, 51.5] = 27.5$$

$$f(8,8) = \min[A - a(8) + k(0) + f(8,9), k(8) + f(9,9)] = \min[31.0, 59.0] = 31.0$$

$$f(9,8) = \min[A - a(9) + k(0) + f(1,9), k(9) + f(10,9)] = \min[34.5, 66.5] = 34.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 7$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,7) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,8), k(1) + f(2,8)] = \min[23.0, 13.0] = 13.0$$

$$f(2,7) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,8), k(2) + f(3,8)] = \min[26.5, 26.5] = 26.5$$

$$f(3,7) = \min[A - a(3) + k(0) + f(1,8), k(3) + f(4,8)] = \min[30.0, 34.0] = 30.0$$

$$f(4,7) = \min[A - a(4) + k(0) + f(1,8), k(4) + f(5,8)] = \min[33.5, 41.5] = 33.5$$

$$f(5,7) = \min[A - a(5) + k(0) + f(1,8), k(5) + f(6,8)] = \min[37.0, 49.0] = 37.0$$

$$f(6,7) = \min[A - a(6) + k(0) + f(1,8), k(6) + f(7,8)] = \min[40.5, 56.5] = 40.5$$

$$f(7,7) = \min[A - a(7) + k(0) + f(1,8), k(7) + f(8,8)] = \min[44.0, 64.0] = 44.0$$

$$f(8,7) = \min[A - a(8) + k(0) + f(1,8), k(8) + f(9,8)] = \min[47.5, 71.5] = 47.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 6$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,6) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,7), k(1) + f(2,7)] = \min[43.5, 35.5] = 35.5$$

$$f(2,6) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,7), k(2) + f(3,7)] = \min[47.0, 43.0] = 43.0$$

$$f(3,6) = \min[A - a(3) + k(0) + f(1,7), k(3) + f(4,7)] = \min[50.5, 50.5] = 50.5$$

$$f(4,6) = \min[A - a(4) + k(0) + f(1,7), k(4) + f(5,7)] = \min[54.0, 58.0] = 54.0$$

$$f(5,6) = \min[A - a(5) + k(0) + f(1,7), k(5) + f(6,7)] = \min[57.5, 65.5] = 57.5$$

$$f(6,6) = \min[A - a(6) + k(0) + f(1,7), k(6) + f(7,7)] = \min[61.0, 73.0] = 61.0$$

$$f(7,6) = \min[A - a(7) + k(0) + f(1,7), k(7) + f(8,7)] = \min[64.5, 80.5] = 64.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 5$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,5) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,6), k(1) + f(2,6)] = \min[66.0, 52.0] = 52.0$$

$$f(2,5) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,6), k(2) + f(3,6)] = \min[69.5, 63.5] = 63.5$$

$$f(3,5) = \min[A - a(3) + k(0) + f(1,6), k(3) + f(4,6)] = \min[73.0, 71.0] = 71.0$$

$$f(4,5) = \min[A - a(4) + k(0) + f(1,6), k(4) + f(5,6)] = \min[76.5, 78.5] = 76.5$$

$$f(5,5) = \min[A - a(5) + k(0) + f(1,6), k(5) + f(6,6)] = \min[80.0, 86.0] = 80.0$$

$$f(6,5) = \min[A - a(6) + k(0) + f(1,6), k(6) + f(7,6)] = \min[83.5, 93.5] = 83.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 4$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2, 3, 4, 5$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,4) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,5), k(1) + f(2,5)] = \min[82.5, 72.5] = 72.5$$

$$f(2,4) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,5), k(2) + f(3,5)] = \min[86.0, 84.0] = 84.0$$

$$f(3,4) = \min[A - a(3) + k(0) + f(1,5), k(3) + f(4,5)] = \min[89.5, 93.5] = 89.5$$

$$f(4,4) = \min[A - a(4) + k(0) + f(1,5), k(4) + f(5,5)] = \min[93.0, 101.0] = 93.0$$

$$f(5,4) = \min[A - a(5) + k(0) + f(1,5), k(5) + f(6,5)] = \min[96.5, 108.5] = 96.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 3$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2, 3, 4$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,3) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,4), k(1) + f(2,4)] = \min[103.0, 93.0] = 93.0$$

$$f(2,3) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,4), k(2) + f(3,4)] = \min[106.5, 102.5] = 102.5$$

$$f(3,3) = \min[A - a(3) + k(0) + f(1,4), k(3) + f(4,4)] = \min[110.0, 110.0] = 110.0$$

$$f(4,3) = \min[A - a(4) + k(0) + f(1,4), k(4) + f(5,4)] = \min[113.5, 117.5] = 113.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 2$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2, 3$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,2) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,3), k(1) + f(2,3)] = \min[123.5, 111.5] = 111.5$$

$$f(2,2) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,3), k(2) + f(3,3)] = \min[127.0, 123.0] = 123.0$$

$$f(3,2) = \min[A - a(3) + k(0) + f(1,3), k(3) + f(4,3)] = \min[130.5, 130.5] = 130.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 1$, οι δυνατές τιμές της ηλικίας του αεροσκάφους είναι $t = 1, 2$.

Έτσι, από την επαναληπτική σχέση προκύπτει:

$$f(1,1) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,2), k(1) + f(2,2)] = \min[142.0, 132.0] = 132.0$$

$$f(2,1) = \min[A - a(2) + k(0) + f(1,2), k(2) + f(3,2)] = \min[145.5, 143.5] = 143.5$$

Για τη χρονική στιγμή $\tau = 0$ προκύπτει:

$$f(1,0) = \min[A - a(1) + k(0) + f(1,1), k(1) + f(2,1)] = \min[162.5, 152.5] = 152.5$$

Επομένως το ελάχιστο κόστος χρήσης του αεροσκάφους για την περίοδο των δέκα χρόνων είναι **152.5**.

Για να ολοκληρωθεί η λύση του προβλήματος θα πρέπει να προσδιοριστεί ποια είναι η πολιτική που επιφέρει το κόστος αυτό.

Προσδιορισμός βέλτιστης πολιτικής

Από τον υπολογισμό της $f(1,0)$ μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η τιμή της προκύπτει από την απόφαση να διατηρήσει η επιχείρηση το αεροσκάφος και να φθάσει στη χρονική στιγμή $\tau = 1$ με ένα αεροσκάφος ηλικίας $t = 2$. Επομένως, χρειαζόμαστε για τη συνέχεια το ελάχιστο κόστος χρήσης του αεροσκάφους από τη χρονική στιγμή $\tau = 1$ έως τη χρονική στιγμή $\tau = 3$, αν τη χρονική στιγμή $\tau = 1$ το αεροσκάφος είναι ηλικίας $t = 2$. Το κόστος αυτό προκύπτει από την τιμή της $f(2,1)$ που είναι **143.5** και προκύπτει από την απόφαση να διατηρήσει η επιχείρηση το αεροσκάφος και να φθάσει στη χρονική στιγμή $\tau = 2$ με ένα εργαλείο ηλικίας $t = 3$. Άρα, στη συνέχεια χρειαζόμαστε την τιμή της $f(3,2)$

που είναι **130.5** και προκύπτει από την απόφαση να αντικαταστήσει η επιχείρηση το αεροσκάφος και να φθάσει στη χρονική στιγμή $\tau = 3$ με ένα αεροσκάφος ηλικίας $t = 1$. Διαδικασία αυτή συνεχίζεται όπως φαίνεται στον παρακάτω σχήμα.

(Age, Time stage) = (1, 0) Keep

(Age, Time stage) = (2, 1) Keep

(Age, Time stage) = (3, 2) Buy/Replace

(Age, Time stage) = (1, 3) Keep

(Age, Time stage) = (2, 4) Keep

(Age, Time stage) = (3, 5) Keep

(Age, Time stage) = (4, 6) Buy/Replace

(Age, Time stage) = (1, 7) Keep

(Age, Time stage) = (2, 8) Keep

(Age, Time stage) = (3, 9) Keep

Σχήμα 3.20 Αποτελέσματα βέλτιστης πολιτικής

Ανάπτυξη λογισμικού (Κώδικας Matlab)

```
Initial_Age = 1;
Taf = 10;
T = 11;
```

```
A = 60;
```

```
t = [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11];
```

Σχήμα 3.21 Αρχικοποίηση

Στο Σχήμα 3.21 ορίζονται η μέγιστη ηλικία και το εύρος χρονικών διαστημάτων (ορίζοντας) στην τιμή 10 αντίστοιχα.

```

k = 5 + 4*t;

p(1) = 0;
for i=2:T+1
    p(i) = 40 - 3.5*(i-1);
end

a = p - 2;

```

Σχήμα 3.22 Σχέσεις κόστους, πώλησης, αγοράς

Στο Σχήμα 3.22 φαίνονται οι συναρτήσεις με τις οποίες ορίζονται οι τιμές του κόστους, της πώλησης και της αντικατάστασης.

```

for taf=Taf:-1:1
    for t=2:T
        if(t == Initial_Age + 1 && taf == 1)
            fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf +1); % Replace
            fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf +1); % Keep
            faBack(t, taf) = fa(t, taf);
            fbBack(t, taf) = fb(t, taf);

            minA = min(fa(t, taf),fb(t, taf));

            fa(t, taf) = minA;
            fb(t, taf) = fa(t, taf);

            fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);
            break;
        end
        if(taf == 1)
            continue;
        end

        if(t - taf <= (T-Taf))
            fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf +1); % (Replace)
            fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf +1); % (Keep)
            faBack(t, taf) = fa(t, taf);
            fbBack(t, taf) = fb(t, taf);

            minA = min(fa(t, taf),fb(t, taf));

            fa(t, taf) = minA;
            fb(t, taf) = fa(t, taf);

            fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);

        end
    end
end

```

end

Σχήμα 3.23 Αλγόριθμος εύρεσης ελαχίστου κόστους

Στο Σχήμα 3.23 φαίνεται ο τρόπος με την οποία εντοπίζεται το ελάχιστο κόστος για την χρήση του αεροσκάφους σε ένα εύρος 10 χρόνων.

```
t=Initial_Age + 1;
taf=1;
while(1)
    if(t - taf <= 1 && t <= T && taf <= Taf)

        fprintf('\n(Age, Time stage) = (%d, %d)',t-1,taf-1);
        if(faBack(t, taf) <= fbBack(t, taf))
            fprintf(' Buy/Replace\n');
            t = 2;
            taf = taf + 1;
            continue;
        else
            fprintf('\nKeep\n');
            t = t + 1;
            taf = taf + 1;
            continue;
        end
    else
        break;
    end
end
```

Σχήμα 3.24 Αλγόριθμος εύρεσης βέλτιστης πολιτικής

Στο Σχήμα 3.24 παρουσιάζεται ο κώδικας με τον οποίο εντοπίζεται η βέλτιστη πολιτική χρησιμοποιώντας τους πίνακες που προέκυψαν από τις συναρτήσεις fa και fb που έχουν τα δεδομένα από τις επιλογές αντικατάστασης και διατήρησης.

Το πρόγραμμα δίνει την παρακάτω έξοδο:

Min = 1.525000e+02

(Age, Time stage) = (1, 0) Keep

(Age, Time stage) = (2, 1) Keep

(Age, Time stage) = (3, 2) Buy/Replace

(Age, Time stage) = (1, 3) Keep

(Age, Time stage) = (2, 4) Keep

(Age, Time stage) = (3, 5) Keep

(Age, Time stage) = (4, 6) Buy/Replace

(Age, Time stage) = (1, 7) Keep

(Age, Time stage) = (2, 8) Keep

(Age, Time stage) = (3, 9) Keep

Σχήμα 3.25 Έξοδος αλγορίθμου - Αποτελέσματα

➤ 3.4. Πρόβλημα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο με την χρήση ενοικίασης

Μία αεροπορική εταιρεία θέλει να χρησιμοποιήσει ένα αεροσκάφος Boeing 737-800 για ένα χρονικό ορίζοντα $T = 10$ χρόνων και έχει την δυνατότητα σε κάθε αρχή του χρόνου να νοικιάζει (αντικατάσταση) κάποιο άλλο με το ανάλογο κόστος με μέγιστο χρόνο ενοικίασης τα 3 χρόνια.

Το κόστος χρήσης-συντήρησης του αεροσκάφους είναι συνάρτηση της παλαιότητας του t (της ηλικίας του).

Σε κάθε χρονική στιγμή $\tau = 0, 1, \dots, T-1$ υπάρχει η δυνατότητα το αεροσκάφος να αντικατασταθεί με ένα καινούργιο.

Έστω ότι δίνονται τα εξής στοιχεία :

- $e(t)$: η τιμή ενοικίασης ενός καινούργιου αεροσκάφους ηλικίας t ,
- $m(t)$: το κόστος χρήσης του αεροσκάφους για ένα χρόνο όταν αυτό είναι ηλικίας t ,
- $c(t)$: το συνολικό κόστος για την διατήρηση ενός αεροσκάφους για i χρόνια, $i = 1, 2, 3$.

Με τις αντίστοιχες σχέσεις :

$$m = 5 + 4 * t; \quad (\text{Εξ. 3.10})$$

$$e = 4.15 - 0.127 \cdot t;$$

(Εξ. 3.11)

Η c ορίζεται από την σχέση :

i από 1 μέχρι 3

$C(i) = \text{άθροισμα του κόστους } m \text{ από } 1 \text{ έως } i + e(i)$

Τέλος επανάληψης

Επομένως, τίθεται το ερώτημα αν και σε ποιες χρονικές στιγμές πρέπει να νοικιασθεί ένα νέο αεροσκάφος έτσι ώστε η επιχείρηση να χρησιμοποιήσει το αεροσκάφος με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Ζητείται επομένως η βέλτιστη πολιτική που πρέπει να ακολουθήσει η επιχείρηση για να ελαχιστοποιήσει το κόστος χρήσης του αεροσκάφους.

Ορίζεται η $g(k)$ ως η συνάρτηση του ελάχιστου κόστους χρήσης από τον χρόνο $\tau = k$ έως $\tau = 10$, αν ένα αεροσκάφος νοικιάζεται την χρονική στιγμή $\tau = k$.

Η βέλτιστη συνάρτηση ορίζεται ως εξής :

$g(t) = \text{“ το ελάχιστο κόστος χρήσης του αεροσκάφους από τη χρονική στιγμή } \tau = k \text{ έως τη χρονική στιγμή } T. \text{”}$

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η επαναληπτική σχέση με τη βοήθεια της οποίας θα υπολογισθεί η $g(t)$.

$$g(k) = \min_{1 \leq i \leq 3, k+i \leq T} c_i + g(k+i) \quad (\text{Εξ. 3.12})$$

Σκοπός μας είναι η εύρεση της τιμής $g(0)$.

Έστω ότι μία αεροπορική εταιρία θέλει να διαθέτει ένα αεροσκάφος για τα επόμενα δέκα χρόνια, δηλαδή $T=10$. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται συναρτήσεις της ηλικίας t του εργαλείου το κόστος χρήσης για ένα χρόνο και η τιμή ενοικίασης.

Τα δεδομένα ελήφθησαν προσεγγιστικά. Σκοπός της δυναμικής προσέγγισης είναι η μελέτη της διαδικασίας με την οποία προκύπτει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2

t	e(t)	m(t)	c(t)
1	4.15	5	9.15
2	4.0230	9	18.0230
3	3.8960	13	30.8960

Ορίζεται ως οριακή συνθήκη η $g(T) = 10$,

δηλαδή $g(10) = 0$.

Εύκολα προκύπτει ότι την χρονική στιγμή $\tau = 9$ είναι

$$g(9) = c1,$$

δηλαδή

$$g(9) = 9.15$$

αφού μπορεί να νοικιαστεί μόνο για ένα χρόνο το αεροσκάφος τον τελευταίο χρόνο.

Την χρονική στιγμή $\tau = 8$ το αεροσκάφος μπορεί να νοικιαστεί μόνο για ένα ή για δύο χρόνια, επομένως

$$g(8) = \min [c2 + \underline{g(10)}, c1 + g(9)]$$

$$g(8) = \min [\underline{18.0230}, 18.3] = 18.0230$$

Την χρονική στιγμή $\tau = 7$ το αεροσκάφος μπορεί να νοικιαστεί για 1,2 ή 3 χρόνια, επομένως

$$g(7) = \min [c3 + g(10), c2 + \underline{g(9)}, c1 + \underline{g(8)}]$$

$$= \min [30.8960, \underline{27.1730}, \underline{27.1730}] = 27.1730$$

Προκύπτουν οι εξής διαδοχικές καταστάσεις:

$$\begin{aligned} g(6) &= \min [c3 + g(9), c2 + \underline{g(8)}, c1 + g(7)] \\ &= \min [40.0460, \underline{36.0460}, 36.3230] = 36.0460 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(5) &= \min [c3 + g(8), c2 + \underline{g(7)}, c1 + \underline{g(6)}] \\ &= \min [48.9190, \underline{45.1960}, \underline{45.1960}] = 45.1960 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(4) &= \min [c3 + g(7), c2 + \underline{g(6)}, c1 + g(5)] \\ &= \min [58.0690, \underline{54.0690}, 54.3460] = 54.0690 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(3) &= \min [c3 + g(6), c2 + \underline{g(5)}, c1 + \underline{g(4)}] \\ &= \min [66.9420, \underline{63.2190}, \underline{63.2190}] = 63.2190 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(2) &= \min [c3 + g(5), c2 + \underline{g(4)}, c1 + g(3)] \\ &= \min [76.0920, \underline{72.0920}, 72.3690] = 72.0920 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(1) &= \min [c3 + g(4), c2 + \underline{g(3)}, c1 + \underline{g(2)}] \\ &= \min [84.9650, \underline{81.2420}, \underline{81.2420}] = 81.2420 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(0) &= \min [c3 + g(3), c2 + \underline{g(2)}, c1 + g(1)] = \\ &= \min [94.1150, \underline{90.1150}, 90.3920] = 90.1150 \end{aligned}$$

Προκύπτει ότι το ελάχιστο κόστος είναι ίσο με :

$$\mathbf{Min = 90.1150}$$

Προσδιορισμός βέλτιστης πολιτικής

Το ελάχιστο από την τιμή $g(0)$ προσδιορίζει πόσα χρόνια πρέπει να νοικιαστεί το αεροσκάφος. Επειδή αυτό αντιστοιχεί στο $g(2)$ τότε οδηγούμαστε στην επόμενη κατάσταση την $\tau = 2$. Το ελάχιστο της $g(2)$, η τιμή, βρίσκεται στην θέση $g(4)$, οπότε οδηγούμαστε στην θέση $g(4)$, που σημαίνει ότι θα νοικιάσει για άλλα δύο χρόνια ένα νέο αεροσκάφος. Η διαδικασία συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο και καταλήγουμε στην εξής αλληλουχία :

0 2 4 6 8 10

Αυτό σημαίνει ότι τις χρονικές στιγμές αυτές η εταιρεία θα νοικιάζει αεροσκάφος με το ελάχιστο κόστος.

Ανάπτυξη λογισμικού (Κώδικας Matlab)

```
T = 10;      %years total
Limit = 3;   %how many years we can lease the equipment
t = [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11];
```

```
z = zeros(T + 1, Limit + 1);
tr = zeros(T + 1, Limit + 1);
pinak = zeros(T + 1, Limit + 1);
pinak2 = zeros(T + 1, Limit + 1);
```

```
c = zeros(1, T + 1);
g = zeros(1, T + 1);
```

Σχήμα 3.25 Αρχικοποίηση

Στο Σχήμα 3.25 ορίζονται το εύρος χρονικών διαστημάτων (ορίζοντας) στην τιμή 10, ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός χρόνων που μπορεί να νοικιαστεί ένα νέο αεροσκάφος. Επίσης, φαίνεται ο μηδενισμός των πινάκων που χρειάζονται στον αλγόριθμο.

```
m = 5 + 4*t;
e = 4.15 - 0.127*t;
```

```

for i=1:1:Limit
    c(i) = sum(m(1:i)) + e(i);
end

```

Σχήμα 3.26 Σχέσεις κόστους, πώλησης, αγοράς

Στο Σχήμα 3.26 φαίνονται οι συναρτήσεις με τις οποίες ορίζονται οι τιμές του κόστους, της ενοικίασης και της μεταβλητής c .

```

g(T+1) = 0;

for j=T:-1:1
    min = 1000000;
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= T + 1)
            g(j) = c(i) + g(i + j);
            z(j,i) = g(j);

            if( g(j) <= min )
                min = g(j);
            end
        end
        minA(j) = min;
    end

    g(j) = min;

end

fprintf('\n-----\n');
fprintf('\nmin = %3d\n',g(1));
fprintf('\n-----\n');

