

## ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

Άσκηση 1 Έστω  $V$  ένας διανυσματικός χώρος πάνω σε ένα σύνολο  $F$ .

- α) Ναδειχτεί ότι το άθροισμα δύο εσωτερικών γινομένων είναι ένα εσωτερικό γινόμενο στον  $V$ .  
β) Είναι η διαφορά δύο εσωτερικών γινομένων ένα εσωτερικό γινόμενο;  
γ) Ναδειχτεί ότι το γινόμενο ενός θετικού πραγματικού αριθμού με ένα εσωτερικό γινόμενο είναι ένα εσωτερικό γινόμενο στον  $V$ .

Άσκηση 2 Θεωρούμε το χώρο  $R^2$  και το εσωτερικό γινόμενο

$$a \cdot b = \sum_{i=1}^2 x_i y_i$$

όπου  $a = (x_1, x_2)$  και  $b = (y_1, y_2)$  ανήκουν στον  $R^2$ .

α) Έστω  $a = (1, 2)$ ,  $b = (-1, 1)$ . Αν  $\gamma$  είναι ένα διάνυσμα του  $R^2$  τέτοιο ώστε  $\langle a, \gamma \rangle = -1$  και  $\langle b, \gamma \rangle = 3$ , να βρεθεί το  $\gamma$ .

β) Ναδειχτεί ότι για κάθε διάνυσμα  $a$  του  $R^2$  έχουμε ότι  $a = \langle a, e_1 \rangle e_1 + \langle a, e_2 \rangle e_2$ ,

όπου  $e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  και  $e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ .