



ΕΣΠΑ 2007-13\Ε.Π. Ε&ΔΒΜ\Α.Π. 1-2-3

«ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21^{ου} αιώνα) – Νέο Πρόγραμμα Σπουδών, Οριζόντια Πράξη» MIS: 295450
Με την συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης (Ε. Κ. Τ.)

Το παρόν έργο έχει παραχθεί από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο στο πλαίσιο υλοποίησης της Πράξης «*ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) – Νέο πρόγραμμα σπουδών, στους Άξονες Προτεραιότητας 1,2,3, -Οριζόντια Πράξη*», με κωδικό MIS 295450 και ειδικότερα στο πλαίσιο του Υποέργου 1: «*Εκπόνηση Προγραμμάτων Σπουδών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και οδηγών για τον εκπαιδευτικό «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων*».

Επιστημονικό Πεδίο: **Μαθηματικά**

Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	1
Στόχοι μάθησης και διδασκαλίας.....	3
Στόχοι μάθησης στα μαθηματικά: ανάπτυξη βασικών ικανοτήτων	4
Στόχοι μάθησης στα μαθηματικά: ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης	6
Στόχοι μάθησης στα μαθηματικά: ανάπτυξη ιδιαίτερων μαθηματικών διεργασιών	6
ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	10
Τροχιές μάθησης και διδασκαλίας στα σχολικά μαθηματικά	10
Βασικά μαθηματικά περιεχόμενα	12
Επιλογή και χρήση εργαλείων	26
Μαθηματική δραστηριότητα	27
Συνθετική εργασία	28
Αξιολόγηση.....	29
Πίνακες θεματικών ενοτήτων – Κωδικοί – Σύμβολα	31
ΠΙΝΑΚΕΣ ΘΕΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΟΤΗΤΩΝ (Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα- Βασικά θέματα- Δραστηριότητες- Εκπαιδευτικό Υλικό)	33
Πρώτος Ηλικιακός Κύκλος	
Πίνακας Θεματικών Ενοτήτων Α΄ Δημοτικού	33
Πίνακας Θεματικών Ενοτήτων Β΄ Δημοτικού	49
Συνθετικές Εργασίες Πρώτου Κύκλου – Α΄ & Β΄ Δημοτικού	68
Δεύτερος Ηλικιακός Κύκλος	
Πίνακας Θεματικών Ενοτήτων Γ΄ Δημοτικού	73
Πίνακας Θεματικών Ενοτήτων Δ΄ Δημοτικού	93
Πίνακας Θεματικών Ενοτήτων Ε΄ Δημοτικού	113
Πίνακας Θεματικών Ενοτήτων ΣΤ΄ Δημοτικού	130
Συνθετικές εργασίες Δεύτερου Κύκλου	149
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ	178

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το νέο πρόγραμμα σπουδών για τα μαθηματικά που προτείνεται είναι αποτέλεσμα συλλογικής δουλειάς μελών μιας επιτροπής εμπειρογνομόνων με εμπειρίες που πηγάζουν από την ερευνητική τους ενασχόληση με τα Μαθηματικά και τη Διδακτική των Μαθηματικών ή/και από την πολύχρονη διδασκαλία τους στη σχολική τάξη και στην αρχική και συνεχιζόμενη εκπαίδευση. Η διαφορετική οπτική, συχνά συμπληρωματική, των μελών της επιτροπής οδήγησε σε ένα πρόγραμμα που θεωρούμε ότι έχει από τη μια μεριά έναν επιστημονικό προσανατολισμό που στηρίζεται στη διεθνή έρευνα και εμπειρία σχετικά με τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών και από την άλλη τη δυνατότητα να μπορεί να εφαρμοστεί στην πράξη. Το βασικό κίνητρο όλων των μελών της επιτροπής ήταν να συμβάλλουν στην αναβάθμιση της ποιότητας της μαθηματικής εκπαίδευσης στην υποχρεωτική εκπαίδευση στην Ελλάδα. Γνωρίζουμε όμως ότι το πρόγραμμα σπουδών είναι μόνο η αφετηρία για μια τέτοια αναβάθμιση και ελπίζουμε ότι ο συνδυασμός του με την ανάπτυξη κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού και παροχής συνεχούς εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών να μπορέσει να κάνει πιο ουσιαστική και ενδιαφέρουσα τη μαθηματική εμπειρία των μαθητών. Το πρόγραμμα απευθύνεται άμεσα στον εκπαιδευτικό θεωρώντας τον ως επιστήμονα που σχεδιάζει τη διδασκαλία του, κάνει επιλογές τεκμηριωμένες και έχει μια συνολική εικόνα της μαθησιακής πορείας των μαθητών του.

Αναφορικά με τη δομή του κειμένου, αρχικά παρουσιάζονται οι βασικές αρχές του προγράμματος σπουδών όπου καθορίζονται οι στόχοι της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών καθώς και οι βασικές ικανότητες, δεξιότητες και διεργασίες που αναμένεται οι μαθητές να αποκτήσουν. Στη συνέχεια αναλύεται η δομή ανάπτυξης του προγράμματος εστιάζοντας στον τρόπο ανάπτυξης του περιεχομένου μέσα από τον καθορισμό τριών βασικών θεματικών αξόνων. Επίσης αναλύονται για κάθε βασική θεματική περιοχή η σημασία της, οι βασικές έννοιες και διεργασίες καθώς και η εξέλιξη τους στη διάρκεια της υποχρεωτικής εκπαίδευσης εστιάζοντας στις βασικές μεταβάσεις ανά ηλικιακό κύκλο. Στη δομή ανάπτυξης συμπεριλαμβάνεται η βασική φιλοσοφία ένταξης εργαλείων (χειραπτικών και ψηφιακών) στη διδασκαλία των μαθηματικών, των διδακτικών προσεγγίσεων (όπως της «δραστηριότητας» και της «συνθετικής εργασίας») καθώς και της διαδικασίας της αξιολόγησης. Ακολουθεί ανά τάξη πίνακας όπου παρουσιάζονται τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα, τα βασικά περιεχόμενα, οι ενδεικτικές δραστηριότητες και το προτεινόμενο εκπαιδευτικό υλικό για κάθε θεματικό άξονα. Οι ενδεικτικές δραστηριότητες συνοψίζονται σε πίνακα και αντιστοιχίζονται με τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Στο τέλος του κάθε ηλικιακού κύκλου παρουσιάζονται παραδείγματα συνθετικών εργασιών, μέρος των οποίων αξιοποιούν ψηφιακά εργαλεία. Τέλος δίνεται ένα παράδειγμα εργαλείου αξιολόγησης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί «διαμορφωτικά» και «τελικά» και ακολουθεί ενδεικτική λίστα βιβλιογραφικών αναφορών που χρησιμοποιήθηκαν.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Κάθε προσπάθεια συγκρότησης ενός Προγράμματος Σπουδών για τα μαθηματικά βρίσκεται άμεσα αντιμέτωπη με μια σειρά από ερωτήματα που συχνά περιορίζονται στην επιλογή του περιεχομένου του: ποιες μαθηματικές γνώσεις είναι σημαντικό

να αναπτύξουν όλοι οι μελλοντικοί πολίτες; Ποια κριτήρια θα μπορούσαν να υιοθετηθούν για την επιλογή τους; Ποιες από τις γνώσεις που εμπεριέχονται στο ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών χρειάζεται να εξαιρεθούν; Απαντήσεις σε αυτά και άλλα, ανάλογα ερωτήματα, παρά τη δυσκολία που παρουσιάζουν, προσδιορίζουν σε μεγάλο βαθμό την ταυτότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης που επιχειρείται να αναπτυχθεί στις εκάστοτε κοινωνικές και πολιτισμικές συνθήκες. Η αποτύπωση των βασικών στοιχείων αυτής της ταυτότητας πρέπει να αναζητηθεί στα κεντρικά χαρακτηριστικά και στη δυναμική της νοητικής δράσης που είναι επιθυμητό να αναπτυχθεί από τους μαθητές σε σχέση με το μαθηματικό περιεχόμενο.

Τα μαθηματικά αποτελούν ένα ιδιαίτερο αντικείμενο μάθησης. Αναγνωρισμένα ως ένας από τους πλέον κρίσιμους τομείς του ανθρώπινου πολιτισμού, εξαιτίας του εξαιρετικά ισχυρού τρόπου ερμηνείας του κόσμου που προσφέρουν, με σημαντική συνεισφορά στην ανάπτυξη της ατομικής αλλά και της συλλογικής σκέψης παγκοσμίως, κατέχουν κεντρική θέση στα Προγράμματα Σπουδών της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Αυτό καθιστά την επιτυχημένη σχολική μαθητεία σε αυτά καθοριστικό παράγοντα της γνωστικής και, κατ' επέκταση, της ακαδημαϊκής ανάπτυξης και της επαγγελματικής ανέλιξης κάθε πολίτη. Ωστόσο, η αφαιρετική τους φύση, η αυστηρότητα και η πολυπλοκότητα των εμπλεκόμενων ιδεών και της οργάνωσής τους, καθώς και η προβληματική τους προσέγγιση στο σχολείο εμποδίζουν πολλούς μαθητές, συχνά αυτούς που ανήκουν σε ευάλωτες κοινωνικές ομάδες, να επιτύχουν στα μαθηματικά και να αναπτύξουν θετικά συναισθήματα για αυτά.

Ποια είναι, όμως, εκείνα τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που καθιστούν τα μαθηματικά ένα τόσο ξεχωριστό αντικείμενο μάθησης και, κατά συνέπεια, και διδασκαλίας; Κατ' αρχήν, η ενεργή και εντατική εμπλοκή στην προσπάθεια επίλυσης ενός προβλήματος, ο ιδιαίτερος τρόπος μελέτης και επίλυσης προβλημάτων και ο επεξεργασμένος γλωσσικός και συμβολικός κώδικας έκφρασης των νοημάτων που χαρακτηρίζουν την αυθεντική μαθηματική δραστηριότητα. Το μαθηματικό περιεχόμενο προσφέρει απλώς το πλαίσιο για την ενεργοποίηση αυτών των στοιχείων και αποκτά σημασία στο βαθμό που συμβάλλει στην ισχυροποίησή τους προς την κατεύθυνση της επαν-ανακάλυψης της μαθηματικής γνώσης από τον μαθητευόμενο.

Η μαθηματική σκέψη προϋποθέτει την ικανότητα διαχείρισης των βασικών δομικών στοιχείων των μαθηματικών, όπως είναι οι έννοιες, οι ιδιότητές τους και οι τρόποι τεκμηρίωσης του μαθηματικού συλλογισμού, με τρόπο που να καθιστά φανερές τις σχέσεις των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών μεταξύ τους, δηλαδή, τη θέση τους σε ένα δίκτυο ιδεών. Ένα τέτοιο δίκτυο δημιουργείται γύρω από μια «θεμελιώδη ιδέα». Για παράδειγμα, στην περίπτωση της πρόσθεσης ετερόνυμων κλασμάτων, η «θεμελιώδης ιδέα» είναι η έννοια των ισοδύναμων κλασμάτων, η οποία στηρίζεται σε μια άλλη «θεμελιώδη ιδέα», ότι, οι αριθμοί, διατηρώντας την αξία τους, μπορούν να αναπαρασταθούν με διάφορους τρόπους, ως κλάσματα, ως δεκαδικοί, ως ποσοστά κ.ά.

Η συνεκτικότητα και η συνοχή που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική επιστήμη και συνεισφέρουν στην ισχύ και στο εύρος των εφαρμογών της οφείλεται σε αυτό ακριβώς το γεγονός, δηλαδή, ότι τα μαθηματικά είναι μια επιστήμη δομών, η

κατανόηση των οποίων χαρακτηρίζει αυτό που ονομάζουμε μαθηματικό τρόπο σκέψης και συλλογισμού.

Οι σύγχρονες θεωρήσεις στο πεδίο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης υποδεικνύουν ότι ένα σημερινό Πρόγραμμα Σπουδών για τα μαθηματικά οφείλει να αποθαρρύνει την έμφαση στην απλή γνώση και την εφαρμογή εννοιών και διαδικασιών, επενδύοντας στη μελέτη των συνδέσεων μεταξύ τους και στην ανάπτυξη μαθηματικών ικανοτήτων, στάσεων και πεποιθήσεων που θα βοηθήσουν τους μαθητές να αντιμετωπίσουν με αποτελεσματικό τρόπο προβλήματα μέσα στα μαθηματικά και μέσω των μαθηματικών. Μια τέτοια προσέγγιση αντανακλά την πορεία συγκρότησης της ίδιας της επιστήμης των μαθηματικών, δηλαδή, την προσπάθεια ερμηνείας και κατανόησης του κόσμου.

Στόχοι μάθησης και διδασκαλίας

Η αναζήτηση γενικών στόχων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών απασχόλησε και συνεχίζει να απασχολεί τους ερευνητές της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Μια σημαντική εξέλιξη σε αυτήν την κατεύθυνση υπήρξε η πρόταση του Winter (1975) (στο Wittmann, 2005) για την υιοθέτηση τέτοιων στόχων, που υπακούουν στις παρακάτω τρεις αρχές:

- Μετάβαση από τα «μαθηματικά – έτοιμο προϊόν» στη «μαθηματικοποίηση» και στις διαδικασίες που τη συγκροτούν: «διερεύνηση», «συλλογισμός» και «επικοινωνία».
- Αποδοχή, ως βασικής διδακτικής αρχής, της μάθησης μέσω ανακάλυψης.
- Ανάδειξη της συμπληρωματικότητας της “καθαρής” και της “εφαρμοσμένης” άποψης των μαθηματικών.

Οι παραπάνω αρχές ανέδειξαν μια από τις κυρίαρχες σήμερα στοχεύσεις των Προγραμμάτων Σπουδών για τα μαθηματικά, του *μαθηματικού γραμματισμού*. Πρόκειται για την ικανότητα κάποιου α) να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα μαθηματικά και β) να αναλύει και ερμηνεύει τον τρόπο που χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων στο κοινωνικό περιβάλλον. Έτσι, ένα “μαθηματικά εγγράμματο” άτομο:

- Αντιλαμβάνεται ότι “οι μαθηματικές έννοιες, οι δομές και οι ιδέες έχουν εφευρεθεί ως εργαλεία για να οργανώσουν τα φαινόμενα του φυσικού, κοινωνικού και πνευματικού κόσμου” (Freudenthal, 1983),
- Διαθέτει την “ικανότητα να κατανοεί, να κρίνει, να δημιουργεί και να χρησιμοποιεί τα μαθηματικά σε μια ποικιλία ενδο- και εξω-μαθηματικών πλαισίων και καταστάσεων, στις οποίες τα μαθηματικά παίζουν ή θα μπορούσαν να παίζουν κάποιο ρόλο” (Niss, 1996, 2003)) και, έτσι, μπορεί να λειτουργήσει κριτικά σε μια δημοκρατική κοινωνία.

Μια δεύτερη κεντρική στόχευση που προκύπτει από τη σύγχρονη θέαση της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι η ανάγκη διδασκαλίας *αξιοποιήσιμων μαθηματικών*, δηλαδή, μαθηματικών που βοηθούν το μαθητευόμενο να κατανοήσει και να οργανώσει αποτελεσματικά τόσο την πραγματικότητά του όσο και τα ίδια τα μαθηματικά. Σε αυτήν την κατεύθυνση, αποκτά ιδιαίτερη σημασία η σύνδεση της

άτυπης με την τυπική γνώση των μαθηματικών, με τρόπο που να ενθαρρύνει την οικοδόμηση μιας διαλεκτικής σχέσης μεταξύ τους.

Συνοψίζοντας, τα σύγχρονα ερευνητικά δεδομένα αναγνωρίζουν την ανάγκη στόχευσης ενός Προγράμματος Σπουδών για τα μαθηματικά της υποχρεωτικής εκπαίδευσης στη μάθηση μαθηματικών που είναι χρήσιμα για όλους τους μαθητές και «παραμένουν μαθηματικά». Σε αυτήν την κατεύθυνση, κεντρική επιδίωξη της αντίστοιχης διδασκαλίας θα πρέπει να είναι η ανάδειξη των βασικών χαρακτηριστικών της μαθηματικής γνώσης: της γενίκευσης, της βεβαιότητας, της ακρίβειας και της συντομίας.

Στόχοι μάθησης στα μαθηματικά: ανάπτυξη βασικών ικανοτήτων

Η υποχρεωτική μαθηματική εκπαίδευση στοχεύει στη συγκρότηση σκεπτόμενων πολιτών, ορισμένοι από τους οποίους θα συνεχίσουν, ενδεχομένως, τη μελέτη των μαθηματικών σε υψηλότερα επίπεδα. Για την επιτυχία αυτού του στόχου στις σύγχρονες πολύπλοκες κοινωνικές, οικονομικές και πολιτισμικές συνθήκες, είναι αναγκαία η ανάπτυξη κάποιων, καταρχήν, *γενικών ικανοτήτων και δεξιοτήτων*, οι οποίες συνδέονται οριζοντίως με όλα τα γνωστικά αντικείμενα που εμφανίζονται στα Προγράμματα Σπουδών της υποχρεωτικής εκπαίδευσης και περιγράφονται, στη συνέχεια, συνοπτικά:

- Η ικανότητα *αποτελεσματικής χρήσης εργαλείων*, κοινωνικο-πολιτισμικών (γλώσσας, συμβόλων, κειμένων) και ψηφιακών. Τα διάφορα «εργαλεία» ενέχουν πολλαπλές ερμηνείες και είναι απαραίτητα για έναν ενεργό διάλογο με το περιβάλλον.
- Η ικανότητα *αλληλεπίδρασης και συνεργασίας σε ετερογενείς ομάδες*. Είναι σημαντικό για το άτομο να μπορεί να κατανοεί τη σκέψη και τη στάση των άλλων, να επιλύει συγκρούσεις, να διαχειρίζεται διαφορές και αντιφάσεις, να υπερβαίνει πολιτισμικές διαφορές, να εξισορροπεί μεταξύ της δέσμευσης για την ομάδα και της προσωπικής του αυτονομίας.
- Η ικανότητα *αυτόνομης και υπεύθυνης λειτουργίας*. Τα άτομα χρειάζεται να είναι σε θέση να λειτουργούν όχι μόνον στο πλαίσιο μιας ομάδας αλλά και αυτόνομα, να μπορούν να υπερασπίζονται τις απόψεις τους, να συνειδητοποιούν τα όρια και τις ανάγκες τους, να αναζητούν πληροφορίες και να αξιολογούν τις πηγές προέλευσής τους, να αξιολογούν τη μάθησή τους, να κατανοούν και να νοσηματοδοτούν την εμπειρία τους (μεταγνώση).

Οι παραπάνω γενικές ικανότητες μπορούν να αναλυθούν σε επιμέρους ικανότητες και δεξιότητες, ιδιαίτερα σημαντικές για τον σύγχρονο πολίτη.

Ένας σκεπτόμενος, ενεργός πολίτης χρειάζεται να διαθέτει *ικανότητα λήψης αποφάσεων και επίλυσης προβλημάτων*. Για παράδειγμα, αν εξαιρέσουμε τα «σχολικά» προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στα μαθηματικά, όπου δίνονται όλες οι πληροφορίες για την επίλυσή τους και ο δρόμος προς τη λύση είναι συνήθως μονόδρομος, στην πραγματική ζωή, τα περισσότερα προβλήματα χαρακτηρίζονται από ασάφεια, έλλειψη δεδομένων, ή περίσσεια στοιχείων. Προκειμένου να επιλυθεί ένα τέτοιο πρόβλημα, πρέπει καταρχήν να κατανοηθεί.

Η *κατανόηση* ενός προβλήματος δεν είναι απλή διαδικασία, καθώς προϋποθέτει μια σειρά από σημαντικές δεξιότητες, όπως *διαχείρισης της πολυπλοκότητας*

(αναγνώριση και ανάλυση κανονικοτήτων, εντοπισμός αναλογιών μεταξύ των γνωστών και νέων καταστάσεων), *διάκρισης* (αναγνώριση σχετικών και άσχετων στοιχείων σε σχέση με μια κατάσταση ή έναν στόχο) και *επιλογής* (επιλογή μεταξύ διάφορων ενδεχομένων σε σχέση με τον επιδιωκόμενο στόχο).

Αφού κατανοηθεί, το πραγματικό πρόβλημα πρέπει να μετατραπεί, στη συνέχεια, σε μαθηματικό πρόβλημα, προκειμένου να αναζητηθούν τα κατάλληλα εργαλεία (σύμβολα, αλγόριθμοι, τεχνολογικά εργαλεία) επίλυσής του. Αυτή η διαδικασία, γνωστή ως *μαθηματικοποίηση ή μοντελοποίηση*, συνιστά βασική ικανότητα που πρέπει να διαθέτει κάθε άτομο. Εφόσον βρεθεί η λύση, πρέπει να καταγραφεί και, συχνά, να δημοσιοποιηθεί. Επομένως, χρειάζεται μια γλώσσα επικοινωνίας των σκέψεων και των επιχειρημάτων πάνω στις οποίες στηρίχτηκε ο συλλογισμός επίλυσης. Η *ικανότητα επικοινωνίας* είναι θεμελιώδης τόσο για αυτόν που παρουσιάζει μια λύση όσο και για εκείνον που τη δέχεται. Βασικό της χαρακτηριστικό είναι ότι απαιτεί συχνά μετατροπή μιας μορφής αναπαράστασης σε μια άλλη (π.χ., από πίνακα σε διάγραμμα). Συνεπώς, η *ικανότητα έκφρασης με χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων* και (συμπληρωματικά) η *ικανότητα ανάλυσης και ερμηνείας δεδομένων* συνιστούν δυο σημαντικές ικανότητες που πρέπει να διαθέτει κάθε πολίτης.

Η συνεργασία διευκολύνει την επίλυση προβλημάτων. Όμως, για να ευδοκιμήσει, χρειάζεται οι ενδιαφερόμενοι να οικοδομήσουν οικειοθελώς ένα πλαίσιο εμπιστοσύνης και αλληλοκατανόησης. Η σύγχρονη βιβλιογραφία υποδεικνύει ότι οι κοινότητες πρακτικής που συγκροτούνται στη βάση αμοιβαίων σχέσεων εμπιστοσύνης χαρακτηρίζονται από δημιουργικότητα και καινοτομία (Wenger et al., 2002). Επομένως, η *ικανότητα συνεργασίας στο πλαίσιο μιας ομάδας* και η *ικανότητα επικοινωνίας και διατύπωσης συλλογισμών και επιχειρημάτων* αποτελούν σημαντικά εφόδια για κάθε άτομο σε όλη τη διάρκεια της ζωής του.

Οι ικανότητες που περιγράφηκαν παραπάνω μπορεί να θεωρηθούν ως «βασικές», καθώς αποτελούν ενοποίηση θεμελιωδών γνώσεων, δεξιοτήτων, δυνατοτήτων και στάσεων ενός ατόμου και έχουν ένα ευρύ πεδίο εφαρμογής. Αυτή η συνύπαρξη γνωστικών και συναισθηματικών χαρακτηριστικών είναι δυναμική, εξελίσσεται κατά τη διάρκεια της ζωής του ατόμου και του επιτρέπει να αντιμετωπίζει καταστάσεις με ετοιμότητα και αποτελεσματικότητα. Κεντρικός, λοιπόν, στόχος της εννιάχρονης μαθηματικής εκπαίδευσης θα πρέπει να είναι η προσφορά ευκαιριών στους μαθητές να αναπτύξουν τις συγκεκριμένες βασικές ικανότητες, ώστε να είναι σε θέση να λειτουργήσουν κριτικά και δημιουργικά μέσα στα μαθηματικά αλλά και έξω από αυτά, σε καθημερινές καταστάσεις των οποίων η αντιμετώπιση απαιτεί μαθηματικά εργαλεία.

Συνοψίζοντας, αν και η επιλογή των περιεχομένων είναι ένα κρίσιμο ζήτημα για τους σχεδιαστές των Προγραμμάτων Σπουδών για τα μαθηματικά, η στήριξη των μαθητών, για να αναπτύξουν τις βασικές ικανότητες και τα εργαλεία που θα τους βοηθήσουν να αποδώσουν νόημα και να κατανοήσουν σε βάθος τις «θεμελιώδεις ιδέες» που διατρέχουν όλο το Πρόγραμμα Σπουδών φαίνεται να συνιστά ζήτημα αιχμής, καθώς προσφέρει εκείνη την υποδομή που μπορεί να στηρίξει αποτελεσματικά τη διαπραγμάτευση και τη συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος από αυτούς.

Στόχοι μάθησης στα μαθηματικά: ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης

Είναι γενικά αποδεκτό ότι, βασική προϋπόθεση ανάπτυξης των βασικών ικανοτήτων που αναφέρθηκαν παραπάνω αποτελεί η διαμόρφωση *θετικής διάθεσης / στάσης / έξης απέναντι στη διαδικασία μάθησης των μαθηματικών*. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται μια σειρά από χαρακτηριστικά και εκδηλώσεις τέτοιων στάσεων, όπως η περιέργεια, η δεκτικότητα σε νέες ιδέες, η φαντασία, η δημιουργική αμφισβήτηση, ο σκεπτικισμός. Γενικά, τα χαρακτηριστικά αυτά αποτελούν προϋπόθεση για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης που μπορεί να ειπωθεί με βάση τις τρεις παρακάτω συνιστώσες της:

- *Δημιουργική σκέψη*: Ανοιχτός νους (σκέψη πέραν του προφανούς, περιορισμός προκαταλήψεων, διατύπωση υποθέσεων, αναγνώριση προοπτικής), περιέργεια (προϋπόθεση ενεργής εμπλοκής σε διαδικασία ανακάλυψης).
- *Αναστοχαστική σκέψη*: Μεταγνώση(ρύθμιση και αυτοέλεγχος νοητικής και φυσικής δράσης)
- *Κριτική σκέψη*: Προσπάθεια κατανόησης της κατάστασης (διερεύνηση και αξιολόγηση των διαθέσιμων στοιχείων, αναζήτηση σχέσεων μεταξύ των στοιχείων για την ενίσχυση της ενδεχόμενης θεωρίας, έλεγχος της θεωρίας για αντιπαραδείγματα και αντιφάσεις, αναζήτηση εναλλακτικών ερμηνειών), ανάπτυξη στρατηγικής δράσης / μεθόδου (διατύπωση σαφών στόχων και ανάπτυξη μιας υποθετικής διαδρομής επίτευξης τους) και επιφυλακτικότητα (διερεύνηση πέρα από τα δεδομένα, αναζήτηση ενδείξεων/αποδείξεων, μη άκριτη αποδοχή).

Στόχοι μάθησης στα μαθηματικά: ανάπτυξη ιδιαίτερων μαθηματικών διεργασιών

Εκτός των γνωστικών και των συναισθηματικών χαρακτηριστικών, η εργασία στην τάξη των μαθηματικών οφείλει να προσφέρει τους μαθητές τη δυνατότητα να αναπτύξουν μια σειρά από μεθοδολογικά χαρακτηριστικά που διέπουν τη διαδικασία συγκρότησης της μαθηματικής γνώσης. Σε αυτήν την κατεύθυνση, ένας πρώτος σημαντικός στόχος είναι η *μαθητεία σε διαδικασίες πειραματισμού, διερεύνησης, διατύπωσης και ελέγχου υποθέσεων*.

Ο πειραματισμός υπήρξε πάντα και συνεχίζει να συνιστά μια σημαντική μέθοδο μαθηματικής ανακάλυψης. Εντούτοις, πολύ συχνά αποκρύπτεται, στη λογική μιας παράδοσης που θέλει οι μαθηματικοί ερευνητές να παρουσιάζουν μόνο κομψά, πλήρως αναπτυγμένα και αυστηρά τεκμηριωμένα αποτελέσματα. Αυτή η αντίληψη μεταφέρεται και στις σχολικές τάξεις: αφενός, ο χρόνος που δίνεται στους μαθητές για διερεύνηση είναι συνήθως περιορισμένος, αφετέρου τα προϊόντα της διερευνητικής διαδικασίας δεν οργανώνονται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι μαθητές να διαμορφώσουν ολοκληρωμένα σχήματα των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών. Απλές ιδέες, όπως η συστηματική καταγραφή δεδομένων, η οργάνωσή τους σε πίνακα, οι δοκιμές με μικρούς αριθμούς, οι εναλλακτικές διατυπώσεις του προβλήματος κ.τ.λ. δεν αποτελούν μέρος της “κουλτούρας” των μαθητών κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων. Αντίθετα, ενθαρρύνονται να θυμηθούν στρατηγικές που έχουν εφαρμόσει με επιτυχία σε παρόμοιες καταστάσεις, ώστε να τις επαναλάβουν άκριτα.

Η *επίλυση προβλήματος* αποτελεί τον πυρήνα της διαδικασίας ανάπτυξης της

μαθηματικής γνώσης και του μαθηματικού τρόπου σκέψης. Οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα, όταν τους δίνεται η ευκαιρία να διερευνήσουν οι ίδιοι μαθηματικές ιδέες μέσω επίλυσης προβλημάτων, καθώς η εμπλοκή τους στη συγκεκριμένη διαδικασία τους βοηθά να “κατασκευάσουν” προοδευτικά τη μαθηματική τους γνώση, εμβαθύνοντας εννοιολογικά σε αυτήν και συνειδητοποιώντας τη λειτουργική της πτυχή αλλά και την πολιτισμική και ιστορική της διάσταση. Επομένως, η κατάλληλη επιλογή δραστηριοτήτων αποτελεί κομβικό σημείο για τη μάθηση των μαθηματικών. Αναγνωρίζοντας αυτόν τον κεντρικό ρόλο της διαδικασίας επίλυσης προβλήματος, η σχετική βιβλιογραφία προτείνει α) τη διδασκαλία των μαθηματικών μέσω της επίλυσης προβλήματος αλλά και για την επίλυση προβλημάτων και β) την ανάδειξη της επίλυσης προβλήματος σε κεντρικό στόχο του Προγράμματος Σπουδών για τα μαθηματικά, με έμφαση στις στρατηγικές επίλυσής του.

Σημαντική στιγμή κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων και, γενικά, κατά την επεξεργασία μαθηματικών ερωτημάτων αποτελεί ο *αναστοχασμός*, μια διαδικασία που αφορά τη σκέψη του ατόμου σχετικά με την προηγούμενη δράση του και δεν ενεργοποιείται αυθόρμητα. Χαρακτηρίζει συνήθως τους “καλούς λύτες” προβλημάτων, γιατί μέσω αυτής έχουν τη δυνατότητα να ελέγξουν την ισχύ και το εύρος εφαρμογής των λύσεων που προτείνουν, και, ενδεχομένως, να αναθεωρήσουν τον τρόπο σκέψης τους. Μέσω κατάλληλων ερωτήσεων, ακόμα και πολύ μικροί μαθητές μπορούν να ασκηθούν στη χρήση της αναστοχαστικής διαδικασίας, η οποία απαιτεί χρόνο και τη διατύπωση ερωτήσεων που να αποτελούν έναυσμα για τη μεταγνωστική ανάπτυξη των μαθητών.

Τέλος, μια ακόμη σημαντική πτυχή των μαθηματικών συνδέεται με το ρόλο, τη σημασία και τη διαχείριση της φυσικής και της συμβολικής γλώσσας έκφρασης των μαθηματικών ιδεών. Μάλιστα, πολλοί ισχυρίζονται ότι τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα, με τα δικά της σύμβολα και τους δικούς της ιδιαίτερους κώδικες επικοινωνίας. Οι μαθητές χρειάζεται να είναι σε θέση να *διαχειρίζονται αποτελεσματικά αυτή τη γλώσσα, όχι μόνον σε επίπεδο συμβόλων, αλλά κυρίως σε επίπεδο διατύπωσης λογικών σχέσεων και επιχειρημάτων*. Συγκεκριμένα, χρειάζεται να είναι σε θέση να δίνουν ακριβείς περιγραφές των βημάτων που ακολουθούν σε μια διαδικασία σκέψης, να διατυπώνουν επιχειρήματα και να τα εκφράζουν με σαφήνεια, ώστε να γίνονται κατανοητά από τους άλλους και, γενικότερα, να μπορούν να αποτυπώνουν τα αποτελέσματα της εργασίας τους τόσο στη φυσική γλώσσα όσο και με χρήση μαθηματικών συμβόλων αλλά και άλλων μέσων αναπαράστασης (π.χ., διαγράμματα, δυναμικά ψηφιακά δομήματα, κ.ά.). Η ικανότητα για επικοινωνία στα μαθηματικά και για τα μαθηματικά αποτελεί βασικό στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Συνοψίζοντας όλα τα προηγούμενα, το τρέχον Πρόγραμμα Σπουδών για τα μαθηματικά, υιοθετώντας τόσο μια γνωστική όσο και μια κοινωνικοπολιτισμική θέαση των μαθηματικών, επιδιώκει, κυρίως, οι μαθητές:

- να αποκτήσουν την ικανότητα διατύπωσης και επίλυσης προβλημάτων μέσα στα μαθηματικά και μέσω αυτών και
- να διαμορφώσουν μια θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά, εκτιμώντας την κοινωνική και την αισθητική τους προοπτική αλλά και το ρόλο τους στην ανάπτυξη του ανθρώπινου πολιτισμού.

Η υλοποίηση των παραπάνω στόχων επιχειρείται να διασφαλιστεί μέσα από τέσσερις βασικές διεργασίες: α) του μαθηματικού συλλογισμού και της επιχειρηματολογίας, β) της δημιουργίας συνδέσεων/ δεσμών, γ) της επικοινωνίας μέσω της χρήσης εργαλείων, με βασικότερο τη φυσική γλώσσα, αλλά και τα σύμβολα, τις διάφορες μορφές αναπαράστασης, τα τεχνουργήματα και τα εργαλεία της τεχνολογίας και δ) της μεταγνωστικής ενημερότητας. Το περιεχόμενο και ο κεντρικός προσανατολισμός των τεσσάρων αυτών διεργασιών περιγράφονται στη συνέχεια.

Διεργασία συλλογισμού και επιχειρηματολογίας: Η διαδικασία του μαθηματικού συλλογισμού περιλαμβάνει τη διερεύνηση φαινομένων, τη διατύπωση και τον έλεγχο υποθέσεων και τη συγκρότηση τεκμηριωμένων επιχειρημάτων (μια μορφή των οποίων είναι η τυπική μαθηματική απόδειξη). Ο μαθηματικός συλλογισμός χρησιμοποιείται, προφανώς, κατά την επίλυση προβλημάτων αλλά η χρήση του είναι ευρύτερη. Αποτελεί τον κορμό της επικοινωνίας στην τάξη των μαθηματικών και συνεισφέρει ουσιαστικά στην κατανόησή τους. Ο δάσκαλος των μαθηματικών έχει χρέος να βοηθήσει τους μαθητές του να περάσουν από τις άτυπες διαισθητικές τους συλλογιστικές διαδικασίες σε πιο τυποποιημένες μορφές συλλογισμού. Για να το πετύχει χρειάζεται να έχει την ικανότητα να επιλέγει τις κατάλληλες ερωτήσεις που θα παροτρύνουν τους μαθητές να σκεφτούν σχετικά με θέματα που έως τότε θεωρούσαν προφανή (π.χ. σχετικά με το αν ο “πολλαπλασιασμός μεγαλώνει, ενώ η διαίρεση μικραίνει το αποτέλεσμα”).

Διεργασία δημιουργίας συνδέσεων: Σημαντικό στοιχείο του μαθηματικού συλλογισμού και, γενικά, του μαθηματικού τρόπου σκέψης αποτελεί η ικανότητα δημιουργίας συνδέσεων. Οι μαθητές κατανοούν σε βάθος τα μαθηματικά, όταν συνειδητοποιούν τις σχέσεις μεταξύ μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών, όταν συνειδητοποιούν ότι τα μαθηματικά είναι μια επιστήμη που συγκροτείται στη βάση λογικών σχέσεων και δομών. Είναι σημαντικό το Πρόγραμμα Σπουδών να παρέχει ευκαιρίες στους μαθητές να δημιουργούν συνδέσεις μέσα στα μαθηματικά και μεταξύ των μαθηματικών και άλλων επιστημονικών περιοχών και του πραγματικού κόσμου.

Διεργασία επικοινωνίας: Οι μαθητές επικοινωνούν με διάφορους τρόπους (προφορικά, εικονικά, γραπτά), για διάφορους λόγους και για διαφορετικά ακροατήρια (συμμαθητές, δάσκαλοι, γονείς). Μέσω της επικοινωνίας μπορούν, όχι μόνο να εκφραστούν αλλά και να αναστοχασθούν πάνω στον τρόπο σκέψης τους και τον τρόπο σκέψης των συνομιλητών τους. Η από κοινού δημιουργία νοήματος επιτρέπει τη συνεργασία, τη σε βάθος κατανόηση εννοιών και διαδικασιών, την αποσαφήνιση των ιδεών και την ανάλυση των επιχειρημάτων που ανταλλάσσονται.. Το Πρόγραμμα Σπουδών οφείλει να προσφέρει ευκαιρίες για επικοινωνία στους μαθητές, προβλέποντας σχετικές δραστηριότητες, όπου να δίνεται έμφαση στη σωστή χρήση της φυσικής και συμβολικής γλώσσας και στη σταδιακή απομάκρυνση από υποκειμενικές, άτυπες εκφράσεις για την περιγραφή μαθηματικών εννοιών, σχέσεων και διαδικασιών.

Διεργασία επιλογής και χρήσης εργαλείων: Η χρήση τεχνουργημάτων (artifacts), απτικών και ψηφιακών, και η σταδιακή μετατροπή τους σε νοητικά εργαλεία αποτελεί κοινή πρακτική στην ιστορία των μαθηματικών: άβακας, διαβήτη, κ.λπ.

αποτελούν την ενσωμάτωση αφηρημένων εννοιών, όπως ο αριθμός/ η αξία θέσης και ο κύκλος.

Είναι σαφές ότι η απλή παρουσία εργαλείων (π.χ., ψηφιακών) δεν διασφαλίζει την κατασκευή της γνώσης, καθώς πολλοί μαθητές δυσκολεύονται στη χρήση τους (ακόμα και σε απλές περιπτώσεις, όπως του διαβήτη ή του μοιρογνωμονίου), ενώ συχνά η λειτουργική τους ενσωμάτωση στη διαδικασία μάθησης αποδεικνύεται μια εξαιρετικά δύσκολη υπόθεση. Οι μαθητές χρειάζεται να ενθαρρυνθούν να ξεπεράσουν αυτές τις δυσκολίες, να αναπτύξουν την ικανότητα να επιλέγουν απτικά και ψηφιακά εργαλεία και στρατηγικές που θα τους επιτρέψουν να ασκήσουν αυθεντική μαθηματική δράση (όπως είναι η αποτελεσματική διατύπωση και διερεύνηση εικασιών και προβλημάτων, η κατάλληλη αναπαράσταση μιας μαθηματικής ιδέας και η μοντελοποίηση μιας κατάστασης). Τέλος, είναι σημαντικό να γνωρίζουν τη σχέση μεταξύ των διαφόρων συστημάτων αναπαράστασης (πχ. εικονικές, γεωμετρικές, συμβολικές κ.λ.π.), να αποκτήσουν σταδιακά την ικανότητα της μετάβασης από ένα σύστημα αναπαράστασης σε ένα άλλο και να επιλέγουν το εκάστοτε κατάλληλο σύστημα αναπαράστασης μιας κατάστασης.

Διεργασία μεταγνωστικής ενημερότητας:

Οι μεταγνωστικές διεργασίες περιλαμβάνουν το συνειδητό έλεγχο της μάθησης, το σχεδιασμό και την επιλογή στρατηγικών, την παρακολούθηση της ανάπτυξης της γνώσης, τη διόρθωση των λαθών, την ανάλυση της αποτελεσματικότητας των στρατηγικών και την αλλαγή των στρατηγικών όταν αυτό είναι απαραίτητο. Ένα άτομο διαθέτει μεταγνωστική ικανότητα όταν έχει συνείδηση της γνωστικής του διαδικασίας και μπορεί να ελέγχει, να ρυθμίζει και να αξιολογεί τον τρόπο σκέψης του (Borkowski, 1992; Brown, Bransford, Ferrara & Campione, 1983). Οι μεταγνωστικές διεργασίες επιτρέπουν ευελιξία στη σκέψη και δυνατότητα προσαρμογής σε νέες μη οικείες καταστάσεις. (Share & Dover 1987). Ο Schoenfeld (1987) αναφέρει ότι υπάρχουν τρεις τρόποι να μιλήσει κάποιος για τη μεταγνώση στο πλαίσιο της μάθησης των Μαθηματικών: πεποιθήσεις και διαισθήσεις (*ποιές ιδέες σχετικά με τα Μαθηματικά υιοθετείς και πως αυτό επηρεάζει τον τρόπο που μαθαίνεις;*), γνώση των δικών μας διαδικασιών σκέψης (*πόσο αποτελεσματικός είσαι στην περιγραφή του τρόπου σκέψης σου;*) και αυτορύθμιση ή παρακολούθηση και έλεγχος (*πόσο καλά μπορείς να παρακολουθείς τον τρόπο σκέψης σου, για παράδειγμα όταν λύνεις ένα πρόβλημα;*).

