

Άσκηση

[Βλ.λ <http://utopia.duth.gr/~cschinas/> Διαφάνεια 8]

Όταν μία επιμήκης χάλκινη ράβδος γειωθεί και διεγερθεί με ηλεκτρικό ρεύμα, τότε η διαφορική εξίσωση που διέπει την ένταση $H(r,t)$ του μαγνητικού πεδίου είναι η

$$rH_{rr} + H_r = \frac{4\rho r}{r} H_t,$$

όπου

r είναι το μήκος της ράβδου,

t είναι ο χρόνος και

ρ χαρακτηριστική σταθερά του χαλκού.

α) Να τεθεί $H = R(r)T(t)$ και να βρεθούν οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν τις συναρτήσεις R και T . (Να τεθεί $-\lambda$ αντί λ).

β) Να βρεθεί η συνάρτηση T .

γ) Να δειχτεί ότι η διαφορική εξίσωση για την R είναι ειδική μορφή της διαφορικής εξίσωσης του Bessel

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2) y = 0,$$

θέτοντας $r = x/\sqrt{I}$.