

Άσκηση

[Βλ.λ. <http://utopia.duth.gr/~cschinas/> Διαφάνεια 9]
Θεωρούμε την *Κυματική Εξίσωση του Schrodinger* της Κβαντομηχανικής,

$$\frac{i\hbar}{2m} \Phi_t = -\frac{\hbar^2}{8mp^2} (\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \Phi_{zz}) + V \cdot \Phi$$

όπου \hbar , m θεωρούνται σταθερές, $\Phi = \Phi(x,y,z,t)$ και $V = V(x,y,z)$.

α) Να αποδειχτεί ότι η *Κυματική Εξίσωση του Schrodinger* μπορεί να μετασχηματιστεί στην εξίσωση

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} + \frac{8mp^2}{\hbar^2} (E - V)u = 0,$$

θέτοντας

$$\Phi(x, y, z, t) = e^{-\frac{i2pEt}{\hbar}} u(x, y, z)$$

όπου E σταθερή.

β) Για $V(x,y,z) = 0$ έχουμε την *Εξίσωση του Helmholtz*. Να βρεθούν οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν τις συναρτήσεις $X(x)$, $Y(y)$ και $Z(z)$ με τη μέθοδο του 'χωρισμού των μεταβλητών'.