Συνοψίζοντας, η μάθηση των μαθηματικών είναι μια διαρκής, σπειροειδής διαδικασία γενίκευσης και αφαίρεσης, η οποία υλοποιείται στο παρόν Πρόγραμμα Σπουδών μέσα από την προσπάθεια ανάπτυξης των γενικών και των ειδικών ικανοτήτων και διεργασιών κατά μήκος των τροχιών μάθησης που εξελίσσονται μέσα στη ίδια τάξη και από τάξη σε τάξη. Αυτή η όλο και πιο αφαιρετική πορεία συγκρότησης της μαθηματικής γνώσης σηματοδοτείται συχνά από γνωστικές συγκρούσεις που οδηγούν στην αναθεώρηση, τροποποίηση ή ανατροπή όσων ήδη γνωρίζει. Πράγματα που θεωρούνταν δεδομένα σε κάποια φάση, τίθενται υπό αμφισβήτηση και γίνονται αντικείμενο συζήτησης και αναστοχασμού σε επόμενη φάση.

ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Για την υποστήριξη των παραπάνω στόχων και τη δυνατότητα υλοποίησης τους στη σχολική τάξη η ομάδα των εμπειρογνομόνων έκανε τις παρακάτω βασικές επιλογές στην ανάπτυξη του ΠΣ:

- Ανάπτυξη του περιεχομένου με βάση την έννοια της «τροχιάς μάθησης και διδασκαλίας».
- Επιλογή και χρήση χειραπτικών και ψηφιακών εργαλείων ως μέσων διερεύνησης μαθηματικών ιδεών, ανάπτυξης στρατηγικών και επίλυσης προβλημάτων.
- Ανάδειξη της «μαθηματικής δραστηριότητας» ως τη βάση ανάπτυξης των γενικών και ειδικών ικανοτήτων και διεργασιών.
- Εισαγωγή της «συνθετικής εργασίας» ως ένα μέσο οριζόντιας διασύνδεσης των μαθηματικών με άλλα μαθησιακά διδακτικά αντικείμενα.
- Σχεδιασμός της αξιολόγησης δίνοντας έμφαση στο διαμορφωτικό της χαρακτήρα και τη σύνδεση της με τη διδασκαλία.

Στη συνέχεια αναλύονται οι παραπάνω επιλογές και παρουσιάζεται πώς αυτές αναδεικνύονται στο ΠΣ.

Τροχίες μάθησης και διδασκαλίας στα σχολικά μαθηματικά

Το πρόγραμμα αναπτύχθηκε σε τρεις ηλικιακούς κύκλους χρησιμοποιώντας ως βάση την ιδέα της μαθησιακής – διδακτικής τροχιάς. Ο πρώτος ηλικιακός κύκλος αφορά μαθητές του νηπιαγωγείου (5-6 χρονών), της Α΄ Δημοτικού (6-7 χρονών) και της Β΄ Δημοτικού (7-8 χρονών). Ο δεύτερος ηλικιακός κύκλος περιλαμβάνει την ηλικιακή περίοδο από 8 έως 12 χρονών που αντιστοιχούν στις τάξεις Γ΄, Δ΄, Ε΄ και ΣΤ΄ Δημοτικού. Τέλος ο τρίτος κύκλος αφορά στην περίοδο φοίτησης των μαθητών στο Γυμνάσιο (12 – 15 χρονών).

Τα ερευνητικά δεδομένα στο πεδίο της Διδακτικής των Μαθηματικών καθιστούν σαφές ότι οι μαθητές ακολουθούν μια εξελικτική πορεία μάθησης και ανάπτυξης των μαθηματικών νοημάτων. Όταν οι εκπαιδευτικοί κατανοούν αυτήν την πορεία και τους βασικούς σταθμούς της και οργανώνουν τη δραστηριοποίηση των παιδιών με αναφορά σε αυτήν, είναι αυτονόητο ότι οικοδομούν περιβάλλοντα μάθησης της μαθηματικής γνώσης που μπορούν να στηρίξουν αποτελεσματικά την επιτυχή μαθητεία του μαθητή στα μαθηματικά (Clements & Sarama, 2009). Σε αυτήν την κατεύθυνση είναι εξαιρετικά σημαντική η έννοια της τροχιάς μάθησης και διδασκαλίας, καθώς προσφέρει απαντήσεις σε κρίσιμα διδακτικά ερωτήματα, όπως «ποιοι είναι οι εκάστοτε στόχοι μάθησης, ποια είναι η αφετηρία εκκίνησης, πως και που μετακινείσαι κάθε φορά και πως επιτυγχάνεις, τελικά, το στόχο μάθησης που είχε αρχικά τεθεί».

Μια Τροχιά Μάθησης και Διδασκαλίας (ΤΜΔ) αποτυπώνει μια συνολική θέαση της μαθησιακής εμπειρίας των μαθητών σε μια συγκεκριμένη θεματική του Προγράμματος Σπουδών των μαθηματικών και στοχεύει στη διαφάνεια και στην προσβασιμότητα στην αντίστοιχη εκπαιδευτική τους πορεία (Heuvel – Panhuizen, 2001). Στην πραγματικότητα, μια τέτοια τροχιά:

- Προσφέρει μια βάση για την άσκηση της διδακτικής πράξης

- Ορίζει σημαντικούς σταθμούς μάθησης (ενδιαμέσους και τελικούς) αλλά δε συνιστά μια προ-αποφασισμένη πορεία μάθησης
- Καθιστά φανερές τις διαφορές μάθησης μεταξύ μαθητών αλλά δεν περιγράφει μια ατομική πορεία μάθησης
- Συνιστά μια πηγή έμπνευσης για διδακτική δράση αλλά όχι έναν διδακτικό οδηγό
- Μπορεί να αποβεί εκπαιδευτικά ωφέλιμη αλλά δεν αποτελεί το μοναδικό τρόπο αναβάθμισης της ποιότητας της διδασκαλίας.

Κάθε ΤΔΕ συναπαρτίζεται από τρία μέρη: ένα *μαθηματικό στόχο* (πρόκειται για συστάδες εννοιών, δεξιοτήτων και ικανοτήτων που είναι μαθηματικά και μαθησιακά θεμελιώδεις), μια *διαδρομή* (επάλληλα, προοδευτικά αναπτυσσόμενα επίπεδα σκέψης που οδηγούν στην επίτευξη του στόχου που τέθηκε), κατά την οποία οι μαθητές αναπτύσσονται για να επιτύχουν το συγκεκριμένο στόχο και ένα σύνολο από *διδακτικές δραστηριότητες*, αντίστοιχες των *επιπέδων σκέψης* που διακρίνονται στη διαδρομή ή τη χαρακτηρίζουν, οι οποίες θα προσφέρουν την κατάλληλη υποστήριξη στους μαθητές για να αναπτύξουν ανώτερα επίπεδα σκέψης.

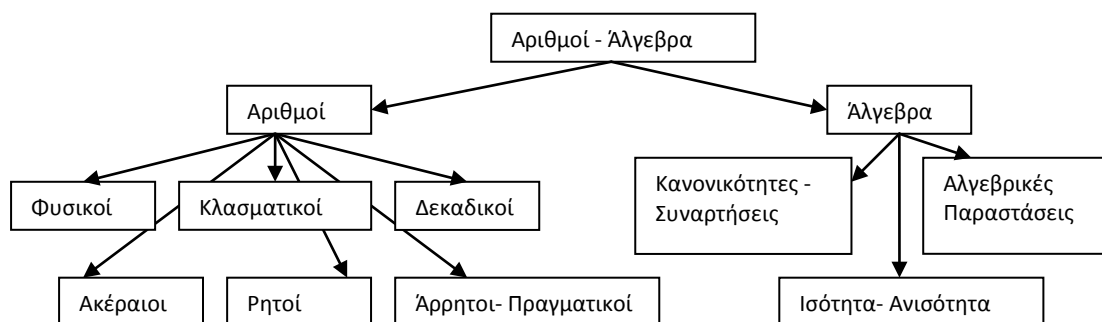
Σε μια προσπάθεια αποφυγής οποιαδήποτε σύγχυσης, είναι σημαντικό να τονιστεί ότι, μια ΤΜΔ δεν είναι μια γραμμική, βήμα-προς-βήμα περιγραφή πορείας, όπου κάθε βήμα συνδέεται αναγκαστικά με το επόμενο. Ούτε ένα μοναδικά ορισμένο μονοπάτι, καθώς καλείται να λάβει υπόψη του: τις ατομικές μαθησιακές πορείες, τις ασυνέχειες στη μαθησιακή διαδικασία (άλματα, οριοθετήσεις, υποτροπιάσεις), το γεγονός ότι πολλαπλές δεξιότητες και έννοιες αναπτύσσονται ταυτόχρονα στο πλαίσιο του ίδιου αντικειμένου μάθησης αλλά και εκτός αυτού και τις διαφορές μεταξύ της άτυπης και της τυπικής μάθησης.

Σε μια ΤΜΔ, αυτό που μαθαίνεται σε μια φάση επιτελείται σε ανώτερο επίπεδο στην αμέσως επόμενη, δηλαδή, η μαθησιακή διαδικασία εξελίσσεται σε επίπεδα. Καθώς ο μαθητής μετακινείται από επίπεδο σε επίπεδο, εργαζόμενος ατομικά ή συλλογικά, οι γνώσεις, οι δεξιότητες και οι ικανότητες που αναπτύσσει αποκτούν συνοχή. Τα επίπεδα προσφέρουν δυνατότητες οργάνωσης και ρύθμισης της διδασκαλίας, με στόχο την μετάβαση σε ανώτερα επίπεδα μάθησης. Θα πρέπει, ωστόσο, να διευκρινιστεί ότι τα επίπεδα δεν έχουν γενική ισχύ (επιτρέπουν την ανάδειξη των ιδιαιτεροτήτων στις μορφές μάθησης), ενώ δεν υπάρχει άμεση σύνδεση μεταξύ επιπέδων και των σταδίων νοητικής ανάπτυξης του μαθητή. Τέλος, είναι σημαντικό να επισημανθούν ορισμένοι περιορισμοί και δυσκολίες στην οργάνωση της διδασκαλίας με βάση τις ΤΜΔ. Καταρχήν, είναι σαφές ότι δεν είναι πάντοτε εύκολο να οριστούν με σαφήνεια και να οργανωθούν με αποτελεσματικό τρόπο οι ΤΜΔ ή μια σε σχέση με την άλλη. Επιπλέον, κατά την εργασία της διδασκαλίας στη βάση των ΤΜΔ θα πρέπει να ληφθεί ιδιαίτερη μέριμνα ώστε:

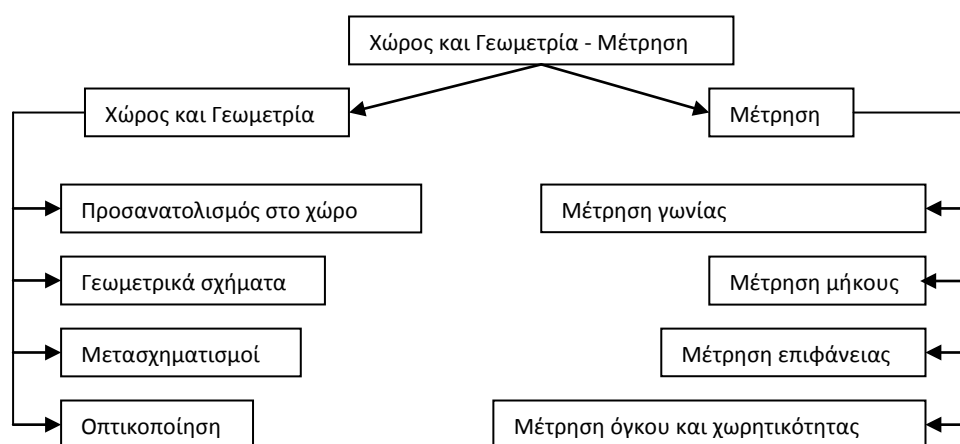
- Η εστίαση σε μια τροχιά να μην εμποδίζει τη θέαση των υπολοίπων
- Οι τροχιές να επιτρέπουν την συν-θέαση της γνωστικής, κοινωνικής και συναισθηματικής ανάπτυξης του μαθητή (αχώριστες αλλά όχι αδιάκριτες).
- Να είναι εμφανής ο τρόπος με τον οποίο οι τροχιές συσχετίζονται, διασταυρώνονται και ενοποιούνται.

Βασικά μαθηματικά περιεχόμενα

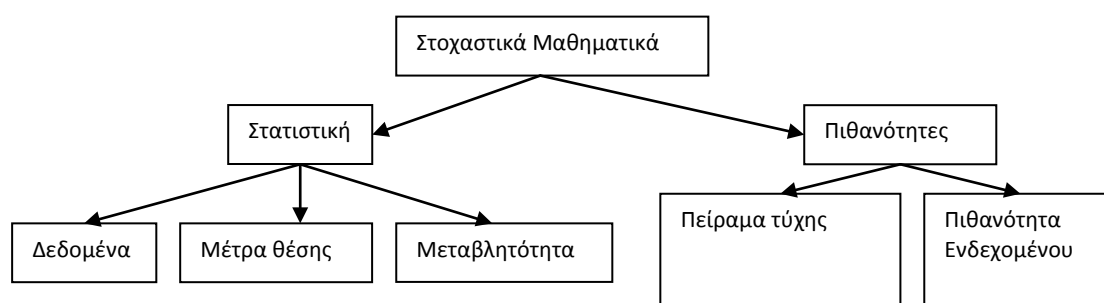
Οι βασικές θεματικές περιοχές γύρω από τις οποίες αναπτύσσονται τα περιεχόμενα και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα είναι: Αριθμοί – Άλγεβρα, Χώρος και Γεωμετρία – Μετρήσεις και Στοχαστικά Μαθηματικά.. Στα σχήματα 1, 2 και 3 παρουσιάζονται τα βασικά μαθηματικά περιεχόμενα ανά κάθε θεματική περιοχή με βάση τα οποία αναπτύχθηκαν οι τροχιές.



Σχήμα 1. Βασικά μαθηματικά περιεχόμενα της θεματικής περιοχής Αριθμοί – Άλγεβρα



Σχήμα 2. Βασικά μαθηματικά περιεχόμενα της θεματικής περιοχής Χώρος και Γεωμετρία- Μέτρηση



Σχήμα 3. Βασικά μαθηματικά περιεχόμενα της θεματικής περιοχής Στοχαστικά Μαθηματικά

Παρουσιάζεται παρακάτω η σημασία και ο ρόλος των τριών βασικών θεματικών περιοχών στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών καθώς και τα κύρια συστατικά των μαθησιακών-διδακτικών τροχιών.

Αριθμοί και άλγεβρα

Από τη στιγμή της γέννησής τους τα παιδιά έρχονται αντιμέτωπα με μια πληθώρα από αριθμητικά φαινόμενα, τα οποία ελκύουν το ενδιαφέρον και την περιέργειά τους. Οι αριθμοί αντιπροσωπεύουν μια ανεξάντλητη και ερεθιστική πηγή ευκαιριών για ανακαλύψεις. Έτσι, η καθημερινότητά τους προσφέρει το πρώτο και πιο προκλητικό περιβάλλον για αλληλεπιδράσεις με νόημα και, επομένως, για την προώθηση της διαδικασίας μάθησης του αριθμού. Η διεύρυνση αυτού του πρώτου πεδίου 'αριθμητικής δράσης' με το σχολικό περιβάλλον διαμορφώνει νέους ορίζοντες μάθησης για τον αριθμό, καθώς με οργανωμένο, πλέον, τρόπο οι μαθητές οδηγούνται στη μετάβαση από την άτυπη αριθμητική γνώση στην τυπική, στη μύηση στο 'αριθμητικό/ μαθηματικό κεφάλαιο' του ανθρώπινου πολιτισμού. Προσκαλούνται, συγκεκριμένα, να γίνουν «ενάριθμοι» (numerate), να αναπτύξουν την *αίσθηση του αριθμού* (number sense): μια γενική κατανόηση του αριθμού και των πράξεων με αριθμούς, καθώς και την ικανότητα ευέλικτης αξιοποίησης αυτής της κατανόησης για τη συγκρότηση και διατύπωση μαθηματικών κρίσεων και την ανάπτυξη χρήσιμων στρατηγικών διαχείρισης των αριθμών και των πράξεων με αριθμούς.

Ένα εξαιρετικά μεγάλο μέρος της μαθηματικής εκπαίδευσης που προσφέρεται στην υποχρεωτική εκπαίδευση αφορά στη μελέτη διαφόρων αριθμητικών συνόλων. Παρόλα αυτά, οι σχετικές έρευνες καταγράφουν συνεχώς απογοητευτικά επίπεδα κατανόησης των αριθμητικών ιδεών. Οι λόγοι της περιορισμένης ανάπτυξης της αίσθησης του αριθμού αναζητούνται, κυρίως, στην αποτυχία της διδακτικής πράξης και της πολιτικής της μαθηματικής εκπαίδευσης να αναδείξει τα δομικά στοιχεία των αριθμητικών συνόλων που διδάσκονται στο σχολείο, στην υπέρμετρη έμφαση στη διαδικαστική παρά στην εννοιολογική κατανόηση των αριθμών, την αγνόηση της πλούσιας, άτυπης αριθμητικής γνώσης των μαθητών και στην απουσία ή στην αδυναμία υιοθέτησης λειτουργικών μηχανισμών παρακολούθησης και ανατροφοδότησης της μαθησιακής αλλά και της διδακτικής πορείας.

Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού από τους μαθητές κατέχει κεντρική θέση στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών σε όλη την υποχρεωτική εκπαίδευση και οργανώθηκε με βάση τις παρακάτω κατευθυντήριες γραμμές:

- Τα αριθμητικά περιεχόμενα αναπτύσσονται σε όλες και τάξεις προοδευτικά και σε επάλληλα επίπεδα αφαίρεσης και γενίκευσης, προσφέροντας σε κάθε επίπεδο επαρκή χρόνο επεξεργασίας της εννοιολογικής και της διαδικαστικής μαθηματικής γνώσης που κρίνεται αναγκαία.
- Η οργάνωση της ανάπτυξης των αριθμητικών περιεχομένων γίνεται με βάση της σχετική βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα, αποφάσεις ιεράρχησης, εμβάθυνσης, εστίασης, κ.ά. σχετικά με κάποιο συστατικό της επιδιωκόμενης μαθηματικής γνώσης στηρίχτηκαν σε αντίστοιχα ερευνητικά δεδομένα.

- Η ανάπτυξη του αριθμητικού περιεχομένου γίνεται με τρόπο που καθιστά δυνατή την παρακολούθησή της τόσο από το μαθητή όσο και από τον εκπαιδευτικό.

Με βάση τις παραπάνω κατευθύνσεις, υιοθετήθηκαν, τελικά, τροχιές ανάπτυξης της αίσθησης καθενός από τους φυσικούς, τους κλασματικούς, τους ακεραίους, τους ρητούς και, τέλος, τους πραγματικούς αριθμούς, οι οποίες επιμερίζονται στις παρακάτω υπο-τροχιές:

- Αναγνώριση και έκφραση του αριθμού, μέσω των διαφόρων αναπαραστάσεών του
- Σύγκριση και διάταξη του αριθμού
- Αναπαράσταση και διερεύνηση των πράξεων με αριθμούς
- Εκτέλεση/ υπολογισμός πράξεων και εκτίμηση του αποτελέσματος πράξεων
- Αξιοποίηση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής αριθμητικής γνώσης για τη μοντελοποίηση καταστάσεων, την επίλυση προβλημάτων και την επικοινωνία με τους άλλους .

Για κάθε σύνολο αριθμών, οι παραπάνω τροχιές και υπο-τροχιές εξειδικεύονται ανά κύκλο και τάξη, καθιστώντας ορατή τόσο την εσωτερική (πρώτα αναπτύσσονται οι τροχιές εννοιολογικού χαρακτήρα και, στη συνέχεια, εκείνες που αφορούν στις εκτιμήσεις και στους υπολογισμούς) όσο και την εξωτερική τους δομή (οι κλασματικοί θεώνται ως επέκταση των φυσικών, οι ακέραιοι των κλασματικών, κ.τ.λ.).

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται ορισμένα από τα κεντρικά ερευνητικά πορίσματα για καθένα από τα σύνολα αριθμών που περιλαμβάνονται στο Πρόγραμμα Σπουδών (φυσικοί, κλασματικοί /δεκαδικοί, ακέραιοι, ρητοί και, τέλος, πραγματικοί), σε μια προσπάθεια σκιαγράφησης του επιθυμητού προσανατολισμού της μαθηματικής εκπαίδευσης που αφορά στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού από τους μαθητές (περισσότερες βιβλιογραφικές λεπτομέρειες μπορεί να αναζητηθούν, για παράδειγμα, στα Σακονίδης (2001), Millett et al. (2004), de Walle (2005), Τζεκάκη (2008) και Κολέζα & Φακούδης (2009)).

(α) Φυσικοί αριθμοί: Παρά το γεγονός ότι οι φυσικοί αριθμοί καταλαμβάνουν μεγάλο μέρος του ΠΣ της υποχρεωτικής εκπαίδευσης, οι σχετικές έρευνες συνεχίζουν να καταγράφουν δυσκολίες των μαθητών στην ανάπτυξη της αίσθησης του φυσικού αριθμού, οι κυριότερες από τις οποίες παρουσιάζονται παρακάτω.

Κατανόηση της αξίας των ψηφίων: Αρκετοί μαθητές αδυνατούν να διαχειριστούν με σαφήνεια το θέμα της θεσιακής αξίας των ψηφίων, ακόμη και στην αρχή της φοίτησής τους στο Γυμνάσιο, γεγονός που ενδεχομένως να τους δυσκολεύει στην εκτέλεση πράξεων με φυσικούς αριθμούς. Η σχετική βιβλιογραφία προτείνει την αξιοποίηση δραστηριοτήτων που αναδεικνύουν δομικά και σημασιολογικά στοιχεία του δεκαδικού συστήματος γραφής και ανάγνωσης αριθμών από τις πρώτες κιόλας τάξεις του Δημοτικού Σχολείου.

Δομικές ιδιότητες των φυσικών αριθμών: Για να μπορέσει ο μαθητής να εκτιμήσει τις δομικές ιδιότητες των αριθμών, θα πρέπει να είναι σε θέση να αντιλαμβάνεται τους αριθμούς ως αυθύπαρκτες οντότητες, ανεξάρτητες από το πλαίσιο στο οποίο

εμφανίζονται. Η έρευνα δείχνει ότι τα πρώτα βήματα προς αυτήν την κατεύθυνση εντοπίζονται από την ηλικία των 6 χρόνων. Ωστόσο, η γενίκευση αυτών των ιδιοτήτων δεν αναμένεται πριν την ηλικία των 9 χρόνων. Προς το τέλος της φοίτησής τους στο Δημοτικό Σχολείο οι μαθητές αναμένεται να είναι σε θέση τουλάχιστον να αναγνωρίζουν και να αποδέχονται τις παραπάνω ιδιότητες. Ωστόσο, αυτό δε συμβαίνει για όλους τους μαθητές.

Υπολογιστικές διαδικασίες (αλγόριθμοι εκτέλεσης μιας πράξης): Πολλοί ερευνητές σημειώνουν επικριτικά την έμφαση της διδασκαλίας στους αλγόριθμους εκτέλεσης των τεσσάρων πράξεων για δύο λόγους. Ο πρώτος σχετίζεται με τον κίνδυνο ταύτισης του αλγόριθμου με την έννοια της πράξης. Ο δεύτερος λόγος αφορά στη συμβολή αυτής της έμφασης στη διαμόρφωση της αντίληψης από τους μαθητές ότι οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι αποτελούν και τη μοναδική τους επιλογή στην εκτέλεση μιας πράξης. Επιπλέον, το γεγονός ότι οι αλγόριθμοι αυτοί διδάσκονται συνήθως ως ένα σύνολο κανόνων, χωρίς πάντοτε σαφή αιτιολογία και επεξήγηση και χωρίς να συνδέονται με την προηγούμενη αριθμητική γνώση των μαθητών, αντί να ενθαρρύνει την ουσιαστική κατανόηση του αριθμητικού συστήματος, ευνοεί την αντίληψη ότι τα μαθηματικά είναι μια συλλογή μυστηριωδών και αυθαίρετων, στην πλειοψηφία τους, κανόνων. Ως αποτέλεσμα, πολλοί μαθητές δυσκολεύονται να παρακολουθήσουν τη λογική αυτών των διαδικασιών και στην καλύτερη περίπτωση τις υιοθετούν με μηχανικό τρόπο, υπονομεύοντας τη περαιτέρω εξέλιξή τους στα μαθηματικά.

Επίλυση προβλημάτων με τις τέσσερις πράξεις (νόημα και δομή): Η πλειοψηφία των μαθητών ηλικίας 12 – 15 χρόνων μπορούν να επιλύσουν απλά προβλήματα που αφορούν σε μία από τις τέσσερις πράξεις. Ωστόσο, η έρευνα δείχνει ότι αυτό δεν συμβαίνει για πιο σύνθετα προβλήματα, κυρίως εξαιτίας της αδυναμίας πολλών μαθητών να κατανοήσουν και να αναπαραστήσουν τις σχέσεις που αποτυπώνονται στο σενάριο του προβλήματος, καθώς και της περιορισμένης κατανόησης των ίδιων των πράξεων. Η διδασκαλία καλείται να συμβάλλει στη βελτίωση της υπάρχουσας κατάστασης, παρέχοντας συνεχείς και ποικίλες εμπειρίες προβλημάτων και μεθοδολογίας επίλυσής τους από τους μαθητές.

(β) Κλασματικοί αριθμοί: Πολλοί μαθητές δυσκολεύονται στην κατανόηση και στον αποτελεσματικό χειρισμό των κλασμάτων, επειδή δεν αντιλαμβάνονται την αφηρημένη φύση τους, την ποικιλία των ερμηνειών τους, την ιδιαίτερη γλώσσα που χρησιμοποιείται στη μελέτη τους και τους αλγόριθμους που απαιτεί η αριθμητική τους.

Η έννοια του κλασματικού αριθμού: Στη βιβλιογραφία αναφέρονται τέσσερις διακριτές ερμηνείες του κλάσματος (ως μέρος εμβαδού κάποιου χωρίου, ως υποσύνολο ενός συνόλου, ως αποτέλεσμα διαίρεσης και ως σημείο της αριθμογραμμής), οι οποίες δυσκολεύουν πολλούς μαθητές, ακόμη και πέραν της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Οι δυσκολίες αυτές είναι μεγαλύτερες για την ερμηνεία του κλάσματος ως υποσυνόλου και ακόμη περισσότερο για αυτήν ως σημείου της αριθμογραμμής.

Ισοδυναμία Κλασμάτων: Οι επιδόσεις των μαθητών σε απλές ερωτήσεις ισοδυναμίας κλασμάτων εμφανίζονται σε ικανοποιητικά επίπεδα στην ερευνητική βιβλιογραφία. Ωστόσο, μειώνονται δραματικά σε συνθετότερες, σχετικές

δραστηριότητες, ακόμη και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αρκετοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι η ερμηνεία του κλάσματος ως σημείου της αριθμογραμμής προσφέρεται περισσότερο για την αποτελεσματικότερη διδασκαλία της ισοδυναμίας κλασμάτων.

Πράξεις με κλασματικούς αριθμούς: Πολλοί μαθητές συναντούν δυσκολίες στις πράξεις με κλασματικούς αριθμούς, ακόμη και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Οι δυσκολίες αυτές συνδέονται τόσο με τις αντίστοιχες που αφορούν στις ερμηνείες του κλάσματος και στην ισοδυναμία κλασμάτων, όσο και με τους πολύπλοκους κανόνες που διέπουν τους αλγόριθμους εκτέλεσης των συγκεκριμένων πράξεων. Επειδή οι κανόνες αυτοί μαθαίνονται συνήθως «από μνήμης», άλλοτε χρησιμοποιούνται μηχανικά και άλλοτε παραποιούνται και εφαρμόζονται λανθασμένα.

(γ) Δεκαδικοί αριθμοί: Η διδασκαλία των δεκαδικών αριθμών ακολουθεί συνήθως τη διδασκαλία των κλασματικών αριθμών, καθώς τα δύο συστήματα αναπαράστασης εμφανίζονται να συνδέονται μεταξύ τους και η κατανόηση των κλασμάτων τίθεται ως προϋπόθεση για την κατανόηση των δεκαδικών αριθμών. Ωστόσο, μερικοί ερευνητές υποστηρίζουν πως δεν υπάρχουν κάποιοι ιδιαίτεροι λόγοι που να αποκλείουν την αντιστροφή της σειράς διδασκαλίας των δύο αυτών εννοιών.

Οι διαφορετικές ερμηνείες των δεκαδικών αριθμών: Η ποικιλότητα της ερμηνείας των δεκαδικών αριθμών φαίνεται να αποτελεί έναν από τους λόγους των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τους δεκαδικούς αριθμούς. Όπως ένα κλάσμα, έτσι και ένας δεκαδικός αριθμός μπορεί να ερμηνευτεί ως εμβαδόν χωρίου, υποσύνολο, αποτέλεσμα της πράξης της διαίρεσης και ως σημείο στην αριθμογραμμή.

Ο ρόλος της υποδιαστολής: Πολύ σημαντικές δυσκολίες φαίνεται να δημιουργεί στους μαθητές η υποδιαστολή, την οποία συχνά οι μαθητές ερμηνεύουν ως σημείο διαχωρισμού ανάμεσα σε δύο διαφορετικούς αριθμούς ή την αγνοούν.

Ισοδυναμία δεκαδικών αριθμών: Αρκετοί μαθητές δυσκολεύονται να κατανοήσουν ισοδυναμίες του τύπου $0,35 \text{ ή } 3 \text{ δέκατα και } 5 \text{ εκατοστά ή } 35 \text{ εκατοστά ή } 7 \text{ φορές τα } 5 \text{ εκατοστά κτλ.}$ Δεν είναι λίγες ακόμη οι φορές που δυσκολεύονται να κατανοήσουν ότι το 0 στο τέλος κάποιου δεκαδικού αριθμού δεν παίζει κάποιο ρόλο. Άλλοι, πάλι, μαθητές μπερδεύονται και διαγράφουν το μηδενικό, ακόμη και όταν αυτό βρίσκεται ανάμεσα σε δύο ψηφία.

Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς: Δυσκολίες εμφανίζονται και στις τέσσερις πράξεις αλλά, ιδιαίτερα, στις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης με δεκαδικούς αριθμούς, οι οποίες δεν είναι εύκολο να γίνουν αντιληπτές ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και μοιρασιά αντίστοιχα, όπως στους φυσικούς αριθμούς. Για παράδειγμα, είναι πολύ δύσκολο για ένα μαθητή να αντιληφτεί τι σημαίνει «ο αριθμός 5,23 να επαναληφθεί 0,3 φορές». Επιπλέον, πολλά παιδιά μπορεί να δυσκολεύονται σε αυτές τις πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς, επειδή παραμένουν προσκολλημένα σε αντιλήψεις, όπως «ο πολλαπλασιασμός αυξάνει έναν αριθμό, ενώ η διαίρεση το μειώνει», που ισχύει πάντοτε στους φυσικούς, αλλά όχι στους δεκαδικούς αριθμούς.

(δ) Ακέραιοι αριθμοί: Η κατανόηση των ακεραίων αριθμών και των πράξεων με ακεραίους αριθμούς είναι σημαντική για τη μελέτη των αλγεβρικών ιδεών. Παρόλα αυτά, η σχετική έρευνα είναι πολύ περιορισμένη.

Γενικά, οι διδακτικές προσεγγίσεις που ακολουθούνται στη διδασκαλία των ακεραίων αριθμών μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες: σε αυτές που χειρίζονται τους ακεραίους ως αφηρημένες οντότητες και σε αυτές που χρησιμοποιούν συγκεκριμένα μοντέλα για να προσδώσουν νόημα στους ακεραίους και στις πράξεις με αυτούς. Τα πορίσματα των ερευνών και για τις δύο προσεγγίσεις δεν είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικά. Σήμερα επικρατεί η άποψη της αξιοποίησης πολλαπλών μοντέλων για τη διδασκαλία των πράξεων με ακεραίους αριθμούς, όπου οι τελευταίοι παρουσιάζονται ως συγκεκριμένα αντικείμενα ή οντότητες, οι οποίες κατασκευάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι θετικοί άκεραιοι να «ακυρώνουν» τους αρνητικούς. Παραδείγματα τέτοιων οντοτήτων και αντικειμένων είναι οι έννοιες της πίστωσης και του χρέους και μάρκες ή πούλια ή κάρτες μοναδιαίας αξίας και διαφορετικών χρωμάτων (π.χ. τα μαύρα (θετικοί) και κόκκινα πούλια (αρνητικοί) αντιστοίχως). Επίσης μια πρώτη διαισθητική αντιμετώπιση των ακεραίων εισάγεται από τις μικρές ηλικίες καθώς οι μικροί μαθητές χειρίζονται καθημερινές καταστάσεις που χρησιμοποιούν ακεραίους (π.χ. το θερμόμετρο, το ασανσέρ κ.λ.π.)

Αναφορικά με τις πράξεις, τα δεδομένα της έρευνας προτείνουν ότι η πρόσθεση με ακεραίους δεν παρουσιάζει ιδιαίτερα προβλήματα, ίσως γιατί μπορεί να μοντελοποιηθεί και να κατανοηθεί με σχετική ευκολία. Ο πολλαπλασιασμός είναι πιο δύσκολο να εξηγηθεί, αλλά οι κανόνες που τον διέπουν μπορούν να απομνημονευτούν και να εφαρμοστούν με ευκολία. Ωστόσο, η μοντελοποίηση της αφαίρεσης ακεραίων είναι πιο σύνθετη και οι κανόνες της μπορούν εύκολα να δημιουργήσουν σύγχυση και να εφαρμοστούν λανθασμένα.

Η έρευνα είναι πιο περιορισμένη αναφορικά με τους τρόπους που οι μαθητές της υποχρεωτικής εκπαίδευσης ανταποκρίνονται στις νοητικές διεργασίες που απαιτούνται για την επιτυχή ανάπτυξη των **ρητών** και των **πραγματικών** αριθμών, σε σύγκριση με τους υπόλοιπους αριθμούς, με αποτέλεσμα να μην είναι εύκολη η ανίχνευση συγκλίσεων ή ενός κεντρικού προσανατολισμού στα σχετικά ευρήματα.

Η **άλγεβρα** συνιστά μία από τις σπουδαιότερες αλλά και δυσκολότερες ενότητες των μαθηματικών από άποψη μάθησης αλλά και διδασκαλίας. Η αξία της βρίσκεται κυρίως σε δύο δυνατότητες που προσφέρει: (α) τη διαχείριση των μαθηματικών ιδεών με ακρίβεια και σαφήνεια και (β) την ευκολότερη και αποτελεσματικότερη επίλυση προβλημάτων, μαθηματικών και μη, κυρίως μέσω της μοντελοποίησης (για περισσότερες λεπτομέρειες, μπορείτε να συμβουλευτείτε κείμενα, όπως, Δραμαλίδης & Σακονίδης (2006), Kieran (2007) και Βερύκιος (2010)).

Στο πλαίσιο των σχολικών μαθηματικών η άλγεβρα παρουσιάζεται κατά κανόνα είτε ως γενικευμένη αριθμητική είτε ως η μελέτη του αριθμητικού συστήματος και της δομής του, η οποία ενδιαφέρεται μόνο για γενικευμένους αριθμούς, δηλαδή, για αντιπροσώπους κλάσεων αριθμών. Η συνήθης πρακτική που υιοθετείται, όταν εισάγεται μια αλγεβρική ιδέα, είναι η αναφορά στις προηγούμενες αριθμητικές εμπειρίες των μαθητών και ο λογικός συμπερασμός. Αμέσως μετά δίνεται στους μαθητές εκτεταμένη εξάσκηση στο χειρισμό συμβολικών αναπαραστάσεων της

αλγεβρικής ιδέας με την εφαρμογή συγκεκριμένων κανόνων. Αυτή η προσέγγιση στηρίζεται στην αρχή ότι, εφόσον η αριθμητική και η άλγεβρα αφορούν αριθμούς και οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι με τις ιδιότητες των αριθμών και τις πράξεις με αριθμούς, υπάρχουν πολύ λίγα πράγματα που χρειάζεται να προστεθούν. Ωστόσο, αυτό δεν είναι αλήθεια. Τα στοιχεία και οι κανόνες της άλγεβρας αποτελούν αφαιρέσεις των αντίστοιχων στοιχείων και κανόνων της αριθμητικής, δηλαδή αποτελούν αφαιρέσεις αφαιρέσεων και επομένως η κατανόησή τους έχει ιδιαίτερες απαιτήσεις.

Αρκετές έρευνες έχουν επικεντρώσει στις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην άλγεβρα. Ορισμένες από αυτές ασχολήθηκαν με τις δυσκολίες που συνδέονται με την εκτεταμένη χρήση αλγεβρικών συμβόλων που οδηγεί πολλούς μαθητές να ταυτίζουν την άλγεβρα με σύμβολα και συμβολικούς χειρισμούς. Μια άλλη πηγή προβλημάτων αποτελεί η γλώσσα (φυσική και συμβολική) που χρησιμοποιείται στην άλγεβρα. Εκφράσεις όπως “έστω a ένας τυχαίος θετικός αριθμός” δεν είναι εύκολο να γίνουν κατανοητές από τους μαθητές. Αυτό επιβαρύνεται από το γεγονός ότι οι ρυθμοί μάθησης που επιβάλλονται από το Πρόγραμμα Σπουδών είναι συχνά τόσο ταχείς, ώστε δε δίνεται χρόνος στους μαθητές να τις αφομοιώσουν.

Είναι σημαντικό, πριν την εισαγωγή των μαθητών στην άλγεβρα, να προηγηθεί ένα στάδιο προετοιμασίας τους, κατά τη διάρκεια του οποίου θα διαμορφωθεί το κατάλληλο υπόβαθρο για τη συστηματική στη συνέχεια μελέτη των αλγεβρικών ιδεών. Το στάδιο αυτό μπορεί και προτείνεται να ξεκινήσει από τις μικρές κιόλας τάξεις του Δημοτικού Σχολείου και αναμένεται να περιλαμβάνει θέματα όπως:

- Μελέτη (αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή, γενίκευση) κανονικοτήτων
- Αναγνώριση των σχέσεων μεταξύ διαφόρων αναπαραστάσεων (γλωσσικών, υλικών, εικονικών, συμβολικών) και μετάβαση από τη μία στην άλλη
- Επίλυση προβλημάτων του τύπου «βρες τον αριθμό που λείπει»
- Κατανόηση ιδιοτήτων αριθμών, όπως η αντιμεταθετικότητα
- Κατανόηση του συμβόλου σχέσης της ισότητας
- Επινόηση αλγορίθμων για την πραγματοποίηση μιας εργασίας
- Θέματα θεωρίας αριθμών, όπως πρώτοι αριθμοί, διαιρετότητα, κτλ
- Κατανόηση των λόγων, όπως στις κλίμακες και στους ρυθμούς μεταβολής
- Ερμηνεία και κατασκευή γραφικών παραστάσεων και τη χρήση τους για προβλέψεις
- Επινόηση τύπων για τον σύντομο υπολογισμό εμβαδών και όγκων

Η διδασκαλία της άλγεβρας ξεκινά, συνήθως, με τη μελέτη απλών αλγεβρικών παραστάσεων, στη συνέχεια επικεντρώνεται στους μετασχηματισμούς όλο και συνθετότερων αλγεβρικών παραστάσεων και στην επίλυση γραμμικών πρώτα και μεγαλύτερου βαθμού (κυρίως δευτέρου) στη συνέχεια εξισώσεων και καταλήγει στη μελέτη απλών, αρχικά, συναρτήσεων και πιο πολύπλοκων στη συνέχεια. Ωστόσο η παραπάνω αλληλουχία δεν υποστηρίζεται σήμερα από τη σύγχρονη ερευνητική βιβλιογραφία. Παρακάτω συζητώνται μερικές από τις βασικότερες δυσκολίες των μαθητών σε κάθε μια από αυτές τις ενότητες.