```

Σχήμα 3.27 Αλγόριθμος εύρεσης ελαχίστου κόστους

Στο Σχήμα 3.27 φαίνεται ο τρόπος με την οποία εντοπίζεται το ελάχιστο κόστος για την χρήση του αεροσκάφους σε ένα εύρος 10 χρόνων. Να σημειωθεί ότι στη Matlab δεν μπορεί να οριστεί τιμή στο στοιχείο θέσης 0 σε ένα πίνακα. Για αυτό όταν ο αναγνώστης διαβάσει το $g(1)$ αυτό σημαίνει ότι είναι το $g(0)$.

```

for j=1:T
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= (T + 1) )
            if( z(j,i) == minA(j) )
                fprintf('\n(j,i) = (%d, %d)\n',j,i);
                tr(j,i) = j + i;
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end

u=1;
v=1;
for j=1:T
    for i=1:Limit
        for p=1:T
            if( tr(j,i) == p && tr(j,i) ~= 0)
                for b=1:Limit
                    if( tr(p,b) ~= 0)
                        fprintf('\n = %d %d %d\n',j,tr(j,i),tr(p,b));
                        pinak(u,v) = j;
                        pinak(u,v+1) = tr(j,i);
                        pinak(u,v+2) = tr(p,b);
                        u = u + 1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');

u=1;
v=1;

for j=1:T+1
    for i=1:T+1
        if(i ~= j)
            if(pinak(j,Limit-1) == pinak(i,Limit-2) && pinak(j,Limit)==
pinak(i,Limit-1))
                fprintf('\n = %d %d %d %d \n\n',pinak(j,Limit-
2),pinak(j,Limit-1),pinak(j,Limit),pinak(i,Limit));
                pinak2(u,v) = pinak(j,Limit-2);
                pinak2(u,v+1) = pinak(j,Limit-1);
                pinak2(u,v+2) = pinak(j,Limit);
                pinak2(u,v+3) = pinak(i,Limit);
                u = u + 1;
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');

for j=1:T+1
    for i=1:T+1
        if(i ~= j)
            if(pinak2(j,Limit) == pinak2(i,Limit-2) && pinak2(j,Limit+1)==
pinak2(i,Limit-1))
                if(pinak2(j,Limit-2) - 1 == 0)fprintf('\n = %d %d %d %d %d
%d \n\n',pinak2(j,Limit-2)-1,pinak2(j,Limit-1)-1,pinak2(j,Limit)-
1,pinak2(j,Limit+1)-1,pinak2(i,Limit)-1,pinak2(i,Limit+1)-1); end

```

```

        end
    end
end

```

Σχήμα 3.28 Αλγόριθμος εύρεσης βέλτιστης πολιτικής

Στο Σχήμα 3.28 παρουσιάζεται ο κώδικας με τον οποίο εντοπίζεται η βέλτιστη πολιτική. Ο πίνακας z περιέχει όλες τις τιμές της συνάρτησης g για κάθε χρονική στιγμή για όλες τις καταστάσεις (από $c1$ μέχρι $c3$). Οπότε στον κώδικα ελέγχεται για ποια κατάσταση και χρονική στιγμή εμφανίζεται το ελάχιστο και σημειώνονται σε έναν νέο πίνακα tr .

```

for j=1:T
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= (T + 1) )
            if( z(j,i) == minA(j) )
                fprintf('\n(j,i) = (%d, %d)\n',j,i);
                tr(j,i) = j + i;
            end
        end
    end
end

```

Σχήμα 3.29 Αλγόριθμος εύρεσης κατάστασης και χρονικής στιγμής που εμφανίζεται το ελάχιστο

Κεφάλαιο 4

Συμπεράσματα – Μελλοντική έρευνα

➤ 4.1. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία αναλύθηκε το θέμα του δυναμικού προγραμματισμού ως αντικείμενο που επηρεάζει τη λήψη αποφάσεων στην αντικατάσταση ενός αεροσκάφους ή στην ενοικίαση του με το χαμηλότερο κόστος.

Λαμβάνοντας υπόψη πραγματικά δεδομένα με προσέγγιση αναλύεται η κάθε μέθοδος με την οποία μπορεί να αντικατασταθεί ένα εργαλείο σε κάποιο χρονικό ορίζοντα με χρήση της αντικατάστασης μέσω πώλησης/αγοράς ή με την χρήση της ενοικίασης. Μέσω συναρτήσεων ελαχίστου κόστους και με την βοήθεια προγραμμάτων σε Matlab εντοπίστηκε η βέλτιστη χαμηλότερη τιμή του κόστους για την κατοχή ενός αεροσκάφους από την εταιρεία σε δεδομένο χρονικό ορίζοντα.

Αναλύθηκε το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείων και παρουσιάστηκαν δύο παραδείγματα αντικατάστασης εργαλείων. Το πρώτο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων χωρίς να χρησιμοποιηθεί η επιλογή της ενοικίασης στον χρονικό ορίζοντα της εφαρμογής της. Το πρόγραμμα που υλοποιήθηκε σε Matlab παράγει την βέλτιστη πολιτική χωρίς να λαμβάνει υπόψη όλες τις δυνατές λύσεις. Το αποτέλεσμα της βέλτιστης λύσης υπακούει με την μέθοδο εύρεσης χωρίς προγραμματισμό και παρουσιάζει μεγαλύτερη ευελιξία όσον αφορά αλλαγή στις παραμέτρους.