Αλγεβρικές παραστάσεις: Πολλές έρευνες έχουν εντοπίσει την περιορισμένη κατανόηση του τρόπου που χρησιμοποιούνται τα γράμματα στην άλγεβρα από τους μαθητές. Τα περισσότερα ευρήματα συγκλίνουν στο γεγονός ότι συχνά οι μαθητές ερμηνεύουν ένα γράμμα ως ένα όνομα ενός συγκεκριμένου αριθμού, δηλαδή ως συγκεκριμένο άγνωστο. Για παράδειγμα, πολλοί μαθητές πιστεύουν ότι οι εξισώσεις $5n+14=89$ και $5\mu+14=89$ έχουν διαφορετικές λύσεις.

Οι σχετικές μελέτες έδειξαν τη δεκαετία του 1980 κιόλας ότι, αν και η ερμηνεία του γράμματος που επιλέγουν οι μαθητές που φοιτούν στις τελευταίες τάξεις της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και στο Γυμνάσιο εξαρτάται από τη φύση και την πολυπλοκότητα της ερώτησης, πολύ λίγοι από αυτούς είναι σε θέση να θεωρήσουν το γράμμα ως γενικευμένο αριθμό και ακόμη λιγότεροι μπορούν να το ερμηνεύσουν ως μεταβλητή.

Τα τελευταία χρόνια, η εισαγωγή των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση διαμόρφωσε νέα δεδομένα και νέες συνθήκες εργασίας και μέσα στην τάξη των μαθηματικών. Σε ότι αφορά στην άλγεβρα, σχετικές έρευνες έδειξαν ότι ορισμένου τύπου συμβολικά υπολογιστικά περιβάλλοντα μπορούν να υποστηρίξουν τη μάθηση βασικών αλγεβρικών ιδεών από τους μαθητές. Τα παραπάνω φανερώνουν ότι η πλειοψηφία των μαθητών ηλικίας 12 – 15 χρόνων αντιμετωπίζουν σοβαρές δυσκολίες διαχείρισης αλγεβρικών παραστάσεων, εξαιτίας της περιορισμένης κατανόησης δομικών χαρακτηριστικών της αριθμητικής.

Εξισώσεις: Μια από τις πρώτες διαπιστώσεις του μεγάλου αριθμού ερευνών που έχουν ασχοληθεί με τις επιδόσεις μαθητών διαφόρων ηλικιών στις εξισώσεις αφορά στον τρόπο που αυτοί αντιλαμβάνονται το σύμβολο της ισότητας. Σύμφωνα με αυτές τις έρευνες, πολλοί μαθητές θεωρούν το «=» ως ένα σημάδι για «να κάνεις κάτι» και συχνά «να δώσεις την απάντηση, έναν αριθμό» και όχι ως το σύμβολο της ισοδυναμίας μεταξύ του δεξιού και του αριστερού μέλους της ισότητας. Ακόμη και μετά από αρκετά μαθήματα άλγεβρας, το σύμβολο της ισότητας δεν φαίνεται να γίνεται κατανοητό ως σύμβολο ισοδυναμίας.

Η επίλυση μιας εξίσωσης τώρα, προϋποθέτει την ικανότητα του μαθητή να χειρίζεται την εξίσωση ως αντικείμενο και πιο συγκεκριμένα να είναι σε θέση να εκτελεί την ίδια πράξη και στις δύο πλευρές της. Ωστόσο, αυτή η φορμαλιστική διαδικασία δεν είναι η πρώτη ούτε και η μόνη που διδάσκονται οι μαθητές στη διάρκεια της φοίτησής τους στην υποχρεωτική εκπαίδευση. Ανάμεσα σε αυτές, οι πλέον δημοφιλείς είναι εκείνες της μεταφοράς των όρων με ταυτόχρονη αλλαγή του πρόσημου και της εφαρμογής της ίδιας πράξης και στα δύο μέλη της εξίσωσης. Η τελευταία θεωρείται και η πλέον αποτελεσματική από άποψη μάθησης, καθώς επιτρέπει στους μαθητές να λειτουργούν με αλγεβρικό τρόπο (επικέντρωση στα δομικά στοιχεία του συστήματος αρίθμησης και χειρισμό των αλγεβρικών οντοτήτων ως αντικειμένων). Γενικά, τα αποτελέσματα αρκετών ερευνών φανερώνουν ότι οι άπειροι στην επίλυση γραμμικών εξισώσεων μαθητές έχουν περιορισμένη αντίληψη των προϋποθέσεων κάτω από τις οποίες ένας μετασχηματισμός μιας εξίσωσης είναι επιτρεπτός.

Η επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις αποτελεί μία από τις δυσκολότερες δραστηριότητες της άλγεβρας για τους μαθητές της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Μέρος αυτής της δυσκολίας αποδίδεται στις εμπειρίες τους στο Δημοτικό Σχολείο,

όπου σπάνια τους ζητιέται να γράψουν μια αριθμητική ισότητα. Συνήθως, τους δίνονται προτάσεις του τύπου $5 + \square = 12$ με τη μορφή προβλημάτων, στα οποία οι μαθητές πρώτα λύνουν και μετά γράφουν την ισότητα ή γράφουν μια ισότητα απλώς για να αναπαραστήσουν τις πράξεις που εκτελούν, ώστε να βρουν τη λύση. Έτσι, όταν τους ζητιέται να σκεφτούν με αλγεβρικούς όρους, η σκέψη τους χρειάζεται να κάνει ένα μεγάλο άλμα, καθώς σε αυτήν την περίπτωση θα πρέπει να επικεντρωθεί στη δομή του προβλήματος παρά στις πράξεις που απαιτούνται για την επίλυσή του.

Γενικά, έχει παρατηρηθεί ότι οι μαθητές δυσκολεύονται ιδιαίτερα να εντοπίσουν τις ομοιότητες στη δομή μεταξύ προβλημάτων με εξισώσεις, τα οποία διαθέτουν διαφορετικά σενάρια. Συχνά αντικαθιστούν διάφορες τιμές στις εξισώσεις που κατασκευάζουν, για να διαπιστώσουν αν είναι σωστές, και, σε ορισμένες περιπτώσεις, χρησιμοποιούν πίνακες τιμών, για να εντοπίσουν τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών του προβλήματος. Πάντως, η πλειοψηφία των μαθητών του Γυμνασίου δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών ενός προβλήματος. Η μικρότερη διαφοροποίηση στο σενάριο ενός προβλήματος μπορεί να τους οδηγήσει σε αποτυχία σε ότι αφορά στην κατασκευή της εξίσωσης. Είναι, λοιπόν, αναγκαίο η σχετική διδασκαλία να επικεντρώσει σε αυτό το σημείο.

Συναρτήσεις: Η έννοια της συνάρτησης αποτελεί μία από τις δυσκολότερες μαθηματικές ιδέες για τους μαθητές. Στη βιβλιογραφία εντοπίζονται τρεις βασικές παράμετροι αυτής της δυσκολίας. Η πρώτη συνδέεται με τη συνθετότητα της έννοιας αλλά και με την ποικιλία των μαθηματικών νοημάτων που σχετίζονται με αυτήν, όπως μεταβλητή, συν-μεταβολή, σύνολο και άλλες. Η δεύτερη αφορά στο γεγονός ότι η έννοια της συνάρτησης ενυπάρχει στο μεγαλύτερο μέρος των μαθηματικών αλλά και των σχολικών μαθηματικών: οι τέσσερις πράξεις, η μέτρηση στη γεωμετρία, η επίλυση εξισώσεων και άλλες τεχνικές και αλγόριθμοι μπορούν να μελετηθούν από τη σκοπιά των συναρτήσεων. Αυτό δυσκολεύει ιδιαίτερα τη διαμόρφωση ενός ενιαίου και γενικά αποδεκτού πλαισίου μάθησης για την έννοια της συνάρτησης. Η τρίτη παράμετρος σχετίζεται με την αναγκαιότητα να αντιληφτούν οι μαθητές την έννοια της συνάρτησης σε ένα επίπεδο ως διαδικασία και σε ένα άλλο ως αντικείμενο.

Επιπλέον, η έρευνα δείχνει ότι οι περισσότεροι μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης αντιλαμβάνονται τη συνάρτηση ως μια υπολογιστική διαδικασία και δυσκολεύονται να συσχετίσουν έναν τρόπο αναπαράστασής της με έναν άλλο. Είναι, λοιπόν, αναγκαίο η διδασκαλία να επικεντρωθεί σε αυτές τις αδυναμίες των μαθητών στην προσέγγιση της μελέτης μιας συνάρτησης και να υιοθετήσει πρακτικές που θα τους βοηθήσουν να τις ξεπεράσουν. Προς αυτήν την κατεύθυνση, οι νέες τεχνολογίες, σε συνδυασμό με την απαραίτητη υποστήριξη από έναν ικανό εκπαιδευτικό, γνώστη των παραπάνω αδυναμιών των μαθητών, φαίνεται να προσφέρουν μία ελπιδοφόρα εναλλακτική προσέγγιση.

Όσα προηγήθηκαν διαμορφώνουν το πλαίσιο αναφοράς που αξιοποιήθηκε για την οργάνωση της ανάπτυξης της αλγεβρικής σκέψης στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών. Συγκεκριμένα, υπέδειξε τις κεντρικές τροχιές μάθησης και διδασκαλίας των αλγεβρικών ιδεών που υιοθετήθηκαν: κανονικότητες / συναρτήσεις, αλγεβρικές παραστάσεις, ισότητες/ ανισότητες. Επιπλέον, οδήγησε στις δυο βασικές

κατευθύνσεις / προσανατολισμούς που, τελικά, υιοθετήθηκαν και διέπουν την ανάπτυξη των αλγεβρικών περιεχομένων:

- Την έμφαση στην αλγεβρική συλλογιστική που προτείνει η σύγχρονη βιβλιογραφία, δηλαδή, στην αναπαράσταση, στη γενίκευση και στην τυποποίηση καταστάσεων, καθώς και στην κανονικότητα.
- Την ανάπτυξη όλων των τροχιών που αφορούν στις αλγεβρικές γνώσεις σε όλες τους κύκλους της υποχρεωτικής εκπαίδευσης, δηλαδή, από το νηπιαγωγείο ως το Γυμνάσιο.

Χώρος και Γεωμετρία - Μέτρηση

Η **Γεωμετρία** αποτελεί ένα σημαντικό κεφάλαιο των Μαθηματικών που στην Ελλάδα έχει ένα βασικό ρόλο στα προγράμματα σπουδών και αποκτά τα τελευταία χρόνια μεγάλη σημασία στα προγράμματα σπουδών και άλλων χωρών. Η σημασία της διδασκαλίας της συνδέεται τόσο με τη χρησιμότητά της στην καθημερινή ζωή όσο και στα Μαθηματικά ή στις άλλες επιστήμες. Ένα πλήθος από χωρικές και γεωμετρικές γνώσεις είναι απαραίτητες για την αντίληψη καθημερινών καταστάσεων και προβλημάτων και πολλές δράσεις του ατόμου στηρίζονται σε αυτές (αντίληψη και διαχείριση φυσικών και τεχνητών αντικειμένων, έργων τέχνης, διαστάσεις της επιστήμης και της τεχνολογίας και πολλές μορφές μοντελοποίησης). Επίσης οι έννοιες και οι διαδικασίες της Γεωμετρίας στηρίζουν την προσέγγιση πολλών μαθηματικών εννοιών: αξιοποιούνται στην επίλυση προβλήματος με την δημιουργία κατάλληλων διαγραμμάτων, στηρίζουν τη δημιουργία νοερών εικόνων, την κατανόηση συμβόλων, την κατανόηση σχηματισμών για την απόδοση αριθμητικών σχέσεων, την γραμμή των αριθμών, γραφικές παραστάσεις ή άλλες μαθηματικές διαδικασίες που στηρίζονται σε δισδιάστατες ή τρισδιάστατες διατάξεις (πράξεις, υποδιαίρέσεις μονάδων, πίνακες, κ.ά). Τέλος, η δημιουργία και η επεξεργασία νοερών εικόνων και αναπαραστάσεων, η αντίληψη των δισδιάστατων και τρισδιάστατων καταστάσεων, η ευλυγισία στην αλλαγή οπτικών γωνιών και η χωρική μνήμη που καλλιεργούνται με την κατάλληλη διδασκαλία της Γεωμετρίας έχουν μεγάλη σημασία για τον άνθρωπο και αποκτούν στα προγράμματα σπουδών τα τελευταία χρόνια την ίδια σημασία με την αντίληψη των αριθμών και των νοερών πράξεων (Clements, & Battista, 1992),.

Το περιεχόμενο της Γεωμετρίας που αναπτύσσεται στο Δημοτικό αποτελεί αυτό που θα ονομάζαμε *μη τυπική Γεωμετρία*. Μεταγενέστερα στο Γυμνάσιο οι μαθητές αρχίζουν να προσεγγίζουν τις χωρικές και γεωμετρικές έννοιες σε πιο γενικευμένο επίπεδο για να αξιοποιήσουν τη διαδικασία αυτή και στην κατανόηση της θεωρητικοποίησης γενικότερα στα Μαθηματικά.

Οι χωρικές και γεωμετρικές έννοιες, αν και θεωρούνται αρκετά απλές, λόγω της εποπτικής τους προσέγγισής και της καθημερινής εμπειρίας συνοδεύονται με παρανοήσεις που δεν επιτρέπουν την ουσιαστική ανάπτυξη κατανοήσεων που είναι απαραίτητες τόσο για την ανάπτυξη πιο τυπικών γεωμετρικών εννοιών όσο για την αντιμετώπιση προβλημάτων της καθημερινής ζωής. Ως συνέπεια, τα σύγχρονα προγράμματα σπουδών αντικαθιστούν τις απλοϊκές και χωρίς εμβάθυνση προσεγγίσεις με την ανάπτυξη αυτού που ονομάζεται *χωρικός, γεωμετρικός και οπτικοποιημένος συλλογισμός* (Clements, Sarama, 2000).

Ο *χωρικός συλλογισμός* είναι η διαδικασία με τη βοήθεια της οποίας σχηματίζουμε ιδέες για τις ιδιότητες και σχέσεις στο χώρο, τις αποδίδουμε με πραγματικές και νοερές εικόνες, τις διαχειριζόμαστε για την αντιμετώπιση πραγματικών ή θεωρητικών καταστάσεων. Περιλαμβάνει την αντίληψη, *κατανόηση και παράσταση θέσεων, αμοιβαίων σχέσεων, διευθύνσεων και διαδρομών μέσα στο χώρο* όπως και γενικότερα τη διαχείριση κάθε χωρικής πληροφορίας και των μετασχηματισμών της.

Ο *γεωμετρικός συλλογισμός* αφορά την οργάνωση και επεξεργασία του χώρου στη βάση του γεωμετρικού μοντέλου. Η ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης, δεδομένου ότι καλείται να οδηγήσει στην θεωρητική Γεωμετρία, συνδέεται με τη μετάβαση από μια γενικότερη αντίληψη των γεωμετρικών μορφών με τις αισθήσεις και την εμπειρία (αισθησιο-κινητική) σε μια κατανόηση των γεωμετρικών σχημάτων με βάση τα στοιχεία τους, τις ιδιότητες και τις μεταξύ τους σχέσεις (αναλυτικο-συνθετική). Η πορεία που ακολουθείται διδακτικά είναι μια σύνδεση μεταξύ οπτικού, λεκτικού και αφηρημένου (Owens, & Outhred, L., 2006, Duval, 1998).

Η προσέγγιση των γεωμετρικών σχημάτων περιλαμβάνει τέσσερις κατηγορίες δράσεων: *αναγνώριση κατηγοριών σχημάτων, αναγνώριση των ιδιοτήτων των σχημάτων, αναγνώριση των ιδιοτήτων των κατηγοριών, κατασκευές-αναλύσεις/συνθέσεις σχημάτων*. Η δράσεις αυτές συμπληρώνονται με τους *μετασχηματισμούς* των σχημάτων που αφορούν μετατοπίσεις, στροφές, συμμετρίες και ομοιότητα.

Η ανάπτυξη τόσο του χωρικού όσο και του γεωμετρικού συλλογισμού συνδέονται στενά με την *οπτικοποίηση ή οπτικοποιημένη σκέψη*. Η οπτική πληροφορία που συλλέγεται από την επαφή με το χώρο και τα αντικείμενα μέσα σε αυτόν απεικονίζεται σε νοερές εικόνες, αρχικά απλές και στατικές και στη συνέχεια πιο σύνθετες και δυναμικές. Έτσι ο όρος *οπτικοποιημένη σκέψη* (μια σκέψη δηλαδή μέσω οπτικών εικόνων, Gutierrez, 1996) αποδίδει την ικανότητα των μαθητών να ερμηνεύουν *διαφορετικές παραστάσεις* αντικειμένων ή καταστάσεων, ή να τις αντιλαμβάνονται από διαφορετικές οπτικές γωνίες, όπως επίσης να δημιουργούν νοερές εικόνες για αντικείμενα ή καταστάσεις που βρίσκονται έξω από το οπτικό τους πεδίο (για γεωμετρικές ή άλλες χωρικές πληροφορίες) και να τις επεξεργάζονται νοερά (πχ. περιστρέφουν νοερά ένα αντικείμενο).

Για τις γεωμετρικές έννοιες είναι απαραίτητο να αποσαφηνιστεί ότι αν και αποδίδονται σχηματικά στην ουσία αφορούν θεωρητικές έννοιες. Έτσι ένα τρίγωνο είναι το σχήμα που έχει ένα πραγματικό αντικείμενο, αλλά στην ουσία είναι ένα γεωμετρικό αντικείμενο που ορίζεται με βάση κάποιες ιδιότητες. Για τα θεωρητικά αυτά αντικείμενα χρησιμοποιούνται διάφορες μορφές παράστασής (σχέδια, σχήματα, λεκτική παρουσίαση, σύμβολα) που όλα αποδίδουν ένα *ιδεατό αντικείμενο*. Ως συνέπεια των παραπάνω η χρήση και επεξεργασία των σχημάτων στη μη τυπική Γεωμετρία των μικρότερων τάξεων με ανάλυση σε στοιχεία και σε μη στερεοτυπικές θέσεις επιδιώκει να οδηγήσει βαθμιαία τους μαθητές από την άμεση εποπτεία και την ολιστική προσέγγιση, στην αναγνώριση ιδιοτήτων, την μέτρηση και την διαχείριση των σχημάτων στη χρήση τους ως βάση για τους συλλογισμούς τους ή την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων (Mammana et al., 1998).

Οι κατασκευές με τη χρήση μιας ποικιλίας μέσων όπως και ψηφιακών εργαλείων, ο σχεδιασμός, και οι χαράξεις των γεωμετρικών σχημάτων βοηθάνε σημαντικά τους

μαθητές στον εντοπισμό στοιχείων (σημείων, τμημάτων κλπ.) σχέσεων και ιδιοτήτων που αποτελούν ένα μέρος των γεωμετρικών γνώσεων που επιδιώκουμε να αναπτύξουμε ολοκληρώνοντας τη διδασκαλία πριν από την εισαγωγή στη θεωρητική Γεωμετρία στο Λύκειο. Αντίστοιχα οι αναλύσεις και συνθέσεις σχημάτων σε άλλα σχήματα και η αξιοποίηση των μετασχηματισμών αναπτύσσουν μια ευλυγισία στην προσέγγιση γεωμετρικών ιδιοτήτων και σχέσεων.

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας δίνει μια καλή ευκαιρία για την προσέγγιση του συλλογισμού και της συστηματικής τεκμηρίωσης και της (άτυπης αρχικά) απόδειξης που διευκολύνει τους μαθητές να εισαχθούν στο Λύκειο στην γεωμετρική και γενικότερα στη μαθηματική απόδειξη. Οι διαδικασίες αυτές υποστηρίζονται από την ανάπτυξη της κατάλληλης γλώσσας και όρων που βοηθάνε τους μαθητές να διατυπώσουν ορισμούς και να παρουσιάσουν με συστηματικό τρόπο ιδιότητες και σχέσεις.

Αναφορικά με τη μέτρηση μεγεθών, οι διαδικασίες, οι τεχνικές και τα εργαλεία μέτρησης έχουν μεγάλη σημασία κι ενδιαφέρον για πολλές εφαρμογές της καθημερινής ζωής αλλά και διαστάσεις των Μαθηματικών. Η φαινομενικά απλή και οικεία διαδικασία 'μέτρησης' με τη χρήση μέσων (όπως μέτρο, χάρακας, μεζούρα κλπ.) οδήγησε τα παλαιότερα προγράμματα σπουδών στην καθυστερημένη και ελλιπή διδακτική εισαγωγή των μετρήσεων με αποτέλεσμα την αντιμετώπιση δυσκολιών από τους μαθητές σε μετρικά προβλήματα αλλά και υστερήσεις των ενηλίκων στην αντιμετώπιση καταστάσεων που απαιτούσαν συγκρίσεις ή μετρήσεις μεγεθών.

Σήμερα η διδασκαλία της μέτρησης επιδιώκει να ασκήσει τους μαθητές στην ουσιαστική κατανόηση και εφαρμογή της διαδικασίας μέτρησης (μαθηματικών μεγεθών) με τη χρήση τεχνικών και εργαλείων, αλλά και την ανάπτυξη δεξιοτήτων για ακριβείς υπολογισμούς και υπολογισμούς κατά προσέγγιση (Bragg, & Outhred, 2000).

Στο πρόγραμμα σπουδών προσεγγίζονται αρχικά οι *μετρικές έννοιες* δηλαδή οι ιδιότητες ή οι σχέσεις ανάμεσα σε αντικείμενα ή καταστάσεις του χώρου που σχετίζονται με τα μαθηματικά μεγέθη (γωνία, μήκος, επιφάνεια και όγκος). Στην συνέχεια οι μετρήσεις συνδέονται με τους τύπους των επιφανειών και των όγκων των επίπεδων και στερεών σχημάτων. Στις μικρές τάξεις εισάγεται στους μαθητές και η μέτρηση του χρόνου ενώ στις μεγαλύτερες τάξεις οι έννοιες της τριγωνομετρίας συνδέονται με την μέτρηση της γωνίας.

Η μέτρηση είναι μια διαδικασία που εισάγει την έννοια *του μεγέθους*, την έννοια της *μονάδας* όπως και την έννοια της *επανάληψης*, που είναι τα βασικά στοιχεία σε μία οποιαδήποτε μέτρηση (αυτών ή άλλων μεγεθών). Οι μαθητές προσεγγίζουν εννοιολογικά το *αμετάβλητο* του μεγέθους, τις *άμεσες* και τις *έμμεσες συγκρίσεις* μεγεθών όπως και τη *χρήση τυπικών και μη τυπικών μονάδων*. Η χρήση μονάδων κάνει απαραίτητη την εννοιολογική κατανόηση της *διαίρεσης* ενός μεγέθους σε ίσα μέρη, την *επανάληψη των μονάδων*, την καταμέτρηση των ίσων μερών και τη *σύνδεση της επανάληψης με ένα αριθμό* που αποδίδει το μέτρο του μεγέθους, στοιχεία αυτά αναπτύσσονται βαθμιαία στους μαθητές από τις μικρότερες τάξεις (Bragg, & Outhred, 2004).

Επιπλέον η προσέγγιση των τύπων των εμβαδών και των όγκων προϋποθέτουν τη *δόμηση του χώρου*, δηλαδή μια νοερή πράξη οργάνωσης του σε γραμμές, στήλες (ή και ύψη για τις τρεις διαστάσεις) που συνδέουν τις επικαλύψεις ή τα 'γεμίσματα' με τον πολλαπλασιαστικό υπολογισμό της επιφάνειας (και του όγκου) (Outhred, & Mitchelmore, 2000).

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν η διδασκαλία της μέτρησης επιδιώκει να διαχειριστεί με προσοχή τη σύνδεση *συνεχών χαρακτηριστικών* όπως είναι το μήκος, η επιφάνεια ή ο όγκος με *διακριτά τυπικά μεγέθη* που αποτελούν οι μονάδες και την αντιστοίχιση αυτής της *σύνδεσης με ένα αριθμό*. Η σύνδεση αυτή πραγματοποιείται βαθμιαία μέσα από πραγματικές καταστάσεις σύγκρισης, επικάλυψης, μέτρησης των επαναλήψεων, των επιστρώσεων ή των γεμισμάτων, όπως και η προσέγγιση των τύπων με τη *δόμηση του χώρου* (van den Heuvel-Panhuizen, & Buys, 2005).

Η χρήση των εργαλείων μέτρησης και η ανάπτυξη στρατηγικών εκτίμησης υποστηρίζουν τους μαθητές στην ουσιαστική κατανόηση των μεγεθών (Outhred, Mitchelmore, Mcphail, & Gould, 2003).

Στοχαστικά Μαθηματικά

Καθημερινά τα MME παρουσιάζουν στατιστικές πληροφορίες για ένα πλήθος ζητημάτων (οικονομία, ιατρική, κοινωνικά θέματα, πολιτική κ.λπ.), οι οποίες επηρεάζουν τη λήψη αποφάσεων στην προσωπική, επαγγελματική και κοινωνική μας ζωή. Ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας των Στοχαστικών Μαθηματικών (Στατιστική, Πιθανότητες) στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση είναι να αναπτύξει την ικανότητα του μαθητή-μελλοντικού πολίτη-να αξιολογεί κριτικά πληροφορίες, να εξαγάγει συμπεράσματα, να κάνει προβλέψεις και να λαμβάνει αποφάσεις κάτω από αβέβαιες συνθήκες. Η βασική διαφορά των Στοχαστικών Μαθηματικών από τις άλλες θεματικές περιοχές των Μαθηματικών είναι ότι μελετά προβλήματα που σχετίζονται με τη μεταβλητότητα δεδομένων, δηλαδή με την διαφορετικότητα που υπάρχει γύρω μας (π.χ. τα άτομα διαφέρουν, οι συνθήκες ενός πειράματος διαφέρουν) (Garfield & Ben-Zvi, 2007, 2008).

Το προτεινόμενο πρόγραμμα σπουδών παρέχει στους μαθητές τη δυνατότητα να θέτουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα, να συλλέγουν, να οργανώνουν και να αναπαριστούν τα σχετικά δεδομένα, να επιλέγουν κατάλληλες στατιστικές μεθόδους για να τα αναλύουν και να εξαγάγουν συμπεράσματα, να κάνουν προβλέψεις βασισμένοι σε δεδομένα. Η διδασκαλία της Στατιστικής μπορεί να απεγκλωβιστεί από την εκμάθηση εκτέλεσης αλγορίθμων και κατασκευής αναπαραστάσεων χωρίς νόημα και να εστιάσει στην ανάπτυξη της στατιστικής σκέψης των μαθητών μέσα από την πραγματοποίηση ερευνών, την κατανόηση των στατιστικών μεθόδων, τη σύνδεση των στατιστικών εννοιών, την ερμηνεία των στατιστικών αποτελεσμάτων, την παρατήρηση ομοιομορφιών, την παραγωγή συμπερασμάτων. Η διδασκαλία των Πιθανοτήτων μπορεί να δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να πραγματοποιούν πειράματα τύχης και να αξιολογούν τη διαφορά ανάμεσα στις προβλέψεις τους και τα εμπειρικά αποτελέσματα που προκύπτουν κατά την πραγματοποίησή τους.

Η εισαγωγή των στοχαστικών Μαθηματικών από την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία αποτελεί ένα νέο στοιχείο στο πρόγραμμα σπουδών. Επιτρέπει τη σταδιακή

ανάπτυξη της στοχαστικής σκέψης των μαθητών και μπορεί να εξασφαλίσει μία καλύτερη κατανόηση των στοχαστικών εννοιών στην πορεία της μαθηματικής τους εκπαίδευσης. Η αλλαγή αυτή έχει στηριχτεί σε πρόσφατες έρευνες στη διεθνή βιβλιογραφία (Franklin et al., 2005; Jones, 2005; Shaughnessy, 2007), οι οποίες υπογραμμίζουν πως τα παιδιά σε αυτήν την ηλικία ως 'μικροί ερευνητές' είναι σε θέση να διαχειριστούν προβλήματα Στοχαστικών Μαθηματικών. Ήδη, σύμφωνα με τα αναλυτικά προγράμματα Μαθηματικών πολλών χωρών, τα Στοχαστικά Μαθηματικά εντάσσονται από το Νηπιαγωγείο (ενδεικτικά NCTM, Αμερική, 2000, Common Curriculum Framework for K–9 Mathematics, Καναδάς, 2006, K-10 Scope & Sequence, Αυστραλία, 2007, Department for Education and Skills, Μεγάλη Βρετανία, 2010).

Στον πρώτο ηλικιακό κύκλο τα παιδιά με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού διατυπώνουν ερωτήματα που προκαλούν το ενδιαφέρον τους και τα οποία περιορίζονται στον πληθυσμό της τάξης τους. Είναι σημαντικό να δοθεί η ευκαιρία στα παιδιά να συλλέξουν τα δικά τους δεδομένα και να τα οργανώσουν. Αναπαριστούν τα δεδομένα κατασκευάζοντας απλά διαγράμματα, χρησιμοποιώντας την ένα προς ένα αντιστοίχιση, παρατηρούν τις διαφορές των δεδομένων μεταξύ των ατόμων και τις συγκρίνουν με αυτές της ομάδας, διαβάζουν και συγκρίνουν πληροφορίες μεταξύ των δεδομένων. Επίσης, αρχίζουν να αντιλαμβάνονται ότι η πιθανότητα είναι ένα μέτρο της αβεβαιότητας και αναπτύσσουν άτυπα τη γλώσσα των πιθανοτήτων περιγράφοντας ένα ενδεχόμενο ως βέβαιο, αδύνατο, πιθανό, απίθανο. Συγκρίνουν ενδεχόμενα ως προς την πιθανότητα εμφάνισής τους, πραγματοποιούν απλά πειράματα τύχης, χαρακτηρίζουν ένα παιχνίδι τύχης ως δίκαιο ή άδικο, συνδυάζουν ή διατάσσουν μικρό αριθμό αντικειμένων.

Στο δεύτερο ηλικιακό κύκλο οι μαθητές διατυπώνουν τις δικές τους ερωτήσεις που δεν αφορούν μόνο στον πληθυσμό της τάξης τους, αλλά αρχίζουν να συγκρίνουν τη μεταβλητότητα των δεδομένων σε διαφορετικούς πληθυσμούς. Συλλέγουν δεδομένα (μέσω ερευνών ή πειραμάτων ή μετρήσεων) στην τάξη τους, στο σχολείο ή στην κοινότητα, κατασκευάζουν μια ποικιλία στατιστικών διαγραμμάτων και συγκρίνουν την αποτελεσματικότητα διαφορετικών αναπαραστάσεων για την παρουσίαση μιας ομάδας δεδομένων. Μαθαίνουν να επιχειρηματολογούν για την επιλογή μιας μεθόδου συλλογής δεδομένων, αναλύουν δεδομένα χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους, εξάγουν συμπεράσματα και κάνουν προβλέψεις, αναγνωρίζοντας τους περιορισμούς των δεδομένων (δείγμα, πληθυσμός). Αρχίζουν να αποκτούν μια κατανόηση του τυχαίου μέσα από την εκτίμηση της πιθανότητας, πραγματοποιώντας πειράματα και αξιολογώντας εμπειρικά δεδομένα και εκφράζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου με κλάσματα ή ποσοστά.

Στον τρίτο ηλικιακό κύκλο οι μαθητές διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν σε σχέσεις δεδομένων στον ίδιο πληθυσμό ή σε διαφορετικούς πληθυσμούς. Αρχίζουν να αναγνωρίζουν τη διαφορά μεταξύ των δειγμάτων, χαρακτηρίζοντας τα δείγματα ως τυχαία, αντιπροσωπευτικά ή μη αντιπροσωπευτικά και χρησιμοποιούν αυτούς τους χαρακτηρισμούς για να αξιολογήσουν την ποιότητα των δεδομένων και να εξάγουν συμπεράσματα για τον πληθυσμό. Πραγματοποιούν ή προσομοιώνουν σύνθετα πειράματα τύχης και ελέγχουν τις προβλέψεις τους σε σχέση με τα

αποτελέσματά τους. Υπολογίζουν την πιθανότητα ενδεχομένων, αξιοποιώντας γνώσεις συνδυαστικής.

Επιλογή και χρήση εργαλείων

Η απλή παρουσία εργαλείων (π.χ. χειραπτικών μοντέλων, τεχνολογικών εργαλείων, λογισμικού κ.λπ.) δεν διασφαλίζει την κατασκευή της γνώσης. Αφενός μεν πολλοί μαθητές εμφανίζουν δυσκολίες στη χρήση εργαλείων (ακόμα και σε απλές περιπτώσεις χρήσης π.χ. του διαβήτη ή του μοιρογνωμονίου), αφετέρου τα εργαλεία δεν ενσωματώνονται συνήθως λειτουργικά στη διαδικασία μάθησης. Οι μαθητές χρειάζεται να αποκτήσουν την ικανότητα να χρησιμοποιούν κατάλληλα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία, και τις κατάλληλες υπολογιστικές στρατηγικές προκειμένου να εκτελούν συγκεκριμένες μαθηματικές δράσεις, να διερευνούν μαθηματικές ιδέες, και να επιλύουν προβλήματα. Με τα εργαλεία επεκτείνουν τις ικανότητές τους να διερευνούν και να αναλύουν μαθηματικές έννοιες, να εξερευνούν μαθηματικές κανονικότητες, να κατανοούν γεωμετρικές σχέσεις καλλιεργώντας ή αμφισβητώντας τη διαίσθησή τους.

Οι μαθητές κυρίως με τα χειραπτικά υλικά αναπαριστούν μαθηματικές ιδέες και σχέσεις και μοντελοποιούν καταστάσεις χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα υλικά, εικόνες, διαγράμματα (π.χ. αριθμογραμμή), γραφήματα, πίνακες, σύμβολα. Η χρήση αναπαραστάσεων τους βοηθά να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και σχέσεις, να επικοινωνήσουν τη σκέψη τους, να εκφράσουν επιχειρήματα, και να ερμηνεύσουν πραγματικές καταστάσεις. Τα ψηφιακά εργαλεία ενισχύουν αυτές τις συνδέσεις καθώς εμπεριέχουν διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις α) μαθηματικού φορμαλισμού, β) κειμενικού λόγου, γ) μαθηματικών αναπαραστάσεων – γραφικών, σχηματικών, πινάκων κλπ δ) προσομοιώσεων φαινομένων με μαθηματική συμπεριφορά – ιδιότητες.

Η αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών υποστηρίζει την έμφαση που δίνεται στο ΠΣ στην εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες μαθηματικών συλλογισμών και επικοινωνίας. Για να είναι αυτό εφικτό είναι απαραίτητη η χρήση εξειδικευμένων λογισμικών για μαθηματική διερεύνηση και δράση και εργαλείων κοινωνικού λογισμικού για συλλογική διαπραγμάτευση και συνεργασία. Τα λογισμικά μαθηματικής δράσης και επικοινωνίας έχουν το ρόλο εργαλείων μαθηματικής έκφρασης στα χέρια των μαθητών πρώτιστα, θέτουν δε τα μαθηματικά στη διττή τους διάσταση, δηλαδή ως νοητικά εργαλεία για την ερμηνεία φαινομένων και πραγματικών καταστάσεων αλλά και ως αξία από μόνα τους. Χρησιμοποιούνται ως ψηφιακά εργαλεία για την ενίσχυση εμπλοκής με πραγματικά προβλήματα και μοντελοποίηση με στόχο την ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης. Οι δραστηριότητες των μαθητών που ενισχύονται και εμπλουτίζονται με τα εργαλεία αυτά είναι η δημιουργία, το 'μαστόρεμα' ψηφιακών μαθηματικών αντικειμένων, σχέσεων και μοντέλων, η διερεύνηση, ο πειραματισμός με μαθηματικά αντικείμενα και σχέσεις. Ιδιαίτερη αξία έχουν η διαμεσολάβηση, η διαπραγμάτευση και η συνεργασία γύρω από αυτά τα ψηφιακά μαθηματικά αντικείμενα.

Τα ψηφιακά εργαλεία που προτείνονται στο ΠΣ οργανώνονται σε πέντε κατηγορίες ανάλογα με το είδος της μαθηματικής δραστηριότητας και τον τρόπο χρήσης της υφιστάμενης τεχνολογίας. Για την κάθε κατηγορία υπάρχει ικανή επιστημονική τεκμηρίωση της παιδαγωγικής αξίας χρήσης της από μαθητές διεθνώς. Στη συνέχεια επιλέγονται ρητά από ένα καλό εξελληνισμένο παράδειγμα λογισμικού από κάθε

κατηγορία στο οποίο να έχουν απρόσκοπτη και ανέξοδη πρόσβαση όλοι οι μαθητές και αναφέρονται κι άλλες εναλλακτικές συμπληρωματικά. Αποφεύγεται δηλαδή η αντίληψη 'βιβλιοθήκης λογισμικών' όπου ο μαθητής 'εκτίθεται' σε επιφανειακή χρήση και σχέση με πολλά ετερόκλητα λογισμικά χωρίς να έχει την ευκαιρία να εμπλακεί σε μαθηματικές δραστηριότητες. Οι κατηγορίες είναι οι ακόλουθες:

- Μαθηματική έκφραση μέσω προγραμματισμού
- Δυναμικός χειρισμός γεωμετρικών αντικειμένων και σχέσεων
- Αλγεβρική διερεύνηση με αντίστοιχα συστήματα
- Διερεύνηση, πειραματισμός και επεξεργασία δεδομένων για στατιστική και πιθανότητες
- Πειραματισμός με ψηφιακά μοντέλα

Τα ψηφιακά εργαλεία έκφρασης χρησιμοποιούνται ως βασικό υλικό αναφοράς σε συνθετικές εργασίες και παράλληλα περιστασιακά στο πλαίσιο κατανόησης εννοιών, αναπαραστάσεων και των συνδέσεων μεταξύ αναπαραστάσεων (π.χ. πώς μετεξελίσσεται η δευτεροβάθμια καθώς αλλάζει η κάθε μια από τις παραμέτρους της)

Χρησιμοποιούνται και από τον εκπαιδευτικό κατά την παραδοσιακή μετωπική διδασκαλία (μέσω Διαδραστικού Πίνακα) ως μέσα εξήγησης εννοιών μέσω δυναμικού χειρισμού αντικειμένων και μοντέλων καθώς επίσης και για το σχεδιασμό και προετοιμασία μαθητικών δραστηριοτήτων αλλά και για ίδια μαθηματική διερεύνηση.

Στο πρόγραμμα σπουδών, τα ψηφιακά εργαλεία μαθηματικής έκφρασης αξιοποιούνται με συνδυασμό μεικτής και διακριτής παρέμβασης. Χρησιμοποιούνται δηλαδή ως **εργαλεία έκφρασης** σε βασικό υλικό αναφοράς σε συνθετικές εργασίες και παράλληλα επιλεκτικά με τη μορφή **μικρο-πειραμάτων** στο πλαίσιο κατανόησης εννοιών, αναπαραστάσεων και των συνδέσεων μεταξύ αναπαραστάσεων (π.χ. πώς μετεξελίσσεται η γραφική παράσταση της δευτεροβάθμιας συνάρτησης καθώς αλλάζει ο συντελεστής του x^2).

Μαθηματική δραστηριότητα

Η έννοια της δραστηριότητας είναι μια έννοια με διαφορετικές σημασίες τόσο στον ερευνητικό χώρο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης όσο και στο πως αυτή ερμηνεύεται στην πράξη. Η δραστηριότητα χαρακτηρίζεται από ενεργή δράση των ατόμων στην οποία εμπλέκονται τα οποία έχουν ένα κίνητρο και ένα στόχο για να πραγματοποιήσουν, είναι συλλογική και συστημική και χαρακτηρίζεται από συνεχή μετασχηματισμό και αλλαγή (Leont'ev, 1978). Κάτω από αυτή την οπτική η μαθηματική δραστηριότητα «προκαλείται» μέσα από το πρόγραμμα σπουδών καθώς προτείνονται καταστάσεις – προβλήματα που επιτρέπουν στο μαθητή να δράσει με κάποιο κίνητρο ατομικά και συλλογικά και αξιοποιώντας διαφορετικής μορφής εργαλεία να επιτύχει μια σειρά μαθηματικών στόχων και διεργασιών. Το είδος των καταστάσεων που προτείνονται στο ΠΣ αφορούν τη μοντελοποίηση μιας πραγματικής κατάστασης, την πραγματοποίηση ενός παιχνιδιού, τη μαθηματική διερεύνηση μέσα από τη χρήση εργαλείων και πηγών. Ο στόχος των καταστάσεων αυτών είναι η εμπλοκή των μαθητών στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών, στην απόκτηση και χρήση τεχνικών με ευελιξία, στην ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης

προβλήματος, στη δημιουργία εννοιολογικών συνδέσεων, στη σύνδεση αναπαραστάσεων, στην ανάπτυξη μαθηματικού συλλογισμού καθώς και θετικής στάσης για τα μαθηματικά. Όπως όμως υποστηρίζεται από τη σχετική έρευνα (Henningesen & Stein, 1997) η μαθηματική δραστηριότητα στην οποία τελικά εμπλέκονται οι μαθητές δεν εξαρτάται μόνο από την κατάσταση – πρόβλημα που τίθεται στο ΠΣ και στο αντίστοιχο εκπαιδευτικό υλικό αλλά στη διαχείριση της στη σχολική τάξη. Συχνά μια «πλούσια» κατάσταση μπορεί να οδηγήσει σε μια «τετριμμένη» μαθηματική εμπλοκή των μαθητών όπου η έμφαση δίνεται κυρίως στη χρήση αλγορίθμων και τεχνικών χωρίς κατανόηση. Η τετριμμένη δράση ή η απλή δράση πάνω σε μαθηματικά αντικείμενα δεν είναι αρκετά για να χαρακτηρίσουν μια δραστηριότητα μαθηματική. Είναι απαραίτητη η αναζήτηση ιδιοτήτων και σχέσεων, η εύρεση κανόνων, ο αναστοχασμός πάνω στη δράση και η γενίκευση της (Serpinska, 1994). Προϋπόθεση για τη διατήρηση της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών σε υψηλό γνωστικό επίπεδο είναι ο εκπαιδευτικός να μπορεί να διακρίνει τα στοιχεία που συνιστούν μια πλούσια μαθηματική δραστηριότητα και αυτό συσχετίζεται τόσο με τη μαθηματική όσο και την παιδαγωγική γνώση του αναφορικά με το περιεχόμενο που διαχειρίζεται στη σχολική τάξη (Ball et al, 2008).

Συνθετική εργασία

Οι καταστάσεις – προβλήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω συνδέονται με την επίτευξη ενός συγκεκριμένου ή κάποιου συνδυασμού μαθηματικών αποτελεσμάτων. Επέκταση αυτών των μορφών αποτελούν οι συνθετικές εργασίες που δίνουν έμφαση σε θέματα συνδέσεων των μαθηματικών τόσο στο πλαίσιο του αναγκαίου μαθηματικού γραμματισμού του μελλοντικού πολίτη στο σύγχρονο κόσμο όσο και στη θεώρηση των μαθηματικών ως πολιτισμικού δημιουργήματος της ανθρώπινης ιστορίας. Κεντρικός στόχος είναι να αναδειχτεί στους μαθητές η αναγκαιότητα της διδασκαλίας των μαθηματικών και ο κρίσιμος ρόλος τους στην αναζήτηση των μαθηματικών δομών στη φύση και στις ανθρώπινες δραστηριότητες. Η *συνθετική εργασία* ορίζεται ως μια δραστηριότητα που μπορεί να εφαρμοστεί από τον εκπαιδευτικό για ένα σύνολο διδακτικών ωρών και δίνει έμφαση στην ανάδειξη των διασυνδέσεων των μαθηματικών με άλλες επιστήμες και γνωστικές περιοχές και στην παιδαγωγική αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας. Έτσι, το θέμα μιας τέτοιας εργασίας μπορεί να σχετίζεται είτε με την αξιοποίηση της τεχνολογίας είτε με την οριζόντια σύνδεση των μαθηματικών με άλλες περιοχές του ΠΣ (π.χ. Πολιτισμός, Σχολική Ζωή, Περιβάλλον και Εκπαίδευση για την Αειφόρο Ανάπτυξη) χωρίς να αποκλείεται ο συνδυασμός των παραπάνω. Στο επίκεντρο κάθε συνθετικής εργασίας βρίσκεται η συνεργασία μεταξύ των μαθητών (συχνά σε ομάδες) για τη διερεύνηση ενός θέματος ή τη λύση ενός προβλήματος στο οποίο εμπλέκονται τα μαθηματικά και αναδεικνύονται ως εργαλείο που ευνοεί τη διερεύνηση καθαυτή, τη διαπραγμάτευση και την ερμηνεία. Λαμβάνοντας υπόψη δεδομένα από έρευνες στο χώρο της διδακτικής των μαθηματικών που αναδεικνύουν τη σημασία της σύνδεσης της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών με διαδικασίες κοινωνικής αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας στη σχολική τάξη, οι συνθετικές εργασίες στοχεύουν στην εμπλοκή των μαθητών με νέους τρόπους συνεργατικής μάθησης που βασίζονται στην ανταλλαγή και επεξεργασία υλικού, την ανάπτυξη μαθηματικών νοημάτων και τη συλλογική διαπραγμάτευση εννοιών. Στην περίπτωση των συνθετικών εργασιών με αξιοποίηση των ψηφιακών

εργαλείων η έμφαση δίνεται στην δυνατότητα που παρέχουν στους μαθητές να εμπλακούν βαθύτερα σε μαθηματικές δραστηριότητες, να κατασκευάσουν και να επεξεργαστούν ψηφιακά μαθηματικά αντικείμενα, συμπεριφορές και σχέσεις, να χειριστούν αλληλοσυνδεόμενες αναπαραστάσεις. Δίνουν την ευκαιρία στους μαθητές να κοινοποιήσουν τις κατασκευές τους, να επινοήσουν, να διατυπώσουν και να διερευνήσουν δικά τους ιδιότυπα προβλήματα, να επιχειρηματολογήσουν και να αιτιολογήσουν κανόνες και συμπεριφορές αντικειμένων.

Οι συνθετικές εργασίες που παρουσιάζονται ενδεικτικά στο ΠΣ σχεδιάστηκαν με βάση το παραπάνω πλαίσιο και οι δραστηριότητες που περιλαμβάνονται σε αυτές βασίστηκαν σε θέματα που αφορούν τη χρήση ειδικά σχεδιασμένων εργαλείων ψηφιακής τεχνολογίας, την ιστορία των μαθηματικών, την ερμηνεία φαινομένων και την επίλυση πραγματικών προβλημάτων με βάση τα μαθηματικά, τη σύνδεση των μαθηματικών με άλλες επιστήμες και τον πολιτισμό. Τόσο οι πιο εστιασμένες καταστάσεις-προβλήματα όσο και οι συνθετικές εργασίες δεν προτείνεται να ειδωθούν ως αντικείμενα υλικού προς επεξήγηση στους μαθητές, αλλά να λειτουργήσουν ως γεννήτορες ιδεών για τη δημιουργική εμπλοκή των ίδιων των εκπαιδευτικών στο σχεδιασμό νέων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων για τη διερεύνηση μιας ποικιλίας μαθηματικών εννοιών του ΠΣ από τους μαθητές. Το Πρόγραμμα σπουδών προτείνει τη διαχείριση 10 ωρών διδασκαλίας ανά σχολικό έτος από το προβλεπόμενο για να εργαστούν οι μαθητές σε συνθετικές εργασίες.

Αξιολόγηση

Η αξιολόγηση είναι μια πολύ σημαντική διαδικασία της εκπαίδευσης, για το λόγο αυτό τη βρίσκουμε ανάμεσα στις βασικές αρχές πολλών σύγχρονων αναλυτικών προγραμμάτων στο διεθνή χώρο. Η αξιολόγηση είναι σημαντικό να είναι πλήρως ενσωματωμένη στην εκπαίδευση των μαθηματικών και να συμβάλει ουσιαστικά για μια πιο ποιοτική μάθηση.

Ο σκοπός της αξιολόγησης είναι να παράγει πληροφορίες που συνεισφέρουν στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης και υποστηρίζουν τη λήψη εκπαιδευτικών αποφάσεων από τους μαθητές, τους εκπαιδευτικούς, τους γονείς και τη διοίκηση. Παρακάτω θα παρουσιάσουμε μια σειρά από αρχές της αξιολόγησης όπως καταγράφονται από τους ερευνητές (Romberg, 2004, σελ. 16):

1. Ο κύριος σκοπός της αξιολόγησης στην τάξη είναι να βελτιωθεί η μάθηση.
2. Οι μέθοδοι αξιολόγησης επιτρέπουν στους μαθητές να παρουσιάσουν αυτό που ξέρουν παρά αυτό που δεν ξέρουν.
3. Οι αξιολογήσεις παρέχουν στους μαθητές πολλαπλές και ποικίλες ευκαιρίες (μορφές) για να επιδείξουν και να τεκμηριώσουν τις επιδόσεις τους.
4. Οι καταστάσεις που προτείνονται καθιστούν λειτουργικούς όλους τους στόχους του προγράμματος σπουδών (και όχι μόνο τους "χαμηλότερους"). Τα πρότυπα επίδοσης, συμπεριλαμβανομένων των ενδείξεων των διαφορετικών επιπέδων μαθηματικής σκέψης, είναι χρήσιμα εργαλεία σε αυτήν την διαδικασία.
5. Η βαθμολόγηση των κριτηρίων, συμπεριλαμβανομένων των περισσότερο ή λιγότερο υποδειγματικών παραδειγμάτων, δημοσιεύεται και εφαρμόζεται με συνέπεια.
6. Τα τεστ και η βαθμολόγηση περιλαμβάνουν την ελάχιστη μυστικότητα.
7. Η ανατροφοδότηση που δίνεται στους μαθητές είναι γνήσια.

8. Η ποιότητα μιας κατάστασης δεν καθορίζεται από τη δυνατότητα πρόσβασής της στο αντικειμενικό σκορ, την αξιοπιστία, ή την εγκυρότητα με την παραδοσιακή έννοια, αλλά από την αυθεντικότητα, την αμεροληψία, και την επεξήγηση των ανωτέρω αρχών.

Για πολλούς ο ρόλος της αξιολόγησης περιορίζεται στη μέτρηση στο τέλος του μαθήματος, με ένα τεστ, των επιδόσεων των μαθητών. Ενώ αντίθετα μπορεί να αποτελεί ένα ολοκληρωμένο μέρος της διδασκαλίας που πληροφορεί και καθοδηγεί τον εκπαιδευτικό στις διδακτικές του αποφάσεις καθώς επίσης καθοδηγεί και εμπλουτίζει τη μάθηση του μαθητή. Οι δύο βασικές λειτουργίες της αξιολόγησης είναι η αποτίμηση και η ανατροφοδότηση της μάθησης και της διδασκαλίας. Η αξιολόγηση βοηθά τον εκπαιδευτικό να πάρει αποφάσεις σχετικά με το περιεχόμενο και τη μορφή της διδασκαλίας (διαμορφωτική αξιολόγηση) μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την αποτίμηση των επιτευγμάτων του μαθητή (αθροιστική αξιολόγηση). Η διαμορφωτική αξιολόγηση (α) επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να παρεμβαίνει στη μαθησιακή διαδικασία, να λειτουργεί εξοικονομικά, να επαναπροσδιορίζει το ρόλο του προς την κατεύθυνση της αυτόνομης μάθησης προσφέροντας συμπληρωματική βοήθεια και καθοδήγηση στους μαθητές που την έχουν ανάγκη, (β) στοχεύει στην ανατροφοδότηση της διδακτικής πράξης με παράλληλη βελτίωση της ποιότητας της παρεχόμενης διδασκαλίας και αύξηση της αποτελεσματικότητάς της, (γ) ενημερώνει το μαθητή για την πορεία και τα αποτελέσματα των προσπαθειών που κατέβαλε, (δ) οδηγεί το μαθητή σε αυτογνωσία σχετικά με τις ιδιαίτερες ικανότητες και κλίσεις που διαθέτει και οι οποίες θα μπορούσαν να σχετιστούν με τον επαγγελματικό του προσανατολισμό, (ε) διασφαλίζει σε ικανοποιητικό βαθμό την αξιοπιστία και την εγκυρότητα της αξιολόγησης. Η έρευνα στο πεδίο της αξιολόγησης έχει αναδείξει τα περιορισμένα αποτελέσματα που επιφέρουν συγκεκριμένα είδη αθροιστικής αξιολόγησης σε τομείς όπως η δημιουργικότητα και η κινητικότητα των μαθητών ή τις αναπόφευκτες επικρίσεις για τις επίσημες διαδικασίες αξιολόγησης (π.χ. Broadfoot, 1996). Παράλληλα, από τη σχετική έρευνα στο πεδίο προέκυψαν αμφιβολίες για την αντικειμενικότητα και την αποδοτικότητα των συμβατικών αθροιστικών τεχνικών αξιολόγησης, για τη μη δυνατότητα ενίσχυσης της επίδοσης και πρόβλεψης της μελλοντικής επίδοσης, καθώς και για την έλλειψη κινήτρου για μάθηση (π.χ. Black & William, 1998; Harlen & Deakin-Crick, 2003).

Η αξιολόγηση μπορεί να επηρεάσει και να εμπλουτίσει τη μάθηση του μαθητή ποικιλοτρόπως. Ένα πρώτο σημείο είναι ότι ο μαθητής επικεντρώνεται και θεωρεί ως σημαντική μαθηματική γνώση τα σημεία στα οποία αναφέρεται η αξιολόγηση. Καταβάλλει περισσότερη προσπάθεια και προσανατολίζεται στις γνώσεις, τις μεθόδους και τις διαδικασίες τις οποίες προκρίνει η αξιολόγηση. Έτσι αν ο εκπαιδευτικός στο πλαίσιο της αξιολόγησης χρησιμοποιεί την προσωπική συνέντευξη, το διάλογο στην τάξη και τη συστηματική παρατήρηση, οι μαθητές συνηθίζουν και ασκούνται στο να οργανώνουν και να εκφράζουν τις σκέψεις τους με μεταγνωστικό τρόπο. Ένα δεύτερο σημείο είναι ότι μέσα από τις διαδικασίες της αξιολόγησης ο μαθητής αποκτά μεγαλύτερη ευθύνη και γίνεται πιο ανεξάρτητος στη μάθηση. Έτσι για παράδειγμα, συζητώντας και αναλύοντας τα αποτελέσματα σε μια βαθμολογημένη κλίμακα αξιολόγησης οι μαθητές διακρίνουν τα χαρακτηριστικά και τον τρόπο που πρέπει να παρουσιάζεται μια σωστή και πλήρης

απάντηση. Η επικέντρωση επίσης σε διαδικασίες αυτοαξιολόγησης και ετεροαξιολόγησης έχουν πολύ θετική επίδραση στους μαθητές. Μέσα από τη συζήτηση των κριτηρίων της σωστής απάντησης οι μαθητές εκπαιδεύονται στην αυτοαξιολόγηση και την κριτική στάση της δικής τους εργασίας αλλά και της εργασίας των άλλων.

Όταν ο εκπαιδευτικός έχει στη διάθεσή του αρκετές και χρήσιμες πληροφορίες σχετικά με τη μάθηση των μαθητών του, μπορεί να οργανώσει και να οδηγήσει τη διδασκαλία του σε πιο ουσιαστικές και προσαρμοσμένες για τους μαθητές μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες. Για να έχει μια πλήρη εικόνα για τον μαθητή ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να χρησιμοποιήσει ποικίλες και διαφορετικές τεχνικές αξιολόγησης. Η ποσοτική αξιολόγηση με τα γραπτά τεστ παρέχει περιορισμένες πληροφορίες σχετικά με το τι μπορεί να κάνει ο μαθητής σε πολύ ειδικές συνθήκες. Οι πληροφορίες από αυτού του είδους την αξιολόγηση δίνουν μια ελλιπή και ίσως αποσπασματική εικόνα σχετικά με τις επιδόσεις των μαθητών. Η χρήση λοιπόν στην τάξη διαφορετικών τεχνικών αξιολόγησης όπως οι ερωτήσεις ανοιχτού τύπου, η επιλογή προκατασκευασμένων απαντήσεων, η αξιολόγηση συνθετικών εργασιών, η συζήτηση, η παρατήρηση, ο φάκελος εργασιών και το ημερολόγιο μπορούν να βοηθήσουν στην καλύτερη αποτίμηση της επίτευξης των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων. Για παράδειγμα, με τις συζητήσεις μέσα στην τάξη ο εκπαιδευτικός μπορεί να καταλάβει καλύτερα τη σκέψη, τις στρατηγικές και την ικανότητα αιτιολόγησης του μαθητή. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιεί διαφοροποιημένα τις διάφορες τεχνικές αξιολόγησης σύμφωνα με τις ιδιαιτερότητες των μαθητών της τάξης του ως προς τις εμπειρίες, τις μαθησιακές δυσκολίες, τις διαπολιτισμικές και γλωσσικές διαφορές κτλ. Με τις παραπάνω τεχνικές ο εκπαιδευτικός αντλεί στοιχεία για να αναλύσει, αξιολογήσει και βελτιώσει τη διδασκαλία του. Το πρόγραμμα σπουδών βοηθά τον εκπαιδευτικό στην αξιολόγηση της μάθησης και της διδασκαλίας:

- Παρουσιάζοντας αναλυτικά τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα ανά τάξη και μέσω των μαθησιακών - διδακτικών τροχιών πως συνδέονται με αυτά των προηγούμενων και επόμενων τάξεων. Με τον τρόπο αυτό ο εκπαιδευτικός κατανοεί από τη μια μεριά τις μαθηματικές δράσεις που είναι σημαντικό οι μαθητές να αναπτύξουν καθώς και αποκτά μια ολική εικόνα του τρόπου που αυτές εξελίσσονται σ' όλη την υποχρεωτική εκπαίδευση. Έτσι μπορεί να παρατηρήσει και να ερμηνεύσει τη μαθηματική δράση των μαθητών καθώς και να διαφοροποιήσει τη διδασκαλία του ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες της τάξης του.
- Προτείνοντας ενδεικτικές δραστηριότητες και συνθετικές εργασίες που συσχετίζονται με συγκεκριμένα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα ώστε η αξιολόγηση τους να είναι εφικτή. Αποτελούν δε παραδείγματα για τον εκπαιδευτικό ώστε να μπορεί ο ίδιος να σχεδιάσει δραστηριότητες και ερωτήματα προς τους μαθητές τους που να τους επιτρέπουν την εμπλοκή τους σε πλούσια μαθηματική δραστηριότητα.

Πίνακες Θεματικών ενότητων- Κωδικοί – Σύμβολα

Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (ΠΜΑ), τα βασικά θέματα, οι δραστηριότητες και το εκπαιδευτικό υλικό παρουσιάζονται σε μορφή πίνακα ανά θεματική ενότητα (θεματικός άξονας) για κάθε τάξη. Η παρουσίαση τους δεν

συνδέεται με τη σειρά διαχείρισης του περιεχομένου στη διδασκαλία που αυτή εξαρτάται από το τι γνώσεις από άλλες θεματικές ενότητες χρειάζεται να έχουν οι μαθητές ώστε να επιτύχουν κάποιο συγκεκριμένο προσδοκώμενο μαθησιακό αποτέλεσμα. Στην πρώτη στήλη, τα ΠΜΑ αριθμούνται με βάση τη θεματική ενότητα στην οποία εντάσσονται. Ο παρακάτω πίνακας εξηγεί την αρίθμηση:

ΠΜΑ	Βασική θεματική ενότητα
Αρ#	Αριθμοί
Α#	Άλγεβρα
Γ#	Γεωμετρία- Χώρος
Μ#	Μέτρηση
Σ#	Στατιστική
Π#	Πιθανότητες

Στη δεύτερη στήλη παρουσιάζεται ο τίτλος της βασικής τροχιάς και των υποτροχιών καθώς και ενδεικτικός διδακτικός χρόνος. Στην τρίτη στήλη παρουσιάζεται κάποιο διδακτικό σχόλιο και γίνεται παραπομπή στις σχετικές ενδεικτικές δραστηριότητες. Στην τέταρτη στήλη το εκπαιδευτικό υλικό αφορά χειραπτικό υλικό που μπορούν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές, αναφορές στα υπάρχοντα διδακτικά εγχειρίδια, αναφορές σε σχετικές ιστοσελίδες καθώς και παραπομπή σε αρχεία λογισμικού που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο του Προγράμματος Σπουδών και θα ενταχθούν στο ψηφιακό υλικό ώστε να έχουν πρόσβαση οι εκπαιδευτικοί.

Στους πίνακες που παρουσιάζονται οι δραστηριότητες υπάρχει ανάλογη αρίθμηση με αυτή των ΠΜΑ. Για παράδειγμα, ΑΔ1 αντιστοιχεί στη δραστηριότητα 1 που αφορά στην Άλγεβρα ενώ ΠΔ2 είναι η δραστηριότητα 2 που αφορά στις Πιθανότητες. Στη δεύτερη στήλη ακολουθεί η περιγραφή της δραστηριότητας που άλλοτε απευθύνεται στον εκπαιδευτικό και άλλες φορές στο μαθητή. Στην τελευταία στήλη αναφέρονται τα ΠΜΑ που συνδέονται με τη συγκεκριμένη δραστηριότητα.

Τέλος οι συνθετικές εργασίες που παρουσιάζονται στο τέλος του κάθε κύκλου παρουσιάζονται αρχικά συνοπτικά σε ένα πίνακα όπου δίνεται ο τίτλος τους, μια σύντομη περιγραφή τους, η τάξη στην οποία αντιστοιχούν καθώς και το εκπαιδευτικό υλικό που μπορεί να αξιοποιηθεί. Στη συνέχεια ακολουθεί αναλυτική περιγραφή της συνθετικής εργασίας όπως μπορεί αυτή να δοθεί στους μαθητές, ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής της καθώς και τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα που μπορούν να επιτευχθούν μέσα από την εμπλοκή των μαθητών. Σε κάποιες περιπτώσεις οι συνθετικές εργασίες θέτουν ερωτήματα πέρα από αυτά των μαθηματικών ενώ αρκετές από αυτές αξιοποιούν την ψηφιακή τεχνολογία. Στο Γυμνάσιο υπάρχει παράδειγμα συνθετικής εργασίας όπου παρουσιάζεται πιο λεπτομερής τρόπος διαχείρισης.

Στους πίνακες παρουσιάζεται ένα ενδεικτικός χρόνος για κάθε θεματική ενότητα. Ο χρόνος αφορά 120 ώρες για το Δημοτικό ενώ 10 ώρες προβλέπεται να διατεθούν στις συνθετικές εργασίες. Η διδακτική διαχείριση του περιεχομένου δεν θα είναι γραμμική αλλά θα γίνεται με βάση το τι χρειάζεται να γνωρίζουν οι μαθητές για να αντιμετωπίσουν τη συγκεκριμένη ενότητα.

Α' Δημοτικού

Θεματική ενότητα: Αριθμοί

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 60

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Αρ1. Απαγγέλλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς μέχρι το 100 (ψηφία και λέξεις) Αρ2. Αναγνωρίζουν αριθμούς (μέχρι το 100) χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης. Αρ3. Καταμετρούν πραγματικά αντικείμενα και αντικείμενα σε εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων κι αναπτύσσουν στρατηγικές μέτρησης. Αρ4. Μετρούν μέχρι το 100 και μετρούν με βήματα εμπρός και πίσω (ανά 2, 5, 10). Αρ5. Συγκρίνουν και διατάσσουν αριθμούς (μέχρι το 100) και βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού (μέχρι το 100) στην αριθμογραμμή Αρ6. Διερευνούν τις σχέσεις των αριθμών αρχικά μέχρι το 20 και στη συνέχεια μέχρι το 100, αναλύουν και συνθέτουν αριθμούς μέχρι το 100 Αρ7. Διερευνούν τη σχέση	Φυσικοί Αριθμοί (ως το 100) (50 ώρες) • Άμεση αναγνώριση • Καταμέτρηση ποσοτήτων και αρίθμηση • Διάταξη ποσοτήτων και αριθμών • Ανάλυση και σύνθεση αριθμών • Θεσιακή αξία ψηφίων • Εκτιμήσεις • Πράξεις στους φυσικούς αριθμούς • Προσθέσεις και αφαιρέσεις αριθμών • Πολλαπλασιαστικές καταστάσεις • Πολλαπλασιασμός και διαίρεση αριθμών	Μέσα από δραστηριότητες οι μαθητές αρχικά αναγνωρίζουν τα αριθμητικά σύμβολα και ασκούνται να τα αναγνωρίζουν και να τα διαβάζουν. Στη συνέχεια ασκούνται να αναγνωρίζουν χωρίς μέτρηση κάρτες με σχηματισμούς ώστε να δημιουργήσουν ισχυρές νοερές εικόνες για τις ποσότητες που συνδέονται με τους αριθμούς. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑρΔ1, ΑρΔ2) Καταμετρούν αντικείμενα (πραγματικά και σε συμβολικές αναπαραστάσεις), τα οποία είναι κατάλληλα επιλεγμένα ώστε να βοηθούν στην ανάπτυξη στρατηγικών μέτρησης (π.χ. Πόσα είναι τα κουμπιά; Πώς τα μέτρησες;) (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑρΔ3, ΑρΔ4)	Κατασκευή του πίνακα των 100, όπως υπάρχει π.χ. στο βιβλίο «Μαθηματικά» επίπεδο 1, σελ. 56 http://www.pre.uth.gr/main/index.php?option=com_content&view=categy&layout=blog&id=35&Itemid=52 Αντίστοιχο στο δικτυακό τόπο του τμήματος εκπ/σης της επαρχίας Νέας Ουαλίας στην Αυστραλία: http://www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/countmein/children_hundred_chart.html Παιχνίδια με ντόμινο, όπως υπάρχουν π.χ. στο βιβλίο «Μαθηματικά» επίπεδο 1, σ. 42-51 http://www.pre.uth.gr/main/index.php?option=com_content&view=categy&layout=blog&id=35&Itemid=52 Αντίστοιχη δραστηριότητα, υπάρχει στον δικτυακό τόπο του τμήματος εκπ/σης της επαρχίας Νέας Ουαλίας στην

μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του. Βρίσκουν την αξία θέσης των αριθμών στους διψήφιους αριθμούς (και του μηδενός). Αρ8. Εκφράζουν εκτίμηση για ποσότητες μέχρι 50 αντικειμένων Αρ9. Διερευνούν και δημιουργούν αθροιστικές καταστάσεις. Αρ10. Διερευνούν συνδυασμούς που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές των αριθμών ως το 10 και των δεκάδων ως το 100. Αρ11. Κάνουν νοερές και γραπτές προσθέσεις και αφαιρέσεις χρησιμοποιώντας τα σύμβολα με μονοψήφιους και διψήφιους αριθμούς. Αρ12. Ομαδοποιούν αντικείμενα σε δυάδες, πεντάδες και δεκάδες. Βρίσκουν το διπλάσιο (και το μισό) μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών. Αρ13. Μοιράζουν αντικείμενα σε δυάδες, τριάδες και καταμετρούν		Είναι σημαντικό οι μαθητές να αναπτύξουν, μέσα από μία ποικιλία δράσεων, τις σταθερές σχέσεις που συνδέουν τους αριθμούς ως το 10 και στη συνέχεια των δεκάδων ως το 100. Οι σταθερές αυτές σχέσεις, που δεν απομνημονεύονται αλλά σταθεροποιούνται από την συστηματική χρήση, αποτελούν βάση για κάθε αριθμητική ανάπτυξη. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑρΔ5) Είναι σημαντικό οι μαθητές να ανακαλύψουν την αξία των ψηφίων σύμφωνα με τη θέση τους και να αντιληφθούν την σημασία του μηδενός στο σύστημα αρίθμησης. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑρΔ3, ΑρΔ4) Ο εκπαιδευτικός προτείνει δραστηριότητες με στόχο το σταδιακό πέρασμα από την ένα προς ένα καταμέτρηση στη σύνθεση των αριθμών. Οι πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση να αντιμετωπίζονται μαζί μέσα από μία ποικιλία καταστάσεων που καλύπτει όλες τις περιπτώσεις	Αυστραλία: http://www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/countmein/teachers_teaching_ideas_washing_line.html Δραστηριότητα «Ο ταμίας», βιβλίο μαθητή, κεφ. 33 Δραστηριότητα «Η κατσίκά με τα κατσικάκια», βιβλίο μαθητή κεφ. 29 Δραστηριότητα «Παίζω το φιδάκι», βιβλίο μαθητή, κεφ. 46 Δραστηριότητα « Τα μυρμήγκια», βιβλίο μαθητή, κεφ. 47 Παιχνίδια «Μαντεύω τον αριθμό» και «Βρίσκω τον αριθμό», βιβλίο μαθητή, κεφ. 49 Δραστηριότητα «Τα τρία γουρουνάκια», βιβλίο μαθητή, κεφ. 59 Πρόβλημα «Τα παπούτσια», τετράδιο εργασιών, κεφ. 53 Πρόβλημα «Μοιράζω τις καραμέλες» τετράδιο εργασιών, κεφ. 59
--	--	--	--

		αθροιστικών προβλημάτων («συνδυάζω», «αλλάζω», «συγκρίνω»). (ενδεικτική δραστηριότητα ΑρΔ7) Σημαντικό είναι οι καταστάσεις πολλαπλασιασμού και διαίρεσης να αντιμετωπίζονται μαζί μέσα από μία ποικιλία καταστάσεων που καλύπτει όλες τις περιπτώσεις πολλαπλασιαστικών προβλημάτων («επαναλαμβανόμενη πράξη», «συμμεταβολή ποσοτήτων», «δημιουργίας νέου μεγέθους») (ενδεικτικές δραστηριότητες: ΑρΔ6, ΑρΔ8)	
Αρ14. Συγκρίνουν δύο ποσότητες με απλή σχέση μεγέθους $1/2$, $1/4$ και περιγράφουν τη σχέση λεκτικά (μισή/διπλάσια...) Αρ15. Χωρίζουν εμπράγματα διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 2, 4, 8. Χωρίζουν εμπράγματα και μη, διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 3, 6, 5, 10	Κλασματικοί αριθμοί (10 ώρες)	Ο εκπαιδευτικός προτείνει δραστηριότητες, όπου τα παιδιά καλούνται να συγκρίνουν μέρος μιας ποσότητας ή μεγέθους με το όλο. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑρΔ9) Ο εκπαιδευτικός ως συνέχεια των δραστηριοτήτων πολλαπλασιασμού/ διαίρεσης, προτείνει στους μαθητές δραστηριότητες μερισμού σε συνεχείς ποσότητες (όπως π.χ. μια σοκολάτα) και τα ενθαρρύνει να ανακαλύψουν τρόπους μερισμού, αλλά και	Ψηφιακά περιβάλλοντα, όπως το «Fractions – Partsof a Whole» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu

		λεκτικής έκφρασης του μέρους που πήραν. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑρΔ10)	
--	--	--	--

Θεματική ενότητα: Άλγεβρα

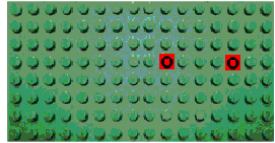
Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 6

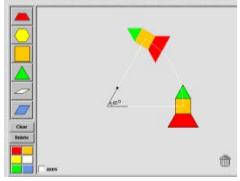
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
A1. Αναγνωρίζουν την ύπαρξη μιας κανονικότητας. A2. Συμπληρώνουν, επαναλαμβανόμενες κανονικότητες A3. Περιγράφουν και εξηγούν επαναλαμβανόμενες κανονικότητες και τη διαδικασία δημιουργίας τους. A4. Κατασκευάζουν επαναλαμβανόμενες κανονικότητες. A5. Δημιουργούν και περιγράφουν αντιστοιχίες. A6. Αναγνωρίζουν, αναπαριστούν και περιγράφουν σχέσεις μεταξύ συμμεταβαλλομένων μεγεθών.	Κανονικότητα - Συναρτήσεις (3 ώρες) - Διερεύνηση: αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή και κατασκευή επαναλαμβανόμενων και μεταβαλλόμενων κανονικοτήτων - Αναγνώριση αντιστοιχιών - Σχέσεις συμμεταβολής	Οι μαθητές συγκρίνουν αντικείμενα με κριτήριο την ύπαρξη μοτίβου ή άλλης κανονικότητας. Συμπληρώνουν κατασκευές με την επανάληψη του μοτίβου. Ανταλλάσσουν μηνύματα με οδηγίες για την κατασκευή αντικειμένων με κανονικότητες Κατασκευάζουν δικά τους αντικείμενα (πχ κομπολόγια, συνθέσεις σχημάτων) και παρουσιάζουν τον κανόνα του δικού τους μοτίβου. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑΔ1) Διερευνούν συνδυασμούς και σχέσεις. Κατασκευάζουν, καταγράφουν και περιγράφουν δεδομένα συμμεταβολής. (ενδεικτική	Χάντρες Γεωμετρικά σχήματα από χαρτόνι Κυβάρια lego και άλλα οικοδομικά υλικά Υλικά κατασκευής και υλικά κατασκευής αναπαραστάσεων για καταγραφή των δεδομένων (π.χ. μαγνητικούς πίνακες) Χρήση τεχνολογικού περιβάλλοντος με μοτίβα του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu

		δραστηριότηταΑΔ2)	
A7. Αντιλαμβάνονται το σύμβολο της ισότητας ως σχέση ανάμεσα σε σύνθετες αριθμητικές παραστάσεις. A8. Εκφράζουν συμβολικά ένα απλό πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση. A9. Διατυπώνουν ένα πρόβλημα που να δημιουργείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση.	Αλγεβρικές παραστάσεις (2 ώρες)	Οι βασικές έννοιες που εμπλέκονται στην τροχιά της Άλγεβρας, έχουν να κάνουν με διαφορετική, πιο διευρυμένη οπτική του εννοιολογικού πεδίου κυρίως της αριθμητικής. Έτσι, τα περισσότερα επιμέρους θέματα της Άλγεβρας, μπορούν και μάλλον πρέπει να ενταχθούν στο πλαίσιο των αριθμητικών δραστηριοτήτων: κατά τη διάρκεια της αρίθμησης και των πράξεων γίνονται και οι δραστηριότητες που αφορούν τις αντιστοιχίες, τις συμμεταβολές, τις αλγεβρικές παραστάσεις, την ισότητα και την ανισότητα.	Πίνακες των επιμέρους αποτελεσμάτων: $\triangle + \square = 8$ $1 + 7$ $2 + 5$
A10. Διερευνούν την έννοια της ισότητας και ανισότητας σε διάφορα πλαίσια: αριθμητικά, μεγεθών και διατυπώνουν τη σχέση συμβολικά. A11. Συγκρίνουν αριθμούς και κάνουν πράξεις με αυτούς χρησιμοποιώντας τακατάλληλα σύμβολα	Ισότητα –Ανισότητα (1 ώρα)	Δραστηριότητες χρήσης των συμβόλων στις διάφορες περιπτώσεις ολοκλήρωσης των αντίστοιχων αριθμητικών θεμάτων. Διερεύνηση καταστάσεων όπως $5 < 8$ το $5+3 \neq 8+3$ ή το $5 < 8$, $3 < 4$ το $5+3 \neq 8+4$	

Θεματική ενότητα: Χώρος και Γεωμετρία

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 20

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Γ1. Εντοπίζουν, περιγράφουν και αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές στο χώρο ως προς διαφορετικά συστήματα αναφοράς, με τη χρήση ποικίλων χωρικών εννοιών. Γ2. Αναγνωρίζουν και δημιουργούν οικείους χάρτες, εντοπίζοντας θέσεις και διαδρομές. Γ3. Επικαλύπτουν το επίπεδο με διάφορα σχήματα και μελετούν απλές σχέσεις. Γ4. Εντοπίζουν, περιγράφουν και αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα. Γ5. Προσεγγίζουν τις δισδιάστατες συντεταγμένες με τη χρήση αυθαίρετων συμβόλων.	Χώρος (4 ώρες) - Θέσεις διευθύνσεις και διαδρομές σε χάρτες - Δόμηση χώρου, επικαλύψεις και συντεταγμένες	Ο εκπαιδευτικός οργανώνει βιωματικές δραστηριότητες που επιτρέπουν στα παιδιά να ορίσουν συστήματα αναφοράς, να προσανατολιστούν και προσανατολίσουν ως προς αυτά. Για να συζητηθεί το θέμα των οροσήμων ως προς τα οποία γίνεται ο προσανατολισμός προτείνονται κατάλληλες δράσεις. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ1, ΓΔ). Οι διευθετήσεις στο χώρο μπορούν να αναπτυχθούν λεκτικά με περιγραφές κατασκευών (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ3.) Τοποθετήσεις σε τετραγωνισμένα περιβάλλοντα (τουβλάκια, σκακιέρα, τετραγωνισμένο χαρτί) τύπου «Ναυμαχία» εισάγουν στην ιδέα των συντεταγμένων.	Χρήση απλών χαρτών Χρήση τεχνολογικού περιβάλλοντος τύπου Logo, όπως περιβάλλον «LadybugMazes» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu Χρήση . ψηφιακού περιβάλλοντος «Τάνγκραμ» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu Υλικό με τουβλάκια  Τετραγωνισμένο χαρτί
Γ6. Αναγνωρίζουν και ταξινομούν επίπεδα και στερεά σχήματα με βάση τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά σε ποικιλία θέσεων,	Γεωμετρικά σχήματα (12 ώρες) - Ταξινόμηση και - Ανάλυση σε στοιχεία	Ο εκπαιδευτικός δεν επιδιώκει την απλή αναγνώριση σχημάτων σε στερεοτυπικές θέσεις που οδηγούν σε ολιστικές και αισθησιο-	Χρήση . ψηφιακού περιβάλλοντος του Ε.Λ. του Π.Ι. για την Α' και Β' τάξη. Ενότητα Γεωμετρία, δραστηριότητα «Γραμμές και σχήματα» http://www.pi-

μεγεθών και προσανατολισμών. Γ7. Περιγράφουν απλά επίπεδα γεωμετρικά σχήματα με τη χρήση όρων όπως κορυφή και πλευρά. Γ8. Κατασκευάζουν γνώριμα επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα με διάφορα μέσα και συζητούν ιδιότητες. Γ9. Συνδέουν επίπεδα και στερεά σχήματα προσεγγίζοντας έδρες και ακμές. Γ10. Συνθέτουν και αναλύουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε 2 ή περισσότερα μέρη	και ιδιότητες - Κατασκευές και σχεδιασμός - Σύνδεση επιπέδων και στερεών σχημάτων - Ανάλυση ή σύνθεση	κινητικές προσεγγίσεις. Ξεκινά από αναγνωρίσεις και κατηγοριοποιήσεις που πραγματοποιούν οι ίδιοι οι μαθητές εντοπίζοντας ιδιότητες και σχέσεις. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ5) Οι κατασκευές με υλικά και οι αναλύσεις και συνθέσεις στηρίζουν την ανάδειξη ιδιοτήτων και σχέσεων. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ6)	schools.gr/software/dimotiko/
Γ11. Παρατηρούν μετατοπίσεις και στροφές (90, 180, 360) και μπορούν να προβλέψουν το αποτέλεσμα. Γ12. Αναγνωρίζουν συμμετρικά δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα και σχήματα με άξονες συμμετρίας. Εντοπίζουν τους άξονες. Γ13. Κατασκευάζουν συμμετρικά σχήματα και συνεχίζουν συμμετρικά μοτίβα Γ14. Προσεγγίζουν τις ιδιότητες της συμμετρίας	Μετασχηματισμοί (3 ώρες) Μετατοπίσεις, στροφές και αξονική συμμετρία	Ο εκπαιδευτικός επιδιώκει να αναπτύξει την οπτική ευλυγισία και τις νοερές επεξεργασίες των μαθητών. Προτείνει δράσεις με παρατήρηση και αναγνώριση μετασχηματισμών όπως και πρόβλεψη. Οι κατασκευές συμμετρικών σχημάτων αναδεικνύει ιδιότητες (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ7.)	Χρήση τεχνολογικών περιβαλλόντων, όπως περιβάλλον «Transformations - Rotation» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu 
Γ15. Αναγνωρίζουν τρισδιάστατες κατασκευές από διαφορετικές οπτικές γωνίες Γ16. Πραγματοποιούν κατασκευές	Οπτικοποίηση (1 ώρα) Αναγνώριση οπτικών γωνιών, δημιουργία οπτικοποιήσεων	Ο εκπαιδευτικός επιδιώκει αρχικά να βελτιώσει την αντίληψη των οπτικών γωνιών. Επίσης να ασκήσει τους μαθητές στην	

τρισεδιάστατων καταστάσεων από εικόνες, σχέδια ή άλλες αναπαραστάσεις		ανάγνωση των χωρικών και γεωμετρικών αναπαραστάσεων, δηλαδή στη μετάβαση από το τρισεδιάστατο αντικείμενο στην δισεδιάστατη αναπαράσταση και αντίστροφα.	
--	--	---	--