Το δεύτερο αφορά την αντικατάσταση εργαλείων με χρήση της επιλογή της ενοικίασης. Σκοπός είναι η μελέτη της περίπτωσης να μπορεί να αντικατασταθεί το εργαλείο με ένα νέο αλλά κάθε φορά να νοικιάζεται και όχι να αντικαταστείτε χωρίς να εμπλέκονται οι κινήσεις αγοράς και πώλησης. της βέλτιστης πολιτικής. Το πρόγραμμα που υλοποιήθηκε με την Matlab για τον προσδιορισμός της βέλτιστης λύσης μπορεί να βρει κάθε δυνατή

λύση-διαδρομή. Αυτό μπορεί να το διαπιστώσει ο κάθε αναγνώστης χρησιμοποιώντας τον κώδικα που παρουσιάζεται στο Παράρτημα Α αλλάζοντας τα δεδομένα.

➤ 4.2. Θέματα μελλοντικής έρευνας

Θα μπορούσε να αποτελεί θέμα μελλοντικής έρευνας η μελέτη και η προσθήκη κομμάτι αλγορίθμου για την εύρεση όλων των δυνατών βέλτιστων πολιτικών στο πρώτο πρόβλημα.

Επίσης, ένα σημαντικό στοιχείο είναι η επέκταση του προβλήματος σε πάνω από ένα αεροσκάφος που μπορεί να διαθέτει ο στόλος.

Τέλος, τα δύο προβλήματα θα μπορούσαν να συνδυαστούν σε ένα ενιαίο πρόβλημα. Δηλαδή, η εταιρεία θα μπορούσε να αποφασίζει κάθε χρόνο αν θα αντικαταστήσει ή διατηρήσει ή ενοικιάσει ένα καινούργιο αεροσκάφος. Επιπλέον, θα μπορούσαν να ληφθούν υπόψη και οι ηλικίες των νοικιαζόμενων και των αντικαταστάσιμων αεροσκαφών. Βέβαια, αυτό ίσως θα απαιτούσε διαφορετική αλγοριθμική προσέγγιση, δηλαδή να χρησιμοποιηθεί άλλου τύπου προγραμματισμός, όπως ευριστικός, στοχαστικός ή αλγόριθμοι βελτιστοποίησης (γενετικοί, PSO).

Βιβλιογραφία – Αναφορές

- [1] Κιόχος Π. κ.ά. (2002), Επιχειρησιακή έρευνα, Μέθοδοι και τεχνικές λήψης επιχειρησιακών αποφάσεων, Εκδόσεις Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα
- [2] Πραστάκος Γρηγόρης Π. (1992), Επιχειρησιακή έρευνα για τη λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων, Α: Μαθηματικός Προγραμματισμός, Εκδόσεις Σταμούλης, Πειραιάς
- [3] Μπότσαρης Χ. Ε. (1996), Επιχειρησιακή έρευνα, μέθοδοι & προβλήματα, Εκδόσεις Ελλην
- [4] Υψηλάντης Παντελής (2006), Επιχειρησιακή Έρευνα, Εφαρμογές στη σημερινή επιχείρηση, Εκδόσεις Προπομπός
- [5] Hillier F. S. & Lieberman G. J. (1995), Introduction to Operations Research, 6th Edition, McGraw-Hill
- [6] Καρκαζής Ι. (1998), Ειδικά θέματα επιχειρησιακής έρευνας, Εκδόσεις Σμπίλιας ΑΕΒΕ, Αθήνα
- [7] Π.-Χ. Γ. Βασιλείου (2001), Εφαρμοσμένος Μαθηματικός Προγραμματισμός, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
- [8] "Management Misinformation Systems". In: Management Science, 14(4), 1967, 147–156.
- [9] Dimitris Alevras and Manfred W. Padberg, Linear Optimization and Extensions: Problems and Solutions, Universitext, Springer-Verlag, 2001
- [10] Bellman, Richard (1957), Dynamic Programming, Princeton University Press. Dover paperback edition (2003), ISBN 0-486-42809-5.

- [11] Luenberger, David G.; Ye, Yinyu (2008). Linear and nonlinear programming. International Series in Operations Research & Management Science 116 (Third ed.). New York: Springer. pp. xiv+546.
- [12] Clemen, Robert (1996). Making Hard Decisions: An Introduction to Decision Analysis (2nd ed.). Belmont CA: Duxbury Press
- [13] Schrijver, Alexander, Combinatorial Optimization, Berlin ; New York : Springer, 2003
- [14] Arnold Neil Schwartz, LCDR James A. Sheler, CDR Carl R. Cooper(1971), Dynamic programming approach to the optimization of Naval aircraft rework and replacement policies, Naval Research Logistics Quarterly Volume 18, Issue 3, pages 395–414
- [15] Massoud Bazargan , Joseph Hartman (2012) , Aircraft replacement strategy: Model and analysis, Volume 25, Pages 26–29
- [16] <http://www.i-collateral.com>
- [17] <http://www.airlinemonitor.com>
- [18] <http://www.rand.org/>
- [19] <http://www.rita.dot.gov/bts>