Θεματική ενότητα: Μετρήσεις

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 18

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
<i>M1.</i> Συγκρίνουν γωνίες με την ορθή. <i>M2.</i> Αναγνωρίζουν ίσες γωνίες με άμεση σύγκριση.	Μέτρηση γωνίας (1 ώρα)	Ο εκπαιδευτικός προτείνει ομαδοποιήσεις γωνιών με κριτήριο την ισότητα και διαφορετικά μεγέθη και προσανατολισμούς.	
<i>M3.</i> Πραγματοποιούν έμμεσες συγκρίσεις και διατάξεις ίσων και άνισων μηκών. <i>M4.</i> Αναλύουν και συνθέτουν μήκη σε δύο ή περισσότερα μέρη. <i>M5.</i> Πραγματοποιούν επικαλύψεις με και χωρίς επανάληψη, με μη τυπικές και τυπικές μονάδες. <i>M6.</i> Συνδέουν τις επικαλύψεις ή τις επαναλήψεις με το αριθμητικό αποτέλεσμα. <i>M7.</i> Διαπιστώνουν την ανάγκη χρήσης τυπικών μονάδων μέτρησης και πραγματοποιούν	Μέτρηση μήκους (8 ώρες) • Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • Μέτρηση με χρήση μη τυπικών και τυπικών μονάδων • Χρήση οργάνων μέτρησης μήκους • Εκτιμήσεις	Η ανάλυση και σύνθεση μεγεθών βοηθάει τα παιδιά να κάνουν συγκρίσεις και να αντιληφθούν τα μεγέθη. Ο εκπαιδευτικός επιδιώκει να αντιληφθούν οι μαθητές την επικάλυψη με μονάδες, την επανάληψη των μονάδων και τη σύνδεση με τον αριθμό που προκύπτει. (ενδεικτική δραστηριότητα ΜΔ1)	Η χρήση του τεχνολογικού περιβάλλοντος τύπου Logo, όπως περιβάλλον «LadybugMazes» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu, Η εφαρμογή του μπορεί να προσαρμοσθεί στον υπολογισμό ίσων αποστάσεων ή συμπληρωμάτων (του τύπου πόσο ακόμα χρειάζεται για να συμπληρώσει την κίνηση;)

μετρήσεις μήκους με τυπικές μονάδες. <i>M8.</i> Χρησιμοποιούν χάρακα για να μετρήσουν μήκος. <i>M9.</i> Εκτιμούν και συγκρίνουν μήκη			
<i>M10.</i> Πραγματοποιούν άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις επιφανειών. <i>M11.</i> Πραγματοποιούν συγκρίσεις με ανάλυση και σύνθεση απλών επιφανειών <i>M12.</i> Κάνουν επικαλύψεις επιφανειών με μη τυπικές ή τυπικές μονάδες μέτρησης. <i>M13.</i> Συνδέουν την επικάλυψη με ένα αριθμητικό αποτέλεσμα <i>M14.</i> Χρησιμοποιούν τετράγωνα 1 cm και 1dm για να δομήσουν ορθογώνιες περιοχές σε γραμμές και στήλες. <i>M15.</i> Εκτιμούν το μέγεθος απλών επιφανειών και κάνουν συγκρίσεις	Μέτρηση επιφάνειας (6 ώρες) • Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • Μέτρηση επιφανειών με χρήση μη τυπικών και τυπικών μονάδων • Χρήση οργάνων μέτρησης επιφάνειας για τη δόμηση επιφανειών • Εκτιμήσεις επιφανειών	Οι άμεσες συγκρίσεις και αναλύσεις και συνθέσεις επιφανειών βοηθούν τους μαθητές να αντιληφθούν το μέγεθος 'επιφάνεια'. (ενδεικτική δραστηριότητα <i>MΔ2</i>) Συγκρίσεις με τετράγωνα που βοηθούν τους μαθητές να συνδέουν την επιφάνεια με τη μονάδα της. Τα συμπληρώματα των επιφανειών με τετράγωνα υποστηρίζουν στους μαθητές την αντίληψη γραμμών και στηλών. (ενδεικτική δραστηριότητα <i>MΔ3</i>)	Εμπράγματο, αναπαραστατικό και ψηφιακό υλικό
<i>M16.</i> Συγκρίνουν έμμεσα τη χωρητικότητα δύο δοχείων. <i>M17.</i> Συγκρίνουν όγκους κατασκευών που αποτελούνται από μικρό αριθμό δομικών υλικών. <i>M18.</i> Μετρούν το πλήθος των κύβων που δομούν μια απλή κατασκευή ή γεμίζουν ένα κουτί. <i>M19.</i> Εκτιμούν τον όγκο απλών στερεών και κάνουν	Μέτρηση χωρητικότητας όγκου (3 ώρες) • Έμμεσες συγκρίσεις • Μέτρηση όγκων με χρήση μη τυπικών και τυπικών μονάδων • Εκτίμηση χωρητικότητας και όγκου	Η ίδια δράση προτείνεται και για τρισδιάστατες συνθέσεις. Ο εκπαιδευτικός προτείνει εκτιμήσεις της μορφής «ποιο κουτί είναι πιο μεγάλο» για να ασκήσει τους μαθητές σε μια πρώτη αντίληψη του όγκου. (ενδεικτική	

συγκρίσεις.		δραστηριότηταΜΔ4)	
-------------	--	-------------------	--

Θεματική ενότητα: Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική-Πιθανότητες)

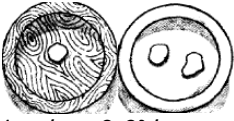
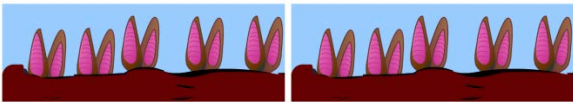
Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 6

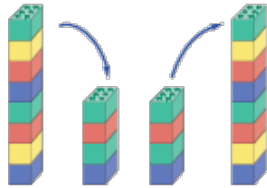
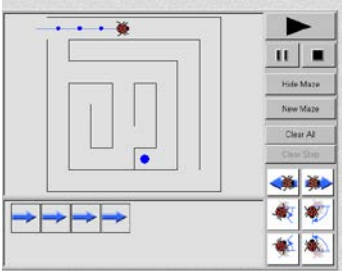
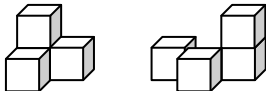
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Σ1. Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα (κατηγορικά) Σ2. Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και τα οργανώνουν (υλικά, καταμέτρηση με γραμμές) Σ3. Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και σε διαγράμματα όπως τα ραβδογράμματα Σ4. Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε μία άλλη Σ5. Συγκρίνουν πληροφορίες στις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης δεδομένων	Δεδομένα (3 ώρες) Συλλογή οργάνωση και αναπαράσταση κατηγορικών δεδομένων	Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να συλλέξουν δεδομένα στην τάξη τους για ένα δικό τους ερώτημα, να τα οργανώσουν σε κατηγορίες, να τα αναπαραστήσουν με διαφορετικούς τρόπους και να τα ερμηνεύσουν. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΣΔ1, ΣΔ2, ΣΔ3)	
Π1. Περιγράφουν όλα τα δυνατά αποτελέσματα (δειγματικός χώρος) σε απλά πειράματα τύχης ενός σταδίου Π2. Χαρακτηρίζουν ένα παιχνίδι τύχης ως δίκαιο-άδικο (τριών ή περισσότερων ενδεχομένων) Π3. Συνδυάζουν μικρό αριθμό αντικειμένων	Πείραμα τύχης (2 ώρες)	Οι μαθητές παίζουν παιχνίδια τύχης με περισσότερα από δύο ενδεχόμενα. Επίσης, βρίσκουν συνδυασμούς 3-4 αντικειμένων. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΠΔ1, ΠΔ2)	

Π4. Περιγράφουν ένα ενδεχόμενο ως βέβαιο, πιθανό, απίθανο, αδύνατο	Πιθανότητα ενδεχομένου (1 ώρα)		
--	--	--	--

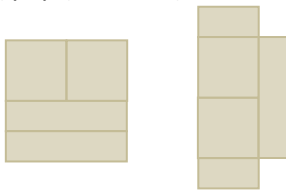
Ενδεικτικές Δραστηριότητες

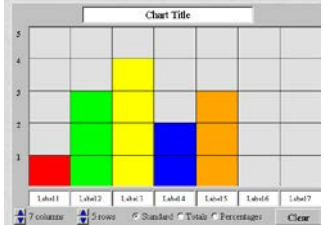
A/A	Περιγραφή δραστηριότητας	ΠΜΑ
ΑρΔ1	Παιχνίδια με αριθμοκάρτες: 1) «Συστήνω τον αριθμό που βρήκα» Αριθμοκάρτες με τους αριθμούς από το 0 ως το 9 είναι κρυμμένες μέσα στην τάξη. Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες και ψάχνουν να βρουν τις αριθμοκάρτες. Όταν τις βρουν όλες συμφωνούν για το πώς θα παρουσιάσουν τους αριθμούς που αναγράφονται. Κερδίζει η ομάδα που κάνει την καλύτερη παρουσίαση όλων των αριθμών. 2) Οι μαθητές παίρνουν τυχαία κάρτες με αριθμούς και τις διατάσσουν σε μια γραμμή ανάλογα με τον αριθμό που κρατούν. Μια ενδιαφέρουσα λεπτομέρεια των δραστηριοτήτων διάταξης είναι ότι μπορεί να λείπει κάθε φορά ένας αριθμός (τον οποίο θα κρατά ο εκπαιδευτικός) και θα πρέπει τα παιδιά να βρουν ποιος αριθμός λείπει και να αφήσουν κενό στη θέση που πρέπει για να μπει ο αριθμός αυτός. 3) Ο εκπαιδευτικός έχει ένα καπέλο με αριθμοκάρτες. Βγάζει 2 κάρτες με διαφορετικά ψηφία και οι μαθητές πρέπει να τοποθετήσουν τα ψηφία με τέτοιο τρόπο ώστε να σχηματιστεί ο μικρότερος ή ο μεγαλύτερος αριθμός ή ο αριθμός πιο κοντά στον αριθμό στόχο.	Αρ. 1 Αρ. 5
ΑρΔ2	Οι κάρτες με τους σχηματισμούς είναι σκορπισμένες στο πάτωμα. Οι μαθητές σε ομάδες προσπαθούν να βρουν όσες από τις κάρτες έχουν την ποσότητα που άκουσαν με το σύνθημα του εκπαιδευτικού σε χρόνο περιορισμένο. Κερδίζει όποια ομάδα βρίσκει τις περισσότερες. Οι δραστηριότητες αναγνώρισης στην αρχή αφορούν αριθμούς μέχρι το 10  και κατόπιν αριθμούς σε δεκάδες 	Αρ. 2
ΑρΔ3	Ο εκπαιδευτικός διηγείται στους μαθητές μια ιστορία για ένα βοσκό στα πολύ παλιά χρόνια που δεν είχαν ανακαλύψει ακόμα οι άνθρωποι τον τρόπο να μετρούν. Ο βοσκός αυτός είχε ένα πρόβατο. Δεν χρειαζόταν το μέτρημα, γιατί ήξερε ότι, αν έβλεπε το πρόβατο, το είχε, αν δεν το έβλεπε, το είχε χάσει και το έψαχνε. Όταν αργότερα πήρε κι άλλο ένα πρόβατο, σκέφτηκε να κρατά όρθιο ένα δάχτυλο για κάθε πρόβατο και θα ήξερε ότι αν δεν έβλεπε ένα πρόβατο για κάθε δάχτυλο, τότε έπρεπε να αρχίσει να ψάχνει. Έτσι όμως ήταν αναγκασμένος να βόσκει τα πρόβατα όλη μέρα με τα δάχτυλα ανοιχτά. Μάλιστα το πράγμα δυσκόλεψε όταν πήρε κι άλλα πρόβατα. Επίσης σκέφτηκε ότι δεν μπορούσε να πάρει περισσότερα πρόβατα από όσα ήταν τα δάχτυλά του. Σκέφτηκε λοιπόν να πάρει ένα πιατάκι και να βάλει μια πετρούλα μέσα. Αυτή η πετρούλα σήμαινε για εκείνον ότι είχε πρόβατα όσα είναι τα δάχτυλά του. Όταν πήρε ακόμη ένα πρόβατο σκέφτηκε ότι, αντί να κρατά το δάχτυλό του ανοιχτό, μπορούσε να βάλει δίπλα στο πιατάκι με την πετρούλα που σήμαινε 10 πρόβατα, ένα άλλο πιατάκι με μια πετρούλα που να σημαίνει 1 πρόβατο και να βάζει σ' αυτό το πιατάκι μία πετρούλα για κάθε ένα	Αρ. 7

	πρόβατο, αντί να κρατά τα δάχτυλά του ανοιχτά, όπως έκανε παλιά. Μόλις συμπληρωνόταν δέκα πετρούλες στο πιατάκι, θα έκανε ότι είχε κάνει πριν: Θα τις αντικαθιστούσε με μια πετρούλα στο διπλανό πιατάκι  (από το βιβλίο του Κάρλο Φραμπέτι «Καταραμένα Μαθηματικά» εκδόσεις Όπερα)	
ΑρΔ4	Ο εκπαιδευτικός προτείνει μια δραστηριότητα βιωματική με τη μορφή παιχνιδιού: Σε δύο καρέκλες έχουν μπει οι πινακίδες «μονάδες» - «δεκάδες». Τα παιδιά παίρνουν αριθμοκάρτες με τα ψηφία 0-9 και προσπαθούν να κάτσουν στις καρέκλες ώστε να σχηματίσουν τους αριθμούς που ακούν από τον εκπαιδευτικό.	Αρ. 7
ΑρΔ5	Οι μαθητές σε ζευγάρια κρατούν στα χέρια μια ποσότητα υλικού (π.χ. ξυλάκια, χάντρες κλπ.). Στη συνέχεια κρύβει ένα μέρος της ποσότητας και δείχνει στο δεύτερο παιδί το υπόλοιπο. Το παιδί αυτό προσπαθεί να μαντέψει πόσα κρύφτηκαν.	Αρ. 10
ΑρΔ6	Απαγγέλλουν προφορικά 2-2 την ακολουθία των αριθμών μέχρι το 10 και 5-5 και 10-10 την ακολουθία των αριθμών μέχρι το 50, σε καταστάσεις όπως π.χ. Πόσα είναι τα κουμπιά στο παλτό; (ή τα αυγά στην αυγοθήκη) Μπορείς να τα μετρήσεις δύο-δύο; Πέντε-πέντε; 	Αρ.4 Αρ. 12
ΑρΔ7	Παίρνουν κάρτες με αριθμούς και ψάχνουν να βρουν ένα άλλο άτομο για να γίνουν ζευγάρι ώστε να αθροίζουν τον αριθμό στόχο (το 10 στην αρχή, μετά μεγαλύτερους αριθμούς) Εναλλακτικά μπορεί να αξιοποιηθεί το Ψηφιακό περιβάλλον «Αριθμοζυγαριά», στην ενότητα «Πρόσθετο υλικό», του εγκεκριμένου από το Π.Ι. Ε.Λ. για τις Α' και Β' τάξεις http://www.pi-schools.gr/software/dimotiko/. Συγκεκριμένα, οι μαθητές μελετούν την ανάλυση – σύνθεση αριθμούς στις δύο επιτύχουν  των αριθμών τοποθετώντας βάρη – πλευρές της ζυγαριάς ώστε να ισορροπία.	Αρ. 10 Αρ. 11
ΑρΔ8	Κάνουν αναπληρώσεις στην αριθμογραμμή ανά δύο, για να αντιληφθούν την έννοια «φορές». Ανταλλάσσουν πέντε 2ευρα με ένα χαρτονόμισμα των 10 ευρώ. Ο εκπαιδευτικός προτείνει δραστηριότητες όπου τα παιδιά οδηγούνται στον πολλαπλασιαστικό συλλογισμό όπως π.χ. δείχνει εικόνες με αυτιά από κρυμμένα κουνελάκια και ρωτά πόσα είναι τα κουνελάκια που κρύβονται  ή βιωματικά οι μαθητές ρίχνουν ζευγάρια γάντια σε ένα κουτί και, γνωρίζοντας πόσες φορές έριξαν γάντια, προσπαθούν να βρουν πόσα είναι συνολικά τα γάντια, στο κουτί.	Αρ. 12
ΑρΔ9	Οι μαθητές σε ζευγάρια χτίζουν πολυκατοικίες όπου η μία να έχει διπλάσιους ορόφους από την άλλη (Η έννοια του μισού και του διπλάσιου με τουβλάκια)	Αρ. 13

		
ΑρΔ10	Βρίσκουν τον τρόπο να μοιράζουν μια σοκολάτα αρχικά σε 2 και μετά σε 4 μέρη. Το υλικό που παριστάνει τη σοκολάτα είναι φτιαγμένο με τρόπο που να διευκολύνει, όχι όμως να καθοδηγεί τα παιδιά σε οφθαλμοφανή λύση: π.χ. Μοιράστε αυτή τη σοκολάτα σε 4 παιδιά ή μοιράστε αυτή τη σοκολάτα σε 6 παιδιά Εξηγούν πώς τη μοίρασαν και τι μέρος της σοκολάτας πήρε κάθε παιδί.	Αρ. 15
ΑΔ1	Κομπολόγια ή συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων με επαναλαμβανόμενο μοτίβο. <u>Παραδείγματα μοτίβων:</u> Κόκκινο, κίτρινο –κόκκινο, κίτρινο - Κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο – κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο -  Μπορεί να προταθεί μία ποικιλία από υλικά και συνδυασμοί, με βαθμιαία αυξανόμενη πολυπλοκότητα	Α1
ΑΔ2	Κατασκευή, καταγραφή και περιγραφή δεδομένων συμμεταβολής: - Για να γίνει ένα κομπολόγι χρειάζονται 2 κόκκινες χάντρες, και 4 πράσινες. Για να γίνουν 2 κομπολόγια, 3 κομπολόγια, 4 κομπολόγια - Για να γεμίσω ένα τετράγωνο θέλω 4 μικρά τετραγωνάκια. Αν προσθέσω στην άκρη ακόμα ένα τετραγωνάκι πόσα χρειάζομαι ακόμα για να συμπληρώσω το τετράγωνο. - Έχουμε 30 κυβάρια και θέλουμε να φτιάξουμε πύργους, αν φτιάξουμε ένα πύργο πόσα πατώματα θα έχει αυτός, αν φτιάξουμε 2 πύργους, 3 πύργους....	Α6
ΓΔ1	Παιχνίδια για τις έννοιες του χώρου «Ξέρω πού είναι»: οι μαθητές βρίσκουν και περιγράφουν τη θέση τους σε ένα σχέδιο ή σε ένα χάρτη και βάζουν ένα πιόνι στη θέση που βρίσκονται εξηγώντας πού το τοποθετούν. «Ψάχνω να βρω»: Οι μαθητές παίζουν σε ομάδες. Κάθε ομάδα που παίζει ορίζει κάποιον που θα βγει από την τάξη. Οι υπόλοιποι μαθητές της ομάδας θα κρύψουν ένα αντικείμενο σε μία θέση και στη συνέχεια θα καθοδηγήσουν το παιδί που γυρνάει να το βρει. Η περιγραφή της θέσης γίνεται αποκλειστικά με εκφράσεις του τύπου «μπρος –πίσω», «πάνω- κάτω», «δεξιά – αριστερά». Υπάρχει χρονικό όριο. Με λάθος οδηγία η ομάδα διορθώνει με την αντίστροφη οδηγία ή χάνει τη σειρά της και παίζει η επόμενη.	Γ1, Γ2
ΓΔ2	Χρήση τεχνολογικού περιβάλλοντος τύπου Logo, όπως περιβάλλον «LadybugMazes» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu Οι μαθητές κατευθύνουν την πασχαλίτσα με συγκεκριμένες εντολές μέσα σε ένα λαβύρινθο με στόχο να φθάσει στο σημείο – στόχο. 	Γ1
ΓΔ3	Οι μαθητές δρουν σε ομάδες. Η μία ομάδα κάνει μια κατασκευή με τουβλάκια (ή άλλο υλικό). Στη συνέχεια περιγράφουν τον τρόπο που είναι τοποθετημένα τα τουβλάκια χρησιμοποιώντας έννοιες χώρου, 	Γ1, Γ2

	ώστε οι άλλες ομάδες να την ανακατασκευάσουν χωρίς να το βλέπουν. Οι ομάδες συγκρίνουν το αποτέλεσμα.	
ΓΔ4	«Ναυμαχία»: Οι μαθητές παίζουν σε ομάδες ή ζευγάρια. Η μία ομάδα τοποθετεί σε τετραγωνισμένο πλαίσιο 10X10, με χρώματα και σχήματα στα άκρα, σημάδια που είναι τα πλοία του στόλου. Η αντίπαλη ομάδα δε γνωρίζει τις θέσεις των πλοίων και προσπαθεί να τις εντοπίσει στο τετραγωνισμένο πλαίσιο. Αν στη θέση που λένε δεν υπάρχει πλοίο τότε χάνουν ένα χτύπημα. Αν υπάρχει πλοίο το βυθίζουν. Κερδίζει η ομάδα που βυθίζει όλα τα πλοία. - Αντίστοιχα βρίσκουν τις θέσεις με τουβλάκια:	Γ5
ΓΔ5	- Γρήγορη αναγνώριση σχημάτων: οι μαθητές δουλεύουν ανά θρανίο. Έχουν μπροστά τους μια ποικιλία επίπεδων σχημάτων και ως προς το μέγεθος κι ως προς τη μορφή (τρίγωνα τετράγωνα, κύκλους, ορθογώνια, εξάγωνα, πεντάγωνα, τραπέζια, απλά τετράπλευρα κλπ). Ο εκπαιδευτικός αναφέρει ένα από αυτά και τα παιδιά αναζητούν όσα περισσότερα μπορούν. - «Βρες τον κανόνα μου»: μία ομάδα παιδιών ξεχωρίζει από μια ποικιλία σχημάτων ορισμένα με βάση ένα κανόνα. (ορθογώνια τρίγωνα, σχήματα με τέσσερις πλευρές). Οι υπόλοιποι μαθητές δοκιμάζουν να εντοπίσουν τον κανόνα με τον οποίο έγινε η επιλογή.	Γ6, Γ7
ΓΔ6	Δίνεται στους μαθητές μια ποικιλία σχημάτων και σχηματισμών και περιγράμματα σχεδίων που καλούνται να επικαλύψουν. Το 'τάνγκραμ' εντάσσεται στην ίδια δράση Επιπλέον θα μπορούσε να το περιβάλλον GCompris Ελεύθερο Λογισμικό / Λογισμικό Ανοικτού Κώδικα, (ΕΛ/ΛΑΚ) «Παιχνίδι Τάνγκραμ», που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://gcompris.net/-el-	Γ10
ΓΔ7	Προτείνονται στους μαθητές κατασκευές, ή σχεδιασμός συμμετρικών σχημάτων σε διαφανές χαρτί. ώστε να μπορούν να το ελέγξουν με δίπλωση.	Γ12, Γ13
ΜΔ1	Ο εκπαιδευτικός απλώνει στο δάπεδο ένα σχηματισμό με διαφορετικές αποστάσεις που	Μ5, Μ6

	δεν μπορούν να συγκριθούν άμεσα. Οι μαθητές εκτιμούν αρχικά ποια απόσταση είναι πιο μεγάλη και στη συνέχεια δοκιμάζουν να επαληθεύσουν επικαλύπτοντας με ράβδους, χάρακες ή άλλα μέσα.																																														
MΔ2	Ο εκπαιδευτικός προτείνει διάφορες επιφάνειες και οι μαθητές δοκιμάζουν να τις συγκρίνουν κόβοντας και μετακινώντας μέρη των επιφανειών αυτών. 	M11																																													
MΔ3	Οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν πόσα τετράγωνα απαιτούνται ακόμα για να συμπληρωθεί το σχήμα. Η δράση μπορεί να γίνει αρχικά με τετράγωνα σχήματα και εμπράγματα επικαλύψεις και στη συνέχεια με σχεδιαστικές που οδηγούν στην αντίληψη γραμμών και στηλών. 	M14																																													
MΔ4	Ο εκπαιδευτικός προτείνει διάφορα κουτιά καλώντας τους μαθητές να εκτιμήσουν «ποιο κουτί είναι πιο μεγάλο». Στη συνέχεια οι μαθητές καλούνται να γεμίσουν τα κουτιά με κύβους για να ελέγξουν την εκτίμηση τους.	M19																																													
ΣΔ1	Οι μαθητές σε ομάδες διατυπώνουν ένα ερώτημα προκειμένου να γνωρίσουν τα αγαπημένα πράγματα των συμμαθητών τους: «Ποιο είναι το αγαπημένο σου ... (π.χ. φαγητό, παιχνίδι, φρούτο κλπ.)». Συζητούν με ποιο τρόπο θα καταγράψουν τις απαντήσεις (π.χ. λίστα με ονόματα), πώς θα είναι σίγουροι ότι απάντησαν όλα τα παιδιά, πώς θα οργανώσουν τα αποτελέσματα (π.χ. χρησιμοποιούν ένα κουτί για κάθε κατηγορία και βάζουν ένα κυβάκι για κάθε απάντηση ή δίπλα σε κάθε κατηγορία βάζουν μία γραμμή για κάθε παιδί). Κατασκευάζουν ένα ραβδόγραμμα σε τετραγωνισμένο χαρτί, όπως το παρακάτω: Αγαπημένο μουσικό όργανο <table><tr><td>κιθάρα</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>ταμπούρλο</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>πιάνο</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>τρομπέτα</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td></td></tr></table> Συζητούν ερωτήματα όπως: Ποιο ... προτιμούν τα περισσότερα παιδιά; Πόσα περισσότερα παιδιά προτιμούν ... σε σχέση με;	κιθάρα									ταμπούρλο									πιάνο									τρομπέτα										0	1	2	3	4	5	6		Σ1, Σ2, Σ3, Σ5
κιθάρα																																															
ταμπούρλο																																															
πιάνο																																															
τρομπέτα																																															
	0	1	2	3	4	5	6																																								
ΣΔ2	Σε μια σχολική εφημερίδα υπάρχει το ακόλουθο κείμενο: «Τα παιδιά μιας Α΄ τάξης ενός Δημοτικού Σχολείου ρωτήθηκαν για τα αγαπημένα τους κατοικίδια ζώα και απάντησαν ως εξής: 5 παιδιά αγαπούν τους σκύλους, 3 παιδιά αγαπούν τις γάτες και 10 παιδιά αγαπούν τα καναρίνια». <table><tr><td>σκύλος</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>γάτα</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>καναρίνι</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> Συζητούν αν το εικονόγραμμα δείχνει σωστά τις πληροφορίες του κειμένου. Με ποιον	σκύλος									γάτα									καναρίνι									Σ4																		
σκύλος																																															
γάτα																																															
καναρίνι																																															

	άλλο τρόπο μπορούμε να δείξουμε τις πληροφορίες του κειμένου; (π.χ. καταμέτρηση με γραμμές, ραβδόγραμμα). Ποιες είναι οι ομοιότητες και οι διαφορές ανάμεσα στο εικονόγραμμα και το ραβδόγραμμα;	
ΣΔ3	Ο εκπαιδευτικός με τους μαθητές καταγράφουν τα δεδομένα και τα παρουσιάζουν με διαγράμματα αξιοποιώντας κατάλληλα ψηφιακά και υπολογιστικά περιβάλλοντα, όπως το «BarChart» ή «PieChart» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu	
ΠΔ1	Παιχνίδι με ζάρια (2 ζάρια, ένα κανονικό και ένα που στις πλευρές του έχει τους αριθμούς 4,5,6 δύο φορές και μια βάση για ένα επιτραπέζιο παιχνίδι). Οι μαθητές χωρίζονται σε 2 ομάδες και η κάθε ομάδα τυχαία παίρνει από ένα ζάρι. Με βάση το αποτέλεσμα του ζαριού το πιόνι της κάθε ομάδας προχωράει αντίστοιχα βήματα πάνω στη βάση με στόχο το 'τέλος'. Μόλις ολοκληρωθεί το παιχνίδι συζητούν εάν το παιχνίδι ήταν δίκαιο ή άδικο και για ποια ομάδα. Ξαναπαίζουν το παιχνίδι με αντιστροφή των ζαριών. Συμβαίνει ξανά το ίδιο; Γιατί; Πώς μπορεί το παιχνίδι να γίνει δίκαιο;	Π2
ΠΔ2	Ο κύριος Μανώλης, ιδιοκτήτης ενός καταστήματος που πουλάει παγωτά, προσφέρει 3 γεύσεις παγωτού (π.χ. βανίλια, σοκολάτα, μπανάνα) σε κυπελάκι με μία ή δύο διαφορετικές μπάλες. Ο κος Μανώλης ζητά από τα παιδιά να φτιάξουν έναν τιμοκατάλογο (π.χ. η κάθε μπάλα παγωτού κοστίζει 2 ευρώ ή μπορεί να υπάρχουν διαφορές στις τιμές ανάλογα με τη γεύση). Αν ο κος Μανώλης προσθέσει ακόμα μία γεύση παγωτού (π.χ. φράουλα), ποιος θα ήταν ο τιμοκατάλογος;	Π3

Β' Δημοτικού

Θεματική ενότητα: Αριθμοί

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 58

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Αρ1. Απαγγέλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς (μέχρι το 1000, ψηφία και λέξεις) Αρ2. Αναγνωρίζουν αριθμούς (μέχρι το 1000) σε μια ποικιλία από πλαίσια και σχηματισμούς χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης Αρ3. Καταμετρούν αντικείμενα και αναπτύσσουν στρατηγικές μέτρησης. Αρ4. Αριθμούν και καταμετρούν μέχρι 1000 αντικείμενα ανά 20, 50, 100 αναπαριστώντας τις αντίστοιχες διαδικασίες με διαφορετικούς τρόπους Αρ5. Συγκρίνουν και διατάσσουν αριθμούς (μέχρι το 1000) και βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού (μέχρι το 1000) στην αριθμογραμμή. Αρ6. Διερευνούν τις σχέσεις των αριθμών, αναλύουν και συνθέτουν αριθμούς μέχρι το 1000. Αρ7. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του. Βρίσκουν την αξία θέσης των αριθμών (και του	Φυσικοί Αριθμοί (ως το 1000) (50 ώρες) • Αριθμητικά σύμβολα • Άμεση αναγνώριση • Καταμέτρηση ποσοτήτων και αρίθμηση • Διάταξη αριθμών • Σχέσεις αριθμών • Θεσιακή αξία ψηφίων • Εκτιμήσεις • Πράξεις στους φυσικούς αριθμούς • Πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών • Πολλαπλασιασμός και διαίρεση φυσικών αριθμών • Προσθετικές και πολλαπλασιαστικές καταστάσεις	Είναι σημαντικό οι μαθητές να αναπτύξουν τις δικές τους στρατηγικές για τη δόμηση των αριθμών στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης με χρήση εκπαιδευτικού υλικού αλλά και νοερά και να τις επικοινωνούν μεταξύ τους. (ενδεικτικές δραστηριότητες: ΑρΔ1, ΑρΔ2, ΑρΔρ3, ΑρΔ4) Είναι σημαντικό οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις στρατηγικές που έχουν αναπτύξει κατά την κατασκευή των αριθμών για να υπολογίσουν τα αποτελέσματα αριθμητικών παραστάσεων. Χρησιμοποιούν και εκπαιδευτικό υλικό για να δείξουν και να εξηγήσουν τις στρατηγικές τους στους συμμαθητές τους. Οι μαθητές κατασκευάζουν προβλήματα με αφορμή καταστάσεις και αντικείμενα της καθημερινότητας για να τα λύσουν οι	(το υλικό που ακολουθεί αφορά τα Μαθηματικά Β' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, Βιβλίο του Μαθητή (ΒΜ) και Τετράδιο Εργασιών (ΤΕ)) ΒΜ, α', σελ.14, δραστηριότητα – ανακάλυψη. ΤΕ, α', κεφ.2 (άβακας, τουβλάκια) ΒΜ, β', κεφ.41, σελ.36 Δραστηριότητα ανακάλυψη, σελ.37 Εργασίες 1 και 2 άβακας, αριθμογραμμή) Χρησιμοποιούνται αναπαραστάσεις, όπως για παράδειγμα η φωτογραφία με τις καραμέλες  ΒΜ, β', κεφ.43, Δραστηριότητα-ανακάλυψη, σελ.40 και 41, Εργασία σελ.41, (αριθμοκάρτες που υπάρχουν και στο παράρτημα του ΒΜ, αριθμογραμμή) ΤΕ, δ', σελ.41, Σπαζοκεφαλίες «Φτιάχνω αριθμούς» (χαρτονάκια, διπλόκαρφα)

μηδενός) στους διψήφιους αριθμούς <i>Αρ8.</i> Εκτιμούν με διαφορετικούς τρόπους την πληθικότητα ενός συνόλου που περιλαμβάνει μέχρι 100 στοιχεία <i>Αρ9.</i> Προσθέτουν και αφαιρούν διψήφιους αριθμούς και διερευνούν αθροίσματα και διαφορές εκατοντάδων μέχρι το 1000 <i>Αρ10.</i> Διερευνούν κι εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών προσθέσεων κι αφαιρέσεων διψήφιων αριθμών. <i>Αρ11.</i> Βρίσκουν τα πολλαπλάσια των αριθμών 2, 4, 5, 10. <i>Αρ12.</i> Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν στρατηγικές για να υπολογίσουν το αποτέλεσμα διαίρεσης διψήφιου αριθμού με το 2, 4, 5 και 10 (διαίρεση τέλεια) (όχι τυπικοί αλγόριθμοι) <i>Αρ13.</i> Διερευνούν συνδυασμούς που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές των δεκάδων και των εκατοντάδων ως το 1000. <i>Αρ14.</i> Διερευνούν προσθετικές και πολλαπλασιαστικές καταστάσεις. <i>Αρ15.</i> Αναπτύσσουν στρατηγικές στην επίλυση κατασκευή και προβλημάτων και χρησιμοποιούν μοντέλα και αναπαραστάσεις για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν σε		συμμαθητές τους. Είναι σημαντικό να αναπαριστούν τα προβλήματα κατά περίπτωση, να τα λύνουν και να εφαρμόζουν αντίστροφες διαδικασίες για επαλήθευση των αποτελεσμάτων τους. (ενδεικτικές δραστηριότητες: <i>ΑρΔ5, ΑρΔ6, ΑρΔ7, ΑρΔ8</i>)	ΒΜ, α', κεφ.10, σελ.32 και από σελ.33 η 3. ΤΕ, α', κεφ.10 (β,δ,ε), γ' τεύχος, κεφ.34, α,β,γ,ε και γ', κεφ.35 Χειραπτικό υλικό: άβακας, αριθμογραμμή, αριθμητήριο, κύβοι Dienes και νομίσματα, ΒΜ, α' τεύχος κεφ.24, 25, 26, 27, β' τεύχος κεφ.29. ΤΕ, β' τεύχος κεφ.24, 25, 26, 27 και γ' τεύχος κεφ.29. Πίνακες σελ. 70- 73, τετραγωνισμένο χαρτί. Νομίσματα, κάρτες αριθμών. Αριθμητήριο και αριθμογραμμές με άλματα 2-2, 3-3, κλπ) Β. Μ, β' κεφ.50, εργασία 2. Τ.Ε, δ' κεφ.50, εργασίες α,β,γ, Κεφ.43, σελ.11, εργασίες δ, στ (ΒΜ, β', κεφ.44, εργασίες 1 και 2: οι μαθητές μπορούν να επεκτείνουν τα προβλήματα θέτοντας και επιπλέον δεδομένα και ερωτήματα. ΤΕ, δ', κεφ.44 ΒΜ, β', εφ.49, (αναπαραστάσεις) ΤΕ, δ', κεφ.49, α, β, γ (αναπαραστάσεις, χαρτονομίσματα) ΒΜ, β', κεφ.53 (αναπαραστάσεις σε πινακίδια)
---	--	---	--

άλλους.			
Αρ16. Χωρίζουν εμπράγματα και μη, διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 3, 6, 5, 10 Αρ17. Συγκρίνουν δύο ποσότητες, προσδιορίζουν τη σχέση μεγέθους και τη συνδέουν λεκτικά (τριπλάσια/ ένα τρίτο, πενταπλάσια/ένα πέμπτο, εξαπλάσια/ένα έκτο, δεκαπλάσια/ένα δέκατο) και συμβολικά $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ Αρ18. Διερευνούν με χειραπτικά υλικά και αναπαραστάσεις και προσεγγίζουν διαισθητικά τα κλάσματα $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$	Κλασματικοί αριθμοί (5 ώρες)	Είναι σημαντικό οι μαθητές να κατασκευάσουν την ιδέα των κλασματικών μερών του (συν)όλου όταν αυτό έχει χωριστεί σε ισομεγέθη τμήματα. Επιπλέον να δομήσουν συνδέσεις ανάμεσα στο $\frac{1}{3}$ και το $\frac{1}{6}$, το $\frac{1}{5}$ και το $\frac{1}{10}$ (Ενδεικτικές δραστηριότητες: ΑρΔ9, ΑρΔ10, ΑρΔ11)	Χειραπτικό υλικό: Συνεχή μοντέλα ή επιφάνειας: Χάρτινα κυκλικά και ορθογώνια μοντέλα, τετραγωνισμένο χαρτί, (παράρτημα στο ΒΜ), λωρίδες χαρτιού είτε ράβδοι Cuisenaire Διακριτά μοντέλα ή συνόλων: κυβάρια, καλαμάκια, χρώματα, καραμέλες, πλακίδια
Αρ19. Αναγνωρίζουν δεκαδικούς αριθμούς σε μια ποικιλία από καθημερινά πλαίσια (τιμές προϊόντων, μετρήσεις με χάρακα, χρόνος) Αρ20. Εισάγονται διερευνητικά στη γραφή και στην ορολογία που αφορά απλούς δεκαδικούς αριθμούς μέσα σε καθημερινά πλαίσια, όπως τα χρήματα, αντιστοιχίζοντας τα κέρματα με τη δεκαδική τους μορφή και γραφή.	Δεκαδικοί αριθμοί (3 ώρες)	Βασική ιδέα είναι οι μαθητές να συνδέσουν τις τιμές προϊόντων της καθημερινότητας με τις αντίστοιχες αξίες των νομισμάτων και με την αναπαράσταση των δεκαδικών αριθμών. (Η διδασκαλία των δεκαδικών αριθμών ξεκινά στη Γ' Δημοτικού). (ενδεικτικές δραστηριότητες: ΑρΔ12)	Οι εργασίες στα παρακάτω κεφάλαια που αφορούν σε ασκήσεις και προβλήματα με νομίσματα και αγοροπωλησίες μπορούν να επεκταθούν όπως στη δραστηριότητα ΑρΔ12. Μαθηματικά Β' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, α τεύχος, ΟΕΔΒ, Κεφ.11, ΤΕ, α', κεφ.11(νομίσματα, αντικείμενα με τιμές) ΒΜ, α', κεφ.12 ΤΕ, α', κεφ.13(νομίσματα, αντικείμενα με τιμές) Βιβλίο του Δασκάλου,

			σελ.64, εργασία 9 και σελ.65 εργασία 11. (πλαστικά νομίσματα και χαρτονομίσματα).
--	--	--	--

Θεματική ενότητα: Άλγεβρα

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 8

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
A1. Αναγνωρίζουν την ύπαρξη μεταβαλλόμενης κανονικότητας A2. Συμπληρώνουν, επαναλαμβανόμενες και μεταβαλλόμενες (αυξανόμενες ή μειούμενες) κανονικότητες A3. Περιγράφουν και εξηγούν επαναλαμβανόμενες και μεταβαλλόμενες (αυξανόμενες ή μειούμενες) κανονικότητες και τη διαδικασία τους, A4. Κατασκευάζουν επαναλαμβανόμενες και μεταβαλλόμενες κανονικότητες. A5. Δημιουργούν και περιγράφουν αντιστοιχίες A6. Αναγνωρίζουν, αναπαριστούν και περιγράφουν σχέσεις μεταξύ συμμεταβαλομένων μεγεθών	Κανονικότητα - Συναρτήσεις (3 ώρες) - Διερεύνηση: αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή και κατασκευή επαναλαμβανόμενων και μεταβαλλόμενων κανονικοτήτων - Αναγνώριση αντιστοιχιών - Σχέσεις συμμεταβολής	Σύγκριση αντικειμένων με κριτήριο την ύπαρξη επαναλαμβανόμενου μοτίβου. Συμπληρώνουν κατασκευές με επανάληψη του μοτίβου (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑΔ1) Ανταλλάσσουν μηνύματα με οδηγίες για την κατασκευή αντικειμένων με κανονικότητες. Κατασκευάζουν δικά τους αντικείμενα (πχ κομπολόγια, συνθέσεις σχημάτων) και παρουσιάζουν τον κανόνα του δικού τους μοτίβου. Κατασκευάζουν δικούς τους συνδυασμούς και σχέσεις. Κατασκευή, καταγραφή και περιγραφή δεδομένων συμμεταβολής. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑΔ2)	Χάντρες Γεωμετρικά σχήματα από χαρτόνι Κυβάκιαlego και άλλα οικοδομικά υλικά Παραδείγματα μοτίβων: Κόκκινο, κίτρινο – κόκκινο, κίτρινο - Κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο – κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο - Κόκκινο, κίτρινο - κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο, κίτρινο - κόκκινο, κόκκινο,κόκκινο, κίτρινο, κίτρινο - Ψηφιακό περιβάλλον GCompris Ελεύθερο Λογισμικό/ Λογισμικό Ανοικτού Κώδικα, (ΕΛ/ΛΑΚ) για κανονικότητες στη διαδρομή: «Δραστηριότητες ανακάλυψης-Συλλογή ποικίλων δραστηριοτήτων-Αλγόριθμος» http://gcompris.net/-el- Διερεύνηση μεταβολής εμβαδού, όταν μεταβάλλεται η πλευρά:

			Υλικά κατασκευής και υλικά κατασκευής αναπαραστάσεων για καταγραφή των δεδομένων (π.χ. μαγνητικούς πίνακες)
A7. Αντιλαμβάνονται το σύμβολο της ισότητας ως σχέση ανάμεσα σε σύνθετες αριθμητικές παραστάσεις. A8. Χρησιμοποιούν σύμβολα (ως μεταβλητές) και τα αντικαθιστούν με αριθμούς σε «κλειστές» (πχ $3+\square=9$) και σε ανοιχτές αριθμητικές. προτάσεις (πχ $\triangle+\square=8$). A9. Εκφράζουν συμβολικά ένα απλό πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση. A10. Διατυπώνουν ένα πρόβλημα που να μοντελοποιείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση.	Αλγεβρικές παραστάσεις (3 ώρες)	Οι βασικές έννοιες που εμπλέκονται στην τροχιά της Άλγεβρας, έχουν να κάνουν με διαφορετική, πιο διευρυμένη οπτική του εννοιολογικού πεδίου κυρίως της Αριθμητικής. Έτσι, τα περισσότερα επιμέρους θέματα της Άλγεβρας, μπορούν και μάλλον πρέπει να ενταχθούν στο πλαίσιο των αριθμητικών δραστηριοτήτων: κατά τη διάρκεια της αρίθμησης και των πράξεων γίνονται και οι δραστηριότητες που αφορούν τις αντιστοιχίσεις, τις συμμεταβολές, τις αλγεβρικές παραστάσεις, την ισότητα και την ανισότητα. Συμβολική αναπαράσταση των καταστάσεων και προβλημάτων που διερευνήθηκαν στις ενότητες των αριθμών Κατασκευή και αναζήτηση άλλων προβλημάτων και καταστάσεων με βάση σχέσεις ίδιου τύπου με την προηγούμενη περίπτωση	
A11. Διερευνούν την έννοια της ισότητας και ανισότητας σε διάφορα πλαίσια:	Ισότητα –Ανισότητα (2 ώρες) • Γενίκευση της	Δραστηριότητες χρήσης των συμβόλων στις διάφορες περιπτώσεις	

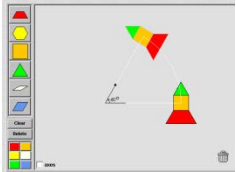
αριθμητικά, μεγεθών και διατυπώνουν τη σχέση συμβολικά. A12. Συγκρίνουν αριθμούς και κάνουν πράξεις με αυτούς χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα σύμβολα	ισότητας και ανισότητας και συμβολική έκφραση των σχέσεων. Χρήση των συμβόλων =, >, <. • Ιδιότητες ισότητας και ανισότητας.	ολοκλήρωσης των αντίστοιχων θεμάτων. Διερεύνηση καταστάσεων όπως $5 < 8$ το $5+3 \neq 8+3$ ή το $5 < 8$, $3 < 4$ το $5+3 \neq 8+4$	
--	--	--	--

Θεματική ενότητα: Χώρος και Γεωμετρία

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 18

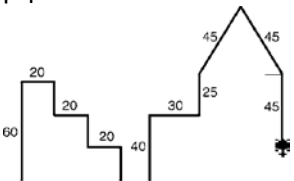
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Γ1. Εντοπίζουν, περιγράφουν κι αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές σε αναπαραστάσεις και σε χάρτες οικείων περιοχών. Γ2. Επικαλύπτουν το επίπεδο με ποικιλία σχημάτων και μελετούν χωρικές σχέσεις. Γ3. Προσεγγίζουν τις δισδιάστατες συντεταγμένες περνώντας από τα αυθαίρετα σύμβολα σε γράμματα και αριθμούς.	Χώρος (5 ώρες) • Θέσεις διευθύνσεις και διαδρομές σε χάρτες • Δόμηση χώρου, επικαλύψεις και συντεταγμένες	Ο εκπαιδευτικός προτείνει δράσεις με χρήση χαρτών για το σχολείο, τη γειτονιά, την πόλη. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ1, ΓΔ11) Οι δραστηριότητες της μορφής «Στρώνω με πλακάκια» εισάγουν τους μαθητές στη δόμηση της επιφάνειας και βοηθούν στην κατανόηση της μέτρησής της. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ2.) Προτείνεται μια ανοικτή κατάσταση - πρόβλημα για να προβληματιστούν οι μαθητές για την κωδικοποίηση των συντεταγμένων. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ3)	Χάρτες από το διαδίκτυο

Γ4. Αναγνωρίζουν και ταξινομούν επίπεδα και στερεά σχήματα με βάση κριτήρια που παρατηρούν. Γ5. Αναγνωρίζει και διερευνά χαρακτηριστικά επιπέδων και στερεών γεωμετρικών σχημάτων. Γ6. Κατασκευάζουν κι αναπαριστούν επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα με διάφορα μέσα με βάση ιδιότητες. Γ7. Συνδέουν τις έδρες των στερεών με τα επίπεδα σχήματα και αναγνωρίζουν απλά αναπτύγματα. Γ8. Συνθέτουν και αναλύουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε 2 ή περισσότερα μέρη.	Γεωμετρικά σχήματα (8 ώρες) • Ταξινόμηση και ανάλυση σε στοιχεία και ιδιότητες • Κατασκευές και σχεδιασμός • Σύνδεση επιπέδων, ανάλυση και σύνθεση	Για τους στόχους αυτούς υπάρχουν χαρακτηριστικές δραστηριότητες γρήγορης αναγνώρισης σχημάτων «φλας», εύρεσης κριτηρίων επιλογής «ποιος είναι ο κανόνας μου» και περιγραφής «σπασμένο τηλέφωνο» που εισάγει μαθητές σε αρχικά άτυπη και στη συνέχεια πιο συστηματική αναζήτηση ιδιοτήτων και σχέσεων. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ4, ΓΔ5) Ο εκπαιδευτικός προτείνει κατασκευές και σχεδιασμό με εμπράγματο υλικό και όργανα. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές προσεγγίζουν και συζητούν ιδιότητες. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ10) Ο εκπαιδευτικός προτείνει συνθέσεις με ποικιλία σχημάτων που μπορούν να συνδυαστούν με διαφορετικούς τρόπους και δίνουν ευκαιρίες στους μαθητές να προσεγγίσουν περισσότερο τις ιδιότητες και τις σχέσεις. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ6)	
--	--	--	--

Γ9. Παρατηρούν, προβλέπουν το αποτέλεσμα και αναπαριστούν μετατοπίσεις και στροφές (90, 180, 360 και 45). Γ10. Αναγνωρίζουν συμμετρικά δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα και σχήματα με άξονες συμμετρίας. Σχεδιάζουν τους άξονες. Γ11. Κατασκευάζουν συμμετρικά σχήματα και συνεχίζουν συμμετρικά μοτίβα Γ12. Περιγράφουν τις ιδιότητες της συμμετρίας	Μετασχηματισμοί (3 ώρες) • Μετατοπίσεις και στροφές • Αξονική συμμετρία	Ο εκπαιδευτικός προτείνει καταστάσεις στροφών για πρόβλεψη της κίνησης. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ7) Οι κατασκευές συμμετρικών με έλεγχο τους αποτελέσματος επιτρέπουν στους μαθητές να προσεγγίσουν ιδιότητες. Όμοια οι καταστάσεις όπου οι μαθητές αποφασίσουν αν είναι ή όχι συμμετρικές και εξηγούν. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ8)	Χρήση τεχνολογικών περιβαλλόντων, όπως περιβάλλον «Transformations - Rotation» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu 
Γ13. Αναγνωρίζουν τρισδιάστατες συνθέσεις και στερεά σχήματα από διαφορετικές οπτικές γωνίες Γ14. Πραγματοποιούν κατασκευές τρισδιάστατων συνθέσεων ή σχημάτων από εικόνες, σχέδια ή άλλες αναπαραστάσεις	Οπτικοποίηση (2 ώρες) • Αναγνώριση οπτικών γωνιών, δημιουργία οπτικοποιήσεων	Δραστηριότητες που ενθαρρύνουν τους μαθητές να παρατηρήσουν τρισδιάστατες καταστάσεις από διαφορετικές οπτικές γωνίες όπως και να ανακατασκευάσουν συνθέσεις που παρίστανται σε εικόνες ή σχέδια βελτιώνουν την οπτική ευλυγισία και την αναπαραστατική τους αντίληψη. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ9)	

Θεματική ενότητα: Μετρήσεις

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 18

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
M1. Συγκρίνουν γωνίες άμεσα ή έμμεσα με χρήση υλικών και μέσων	Μέτρηση γωνίας (2 ώρες)		
M2. Αναλύουν και συνθέτουν μήκη σε μέρη. M3. Πραγματοποιούν επικαλύψεις με τυπικές μονάδες. M4. Συνδέουν το αριθμητικό αποτέλεσμα της επικάλυψης με το μήκος. M5. Επιλύουν προβλήματα μέτρησης μήκους. M6. Κάνουν εκτιμήσεις και συγκρίσεις μηκών.	Μέτρηση μήκους (9 ώρες) • Μέτρηση με χρήση τυπικών μονάδων • Χρήση οργάνων μέτρησης μήκους κι εκτιμήσεις	Ο εκπαιδευτικός προτείνει πραγματικές καταστάσεις και προβλήματα σύγκρισης και μέτρησης.	Υλικό πραγματικό ή ψηφιακό για τον υπολογισμό αθροισμάτων μηκών 
M7. Πραγματοποιούν έμμεσες συγκρίσεις επιφανειών. M8. Πραγματοποιούν συγκρίσεις με ανάλυση και σύνθεση επιφανειών M9. Κάνουν επικαλύψεις επιφανειών με τυπικές μονάδες μέτρησης. M10. Συνδέουν το αριθμητικό αποτέλεσμα με την επιφάνεια. M11. Επιλύουν απλά προβλήματα μέτρησης επιφάνειας με τη χρήση εμπράγματος υλικού και αναπαραστάσεων. M12. Χρησιμοποιούν τυπικές μονάδες μέτρησης επιφάνειας για να δομήσουν ορθογώνιες περιοχές σε γραμμές και στήλες. M13. Εκτιμούν το μέγεθος	Μέτρηση επιφανειών (5 ώρες) • Συγκρίσεις επιφανειών • Επικαλύψεις με τυπικές και μη τυπικές μονάδες • Δόμηση επιφάνειας και χρήση οργάνων • Εκτιμήσεις	Οι καταστάσεις άμεσης σύγκρισης επιφανειών με κόψιμο και μετακίνηση μερών επιφανειών βοηθούν τους μαθητές να αντιληφθούν το μέγεθος 'επιφάνεια' που αντιμετωπίζουν. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ12) Οι μαθητές πραγματοποιούν επικαλύψεις με τετράγωνα και υπολογισμούς που συνδέουν με τις γραμμές και τις στήλες.	

απλών επιφανειών και κάνουν συγκρίσεις			
M14. Συγκρίνουν όγκους κατασκευών που αποτελούνται από δομικά υλικά. M15. Μετρούν με συστηματικό τρόπο το πλήθος των κύβων που δομούν μια κατασκευή ή γεμίζουν ένα κουτί. M16. Εκτιμούν τον όγκο στερεών και κάνουν συγκρίσεις. M17. Εκτιμούν συγκρίνουν και διατάσσουν χρονικά διαστήματα με ακρίβεια τέταρτου. M18. Διερευνούν τις σχέσεις, ημερών, μήνα, έτους	Μέτρηση χωρητικότητας- όγκου (2 ώρες) • Συγκρίσεις και μετρήσεις με τυπικές και μη τυπικές μονάδες • Εκτίμηση χωρητικότητας και όγκου • Μέτρηση χρόνου		

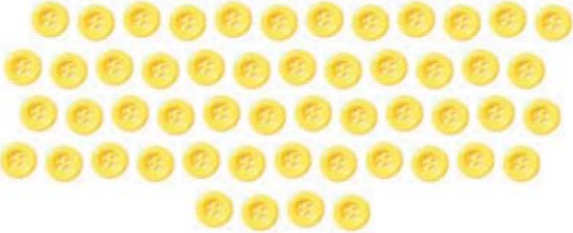
Θεματική ενότητα: Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική-Πιθανότητες)

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 8

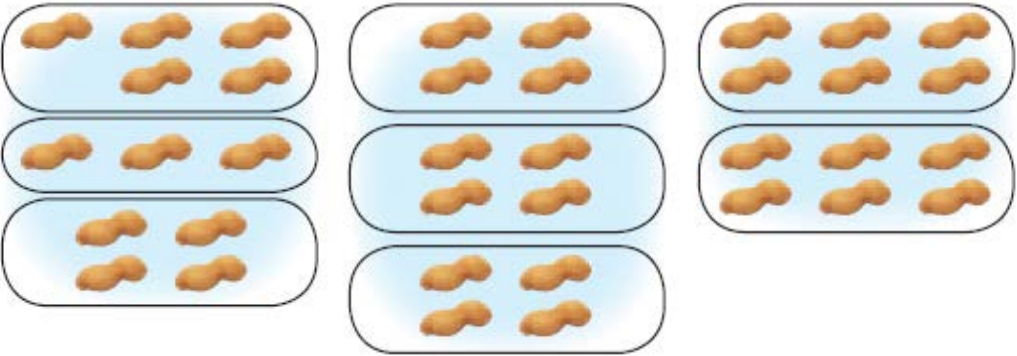
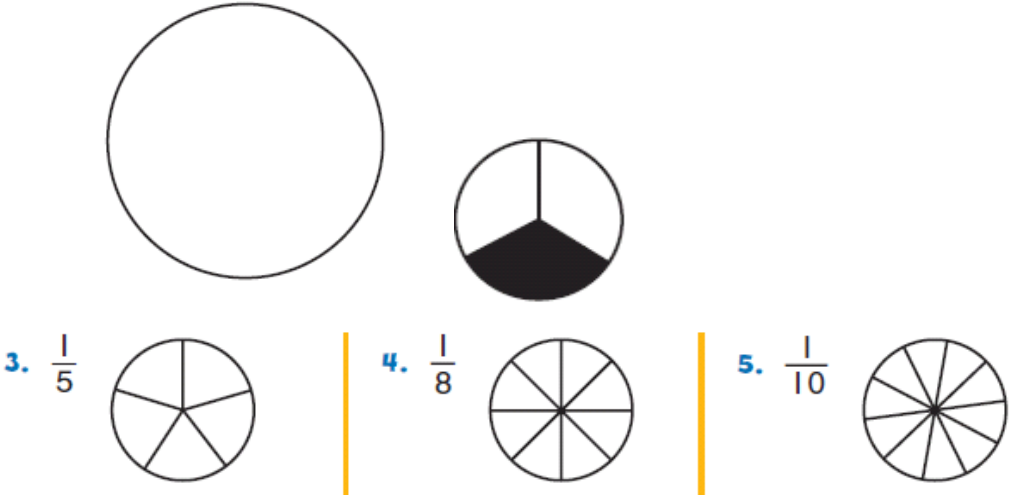
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Σ1. Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα (περιλαμβάνονται και διακριτά ποσοτικά) Σ2. Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και τα οργανώνουν (πίνακες) Σ3. Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και στα σημειογράμματα Σ4. Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης	Δεδομένα (3 ώρες) • Συλλογή οργάνωση και αναπαράσταση διακριτών ποσοτικών δεδομένων	Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να συλλέξουν αριθμητικά δεδομένα στην τάξη τους για ένα δικό τους ερώτημα. Μέσω της οργάνωσης και της αναπαράστασης των δεδομένων κατανοούν ότι κάποιοι αριθμοί αντιπροσωπεύουν τις τιμές των δεδομένων και κάποιοι πόσο συχνά εμφανίζεται μία τιμή. Ερμηνεύουν ένα δοσμένο διάγραμμα, βρίσκοντας τίτλο και θέτοντας ερωτήσεις.	

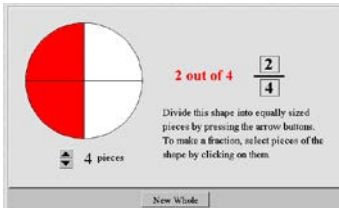
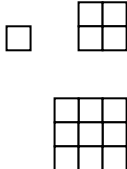
δεδομένων σε μία άλλη Σ5. Διερευνούν πληροφορίες στις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης δεδομένων		(ενδεικτικές δραστηριότητες ΣΔ1, ΣΔ2, ΣΔ3)	
Π1. Συνδυάζουν και διατάσσουν μικρό αριθμό αντικειμένων	Πείραμα τύχης (2 ώρες)	Οι μαθητές βρίσκουν διατάξεις 2-4 στοιχείων. (ενδεικτική δραστηριότητα ΠΔ1)	
Π2. Συγκρίνουν ενδεχόμενα ως προς την πιθανότητα εμφάνισής τους (λιγότερο πιθανό, περισσότερο πιθανό, ισοπίθανο)	Πιθανότητα ενδεχομένου (1 ώρα)	Εμπλέκονται σε καταστάσεις σύγκρισης της πιθανότητας εμφάνισης ενός ενδεχομένου. (ενδεικτική δραστηριότητα ΠΔ2)	

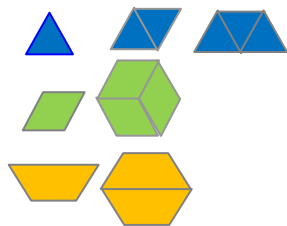
Ενδεικτικές Δραστηριότητες

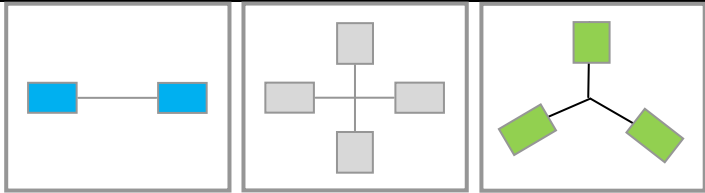
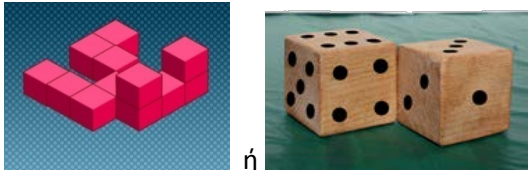
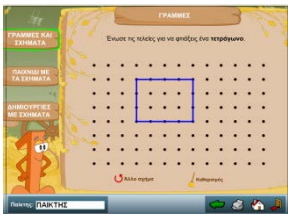
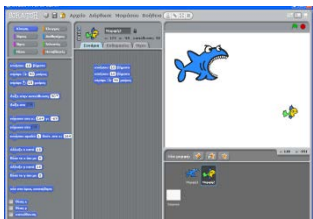
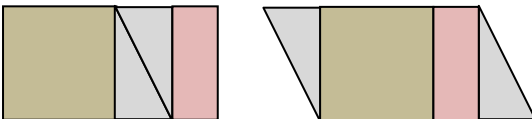
A/A	Περιγραφή δραστηριότητας	ΠΜΑ
ΑρΔ1	Κύκλωσε ομάδες με τον ίδιο αριθμό κουμπιών. Εκτίμησε πόσα είναι όλα. Κατόπιν μέτρησε 1.  2.  Εκτίμησε:..... Μέτρησε:..... Εκτίμησε:..... Μέτρησε:..... Πώς σε βοήθησαν στην εκτίμηση οι ομάδες που έφτιαξες κυκλώνοντας τα κουμπιά;	Αρ3 Αρ9
ΑρΔ2	Ο Γιάννης πήρε μια κάρτα που είχε έναν διψήφιο αριθμό, όπου το ψηφίο των μονάδων ήταν μεγαλύτερο από το ψηφίο των δεκάδων. Ποιος μπορεί να είναι ο αριθμός; (Οι μαθητές αναμένεται να δώσουν διαφορετικές λύσεις.) Παραλλαγή 1: Το ψηφίο των μονάδων στην κάρτα είναι μεγαλύτερο από το ψηφίο των δεκάδων και ο αριθμός μικρότερος από 50. Παραλλαγή 2: Οι μαθητές χρησιμοποιούν τον άβακα και κατασκευάζουν έναν τριψήφιο αριθμό μικρότερο από το 200 και το ψηφίο των δεκάδων μεγαλύτερο από το ψηφίο των μονάδων. Ποιος μπορεί να είναι ο αριθμός; Παραλλαγή 3: Οι μαθητές παίζουν σε ζευγάρια και κατασκευάζουν ο ένας για τον άλλον παρόμοια προβλήματα.	Αρ7
ΑρΔ3	Τα παιχνίδια με το καπέλο: Ο εκπαιδευτικός έχει ένα καπέλο με αριθμοκάρτες 0 - 9 . Ένας μαθητής βγάζει 2 κάρτες (ή 3 κάρτες για τριψήφιους αριθμούς) και οι μαθητές πρέπει να τοποθετήσουν τα ψηφία σε πινακάκι με δύο (Δ Μ) ή τρεις (Ε Δ Μ) στήλες έτσι ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να είναι ο μεγαλύτερος δυνατός ή ο μικρότερος δυνατός ή ο πιο κοντινός σε αριθμό στόχο που έχει βάλει ο δάσκαλος. Παραλλαγές: Με τις δοσμένες κάρτες να κατασκευάσουν • τον αριθμό που είναι πιο κοντά στις 3 εκατοντάδες κ.ο.κ. • τον αριθμό που είναι πιο μακριά από το 4 εκατοντάδες και 3 δεκάδες κ.ο.κ. • τον αριθμό που είναι ανάμεσα στον αριθμό.....και τον αριθμό... Υλικό: καπέλο, αριθμοκάρτες 0 - 9 , ατομικά πινακάκια με 2 ή 3 στήλες	Αρ1, Αρ2, Αρ7
ΑρΔ4	Είμαστε σε ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει καραμέλες. Οι καραμέλες μπαίνουν σε σακουλάκια των 10. Ο εκπαιδευτικός προτείνει στους μαθητές να πάρουν διαφορετικές ποσότητες με καραμέλες (διψήφιοι ή τριψήφιοι αριθμοί). Οι μαθητές χρησιμοποιούν BlockDienes για να αναπαραστήσουν τις ποσότητες που έχουν πάρει και τις διατάσσουν σε αριθμογραμμές. Εναλλακτικά για τους διψήφιους αριθμούς μπορούν να χρησιμοποιηθούν ράβδους	Αρ1, Αρ4, Αρ7, Αρ8

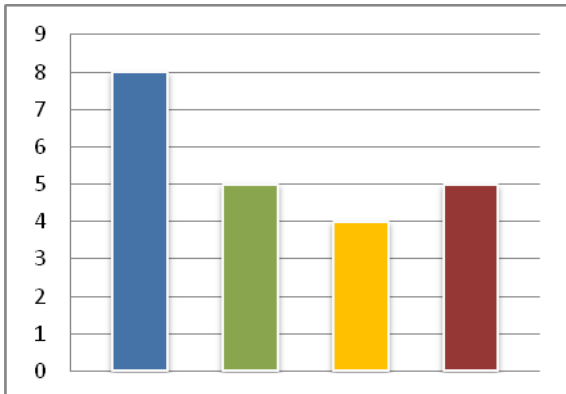
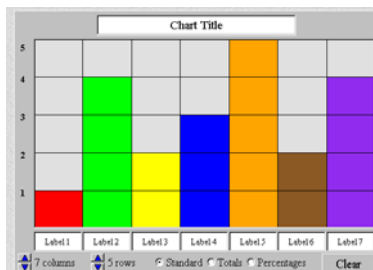
	Cuisenaire χάρτινες. Οι χάρτινες ράβδοι Cuisenaire μπορούν να κατασκευαστούν με χρήση προτύπων που βρίσκονται στο http://isocrates.minedu.gov.gr/content_files/tsigganopaides/MATH1.pdf, σελ.14 Για την κατασκευή αριθμού και την κατανόηση της αξίας θέσης ο εκπαιδευτικός μπορεί να ανατρέξει: http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_152_g_1_t_1.html?from=category_g_1_t_1.html																												
ΑρΔ5	Οι μαθητές βρίσκουν τον αριθμό των αυτοκόλλητων που έχει κάθε παιδί, υπολογίζοντας το αποτέλεσμα των πράξεων που αντιστοιχεί στο όνομά του. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Μαθητής</th><th>Πράξη</th><th>Αριθμός αυτοκόλλητων</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Γιάννης</td><td>90 - 40</td><td></td></tr> <tr> <td>Πένη</td><td>6 + 2</td><td></td></tr> <tr> <td>Λένα</td><td>32 + 23</td><td></td></tr> <tr> <td>Τάκης</td><td>56 - 52</td><td></td></tr> <tr> <td>Μάριος</td><td>10 - 3</td><td></td></tr> <tr> <td>Βάσω</td><td>85 - 35</td><td></td></tr> <tr> <td>Μιχάλης</td><td>20 + 30</td><td></td></tr> <tr> <td>Κώστας</td><td>39 - 6</td><td></td></tr> </tbody> </table>	Μαθητής	Πράξη	Αριθμός αυτοκόλλητων	Γιάννης	90 - 40		Πένη	6 + 2		Λένα	32 + 23		Τάκης	56 - 52		Μάριος	10 - 3		Βάσω	85 - 35		Μιχάλης	20 + 30		Κώστας	39 - 6		Αρ9, Αρ10
Μαθητής	Πράξη	Αριθμός αυτοκόλλητων																											
Γιάννης	90 - 40																												
Πένη	6 + 2																												
Λένα	32 + 23																												
Τάκης	56 - 52																												
Μάριος	10 - 3																												
Βάσω	85 - 35																												
Μιχάλης	20 + 30																												
Κώστας	39 - 6																												
ΑρΔ6	Παιχνίδια με ζάρια. α) Δύο ζάρια συνηθισμένα. Οι μαθητές παίζουν ανά δύο. Ρίχνουν τα ζάρια εναλλάξ 5 φορές ο καθένας και βρίσκουν τα γινόμενα των αριθμών που εμφανίζονται. Τα σημειώνουν σε ένα πινακάκι. Όποιος κάνει λάθος χάνει τη σειρά του. Νικητής αυτός που έχει το μεγαλύτερο άθροισμα των γινομένων. β) Οι μαθητές παίζουν το προηγούμενο παιχνίδι με ένα συνηθισμένο και ένα «ασυνήθιστο» ζάρι (ένα ζάρι με 10, 20,...60, ή με 11, 12, 13, 14, 15, 16, που μπορούν να κατασκευάσουν στην ώρα των καλλιτεχνικών.)	Αρ11, Αρ12, Αρ13																											
ΑρΔ7	Οι μαθητές περιγράφουν αρχικά προφορικά τη στρατηγική που χρησιμοποιούν για να βρουν το αποτέλεσμα $5 + 6 = \dots$. Ακούγονται διάφορες στρατηγικές. Τις εφαρμόζουν κατόπιν γραπτά. Ο κάθε μαθητής επεκτείνει τη στρατηγική για το άθροισμα $15 + 6 = \dots$ $35 + 6 = \dots$ κοκ Παραλλαγές: Ο κάθε μαθητής φτιάχνει για τον διπλανό του νέα αθροίσματα αλλάζοντας τα ψηφία των μονάδων, τα ψηφία των δεκάδων ή αντιμεταθέτοντας τους προσθετέους (μονοψήφιος + διψήφιος)	Αρ10																											
ΑρΔ8	Οι μαθητές αναγνωρίζουν δίκαιες μοιρασιές διακριτών ποσοτήτων: Σε ποια στήλη εμφανίζεται η δίκαιη μοιρασιά 12 φιστικιών σε 3 παιδιά; Κύκλωσέ τη.	Αρ17, Αρ18, Αρ19																											

	 Η δραστηριότητα αυτή είναι αντιπροσωπευτική μιας σειράς από δραστηριότητες με δομημένα (κυβάρια, κλπ) ή μη δομημένα υλικά (φιστίκια, φασόλια κλπ) τα οποία τα παιδιά ομαδοποιούν με κάποιο κριτήριο.				
ΑρΔ9	Οι μαθητές εργάζονται ανά δύο και χωρίζουν ζωγραφισμένες πλάκες, όπως αυτή της εικόνας, σε ίσα κομμάτια. (3, 4, 5, 6, 8, 10) Χρωματίζουν τις κλασματικές μονάδες.  Η δράση αυτή επαναλαμβάνεται σε άλλα συνεχή μοντέλα, όπως το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, και διακριτά, όπως ξυλομπογιές, κυβάρια, καλαμάκια.	Αρ17, Αρ18, Αρ19			
ΑρΔ10	Ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει στους μαθητές δύο συσκευασίες γάλακτος του ενός λίτρου. Α και Β με καρτελάκια που γράφουν τις τιμές τους. Η μία κοστίζει 1 ευρώ και η άλλη 1,50 ευρώ. Ζητάει από τους μαθητές να πουν ποια είναι πιο ακριβή.. Στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός προτείνει στους μαθητές να εργαστούν ανά δύο με τα νομίσματά τους και να κατασκευάσουν τις τιμές των δύο συσκευασιών. (Υπάρχουν αρκετοί συνδυασμοί: 1 ευρώ, 2 50λεπτα, 5 20λεπτα ...για την Α, 1ευρώ και 50 λεπτά, 3 50λεπτα,...για την Β). Απαντούν προφορικά στις ερωτήσεις: Πόσο ακριβότερο είναι το Β από το Α; Πόσο φθηνότερο είναι το Α από το Β; Ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει και μια τρίτη συσκευασία Γ με καρτελάκι 1, 20 ευρώ. Οι μαθητές ετοιμάζουν χρήματα και γι αυτή. Ο εκπαιδευτικός ζητάει από τους μαθητές να κατασκευάσουν τις τιμές και των τριών συσκευασιών χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερα νομίσματα. Υπάρχει μία λύση. Οι μαθητές συμπληρώνουν το πίνακάκι: <table border="1" data-bbox="260 1960 1385 1998"> <thead> <tr> <th>Συσκευασία</th><th>Τιμή</th><th>Νομίσματα</th></tr> </thead> </table>	Συσκευασία	Τιμή	Νομίσματα	Αρ20
Συσκευασία	Τιμή	Νομίσματα			

	 A	1 ευρώ		
	 B	1, 50 ευρώ		
	Γ	1, 20 ευρώ		
	 Εάν το επίπεδο της τάξης το επιτρέπει μπορεί να υπάρξει και τέταρτη τιμή 1,70 ευρώ. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται...			
ΑρΔ11	Με τη χρήση ψηφιακών περιβαλλόντων όπως το «Fractions – Partsof a Whole» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu, οι μαθητές χωρίζουν ακέραιες μονάδες σε ίσα μέρη και επιλέγουν τα μέρη που επιθυμούν. 			Αρ17, Αρ19
ΑΔ1	Π.χ. κομπολόγια ή συνθέσεις γεωμετρικών σχημάτων με μεταβαλλόμενη κανονικότητα, επαναλαμβανόμενη κανονικότητα και χωρίς κανονικότητα Παραδείγματα κανονικοτήτων: Κόκκινο, κίτρινο –κόκκινο, κίτρινο - Κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο – κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο - Κόκκινο, κίτρινο - κόκκινο, κόκκινο, κίτρινο, κίτρινο - κόκκινο, κόκκινο,κόκκινο, κίτρινο, κίτρινο, κίτρινο -... 			Α1
ΑΔ2	Διερεύνηση μεταβολής εμβαδού, όταν μεταβάλλεται η πλευρά: 			Α5
ΓΔ1.	Οι μαθητές εντοπίζουν τη διαδρομή μέχρι το σπίτι τους σε χάρτη και δίνουν οδηγίες σε έναν επισκέπτη. Εντοπίζουν τη θέση ενός πάρκου στο χάρτη ή κάποιου άλλου χώρου που επισκέφτηκαν.			Γ1
ΓΔ2	Στο «Γεωπίνακα» και στο «Τετραγωνικό πλέγμα (γραμμές)» μεγέθους 30, ο εκπαιδευτικός			Γ2,

	με τους μαθητές κατασκευάζουν ένα τετράγωνο πλευράς 2. Καλύπτουν την επιφάνειά του με το μοναδιαίο τετράγωνο και μετρούν πόσα μοναδιαία τετράγωνα χρειάστηκαν. Μπορούν να προταθούν επεκτάσεις: - να διπλασιάσουν ή να τριπλασιάσουν την πλευρά - να πάρουν τη μισή.	M9, M12
ΓΔ3	Δύο παιδιά θέλουν να παίξουν ναυμαχία σε τετραγωνισμένα πλαίσιο 5X5 ή 10X10.. Πώς θα εξηγήι ο κάθε παίχτης που κάνει το χτύπημα? 	Γ3
ΓΔ4	Δραστηριότητα 'φλας': Σε μια αφίσα ή στον πίνακα είναι αναρτημένη μεγάλη ποικιλία σχημάτων σε σχήμα, μέγεθος και προσανατολισμό. Ο εκπαιδευτικός δείχνει για μερικά δευτερόλεπτα ένα και οι μαθητές προσπαθούν να το εντοπίσουν. 	Γ4, Γ5
ΓΔ5	Μία ομάδα παιδιών περιγράφει ένα σχήμα και οι άλλες πρέπει να το βρουν από την περιγραφή. Η δράση αυτή οδηγεί τους μαθητές να εντοπίσουν και να περιγράψουν ιδιότητες. Ανάλογα με την ποικιλία σχημάτων από την οποία επιλέγεται το σχήμα, η περιγραφή στρέφεται σε άλλες ιδιότητες. Για παράδειγμα από σύνολο τριγώνων, ή από σύνολο τετραπλεύρων κλπ. Η δράση αυτή μπορεί να πάρει και την παιγνιώδη μορφή αινίγματος: «είμαι ένα σχήμα που έχω τρεις ίσες πλευρές. Ποιο σχήμα είμαι;»	Γ4 Γ5
ΓΔ6	«Πόσους συνδυασμούς μπορείς να κάνεις». Στις δράσεις αυτές οι μαθητές ξεκινούν από ένα σχήμα και δοκιμάζουν να το συνδυάσουν για να δημιουργήσουν άλλα σχήματα. 	Γ7, Γ8
ΓΔ7	Ο εκπαιδευτικός προτείνει μια κατασκευή με δύο (ή τρία ή τέσσερα) κουτιά που μπορεί να περιστραφεί Τοποθετεί σε ένα από τα κουτιά ένα αντικείμενο ώστε να μην είναι ορατό και το περιστρέφει. Οι μαθητές προσπαθούν να εντοπίσουν πού θα βρεθεί το αντικείμενο μετά την περιστροφή.	Γ9

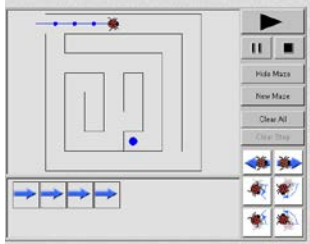
		
ΓΔ8	Γιατί δεν είναι συμμετρικά; Προτείνονται μία σειρά από καταστάσεις που δεν είναι συμμετρικές και εξηγώντας οι μαθητές καλούνται να εντοπίσουν τις ιδιότητες. Οι μαθητές κατασκευάζουν συμμετρικά σχήματα και σχηματισμούς σε τετραγωνισμένο και μη χαρτί	Γ11, Γ12
ΓΔ9	Ο εκπαιδευτικός προτείνει μια σειρά συνθέσεων από κυβάκια ή σχήματα ή άλλο υλικό και οι μαθητές δοκιμάζουν να εντοπίσουν την οπτική γωνία από την οποία το κοιτούν. Αντίστοιχα μπορούν να προχωρήσουν σε ανακατασκευές. 	Γ13, Γ14
ΓΔ10	Αξιοποιούν το ψηφιακό περιβάλλον του Ε.Λ. του Π.Ι. για την Α' και Β' τάξη. Ενότητα Γεωμετρία, δραστηριότητα «Γραμμές και σχήματα», http://www.pi-schools.gr/software/dimotiko/, για να σχεδιάσουν γεωμετρικά σχήματα και να μελετήσουν τις ιδιότητές τους. 	Γ6
ΓΔ11	Αξιοποιούν το ψηφιακό περιβάλλοντα τύπου Logo, όπως το περιβάλλον «Scratch», MIT MediaLab, εξελληνισμένο, διατίθεται δωρεάν: http://scratch.mit.edu/, για να σχεδιάσουν και να υλοποιήσουν διαδρομές μέσω αλλαγής κατεύθυνσης και προσανατολισμού. 	Γ1
ΓΔ12	Συγκρίσεις επιφανειών. Προτείνονται αναλύσεις-συνθέσεις για συγκρίσεις επιφανειών. 	Μ7, Μ8
ΣΔ1	Οι μαθητές σε ομάδες διατυπώνουν ένα ερώτημα προκειμένου να γνωρίσουν την οικογένεια των συμμαθητών τους: π.χ. «Πόσα παιδιά έχει η οικογένειά σου;», «Πόσα αδέρφια έχεις;». Συζητούν με ποιο τρόπο θα καταγράψουν τις απαντήσεις (π.χ. λίστα με ονόματα), πώς θα είναι σίγουροι ότι απάντησαν όλα τα παιδιά, πώς θα οργανώσουν τα	Σ1, Σ2, Σ3

	αποτελέσματα (π.χ. με πίνακα). Κατασκευάζουν ένα σημειογράμμα, όπως το παρακάτω: <table><tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td></tr><tr><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td></tr><tr><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td></td></tr><tr><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td></td></tr><tr><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td>×</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr></table> Πόσα παιδιά έχει η κάθε οικογένεια; Συζητούν για τις πληροφορίες του σημειογράμματος (π.χ. Πόσες οικογένειες έχουν 2 παιδιά; Οι περισσότερες οικογένειες πόσα παιδιά έχουν;)	×				×				×				×	×			×	×			×	×	×		×	×	×		×	×	×	×	1	2	3	4	
×																																						
×																																						
×																																						
×	×																																					
×	×																																					
×	×	×																																				
×	×	×																																				
×	×	×	×																																			
1	2	3	4																																			
ΣΔ2	Τα παιδιά χωρίζονται σε ομάδες και τους δίνουμε ένα διάγραμμα όπως το παρακάτω. <table><tr><td>πορτοκάλι</td><td>μήλο</td><td>ροδάκινο</td><td>μπανάνα</td></tr><tr><td>8</td><td>5</td><td>4</td><td>5</td></tr></table> Η κάθε ομάδα προτείνει έναν τίτλο για το διάγραμμα και γράφει δύο τουλάχιστον ερωτήματα που αναφέρονται στις πληροφορίες του διαγράμματος. Οι ομάδες συζητούν για τις πιθανές διαφορετικές ερμηνείες του διαγράμματος.	πορτοκάλι	μήλο	ροδάκινο	μπανάνα	8	5	4	5	Σ5																												
πορτοκάλι	μήλο	ροδάκινο	μπανάνα																																			
8	5	4	5																																			
ΣΔ3	Με ψηφιακά περιβάλλοντα, όπως το «BarChart» ή «PieChart» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: http://nlvm.usu.edu, συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών και τα παρουσιάζουν με διαγράμματα. 	Σ2																																				
ΠΔ1	Οι μαθητές σε ομάδες έχουν στη διάθεσή τους 3 ψηφία (π.χ. 1,2,3 ή μία ομάδα, 4,5,6 ή άλλη ομάδα κ.λπ.) και κάνουν διάφορους συνδυασμούς προκειμένου να σχηματίσουν αριθμούς, αν κάθε ψηφίο χρησιμοποιείται μία φορά. Πόσοι διψήφιοι αριθμοί υπάρχουν; Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν;	Π1																																				
ΠΔ2	Τοποθετούμε σε ένα αδιαφανές κουτί αντικείμενα της ίδια κατηγορίας (π.χ. μπάλες, μαρκαδόρους) σε διαφορετικές αναλογίες κάθε φορά (π.χ. 4 κίτρινες -1 μπλε μπάλα, 1	Π2																																				

	κίτρινη-4 μπλε μπάλες). Οι μαθητές μαντεύουν τι είναι περισσότερο ή λιγότερο πιθανό να τύχει, αν τραβήξουν ένα αντικείμενο με κλειστά μάτια. -Κάθε μαθητής αρχικά εκφράζει και δικαιολογεί την πρόβλεψή του και την καταγράφει σε έναν πίνακα. -Στη συνέχεια κάθε μαθητής τραβάει ένα αντικείμενο με κλειστά μάτια και καταγράφει το αντικείμενο που τυχαίνει σε μία διπλανή στήλη του πίνακα. -Συζητούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν και ανακοινώνουν το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξαν.	
--	--	--

ΣΥΝΘΕΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ 1^{ου} ΚΥΚΛΟΥ (Α' & Β' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ)

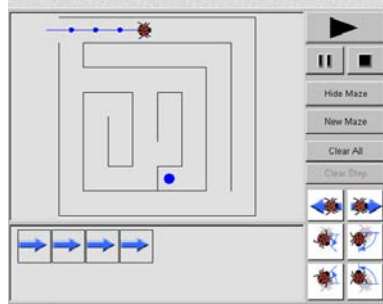
Πίνακας Περιεχομένων

A/A	Τίτλος	Θέμα	Τάξη	Εκπαιδευτικό υλικό
1	«Θεατρικό παιχνίδι με την πασχαλίτσα»	Ο εκπαιδευτικός οργανώνει στην αίθουσα διδασκαλίας θεατρικό παιχνίδι. Ένα παιδί υποδύεται την πασχαλίτσα και οι υπόλοιποι μαθητές δίνουν συγκεκριμένες οδηγίες-εντολές (βήματα μπροστά πίσω, στρίψε δεξιά αριστερά) για να την οδηγήσουν σε ένα ορισμένο σημείο της τάξης. Το θεατρικό παιχνίδι συνεχίζεται και το ρόλο της πασχαλίτσας υποδύονται και άλλοι μαθητές. (Γεωμετρία – Θεατρικό Παιχνίδι)	Α' δημοτικού	Τεχνολογικά περιβάλλοντα τύπου Logo, όπως για παράδειγμα το περιβάλλον «Ladybug Mazes» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, http://nlvm.usu.edu 
2	«Ο δικός μας κήπος»	Οι μαθητές αποφασίζουν να μελετήσουν την ανάπτυξη των φυτών τους. Χρησιμοποιούν άτυπες ή/και τυπικές μονάδες μέτρησης για να μετρήσουν το ύψος των φυτών. Αναπτύσσουν στρατηγικές καταμέτρησης των φύλλων των φυτών. Συνδέουν τα αποτελέσματα τους με την ανάπτυξη των φυτών γενικά καθώς με την ανάπτυξη των ανθρώπων	Α' - Β' Δημοτικού	Ομοιόμορφες χάρτινες λωρίδες, χαρακάκια, χρώματα, εικόνες από περιοδικά, φωτογραφική μηχανή, παραμύθια και το ανθολόγιο Α' και Β' Δημοτικού.
3	«Κυκλοφορώ με ασφάλεια»	Στο πλαίσιο των Μαθηματικών (Γεωμετρία-χαρακτηριστικά και ιδιότητες επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων) και της Μελέτης του Περιβάλλοντος (κυκλοφοριακή Αγωγή) εκπαιδευτικοί και μαθητές διαμορφώνουν την αυλή του σχολείου ως πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής με τη βοήθεια της Τροχαίας ή εναλλακτικά επισκέπτονται κοντινό δημοτικό πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Συζητούν για τους κανόνες του ΚΟΚ και ομαδοποιούν τις πινακίδες κυκλοφορίας με βάση τις πληροφορίες που δίνουν, το γεωμετρικό τους σχήμα και χρώμα. (Μαθηματικά και Μελέτη Περιβάλλοντος-Κυκλοφοριακή αγωγή)	Β' δημοτικού	Από το δικτυακό τόπο του Υπουργείου Μεταφορών και Επικοινωνιών http://www.yme.gr , βρίσκουν και μεταφορτώνουν τον Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας (ΚΟΚ). 