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

1) Κώδικας του παραδείγματος για το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείου χωρίς την χρήση ενοικίασης

```
clear all
clc

A = 70;

% Initial_Age = 2;
% Taf = 4;
% T = 6;
% t = [0 1 2 3 4 5 6];
% k = [5 10 15 20 25 35 50];
% a = [0 55 40 30 20 10 2];
% p = [0 45 40 30 15 10 2];

Initial_Age = 1;
Taf = 3;
T = 4;
t = [0 1 2 3 4];
k = [5 10 15 20 30];
a = [0 40 30 15 10];
p = [0 30 20 10 5];

f = zeros(T + 1, Taf + 1);
fa = zeros(T + 1, Taf + 1);
fb = zeros(T + 1, Taf + 1);

faBack = zeros(T + 1, Taf + 1);
fbBack = zeros(T + 1, Taf + 1);

for t=1:T+1
    fa(t,Taf+1) = -p(t);
end
fb = fa;

for taf=Taf:-1:1
    for t=2:T
        if(t == Initial_Age + 1 && taf == 1)
            fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf + 1); %
            (?????????????)
            fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf + 1);           % Keep
            faBack(t, taf) = fa(t, taf);
            fbBack(t, taf) = fb(t, taf);
```

```

        minA = min(fa(t, taf),fb(t, taf));

        fa(t, taf) = minA;
        fb(t, taf) = fa(t, taf);

        fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);
        break;
    end
    if(taf == 1)
        continue;
    end

    if(t - taf <= (T-Taf))
        fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf + 1); %
        (????????????)
        fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf + 1); % (???????????)
        faBack(t, taf) = fa(t, taf);
        fbBack(t, taf) = fb(t, taf);

        minA = min(fa(t, taf),fb(t, taf));

        fa(t, taf) = minA;
        fb(t, taf) = fa(t, taf);

        fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);

    end
end
end

fprintf('\n-----\n');
fprintf('\nMin = %d\n',min(fa(Initial_Age + 1,1),fb(Initial_Age +
1,1)));
fprintf('\n-----\n');

t=Initial_Age + 1;
taf=1;
while(1)
    if(t - taf <= (T-Taf) && t <= T && taf <= Taf)
        fprintf('\n(Age, Time stage) = (%d, %d)',t-1,taf-1);
        if(faBack(t, taf) <= fbBack(t, taf))
            fprintf(' Buy/Replace\n');
            t = 2;
            taf = taf + 1;
            continue;
        else
            fprintf('\nKeep\n');
            t = t + 1;
            taf = taf + 1;
            continue;
        end
    end
end

```

```

        else
            break;
        end
    end
end

```

2) Κώδικας για το πρόβλημα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο χωρίς την χρήση ενοικίασης

```

clear all
clc

Initial_Age = 1;
Taf = 10;
T = 11;

A = 60;

t = [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11];
%k = [5 10 15 20 25 35 36 37 38 39 40 41];
k = 5 + 4*t;
% a = [0 42 35 30 20 10 10 10 10 10 10 10];
% p = [0 40 30 38 15 10 10 10 10 10 10 10];
p(1) = 0;
for i=2:T+1
    p(i) = 40 - 3.5*(i-1);
    if(p(i)<0) p(i) = 0; end
end

%p = [0 40 30 38 15 10 10 10 10 10 10 10];
a = p - 2;
a(1) = 0;
f = zeros(T + 1, Taf + 1);
fa = zeros(T + 1, Taf + 1);
fb = zeros(T + 1, Taf + 1);

faBack = zeros(T + 1, Taf + 1);
fbBack = zeros(T + 1, Taf + 1);

for t=1:T+1
    fa(t,T) = -p(t);
end
fb = fa;

for taf=Taf:-1:1
    for t=2:T
        if(t == Initial_Age + 1 && taf == 1)
            fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf + 1); % Replace
            fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf + 1);          % Keep
            faBack(t, taf) = fa(t, taf);
            fbBack(t, taf) = fb(t, taf);

            minA = min(fa(t, taf), fb(t, taf));

```

```

        fa(t, taf) = minA;
        fb(t, taf) = fa(t, taf);

        fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);
        break;
    end
    if(taf == 1)
        continue;
    end

    if(t - taf <= (T-Taf))
        fa(t, taf) = A - a(t) + k(1) + fa(2, taf +1); % (Replace)
        fb(t, taf) = k(t) + fb(t + 1, taf +1); % (Keep)
        faBack(t, taf) = fa(t, taf);
        fbBack(t, taf) = fb(t, taf);

        minA = min(fa(t, taf),fb(t, taf));

        fa(t, taf) = minA;
        fb(t, taf) = fa(t, taf);

        fprintf('\nf(%d,%d) = min[A - a(%d) + k(0) + f(1,%d), k(%d)
+ f(%d,%d)] = min[%.1f,%.1f] = %.1f\n',t-1,taf-1,t-1,taf,t-
1,t,taf,faBack(t, taf),fbBack(t, taf),minA);

    end
end
end

fprintf('\n-----\n');
fprintf('\nMin = %d\n',min(faBack(Initial_Age + 1,1),fbBack(Initial_Age
+ 1,1)));
fprintf('\n-----\n');

t=Initial_Age + 1;
taf=1;
while(1)
    if(t - taf <= 1 && t <= T && taf <= Taf)
        %fprintf('\n(t, taf) = (%d, %d)\n',t-1,taf-1);
        fprintf('\n(Age, Time stage) = (%d, %d)',t-1,taf-1);
        if(faBack(t, taf) <= fbBack(t, taf))
            fprintf(' Buy/Replace\n');
            t = 2;
            taf = taf + 1;
            continue;
        else
            fprintf('\nKeep\n');
            t = t + 1;
            taf = taf + 1;
            continue;
        end
    end
end