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 1 (Α' Δημοτικού)

«Θεατρικό παιχνίδι με την πασχαλίτσα»

Ο εκπαιδευτικός προτείνει στους μαθητές να παίξουν ένα θεατρικό παιχνίδι με μια πασχαλίτσα που έχει χαθεί και ψάχνει να βρει το δρόμο της .



Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

Η εφαρμογή των δραστηριοτήτων μπορεί να χωριστεί στις ακόλουθες φάσεις:

1^η φάση: Μία μαθήτριά υποδύεται την πασχαλίτσα και οι υπόλοιποι μαθητές της δίνουν συγκεκριμένες οδηγίες-εντολές (βήματα μπροστά-πίσω, στρίψε δεξιά-αριστερά) για να την οδηγήσουν σε ένα ορισμένο σημείο της τάξης. Το θεατρικό παιχνίδι συνεχίζεται και με άλλους μαθητές στο ρόλο της πασχαλίτσας.

2^η φάση: Οι μαθητές στη συνέχεια ανοίγουν το ψηφιακό περιβάλλον «Ladybug Mazes» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ, στο δικτυακό τόπο <http://nlvm.usu.edu> και αφού πρώτα κάνουν τον εικονιδιακό προγραμματισμό στο κάτω μέρος του περιβάλλοντος οδηγούν την πασχαλίτσα στο σημείο που βρίσκεται η μπλε τελεία. Σε περίπτωση λάθους επανέρχονται στις εντολές του προγραμματισμού και κάνουν τις απαραίτητες διορθώσεις. Προτείνουν επίσης και υλοποιούν εναλλακτικές διαδρομές για να οδηγήσουν την πασχαλίτσα στο στόχο (μπλε τελεία).

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Οι μαθητές εντοπίζουν, περιγράφουν και αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές στο χώρο ως προς διαφορετικά συστήματα αναφοράς με τη χρήση ποικίλλων χωρικών εννοιών. Η δραστηριότητα μέσα από τις συγκεκριμένες κιναισθητικές δραστηριότητες-θεατρικό παιχνίδι- αποσκοπεί στην κατανόηση των προαναφερθέντων εννοιών της Γεωμετρίας και την απόκτηση θετικής στάσης των μαθητών προς τα Μαθηματικά.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 2 (Α' - Β' Δημοτικού)

«Ο δικός μας κήπος: παρακολουθώντας την ανάπτυξη των φυτών στην τάξη»

Οι μαθητές και ο εκπαιδευτικός της τάξης αποφασίζουν να δημιουργήσουν ένα δικό τους κήπο στην τάξη και να μελετήσουν την ανάπτυξη των φυτών που θα προκύψουν 1 φορά/ εβδομάδα την ώρα της Μελέτης Περιβάλλοντος για 3-4 εβδομάδες.



Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1^η φάση: Οι μαθητές φυτεύουν σπόρους φακής σε κεσεδάκια. Μπορεί να έχουν ένα κεσεδάκι/δύο μαθητές. Συζητούν και αποφασίζουν ότι θα πρέπει να περιμένουν λίγο καιρό (προτείνεται μία εβδομάδα) για να διαπιστώσουν ότι φυτρώνουν φυτά των οποίων την ανάπτυξη μπορούν να μετρήσουν.

2^η φάση: (μετά από μια εβδομάδα περίπου)

Ο εκπαιδευτικός θέτει την ερώτηση: -Πώς θα μετράμε πόσο μεγάλωσαν τα φυτά μας;

Ενθαρρύνει τους μαθητές να προτείνουν τις δικές τους ιδέες σχετικά

α) με τους τρόπους καταμέτρησης των μικρών φυτών (μίσχων) σε κάθε κεσεδάκι (απαρίθμηση),

β) καταμέτρησης του αριθμού των φύλλων (απαρίθμηση) και

γ) του ύψους του υψηλότερου φυτού σε κάθε κεσεδάκι.

Για τα α) και β) οι μαθητές αναπτύσσουν στρατηγικές για να μετρήσουν κάθε φορά πόσα είναι τα φυτά και πόσα τα φύλλα των φυτών. Σημειώνουν τα αποτελέσματα σε πινακάκι.

Για το γ): εάν οι μαθητές υποδείξουν άτυπες μονάδες μέτρησης του ύψους, όπως για παράδειγμα μολύβια ή γόμες, ο εκπαιδευτικός μπορεί να προτείνει μικρές ομοιόμορφες λωρίδες χαρτί πάνω στις οποίες θα σημειώνονται οι μετρήσεις με διαφορετικό χρώμα κάθε φορά. Στο τέλος θα κληθούν να μετρήσουν με χαρακάκι στα χαρτονάκια τους για να μπορέσουν να συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους.

Εάν οι μαθητές υποδείξουν τα χαρακάκια τους, τότε ο εκπαιδευτικός ετοιμάζει πινακάκια για τα ζευγάρια των μαθητών, όπου τα παιδιά θα σημειώσουν τις ημερομηνίες και τις μετρήσεις.

Τα παιδιά πριν από κάθε μέτρηση μπορεί να υποθέσουν αρχικά το νέο ύψος και μετά να επαληθεύσουν με μέτρηση.

3^η φάση: (μετά από 2 εβδομάδες)

Επαναλαμβάνονται οι μετρήσεις για τα α), β), γ) και σημειώνονται στα πινακάκια.

4^η φάση: (μετά από 3 ή 4 εβδομάδες)

Ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές διαπιστώνουν ότι η ανάπτυξη των φυτών έχει ολοκληρωθεί. Συγκρίνουν τα τελικά αποτελέσματα των μετρήσεών τους. Διαπιστώνουν πόσο μεγάλωσαν τα φυτά τους ως προς τα α), β), γ). Συμπεραίνουν ότι η ανάπτυξη των φυτών αλλά και των υπόλοιπων ζωντανών οργανισμών (ζώων, ανθρώπων) ολοκληρώνεται κάποτε.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Μαθηματικά

Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα

- να απαριθμήσουν στοιχεία σε ρεαλιστικά περιβάλλοντα όπου τα αντικείμενα δεν είναι στη σειρά ή σε κανονική κατανομή όπως έχουν συνηθίσει στην τάξη των μαθηματικών.
- να πραγματοποιήσουν μετρήσεις ύψους με άτυπες και τυπικές μονάδες μέτρησης σε πραγματικές καταστάσεις
- να διαπιστώσουν την ανάγκη κοινής μονάδας μέτρησης του ύψους των φυτών και καταγραφής των μετρήσεων με οργανωμένο τρόπο (πινακάκι, ημερομηνία) ώστε να μπορούν να τις συγκρίνουν
- να υπολογίσουν τις διαφορές που προκύπτουν από τις νέες μετρήσεις με διάφορες στρατηγικές (αφαίρεση, συμπλήρωμα)
- να χρησιμοποιήσουν τα αποτελέσματα των μετρήσεων για να οδηγηθούν σε συμπεράσματα σχετικά με το αρχικό πρόβλημα που είναι η ανάπτυξη των φυτών.

Περιβάλλον

Οι μαθητές συζητούν για τους παράγοντες που επηρεάζουν την μετατροπή του σπόρου σε φυτό, για το ρόλο του χρόνου στην ανάπτυξη ενός φυτού, για την ολοκλήρωση της ανάπτυξης των ζωντανών οργανισμών (φυτά, ζώα, άνθρωποι) και για το τι παραμένει σταθερό μετά την ολοκλήρωση της ανάπτυξης (πχ το ύψος) και τι όχι (πχ ο αριθμός των φύλλων).

Γλώσσα

Οι μαθητές ακούνε ή διαβάζουν από το Ανθολόγιο Α και Β Δημοτικού: Φύλλο φύλλο της κουκιάς (Λαϊκό παραμύθι της Μήλου, σελ.56), Το γιασεμί, η ροδιά και η χαρουπιά (Λαϊκό παραμύθι, σελ.80) και άλλα παραμύθια.

Εικαστικά

Οι μαθητές κατασκευάζουν τις χάρτινες λωρίδες με τις οποίες θα κάνουν τις μετρήσεις και αναγνωρίζουν την ανάγκη να χρησιμοποιήσουν διαφορετικά χρώματα για κάθε καινούρια μέτρηση.

Οι μαθητές κατασκευάζουν κολάζ είτε με φωτογραφίες των δικών τους φυτών που έχουν βγάλει στην τάξη με τη μηχανή τους από διάφορες οπτικές γωνίες είτε με εικόνες από περιοδικά που δείχνουν γνωστά τους φυτά.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 3 (Α' - Β' Δημοτικού) «Κυκλοφορώ με ασφάλεια»

Οι μαθητές επισκέπτονται κοντινό δημοτικό πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής και αποφασίζουν να διαμορφώσουν την αυλή του σχολείου ως πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Ζητούν τη βοήθεια της τροχαίας, συζητούν για τους κανόνες του ΚΟΚ και ομαδοποιούν τις πινακίδες κυκλοφορίας.



Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1^η φάση: Οι μαθητές επισκέπτονται το δικτυακό τόπο του Υπουργείου Μεταφορών και Επικοινωνιών <http://www.yme.gr>, βρίσκουν τον ΚΟΚ, τα οδικά σήματα κυκλοφορίας και συζητούν για τα μηνύματα και τις πληροφορίες που μας δίνει το καθένα χωριστά. Κατόπιν, τα ταξινομούν-ομαδοποιούν με βάση τις πληροφορίες που δίνουν (π.χ. σήματα αναγγελίας κινδύνου, κλπ) και στη συνέχεια με τι κοινό έχουν μεταξύ τους (π.χ. γεωμετρικό σχήμα και χρώμα).

2^η φάση: Οι μαθητές μεταβαίνουν στην αυλή του σχολείου και με τη συνεργασία των εκπαιδευτικών ή του προσωπικού της τροχαίας εφαρμόζουν στην πράξη τους κανόνες του Κ.Ο.Κ.

3^η φάση: Επανέρχονται στην αίθουσα διδασκαλίας και συζητούν για τη σημασία της τήρησης των κανόνων του ΚΟΚ για την πρόληψη και την αποφυγή ατυχημάτων.

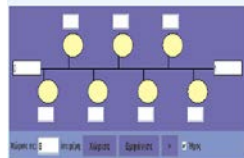
Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

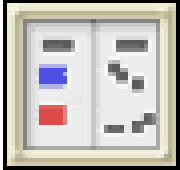
Η εργασία φιλοδοξεί στη σύνδεση των Μαθηματικών (Γεωμετρία, ιδιότητες γεωμετρικών σχημάτων) με την πραγματικότητα (οδικά σήματα κυκλοφορίας) και την εμπλοκή των μαθητών σε βιωματικές δραστηριότητες. Οι μαθητές διερευνούν και ταξινομούν τα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα με βάση τα κοινά τους χαρακτηριστικά γνωρίσματα.

Γ' Δημοτικού

Θεματική ενότητα: Αριθμοί – Άλγεβρα

Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 74 (65 + 9)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Αρ1. Απαγγέλουν, διαβάζουν και γράφουν φυσικούς αριθμούς. Αρ2. Αναγνωρίζουν αριθμούς σε μια ποικιλία από πλαίσια και σχηματισμούς, χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης. Αρ3. Αναπαριστούν φυσικούς αριθμούς με αντικείμενα, εικόνες, λέξεις και σημεία στην ευθεία και σύμβολα. Αρ4. Καταμετρούν αντικείμενα (σε ομάδες) και αναπτύσσουν στρατηγικές μέτρησης. Αρ5. Αριθμούν και καταμετρούν αντικείμενα ανά 20, 50, 100, αναπαριστώντας τις αντίστοιχες διαδικασίες με διαφορετικούς τρόπους. Αρ6. Συγκρίνουν και διατάσσουν φυσικούς αριθμούς και βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού στην αριθμογραμμή. Αρ7. Αναλύουν και συνθέτουν αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους. Αρ8. Διερευνούν πώς κατασκευάζονται οι	Φυσικοί Αριθμοί (ως το 10.000) • αριθμητικά σύμβολα • άμεση αναγνώριση • καταμέτρηση ποσοτήτων και αρίθμηση • διάταξη αριθμών • σχέσεις αριθμών • θεσιακή αξία ψηφίων • εκτιμήσεις • πράξεις στους φυσικούς αριθμούς • πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών • πολλαπλασιασμός και διαίρεση φυσικών αριθμών (47 ώρες)	Οι δραστηριότητες της αίσθησης του αριθμού είναι απαραίτητες για την οικοδόμηση αριθμητικών σχέσεων και ενισχύουν τον ευέλικτο τρόπο σκέψης και τις διαισθητικές ιδέες σχετικά με τον αριθμό. Ένα μέρος της αίσθησης του αριθμού αφορά την ικανότητα διάσπασης των αριθμών και τον ευέλικτο συνδυασμό τους. Η αντίληψη των αριθμών και η κατανόηση των υπολογισμών αναπτύσσονται μέσω της βαθιάς κατανόησης της αξίας θέσης. Η κατανόηση αυτή είναι εφικτή όταν ο εκπαιδευτικός αποφύγει να αποδώσει τη μαθηματική ορολογία πριν οι μαθητές συνειδητοποιήσουν τι συμβολίζει αυτή η ορολογία. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑρΔ1, ΑρΔ2, ΑρΔ3, ΑρΔ4, ΑρΔ5)	Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, «Ο μετρητής των χιλιομέτρων», σελ. 42. Ψηφιακό περιβάλλον για την τοποθέτηση αριθμών στην αριθμογραμμή http://www.pi-schools.gr 

φυσικοί αριθμοί, κατανοούν τη σημασία του μηδενός στο σύνολο των φυσικών αριθμών και τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του. <i>Αρ9.</i> Εκτιμούν με διαφορετικούς τρόπους την πληθικότητα ενός συνόλου που περιλαμβάνει μέχρι 1000 στοιχεία. <i>Αρ10.</i> Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν αλγόριθμους της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού με τριψήφιους αριθμούς και της διαίρεσης με μονοψήφιο διαιρέτη, χρησιμοποιώντας μια ποικιλία από στρατηγικές, μέσα και αναπαραστάσεις. <i>Αρ11.</i> Διερευνούν κι εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών προσθέσεων κι αφαιρέσεων τριψήφιων αριθμών. <i>Αρ12.</i> Κατανοούν την προπαίδεια του πολλαπλασιασμού και τη διαίρεση ως αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού. <i>Αρ13.</i> Αναπτύσσουν στρατηγικές στην επίλυση και κατασκευή προβλημάτων και χρησιμοποιούν μοντέλα και αναπαραστάσεις για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν σε άλλους.			Δραστηριότητα σχετικά με την αφαίρεση με blocks http://nlvm.usu.edu/en/nav/grade_g_3.html 
<i>Αρ14.</i> Χωρίζουν σε ίσα μέρη διακριτές και συνεχείς ποσότητες (σε εικονική	Κλασματικοί αριθμοί	Η έννοια του κλασματικού μέρους σχετίζεται απόλυτα με	Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ 65,

και συμβολική μορφή, π.χ. γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα). Αρ15. Συγκρίνουν δύο ποσότητες, προσδιορίζουν τη σχέση μεγέθους τους, χρησιμοποιούν την κλασματική αναπαράσταση και την τοποθετούν στην αριθμογραμμή. Αρ16. Εκφράζουν την ίδια σχέση με διαφορετικές κλασματικές αναπαραστάσεις. Αρ17. Βρίσκουν έναν ενδιάμεσο κλασματικό αριθμό (μεταξύ $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{4}$ ή μεταξύ $\frac{2}{3}$ και $\frac{3}{4}$).	(10 ώρες)	το όλο. Σημαντικό σημείο στην ανάπτυξη της ιδέας του κλάσματος είναι να βοηθηθούν οι μαθητές στο να κατασκευάσουν την ιδέα των κλασματικών μερών του συνόλου. Όταν καλλιεργηθεί η ιδέα των κλασματικών μερών ή των ίσων μεριδίων, τότε είναι εφικτό ο εκπαιδευτικός να τα αποκαλέσει τέταρτα ή τρίτα ή οτιδήποτε άλλο και να τα απαριθμήσει με τον ίδιο τρόπο που απαριθμεί και άλλα αντικείμενα. Η αριθμητική αντίληψη για τα κλάσματα απαιτεί από τους μαθητές κάποια διαισθητική κατανόηση των κλασμάτων. Θα πρέπει να γνωρίζουν περίπου πόσο μεγάλο είναι ένα κλάσμα και να μπορούν να πουν με ευκολία ποιο είναι μεγαλύτερο μεταξύ δύο κλασμάτων. Τα σύμβολα των κλασμάτων θα πρέπει να εισαχθούν αργότερα. Η ικανότητα ενός μαθητή να διακρίνει από δύο κλάσματα το μεγαλύτερο αποτελεί μια επιπλέον πτυχή της αντίληψης για τα κλάσματα. Η ικανότητα αυτή δομείται γύρω από έννοιες σχετικές με τα κλάσματα και όχι με βάση την αλγοριθμική ικανότητα ή κάποιο τέχνασμα με τα	δραστηριότητα 3 «Σχηματίζω ένα ευρώ με διαφορετικούς τρόπους και βρίσκω ισοδύναμα κλάσματα».
--	-----------	--	---

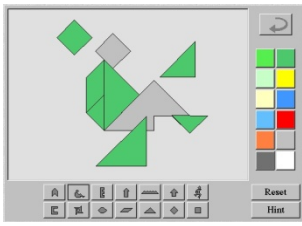
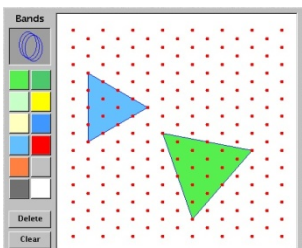
		σύμβολα. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑρΔ6, ΑρΔ7)	
Αρ18. Κατανοούν και χρησιμοποιούν το δεκαδικό συμβολισμό για τα δέκατα και τα εκατοστά μέσα σε πλαίσια. Αρ19. Στρογγυλοποιούν έναν αριθμό με ένα ή δύο δεκαδικά ψηφία στον πλησιέστερο ακέραιο ή στο πλησιέστερο δέκατο.	Δεκαδικοί αριθμοί (8 ώρες)	Η διαδικασία της στρογγυλοποίησης αριθμών δεν πρέπει να διδάσκεται ως αλγόριθμος χωρίς να αναπτύσσεται η σκέψη σε σχέση με το πώς λειτουργεί ο αλγόριθμος. Η στρογγυλοποίηση ενός αριθμού σημαίνει την αντικατάσταση ενός «δυσκίνητου» αρχικού αριθμού με έναν «καλό» αριθμό που να συνιστά μια κατά προσέγγιση απόδοσή του. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑρΔ8)	Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ.95, δραστηριότητα 3 «Ελληνικοί μεζέδες».
A1. Αναγνωρίζουν, διερευνούν, περιγράφουν και συμπληρώνουν αριθμητικές και γεωμετρικές κανονικότητες. A2. Αναπαριστούν μια κανονικότητα με διαφορετικά μέσα (λεκτικά, αριθμητικά, εικονικά). A3. Συγκρίνουν απλές κανονικότητες. A4. Διατυπώνουν τον κανόνα μιας κανονικότητας.	Κανονικότητες/ συναρτήσεις (4 ώρες)	Είναι σημαντικό να χρησιμοποιηθούν διάφορες κανονικότητες, μέσω των οποίων οι μαθητές να μπορέσουν να αποκτήσουν μια αίσθηση της σειράς και της οργάνωσης διαφόρων καταστάσεων γύρω τους. Επίσης, να ασκήσουν την παρατηρητικότητα τους στην ακρίβεια και στην εκτέλεση συγκεκριμένων διαδοχικών βημάτων . Η σύγχρονη βιβλιογραφία προτείνει ότι η προσέγγιση των αλγεβρικών ιδεών προϋποθέτει τη συνειδητοποίηση από το μαθητευόμενο των δυνατοτήτων του νου	Βιβλίο μαθητή σελίδα 116 εργασία 1, σελίδα 117 εργασία 3 Λογισμικό κεφάλαιο «διαίρεση φυσικών αριθμών». Χειραπτικό υλικό χάντρες, κάρτες, χρωματιστοί κύβοι κ.λπ.

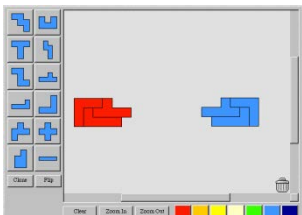
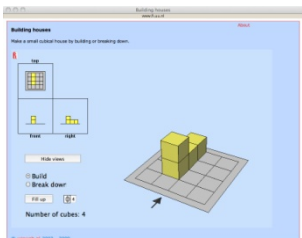
		να αντιλαμβάνεται σχέσεις. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑΔ1, ΑΔ2).	
A5. Χρησιμοποιούν σύμβολα (ως αγνώστους και ως μεταβλητές) και τα αντικαθιστούν με αριθμούς σε «κλειστές» (πχ. $3 + \square = 9$) και σε ανοιχτές αριθμητικές προτάσεις (πχ. $r + \square = 8$).	Αλγεβρικές παραστάσεις (2 ώρες)	Οι σχετικές έρευνες αποδίδουν την επιτυχία σε αυτού του είδους τις δραστηριότητες στην προοδευτική συνειδητοποίηση από τους μαθητές των βασικών ιδιοτήτων και δομικών χαρακτηριστικών των τεσσάρων πράξεων της αριθμητικής.	
A6. Συγκρίνουν και διατάσσουν αριθμούς από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο και από μεγαλύτερο προς το μικρότερο (φυσικούς). A7. Χρησιμοποιούν κατάλληλο σύμβολο (ισότητας - ανισότητας) για την αναπαράσταση μιας σχέσης μεταξύ αριθμών (π.χ. $7+5 \dots 10+2$ ή $6-1 \dots 5+2$) A8. Συμπληρώνουν ισότητες με κατάλληλο αριθμό (π.χ. $8+3=\square+7$ ή $6+\square=10-1$). A9. Προσδιορίζουν τον αριθμό που πρέπει να προστεθεί σε έναν άλλο για να προκύψει ένας τρίτος αριθμός (π.χ. $7+\square=21$)	Ισότητες-ανισότητες (3 ώρες)		

Θεματική ενότητα: Χώρος και Γεωμετρία – Μέτρηση

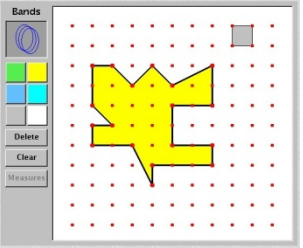
Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 36 (22 + 14)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Γ1. Ερμηνεύουν και κατασκευάζουν απλούς χάρτες για να δείξουν τις θέσεις και τις διαδρομές μεταξύ σημείων αναφοράς (πρώτη επαφή με συντεταγμένες). Γ2. Χρησιμοποιούν συντεταγμένες για την ερμηνεία και κατασκευή απλών χαρτών.	Έννοιες του χώρου • διευθύνσεις, θέσεις και διαδρομές • ανάγνωση και δημιουργία χαρτών • δόμηση του χώρου και συντεταγμένες (2 ώρες)	Μέσω των κινήσεων σε τετραγωνισμένους καμβάδες, οι μαθητές προετοιμάζονται για τη χρήση αλφαριθμητικών και Καρτεσιανών συντεταγμένων που θα ακολουθήσουν στις επόμενες τάξεις. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ1)	Τετραγωνισμένοι καμβάδες, απλοί χάρτες.
Γ3. Διευρύνουν την αναγνώριση και κατάταξη επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών, με βάση πλευρές και γωνίες. Γ4. Αναγνωρίζουν και διερευνούν χαρακτηριστικά επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και βασικών στερεών που αφορούν σε πλευρές και γωνίες. Γ5. Χρησιμοποιούν όρους όπως κορυφή, ακμή, έδρα όταν περιγράφουν απλά γεωμετρικά στερεά. Γ6. Διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ τετραπλεύρων. Γ7. Συγκρίνουν γωνίες χρησιμοποιώντας την ορθή ως μέτρο. Γ8. Σχεδιάζουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα πάνω σε διάφορους καμβάδες και σε λευκό χαρτί με χρήση χάρακα.	Γεωμετρικά σχήματα • αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών • ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε στοιχεία και ιδιότητες • κατασκευές και σχεδιασμός γεωμετρικών σχημάτων και στερεών • σύνδεση μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων και στερεών • ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε άλλα σχήματα ή μέρη (14 ώρες)	Είναι σημαντικό ο εκπαιδευτικός να εστιάσει στην ανάδειξη των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών των γεωμετρικών εννοιών, ώστε να αποφύγουν οι μαθητές προτυπικές αντιλήψεις που σχετίζονται, για παράδειγμα, με τον τρόπο αναπαράστασης των εννοιών αυτών. Εκτός από τα φυσικά υλικά αναπαράστασης και τα χειραπτικά υλικά, η γλώσσα που θα χρησιμοποιήσουν οι μαθητές για να περιγράψουν τις εμπειρίες τους είναι εξίσου σημαντική, μιας και προετοιμάζει την εξέλιξη σε ένα επόμενο στάδιο κατανόησης των γεωμετρικών εννοιών. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ2,	Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 16-17, σελ. 30-31, σελ. 46-47. Μαθηματικά, Βιβλίο του Μαθητή, Επίπεδο Διδασκαλίας Β', Πρόγραμμα «Ένταξη Τσιγγανοπαίδων στο Σχολείο», σελ. 7-15. http://www.pre.uth.gr/main/index.php?option=com_content&view=cate&layout=blog&id=35&Itemid=52. Έτοιμες συλλογές σχημάτων (Alfa Shapes, Shape Set), σχήματα από μακετόχαρτο, γεωπίνακες, Polydron, Τάνγκραμ, Πεντόμινο, φυσικά υλικά, εικόνες. Ψηφιακό περιβάλλον: Τάνγκραμ. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_290_g

Γ9. Κατασκευάζουν στερεά. Γ10. Περιγράφουν σχέσεις μεταξύ επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών (π.χ. τετραγώνου -κύβου, κύκλου - σφαίρας, κ.ά.). Γ11. Κατασκευάζουν στερεά από αναπτύγματα. Γ12. Συνθέτουν και αναλύουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε 2 ή περισσότερα μέρη.		ΓΔ3)	3_t_3.html?open=activities&from=category_g_3_t_3.html.  Ισομετρικός γεωπίνακας. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_129_g_2_t_3.html?open=activities&from=category_g_2_t_3.html 
Γ13. Αναγνωρίζουν την ιδιότητα επίπεδων σχημάτων ή/και αντικειμένων μέσα από ακολουθία μετασχηματισμών (μεταφορά, περιστροφή και ανάκλαση). Γ14. Εντοπίζουν άξονες συμμετρίας σε σχήματα δύο διαστάσεων ή σε αντικείμενα του φυσικού περιβάλλοντος. Γ15. Κατασκευάζουν συμμετρικά σχήματα στο γεωπίνακα και τα σχεδιάζουν σε διάστικτους καμβάδες (τετραγωνικό και ισομετρικό). Γ16. Αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας (απλές περιστροφές 180ο).	Μετασχηματισμοί • μετατόπιση, στροφή και ανάκλαση • αξονική Συμμετρία • κεντρική Συμμετρία (4 ώρες)	Οι μετασχηματισμοί είναι ένας βασικός τρόπος για να ελέγξουμε την ιδιότητα δύο γεωμετρικών σχημάτων στο επίπεδο. Ακόμη και σε φαινομενικά απλές σπαζοκεφαλίες κάλυψης μιας επιφάνειας με Τάνγκραμ ή Πεντόμινο, οι μαθητές χρησιμοποιούν μεταφορές, περιστροφές και ανακλάσεις για να τοποθετήσουν τα κομμάτια στις κατάλληλες θέσεις. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ4)	Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 104-105. Μαθηματικά, Βιβλίο του Μαθητή, Επίπεδο Διδασκαλίας Β', Πρόγραμμα "Ένταξη Τσιγγανοπαίδων στο Σχολείο", σελ. 15-26 και σελ. 27-39. http://www.pre.uth.gr/main/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=35&Itemid=52. Έτοιμες συλλογές σχημάτων (Alfa Shapes, Shape Set) και στερεών, σχήματα από μακετόχαρτο, γεωπίνακες, Τάνγκραμ, Πεντόμινο, φυσικά υλικά, καθημερινά αντικείμενα, εικόνες,

			καθρεπτάκι Mira. Ψηφιακό περιβάλλον: Πεντόμινο. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_114_g_2_t_3.html?open=activities&from=category_g_2_t_3.html. 
Γ17. Βρίσκουν τον αριθμό των κύβων που απαρτίζουν τρισδιάστατα σχήματα (κτίρια) από δοσμένες εικόνες ή σχέδια σε φυσικό και ψηφιακό περιβάλλον.	Οπτικοποίηση • αναγνώριση και αναπαράσταση διαφορετικών οπτικών γωνιών αντικειμένων και καταστάσεων • δημιουργία οπτικοποιήσεων για τη διαχείριση σχημάτων, διευθύνσεων και θέσεων (2 ώρες)	(ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ5)	Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 31 και σελ. 38. Εικόνες, σχέδια, κυβάρια. Ψηφιακό περιβάλλον: Χτίζοντας σπίτια. http://www.fi.uu.nl/toe-passingen/00249/toepassing_wisweb.en.html. 
Μ1. Χρησιμοποιούν το γνώμονα για να συγκρίνουν γωνίες με την ορθή και να κατασκευάσουν ορθές γωνίες με διάφορα μήκη πλευρών και διαφορετικούς προσανατολισμούς.	Μέτρηση γωνίας • χρήση οργάνων μέτρησης • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις (1 ώρα)	Πολλοί μαθητές θεωρούν ότι δύο ορθές γωνίες με διαφορετικό προσανατολισμό δεν είναι ίσες. Όταν τα μήκη των πλευρών είναι ίσα, συγκρίνουν εύκολα γωνίες, όταν όμως τα μήκη των πλευρών διαφέρουν, βασίζουν την κρίση τους στο μήκος των πλευρών ή στην	Μαθηματικά Β' Δημοτικού. β' τεύχος, ΟΕΔΒ. σελ. 63, Δραστ. Ανακάλυψη. Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 72, Εργασία 1 και σελ. 73, Εργασία 4. Τα Μαθηματικά μου, Γ' Δημοτικού, β' μέρος. ΟΕΔΒ, σελ. 115, Εργασία 3 και σελ. 116, Εργασία

		απόσταση μεταξύ των ακραίων σημείων των πλευρών (σαν να συγκρίνουν μια νοητή τρίτη πλευρά τριγώνου). Προκειμένου να αναδυθούν και να συζητηθούν οι παραπάνω παρανοήσεις χρειάζεται οι μαθητές να ασχοληθούν με γωνίες που έχουν διαφορετικό μήκος πλευρών και προσανατολισμό.	4.
M2. Μετρούν, συγκρίνουν και διατάσσουν μήκη χρησιμοποιώντας τυπικές μονάδες μέτρησης. M3. Αναλύουν και συνθέτουν μήκη, και μετρούν το μήκος τεθλασμένων διαδρομών. M4. Επιλύουν σχετικά προβλήματα μέτρησης. M5. Πραγματοποιούν μετατροπές απλών μονάδων μέτρησης. M6. Πραγματοποιούν εκτιμήσεις μηκών σε διαφορετικά πλαίσια.	Μέτρηση μήκους • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες. • χρήση οργάνων μέτρησης (3 ώρες)	Οι μαθητές μετρούν μήκος με διαφορετικές μονάδες (π.χ. μέτρα, εκατοστά, χιλιοστά) και χρησιμοποιούν τις σχέσεις μεταξύ τους για να μετατρέπουν μονάδες. Η ανάλυση και η σύνθεση μηκών επεκτείνεται στον υπολογισμό του συνολικού μήκους τεθλασμένων διαδρομών ως άθροισμα των επιμέρους μηκών (και όχι ως η απόσταση μεταξύ της αρχής και του τέλους της διαδρομής). Αυτό το στάδιο είναι σημαντικό γιατί προετοιμάζει για τον υπολογισμό της περιμέτρου πολυγωνικών σχημάτων. Για την εκτίμηση μήκους μπορούν να χρησιμοποιηθούν η μέθοδος μάντεψε και έλεγξε, η εξοκείωση με σημεία αναφοράς	Μαθηματικά Β' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών α' τεύχος, ΟΕΔΒ, σελ. 12-13, Εργασίες α, β και γ. Μαθηματικά Β' Δημοτικού α' τεύχος. ΟΕΔΒ, σελ. 19, σελ.33, Εργασία 3. Μαθηματικά Γ' Δημοτικού: Μαθηματικά της φύσης και της ζωής, ΟΕΔΒ, σελ. 28, Εργασίες 1 και 2, σελ. 29, Εργασία 4.

		μήκους (π.χ. το 1 εκ. ή το 1 μ. είναι περίπου ίσο με...) ή η διάταξη σημείων σε ευθείες.	
M7. Πραγματοποιούν συγκρίσεις επιφανειών με ανάλυση και σύνθεση (και διαπιστώνουν τη διατήρηση του εμβαδού). M8. Υπολογίζουν εμβαδό δομημένων επιφανειών χρησιμοποιώντας την πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ γραμμών και στηλών. M9. Εκτιμούν και συγκρίνουν το εμβαδόν επιφανειών.	Μέτρηση επιφάνειας • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες • εκτίμηση (4 ώρες)	Η έννοια της διατήρησης του εμβαδού είναι σημαντική για τη μέτρηση της επιφάνειας και αργότερα για τον υπολογισμό του εμβαδού παραλληλογράμμων και τραπεζίων. Πολλοί μαθητές δυσκολεύονται να κατανοήσουν ότι δύο επιφάνειες διαφορετικού σχήματος μπορεί να έχουν ίσο εμβαδό. Η χρήση τάγκραμ και πεντόμινο μπορεί να τους βοηθήσει να διαπιστώσουν τη διατήρηση του εμβαδού. Για τον υπολογισμό του εμβαδού δομημένων επιφανειών (ορθογώνιες επιφάνειες διαιρεμένες σε γραμμές και στήλες) χρησιμοποιείται ο πολλαπλασιαστικός συλλογισμός. Μπορεί να γίνει σύνδεση με τον πολλαπλασιασμό και τους πίνακες πολλαπλασιασμού. Π.χ.  Εμβαδό=3x4 τετράγωνα=12 τετράγωνα. (ενδεικτική	Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Μαθηματικά της φύσης και της ζωής, ΟΕΔΒ, σελ. 49, εργασία: 3. Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 78. Ψηφιακό περιβάλλον: Ανάλυση και σύνθεση επιφανειών σε γεωπίνακα. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_281_g_2_t_4.html?open=activities&from=category_g_2_t_4.html 

		<i>δραστηριότητα ΜΔ1)</i>	
M10. Μετρούν τη χωρητικότητα δοχείων με τυπικές μονάδες και υποδιαιρέσεις τους. M11. Υπολογίζουν το σύνολο των κύβων μιας ορθογώνιας κατασκευής, μετρώντας το πλήθος των κύβων μιας στρώσης και χρησιμοποιώντας επαναλαμβανόμενη πρόσθεση.	Μέτρηση χωρητικότητας-όγκου μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες (3 ώρες)	Για τη μέτρηση της χωρητικότητας δοχείων χρησιμοποιούν ως μονάδες το λίτρο και το μισό λίτρο. Για τον υπολογισμό του όγκου ορθογώνιων κατασκευών χρησιμοποιούνται προσθετικές στρατηγικές (προσθέτουν ανά στρώσεις). (ενδεικτική δραστηριότητα ΜΔ2)	Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 134, Δραστηριότητα και σελ. 135, Εργασία 2.
M12. Εκτιμούν, συγκρίνουν και διατάσσουν χρονικά διαστήματα με ακρίβεια πεντάλεπτου. M13. Διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ λεπτού και ώρας, ώρας και ημέρας και επιλύουν σχετικά προβλήματα.	Μέτρηση χρόνου - άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις - μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες - χρήση οργάνων μέτρησης - εκτίμηση (3 ώρες)		Μαθηματικά Γ' Δημοτικού, Μαθηματικά της φύσης και της ζωής, Τετράδιο εργασιών δ' τεύχος, ΟΕΔΒ, σελ. 16, Εργασίες: 1, 3 και σελ. 22, Εργασία 1. Μαθηματικά Δ' δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 129, Εργασία 3. Τα μαθηματικά μου Γ' Δημοτικού, β' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 19-20.