```

```

        else
            break;
        end
    end
end

```

3) Κώδικας του παραδείγματος για το πρόβλημα αντικατάστασης εργαλείου με την χρήση ενοικίασης

```

clear all
clc

T = 5;          %years total
Limit = 3;      %how many years we can lease the equipment

c = zeros(1,T + 1);
g = zeros(1,T + 1);

t = [0 1 2 3 4 5];

m = [60 80 120];
e = [200 400 500];

for i=1:1:Limit
    c(i) = sum(m(1:i)) + e(i);
end

g(T+1) = 0;

for j=T:-1:1
    min = 1000000;
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= (T + 1) )
            g(j) = c(i) + g(i + j);
            z(j,i) = g(j);

            if( g(j) <= min )
                min = g(j);
            end
        end
        minA(j) = min;
    end
    g(j) = min;
end

for j=1:T
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= (T + 1) )
            if( z(j,i) == minA(j) )
                fprintf('\n(j,i) = (%d, %d)\n',j-1,i-1);
                tr(j,i) = j + i;
            end
        end
    end
end

```

```

    end
end

fprintf('\n-----\n');
u=1;
v=1;
for j=1:T
    for i=1:Limit
        for p=1:T
            if( tr(j,i) == p && tr(j,i) ~= 0)
                for b=1:Limit
                    if( tr(p,b) ~= 0)
                        fprintf('\n = %d %d %d\n',j-1,tr(j,i)-1,tr(p,b)-1);
                        pinak(u,v) = j;
                        pinak(u,v+1) = tr(j,i);
                        pinak(u,v+2) = tr(p,b);
                        u = u + 1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');

for j=1:T+1
    for i=1:T+1
        if(i ~= j)
            if(pinak(j,Limit-1) == pinak(i,Limit-2) && pinak(j,Limit)==
pinak(i,Limit-1))
                fprintf('\n = %d %d %d %d \n\n',pinak(j,Limit-2)-
1,pinak(j,Limit-1)-1,pinak(j,Limit)-1,pinak(i,Limit)-1);
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');
fprintf('\nmin = %3d\n',g(1));
fprintf('\n-----\n');

```

4) Κώδικας για το πρόβλημα αντικατάστασης στον αεροπορικό στόλο με την χρήση ενοικίασης

```

clear all
clc

T = 10;      %years total
Limit = 3;   %how many years we can lease the equipment
t = [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11];

```

```

z = zeros(T + 1, Limit + 1);
tr = zeros(T + 1, Limit + 1);
pinak = zeros(T + 1, Limit + 1);
pinak2 = zeros(T + 1, Limit + 1);

c = zeros(1,T + 1);
g = zeros(1,T + 1);

m = 5 + 4*t;
e = 4.15 - 0.127*t;

for i=1:1:Limit
    c(i) = sum(m(1:i)) + e(i);
end

g(T+1) = 0;

for j=T:-1:1
    min = 1000000;
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= T + 1)
            g(j) = c(i) + g(i + j);
            z(j,i) = g(j);

            if( g(j) <= min )
                min = g(j);
            end
        end
        minA(j) = min;
    end

    g(j) = min;
end

fprintf('\n-----\n');
fprintf('\nmin = %3d\n',g(1));
fprintf('\n-----\n');

for j=1:T
    for i=1:Limit
        if((i+j)<= (T + 1) )
            if( z(j,i) == minA(j) )
                fprintf('\n(j,i) = (%d, %d)\n',j-1,i-1);
                tr(j,i) = j + i;
            end
        end
    end
end

u=1;
v=1;
for j=1:T
    for i=1:Limit
        for p=1:T

```

```

        if( tr(j,i) == p && tr(j,i) ~= 0)
            for b=1:Limit
                if( tr(p,b) ~= 0)
                    fprintf('\n = %d %d %d\n',j-1,tr(j,i)-1,tr(p,b)-1);
                    pinak(u,v) = j;
                    pinak(u,v+1) = tr(j,i);
                    pinak(u,v+2) = tr(p,b);
                    u = u + 1;
                end
            end
        end
    end
end
end

fprintf('\n-----\n');

u=1;
v=1;

for j=1:T+1
    for i=1:T+1
        if(i ~= j)
            if(pinak(j,Limit-1) == pinak(i,Limit-2) && pinak(j,Limit)==
pinak(i,Limit-1))
                fprintf('\n = %d %d %d %d \n\n',pinak(j,Limit-2)-
1,pinak(j,Limit-1)-1,pinak(j,Limit)-1,pinak(i,Limit)-1);
                pinak2(u,v) = pinak(j,Limit-2);
                pinak2(u,v+1) = pinak(j,Limit-1);
                pinak2(u,v+2) = pinak(j,Limit);
                pinak2(u,v+3) = pinak(i,Limit);
                u = u + 1;
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');

for j=1:T+1
    for i=1:T+1
        if(i ~= j)
            if(pinak2(j,Limit) == pinak2(i,Limit-2) && pinak2(j,Limit+1)==
pinak2(i,Limit-1))

                if(pinak2(j,Limit-2) - 1 == 0)fprintf('\n = %d %d %d %d
%d \n\n',pinak2(j,Limit-2)-1,pinak2(j,Limit-1)-1,pinak2(j,Limit)-
1,pinak2(j,Limit+1)-1,pinak2(i,Limit)-1,pinak2(i,Limit+1)-1); end
            end
        end
    end
end

fprintf('\n-----\n');

```