Θεματική ενότητα: Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)

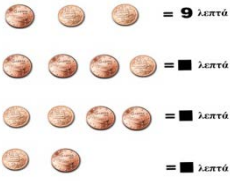
Ενδεικτικές διδακτικές ώρες: 10 (6 + 4)

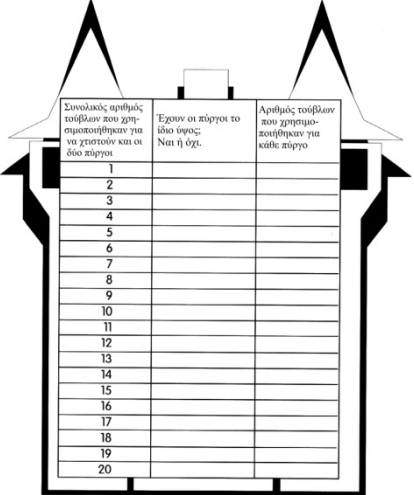
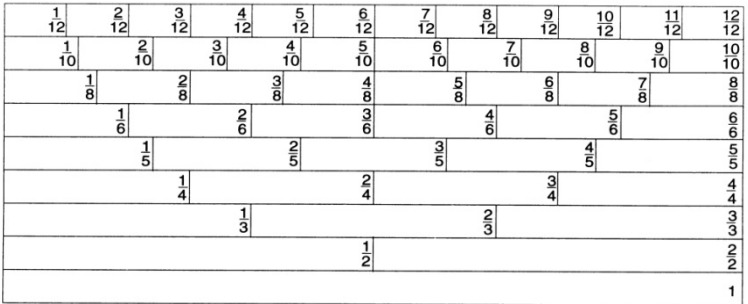
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Σ1. Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα. Σ2. Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρών ερευνών ή πειραμάτων και τα οργανώνουν.	Δεδομένα Συλλογή, οργάνωση, αναπαράσταση και ερμηνεία δεδομένων (5 ώρες)	Οι μαθητές συλλέγουν πολλαπλές πληροφορίες για ένα αντικείμενο ή ένα άτομο και δημιουργούν διαφορετικούς τρόπους κατηγοριοποίησης και	

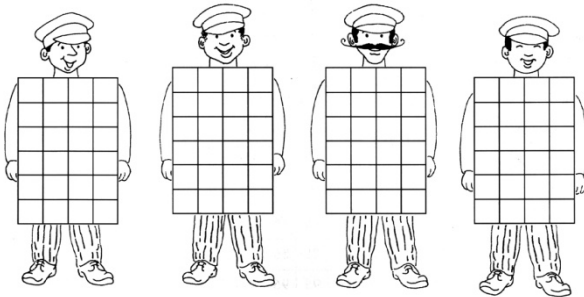
Σ3. Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και σε διαγράμματα, στα οποία η εικόνα ή το σύμβολο αντιπροσωπεύει πολλαπλάσια του ένα. Σ4. Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε άλλη. Σ5. Διερευνούν πληροφορίες στις διαφορετικές μορφές αναπαράστασης δεδομένων και εξάγουν συμπεράσματα.		οργάνωσης κατηγορικών και διακριτών ποσοτικών δεδομένων (ενδεικτικές δραστηριότητες ΣΔ1, ΣΔ2)	
Σ6. Προσδιορίζουν και περιγράφουν χαρακτηριστικά των δεδομένων.	Μέτρα θέσης • Επικρατούσα τιμή Μεταβλητότητα (1 ώρα)	Είναι σημαντικό οι μαθητές να χρησιμοποιούν εκφράσεις όπως: «οι περισσότεροι μαθητές της τάξης μας έχουν έναν αδελφό / αδελφή». Περιγράφουν από πού μέχρι πού είναι απλωμένα τα δεδομένα, πού είναι πολύ συγκεντρωμένα, πού υπάρχουν λίγα ή καθόλου δεδομένα (χρησιμοποιώντας εκφράσεις όπως σχεδόν όλοι οι μαθητές, πολύ λίγοι από τους μαθητές, οι περισσότεροι από τους μαθητές).	
Π1. Διερευνούν τα αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης πραγματοποιώντας πολλές δοκιμές.	Πείραμα τύχης (3 ώρες)	(ενδεικτικές δραστηριότητες ΠΔ1, ΠΔ2)	
Π2. Εκτιμούν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου σε κλίμακα με εύρος από αδύνατο ενδεχόμενο ως	Πιθανότητα ενδεχομένου (1 ώρα)		

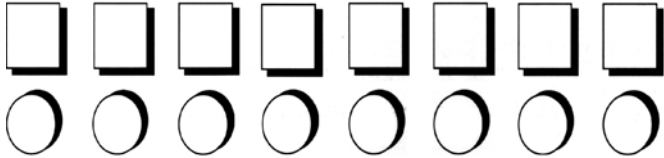
βέβαιο ενδεχόμενο.			
--------------------	--	--	--

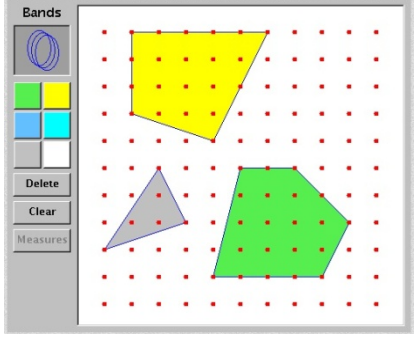
Ενδεικτικές Δραστηριότητες

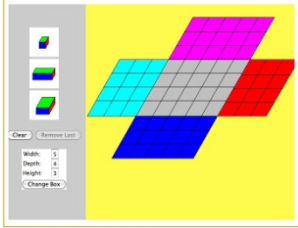
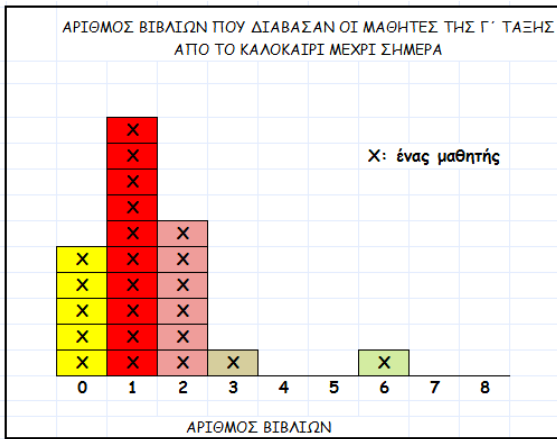
A/A	Περιγραφή δραστηριότητας	ΠΜΑ
ΑρΔ1	<i>Το παιχνίδι των διαφορών</i> Οι μαθητές θα χρειαστούν μια τράπουλα. Μπορούν να παίξουν δύο ή περισσότεροι μαθητές. Ένας μαθητής μοιράζει από 6 ζεύγη τραπουλόχαρτων σε κάθε μαθητή που συμμετέχει στο παιχνίδι. Τακτοποιεί τα χαρτιά του σε ζευγάρια και υπολογίζει τις διαφορές. Προσθέτει τα αποτελέσματα.	Αρ10, Αρ13
ΑρΔ2	<i>Τριψήφιοι αριθμοί</i> Οι μαθητές καλούνται να σχηματίσουν τριψήφιους αριθμούς με συγκεκριμένα ψηφία. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν κάθε νούμερο μία φορά σε κάθε αριθμό. Γράφουν τους αριθμούς που θα σχηματίσουν με τη σειρά από τον μικρότερο στο μεγαλύτερο. 3 2 1 Βρίσκουν τον αριθμό που έχει τις περισσότερες εκατοντάδες, τις περισσότερες δεκάδες και τις περισσότερες μονάδες.	Αρ8, Αρ13
ΑρΔ3	<i>Ρέστα</i>  Οι μαθητές χρησιμοποιούν μόνο νομίσματα με αξία 2 λεπτά και 5 λεπτά. Προσπαθούν να σχηματίσουν όλα τα ποσά μέχρι το 30. Διερευνούν ποια ποσά δεν μπορούν να σχηματιστούν.	Αρ10, Αρ11
ΑρΔ4	<i>Όσο ψηλότερα τόσο καλύτερα</i> Οι μαθητές παίζουν ανά δύο. Χρησιμοποιούν 10 κάρτες με τους αριθμούς 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Σκοπός του παιχνιδιού είναι να σχηματιστεί ο μεγαλύτερος αριθμός. Ανακατεύουν τις δέκα κάρτες και τις τοποθετούν ανάποδα πάνω στο θρανίο. Ο πρώτος μαθητής ανοίγει μία κάρτα και την τοποθετεί σε μία από τις κατάλληλες θέσεις (οι θέσεις αυτές δημιουργούνται από το αποτύπωμα 4 καρτών σε ένα χαρτί μεγέθους A4, όπως φαίνεται παρακάτω). Ο δεύτερος μαθητής κάνει το ίδιο. Ο πρώτος μαθητής ανοίγει μια δεύτερη κάρτα και την τοποθετεί σε μια άλλη κατάλληλη θέση. Ο δεύτερος μαθητής κάνει το ίδιο. Κάθε μαθητής σημειώνει τον αριθμό που έφερε. Οι μαθητές ανακατεύουν τις κάρτες και παίζουν ξανά. Σημειώνουν τα αποτελέσματά τους, προσθέτοντας κάθε φορά τον αριθμό της κάρτας που ανοίγουν. Νικητής είναι ο μαθητής που θα συμπληρώσει πρώτος 500 βαθμούς.  Οι μαθητές επαναλαμβάνουν το παιχνίδι διαλέγοντας από τρεις κάρτες ο καθένας. Ο πρώτος μαθητής ανοίγει μία κάρτα και την τοποθετεί σε μία από τις κατάλληλες θέσεις (οι θέσεις αυτές δημιουργούνται από το αποτύπωμα 6 καρτών σε ένα χαρτί μεγέθους A4, όπως φαίνεται παρακάτω). Νικητής είναι αυτός που θα συμπληρώσει πρώτος 5.000 βαθμούς. Ποιος είναι ο	Αρ8, Αρ13

	μεγαλύτερος αριθμός που μπορεί να σχηματίσει; <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; height: 60px; border: 1px solid black; text-align: center; vertical-align: middle;">Πρώτος μαθητής</td> <td style="width: 33%; height: 60px; border: 1px solid black; text-align: center; vertical-align: middle;">Πρώτος μαθητής</td> <td style="width: 33%; height: 60px; border: 1px solid black; text-align: center; vertical-align: middle;">Πρώτος μαθητής</td> </tr> <tr> <td style="width: 33%; height: 60px; border: 1px solid black; text-align: center; vertical-align: middle;">Δεύτερος μαθητής</td> <td style="width: 33%; height: 60px; border: 1px solid black; text-align: center; vertical-align: middle;">Δεύτερος μαθητής</td> <td style="width: 33%; height: 60px; border: 1px solid black; text-align: center; vertical-align: middle;">Δεύτερος μαθητής</td> </tr> </table>	Πρώτος μαθητής	Πρώτος μαθητής	Πρώτος μαθητής	Δεύτερος μαθητής	Δεύτερος μαθητής	Δεύτερος μαθητής	
Πρώτος μαθητής	Πρώτος μαθητής	Πρώτος μαθητής						
Δεύτερος μαθητής	Δεύτερος μαθητής	Δεύτερος μαθητής						
ΑρΔ5	<i>Πύργοι-παρατηρητήρια</i> Μπορούν οι μαθητές να χτίσουν δύο πύργους χρησιμοποιώντας ένα μόνο τούβλο; Δύο τούβλα; Τρία τούβλα; Οι δύο πύργοι πρέπει να έχουν το ίδιο ύψος. Οι μαθητές καλούνται να χτίσουν πύργους χρησιμοποιώντας μέχρι 20 τούβλα. Συμπληρώνουν τον πίνακα.  Τι θα συμβεί, αν οι μαθητές χτίσουν τρεις πύργους-παρατηρητήρια; Τέσσερις;	Αρ7, Αρ9, Αρ13						
ΑρΔ6	<i>Ποιο είναι το μισό του μισού</i> Οι μαθητές κόβουν το $\frac{1}{2}$ μιας λωρίδας. Το διπλώνουν στη μέση. Το τοποθετούν στη σωστή θέση πάνω στον χάρακα κλασμάτων. $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 	Αρ14, Αρ15						

	Βρίσκουν το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{3}$, αφού κόψουν το $\frac{1}{3}$, το διπλώσουν και το τοποθετήσουν στη σωστή θέση στο χάρακα κλασμάτων. Καταγράφουν τα αποτελέσματά τους. Στη συνέχεια, βρίσκουν και καταγράφουν το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{4}$, το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{5}$ και το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{6}$. Συνεχίζουν βρίσκοντας και καταγράφοντας το $\frac{1}{4}$ του $\frac{1}{2}$, το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{4}$, το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ και το $\frac{1}{4}$ του $\frac{1}{3}$. Παρατηρούν τα αποτελέσματά τους.	
ΑρΔ7	<i>Καινούργιες στολές</i> Οι μαθητές καλούνται να φτιάξουν καινούργιες στολές για τους φρουρούς του βασιλιά. Η στολή του πρώτου φρουρού πρέπει να έχει το $\frac{1}{2}$ κόκκινο και το $\frac{1}{2}$ μπλε. Η στολή του δεύτερου φρουρού πρέπει να έχει το $\frac{1}{3}$ κόκκινο, το $\frac{1}{3}$ μπλε και το $\frac{1}{3}$ πράσινο. Η στολή του τρίτου φρουρού πρέπει να έχει το $\frac{1}{4}$ κόκκινο, το $\frac{1}{4}$ μπλε, το $\frac{1}{4}$ πράσινο και το $\frac{1}{4}$ κίτρινο. Η στολή του τέταρτου φρουρού πρέπει να έχει το $\frac{1}{8}$ κόκκινο, το $\frac{1}{8}$ μπλε, το $\frac{1}{8}$ πράσινο, το $\frac{1}{8}$ κίτρινο, το $\frac{1}{8}$ καφέ, το $\frac{1}{8}$ μαύρο, το $\frac{1}{8}$ πορτοκαλί και το $\frac{1}{8}$ μωβ.  Στη συνέχεια, οι μαθητές καλούνται να φτιάξουν μια διαφορετική σειρά από στολές για τους φρουρούς.	Αρ14, Αρ16
ΑρΔ8	<i>Μετρώντας παράθυρα</i> Για ορισμένα αντικείμενα, η μέτρηση στο πλησιέστερο εκατοστό είναι αρκετά ακριβής. Αλλά αν χρειάζεται ένα καινούργιο τζάμι για το παράθυρο, τα 42 εκατοστά δεναποτελούν μια αρκετά ακριβή μέτρηση. Για πιο ακριβείς μετρήσεις, κάθε εκατοστό (εκ) έχει χωριστεί σε δέκα χιλιοστά (χιλ). Οι μαθητές μετρούν το μικρό παράθυρο της τάξης τους, το οποίο έχει πλάτος, για παράδειγμα, 41 εκ και 8 χιλ. Αυτό γράφεται 41,8. Το τζάμι για το παράθυρο της τάξης θα πρέπει να είναι λίγο μικρότερο από 41,8 εκ, έτσι ώστε να τοποθετείται ευκολότερα. Οι μαθητές κάνουν εκτιμήσεις για το πάχος που θα πρέπει να έχει το γυαλί. Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι 2 χιλιοστά από κάθε πλευρά θα ήταν αρκετά. Στη συνέχεια, οι μαθητές υπολογίζουν τις διαστάσεις των τζαμιών που	Αρ18

	θα πρέπει να παραγγείλουν για να ταιριάζουν σε παράθυρα με δεδομένες διαστάσεις (π.χ. 41,8 μήκος και 34,4 πλάτος).	
ΑΔ1	Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να συμπληρώσουν τους αριθμούς σε ένα τρίγωνο Pascal: $ \begin{array}{cccc} & & & 1 \\ & & 1 & 1 \\ & 1 & 2 & 1 \dots \end{array} $ στο οποίο είναι συμπληρωμένες οι πρώτες 3 γραμμές.	A1, A2
ΑΔ2	<i>Ψάχνοντας για κανονικότητες</i> Οι μαθητές παρατηρούν προσεκτικά τις ακολουθίες των παρακάτω αριθμών. Σε κάθε περίπτωση, γράφουν τους επόμενους τρεις αριθμούς. Για κάθε ακολουθία αριθμών γράφουν μια πρόταση που να εξηγεί τι συμβαίνει.  Οι μαθητές φτιάχνουν μερικές ακολουθίες αριθμών για να τις διερευνήσουν άλλοι μαθητές. 	A1, A2, A3, A4
ΓΔ1	Ο εκπαιδευτικός βοηθά τους μαθητές να εντοπίσουν κατόψεις οικείων περιοχών, για παράδειγμα του σχολείου τους, του κοντινού πάρκου, ενός αρχαιολογικού χώρου, χρησιμοποιώντας και το διαδίκτυο. Στη συνέχεια τοποθετώντας πάνω σε αυτές διαφανείς τετραγωνισμένους καμβάδες, εντοπίζουν σημεία αναφοράς χρησιμοποιώντας εκφράσεις όπως «Το δέντρο της αυλής του σχολείου βρίσκεται στην 3^η γραμμή και την 4^η στήλη».	Γ1, Γ2
ΓΔ2	Ο εκπαιδευτικός μοιράζει στους μαθητές Γεωπίνακες και ζητά να κατασκευάσουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα με λαστιχάκια. Στη συνέχεια τους μοιράζει διάστικτους καμβάδες και τους ζητά να μεταφέρουν σε αυτούς τα σχήματα που έφτιαξαν. Οι μαθητές παρουσιάζουν τη δουλειά τους αναρτώντας τους καμβάδες στον πίνακα. Τέλος, οι μαθητές συζητούν για διαφορετικούς τρόπους ταξινόμησης των σχημάτων βάσει χαρακτηριστικών (π.χ. είδος, αριθμός, ή μήκος πλευρών). Εναλλακτικά, ο εκπαιδευτικός μπορεί να οργανώσει τη δραστηριότητα σε ψηφιακό περιβάλλον (σύνδεσμος http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_281_g_2_t_4.html?open=activities&from=cate_gory_g_2_t_4.html)	Γ3, Γ4, Γ8

		
ΓΔ3	Ο εκπαιδευτικός μοιράζει στους μαθητές συλλογές από Polydron και ζητά από τους μαθητές να κατασκευάσουν βασικά γεωμετρικά στερεά, όπως παραλληλεπίπεδα και πυραμίδες. Οι μαθητές επιλέγουν τον απαραίτητο αριθμό κατάλληλων όψεων, κατασκευάζουν τα στερεά και συζητούν για τα χαρακτηριστικά τους (κορυφές, ακμές, έδρες). Στη συνέχεια, ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να ξεδιπλώσουν τον κύβο επιστρέφοντας και πάλι στο ανάπτυγμά του. Παρατηρώντας τα αναπτύγματα σχολιάζουν τα διαφορετικά, χωρίς απαραίτητα να εντοπίσουν όλα τα αναπτύγματα. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ακολουθήσει την ίδια πορεία και για τα άλλα στερεά.	Γ4, Γ11
ΓΔ4	Ο εκπαιδευτικός μοιράζει στους μαθητές τις συλλογές Πεντόμινο, σπάγκους, καθρέπτες Mira και τετραγωνισμένους καμβάδες, κατά προτίμηση συμβατές ως προς τις διαστάσεις με τα κομμάτια Πεντόμινο. Στη συνέχεια ζητά από τους μαθητές να εντοπίσουν εκείνα τα κομμάτια που έχουν άξονα συμμετρίας, να τα μεταφέρουν στον καμβά και να σχεδιάσουν ένα τουλάχιστον άξονα συμμετρίας.	Γ13
ΓΔ5	Ο εκπαιδευτικός δίνει στους μαθητές απλά κτίρια κατασκευασμένα από ίσους κύβους σε φυσική μορφή. Οι μαθητές εκτιμούν και στη συνέχεια υπολογίζουν τον αριθμό των κύβων που απαρτίζουν το κτίριο. Προεκτείνοντας τη δραστηριότητα, ο εκπαιδευτικός μπορεί να δώσει στους μαθητές τα κτίρια σε δισδιάστατη αναπαράσταση σε τετραγωνισμένο καμβά.	Γ17
ΜΔ1	Οι μαθητές συγκρίνουν την επιφάνεια σχημάτων από χαρτί. Κόβουν κάποιο σχήμα με ψαλίδι (ανάλυση) και επιθέτουν τα κομμάτια πάνω σε κάποιο άλλο σχήμα (σύνθεση) και συγκρίνουν τις επιφάνειες. Οι μαθητές επίσης, δημιουργήσουν διάφορα σχέδια με όλα τα κομμάτια του Τάνγκραμ ή με τον ίδιο αριθμό κομματιών Πεντόμινο. Διαπιστώνουν με αυτόν τον τρόπο ότι διαφορετικά σχέδια μπορεί να έχουν το ίδιο εμβαδόν αν έχουν κατασκευαστεί από τα ίδια μέρη (διατήρηση του εμβαδού).	Μ7
ΜΔ2	Οι μαθητές δημιουργούν ορθογώνιες κατασκευές από κύβους και μετρούν το πλήθος των κύβων με όλο και πιο συστηματικό τρόπο. Στόχος είναι να χρησιμοποιούν το πλήθος των κύβων της βάσης ως σύνθετη μονάδα την οποία επαναλαμβάνουν για να μετρούν το πλήθος των κύβων της κατασκευής. Το πλαίσιο που επενδύει τη δραστηριότητα θα μπορούσε να είναι η μέτρηση των διαμερισμάτων (κύβοι) μιας πολυκατοικίας (ορθογώνια κατασκευή). Σε αυτό το πλαίσιο κάθε όροφος αναπαριστά τη σύνθετη μονάδα, την οποία επαναλαμβάνουν για να υπολογίσουν το συνολικό αριθμό των κύβων. Η ίδια δραστηριότητα μπορεί να πραγματοποιηθεί και σε ψηφιακό περιβάλλον, ακολουθώντας τον σύνδεσμο http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=6 .	Μ11

		
ΣΔ1	Οι μαθητές διεξάγουν μια έρευνα σχετική με το γάλα και το γιαούρτι που έχουν στο σπίτι τους. Συζητούν τι δεδομένα θα καταγράψουν και πώς θα τα καταγράψουν. Για παράδειγμα, για το γάλα, μπορεί ο κάθε μαθητής, ξεχωριστά, να καταγράψει σε ένα καρτελάκι το υλικό της συσκευασίας, τη μορφή της, το μέγεθος της, το είδος του γάλατος κλπ. Συγκεντρώνουν όλα τα δεδομένα και συζητούν για τρόπους με τους οποίους μπορούν να τα οργανώσουν. Ανά ομάδες θέτουν ένα ερώτημα και με βάση αυτό οργανώνουν και αναπαριστούν, με ποικίλους τρόπους τα δεδομένα. Η κάθε ομάδα κοινοποιεί και παρουσιάζει στην τάξη τα αποτελέσματα της έρευνας της. Με βάση τα ευρήματα συζητούν για άλλα θέματα (π.χ. ανακύκλωση).	Σ1, Σ2, Σ3, Σ4
ΣΔ2	Μια μαθήτρια έχει συλλέξει δεδομένα για τον αριθμό βιβλίων που διάβασαν το καλοκαίρι οι μαθητές της Γ' τάξης και έχει φτιάξει το παρακάτω διάγραμμα:  Συζητούν: Από πόσα μέχρι πόσα βιβλία έχουν διαβάσει οι μαθητές; Πόσα βιβλία έχουν διαβάσει οι περισσότεροι μαθητές; Πόσοι μαθητές έχουν διαβάσει δύο βιβλία; Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός βιβλίων που έχουν διαβάσει κάποιοι μαθητές. Μπορείτε να βρείτε κάποια άλλη πληροφορία από το παραπάνω διάγραμμα; π.χ. πόσοι δεν απάντησαν στο ερώτημα (αν η έρευνα έχει γίνει με τους μαθητές της τάξης).	Σ5, Σ6
ΠΔ1	Οι μαθητές σε ομάδες πειραματίζονται με ένα ζάρι 3 χρωμάτων (π.χ. 1 κόκκινη έδρα, 2 μπλε, 3 πράσινες). Αρχικά, προβλέπουν ποιο χρώμα θα εμφανιστεί πιο συχνά ή πιο σπάνια αν ρίξουν το ζάρι πολλές φορές και η κάθε ομάδα καταγράφει τις προβλέψεις της. Το πείραμα πραγματοποιείται σε δύο φάσεις. Αρχικά, η κάθε ομάδα ρίχνει το ζάρι μέχρι να εμφανιστούν όλα τα χρώματα και καταγράφει τα αποτελέσματα. Στη συνέχεια η κάθε ομάδα επαναλαμβάνει 10-15 φορές την ίδια διαδικασία. Συζητούν τα ακόλουθα: α) Ποιο χρώμα εμφανίζεται συνήθως τελευταίο σε κάθε γύρο; Προσπαθούν να βρουν εξήγηση, γιατί τις περισσότερες φορές έρχεται το κόκκινο χρώμα τελευταίο. β) Η κάθε ομάδα αθροίζει τα επιμέρους αποτελέσματα των γύρων και τα συγκρίνει με τις προβλέψεις της. γ) Συζητούν τα συνολικά αποτελέσματα όλων των ομάδων και τα συγκρίνουν με τις προβλέψεις τους.	Π1, Σ2
ΠΔ2	Οι μαθητές είναι χωρισμένοι σε ομάδες. Υπάρχουν δύο αδιαφανείς σακούλες με τις	Π1, Σ2

	εξωτερικές ενδείξεις Α και Β. Οι μαθητές γνωρίζουν ότι: α) κάθε σακούλα περιέχει κύβους με 2 χρώματα: άσπρο και κόκκινο, β) κάθε σακούλα έχει συνολικά 10 κύβους, γ) σε μία από τις σακούλες υπάρχουν 5 άσπροι και 5 κόκκινοι κύβοι και στην άλλη υπάρχουν 2 άσπροι και 8 κόκκινοι κύβοι, αλλά δεν είναι γνωστό το ακριβές περιεχόμενο της σακούλας Α και της Β. Κάθε ομάδα τραβάει 10 κύβους από κάθε σακούλα (με επανατοποθέτηση), ενώ ταυτόχρονα όλη η υπόλοιπη τάξη παρακολουθεί και καταγράφει τα αποτελέσματα. Με βάση τα αποτελέσματα που κατέγραψαν, η κάθε ομάδα προβλέπει ποια είναι η σακούλα που έχει 5 άσπρους και 5 κόκκινους κύβους και επιχειρηματολογεί σχετικά. Στο τέλος ανοίγουν τις σακούλες και συζητούν για τα αποτελέσματα και τις προβλέψεις τους.	
--	--	--

Δ' Δημοτικού

Θεματική ενότητα: Αριθμοί

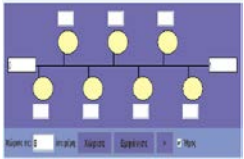
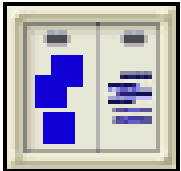
Ενδεικτικές Διδακτικές ώρες: 74 (65 + 9)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Αρ1. Απαγγέλλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς. Αρ2. Αναγνωρίζουν αριθμούς σε μια ποικιλία από πλαίσια και σχηματισμούς. Αρ3. Καταμετρούν αντικείμενα και εξελίσσουν στρατηγικές μέτρησης. Αρ4. Αριθμούν και καταμετρούν αντικείμενα (σε ομάδες). Αρ5. Συγκρίνουν και διατάσσουν αριθμούς και βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού στην αριθμογραμμή. Αρ6. Αναλύουν και συνθέτουν αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους Αρ7. Διερευνούν τη σχέση των φυσικών αριθμών με τους κλασματικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς. Αρ8. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του. Αρ9. Εκτιμούν με διαφορετικούς τρόπους την πληθικότητα ενός συνόλου. Αρ10. Αναγνωρίζουν και αναπαριστούν με διαφορετικούς τρόπους	Φυσικοί αριθμοί (μέχρι 1.000.000) • αριθμητικά σύμβολα • άμεση αναγνώριση • καταμέτρηση ποσοτήτων και αρίθμηση • διάταξη αριθμών • σχέσεις αριθμών • θεσιακή αξία ψηφίων • εκτιμήσεις • πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών • πολλαπλασιασμός και διαίρεση φυσικών αριθμών • Φυσικοί αριθμοί – Διαιρετότητα (44 ώρες)	Η σχέση μεταξύ φυσικών, δεκαδικών και κλασματικών αριθμών συμβάλλει στην αίσθηση του αριθμού, βοηθά τους μαθητές να οικοδομήσουν σχέσεις, οι οποίες θα αφορούν ειδικά τους υπολογισμούς, ενισχύει τον ευέλικτο τρόπο σκέψης και τις διαισθητικές ιδέες σχετικά με τους αριθμούς. Οι δεξιότητες της εκτίμησης μπορούν να επεκτείνουν αργότερα τις ήδη ανεπτυγμένες νοερές στρατηγικές των μαθητών και την ικανότητά τους να ασχολούνται με καταστάσεις του πραγματικού κόσμου, οι οποίες δεν απαιτούν ακριβείς λύσεις. Οι μαθητές αποκτούν την ικανότητα να διασπούν τους αριθμούς και να τους συνδυάζουν με ευελιξία, η οποία είναι εξαιρετικής σπουδαιότητας για πολυψήφιους αριθμούς. Η ικανότητα	Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 24 «Εκδρομή στα Καλάβρυτα».

καταστάσεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και (τέλειας και ατελούς) διαίρεσης. <i>Αρ11.</i> Διερευνούν και εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών προσθέσεων κι αφαιρέσεων τετραψήφιων αριθμών. <i>Αρ12.</i> Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν αλγόριθμους της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού με τετραψήφιους αριθμούς, καθώς και της διαίρεσης με μονοψήφιο και διψήφιο διαιρέτη, χρησιμοποιώντας ποικιλία στρατηγικών, μέσων και αναπαραστάσεων. <i>Αρ13.</i> Χρησιμοποιούν σε πράξεις και προβλήματα το ένα ως το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού, το μηδέν ως το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού, την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού, την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση. <i>Αρ14.</i> Αναπτύσσουν στρατηγικές στην επίλυση και κατασκευή προβλημάτων και χρησιμοποιούν μοντέλα και αναπαραστάσεις για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν σε		αυτή είναι απαραίτητο να καλλιεργηθεί για να βελτιωθούν οι μαθητές στη χρήση των αυτοσχέδιων στρατηγικών και στους αλγόριθμους για τους φυσικούς αριθμούς. <i>(ενδεικτικές δραστηριότητες ΑρΔ1, ΑρΔ2)</i>	
--	--	---	--

άλλους. <i>Αρ15.</i> Αναγνωρίζουν τον αλγόριθμο της Ευκλείδειας διαίρεσης δύο φυσικών αριθμών με μονοψήφιο και διψήφιο διαιρέτη και με τη βοήθειά του κάνουν τη δοκιμή της διαίρεσης. <i>Αρ16.</i> Αναλύουν ένα φυσικό αριθμό σε γινόμενα. <i>Αρ17.</i> Ανακαλύπτουν, διατυπώνουν και εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας των αριθμών 2, 3, 5 και 9.			
<i>Αρ18.</i> Εισάγονται στην έννοια του κλάσματος ως αριθμού (ως έκφραση σχέσης μεταξύ ποσοτήτων, ανεξαρτήτως αριθμητικών τιμών, π.χ. κοινός τελεστής). <i>Αρ19.</i> Συγκρίνουν κλάσματα με διάφορους τρόπους (λεκτικά και συμβολικά). <i>Αρ20.</i> Προσθέτουν και αφαιρούν ομώνυμα και μικρά ετερώνυμα κλάσματα.	Κλασματικοί αριθμοί (5 ώρες)	Ενδείκνυται η χρήση ποικίλων μοντέλων ώστε να αναπτυχθούν επαρκώς οι κλασματικές έννοιες (π.χ. περιοχής ή εμβαδού, μήκους και συνόλου). Η αριθμητική αντίληψη για το κλάσμα απαιτεί κάποια διαισθητική κατανόησή του. Ο μαθητής χρειάζεται να γνωρίζει περίπου πόσο μεγάλο είναι ένα συγκεκριμένο κλάσμα και να μπορεί να πει με ευκολία ποιο είναι μεγαλύτερο μεταξύ δύο κλασμάτων. Αν οι μαθητές διδάχτουν τους κανόνες πριν δοθεί η ευκαιρία να αναρωτηθούν για το σχετικό μέγεθος των κλασμάτων, έχουν ελάχιστες πιθανότητες να εξοικειωθούν ή να αποκτήσουν αριθμητική αντίληψη για το μέγεθος των	

		κλασμάτων. Είναι απαραίτητη η σύγκριση κλασμάτων με εννοιολογικό τρόπο (πρότυπα εννοιολογικής σκέψης για τη σύγκριση: περισσότερα μέρη του ίδιου μεγέθους, ίδιος αριθμός μερών αλλά διαφορετικά μεγέθη, περισσότερο και λιγότερο από το μισό ή το ένα, πιο κοντά στο μισό ή στο όλο) Είναι αναγκαία η ανάπτυξη στρατηγικών πρόσθεσης και αφαίρεσης με ποικίλες μεθόδους. Η διδασκαλία των μεθόδων υπολογισμού περιορίζει τον πολύτιμο χρόνο για την εννοιολογική ανάπτυξη θεμελιωδών ιδεών. Είναι απαραίτητο να ενθαρρύνεται ο άτυπος πειραματισμός καταρχήν και, στη συνέχεια, ο μαθητής να εμπλέκεται σε μια καθοδηγούμενη πορεία εξέλιξης για κάθε παραδοσιακό αλγόριθμο, η οποία θα δομείται πάνω στους ανεπίσημους πειραματισμούς του. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑρΔ3)	
Αρ21. Αναγνωρίζουν δεκαδικούς αριθμούς (μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία) σε μια ποικιλία από καθημερινά πλαίσια και εισάγονται στη γραφή και στην ορολογία τους. Αρ22. Αναγνωρίζουν ως ειδική	Δεκαδικοί αριθμοί (13 ώρες)	Είναι σημαντική η σύνδεση των δύο αριθμητικών συστημάτων, των κλασμάτων και των δεκαδικών, με στόχο τη δόμηση της έννοιας «ότι και τα δύο	Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ.66, «Παραγγελία αναλώσιμων ειδών». Ψηφιακό περιβάλλον για την τοποθέτηση αριθμών στην

περίπτωση τα δεκαδικά κλάσματα (με παρονομαστή το 10 και το 100) και τα μετατρέπουν σε δεκαδική μορφή. Αρ23. Συγκρίνουν και διατάσσουν δεκαδικούς αριθμούς. Αρ24. Τοποθετούν/ παρεμβάλλουν στην αριθμογραμμή ένα σύνολο αριθμών ή μετρήσεων που περιλαμβάνουν δεκαδικούς αριθμούς. Αρ25. Προσθέτουν και αφαιρούν αριθμούς που περιλαμβάνουν και δεκαδικούς. Χρησιμοποιούν προσεγγιστικές και άλλες στρατηγικές για να ελέγξουν αν οι απαντήσεις τους είναι λογικές. Αρ26. Εκτελούν σύντομους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις δεκαδικών αριθμών με μονοψήφιο ακέραιο και χρησιμοποιούν προσεγγιστικές και άλλες στρατηγικές, για να ελέγξουν τη λογικότητα των απαντήσεών τους. Αρ27. Χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για υπολογισμούς με πολλά δεκαδικά ψηφία.		<i>συστήματα εκφράζουν τις ίδιες ιδέες». Ακόμη, είναι χρήσιμη η σύνδεση των δεκαδικών με κλάσματα, για να εξοικειωθούν οι μαθητές με τη σύγκριση και την ταξινόμηση δεκαδικών και την προσέγγιση δεκαδικών αριθμών μέσω γνωστών αριθμών.</i> Ο διάλογος στην τάξη για τη σχετικότητα του μεγέθους των δεκαδικών αριθμών μπορεί να συμβάλλει στην εννοιολογική κατανόηση της δομής των δεκαδικών αριθμών. Οι πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς θα πρέπει να αναπτυχθούν ως επέκταση της κατανόησης των υπολογισμών με φυσικούς αριθμούς. Οι εκτιμήσεις μπορούν και πρέπει να παίζουν σημαντικό ρόλο σε αυτή τη διαδικασία ανάπτυξης και να αποφεύγονται μηχανικοί κανόνες του τύπου «στοιχίζουμε τις υποδιαστολές τη μία κάτω από την άλλη», «μετράμε τις θέσεις των δεκαδικών ψηφίων» κ.λπ. Αποτελούν μια καλή αφετηρία για τους υπολογισμούς με δεκαδικούς. Βοηθούν τους μαθητές να αντιμετωπίζουν	αριθμογραμμή http://pi-schools.gr  Ψηφιακό περιβάλλον για την πρόσθεση δεκαδικών αριθμών http://nlvm.usu.edu/en/nav/grade_g_3.html 
---	--	--	---

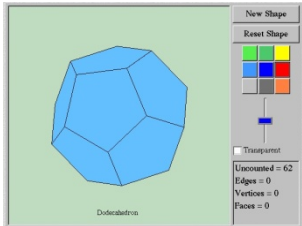
		σφαιρικά τις απαντήσεις, μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως επαλήθευση των πράξεων που γίνονται στο χαρτί και προσφέρουν μια δυνατότητα συζήτησης για την τοποθέτηση της υποδιαστολής στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση. Οι εκτιμήσεις, επιπλέον, είναι απαραίτητο να διαδραματίσουν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη ενός αλγόριθμου για τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση. Ορισμένες φορές υπάρχει ανάγκη για ένα ακριβές αποτέλεσμα και κατά συνέπεια για κάποιους υπολογισμούς. Τα αποτελέσματα στην αριθμομηχανή προσφέρουν ευκαιρία για συζήτηση στην τάξη και συνδέονται με την πρόσκτηση αριθμητικών ιδεών για τους δεκαδικούς αριθμούς. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑρΔ4, ΑρΔ5, ΑρΔ6)	
Αρ28. Αντιλαμβάνονται διαισθητικά τους ακέραιους αριθμούς μέσα από καθημερινές καταστάσεις (αισθητοποίηση). Αρ29. Διερευνούν διαισθητικά απλές προσθέσεις με θετικούς και αρνητικούς	Ακέραιοι αριθμοί (3 ώρες)	Οι μαθητές σχεδόν καθημερινά αλληλεπιδρούν με αρνητικούς αριθμούς ή βιώνουν καταστάσεις, οι οποίες στηρίζονται σε αρνητικούς αριθμούς. Στην πραγματικότητα, κάθε έννοια που	

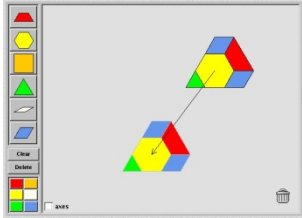
ακέραιους αριθμούς.		προσδιορίζεται ποσοτικά και έχει μια κατεύθυνση διακρίνεται από μια θετική και μια αρνητική τιμή. Οι αρνητικές τιμές γενικά εισάγονται κυρίως με τους ακραίους και λιγότερο με τους δεκαδικούς αριθμούς και τα κλάσματα. Είναι χρήσιμο να δοθούν ως παραδείγματα πραγματικά μοντέλα, τα οποία θα συζητηθούν στην τάξη ώστε οι μαθητές να μην περάσουν απευθείας στον υπολογισμό με αριθμούς που έχουν πρόσημα.	
A1. Αναγνωρίζουν, διερευνούν, περιγράφουν και συμπληρώνουν γεωμετρικές, αριθμητικές και αναδρομικές κανονικότητες. A2. Αναπαριστούν μια κανονικότητα με διαφορετικά μέσα (λεκτικά, αριθμητικά, εικονικά). A3. Συγκρίνουν κανονικότητες μεταξύ τους. A4. Βρίσκουν κάποιον "απομακρυσμένο" όρο μιας κανονικότητας.	Κανονικότητες/ συναρτήσεις (3 ώρες)	(ενδεικτική δραστηριότητα AΔ1)	Βιβλίο μαθητή σελίδα 136 εργασία α και β. Χειραπτικό υλικό, κ.λπ.
A5. Χρησιμοποιούν σύμβολα (ως αγνώστους και ως μεταβλητές) και τα αντικαθιστούν με	Άλγεβρικές παραστάσεις (3 ώρες)	Τα στοιχεία και οι κανόνες της άλγεβρας αποτελούν αφαιρέσεις των αντίστοιχων της αριθμητικής, δηλαδή	

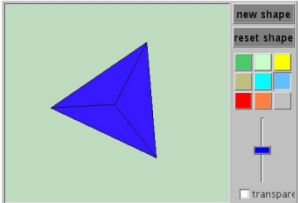
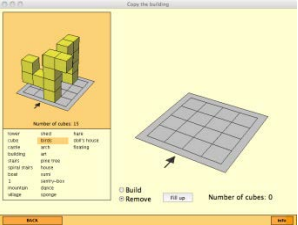
αριθμούς σε σύνθετες ανοιχτές αριθμητικές προτάσεις (π.χ. $\Delta + \square = 8$). A6. Εκφράζουν συμβολικά ένα απλό πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση. A7. Διερευνούν τον αλγεβρικό χαρακτήρα των ιδιοτήτων των πράξεων (αντιμεταθετική, προσεταιριστική και επιμεριστική) και τη γενίκευση της ισχύος τους. A8. Υπολογίζουν την τιμή μιας απλής αριθμητικής παράστασης, με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (χωρίς παρενθέσεις).		αποτελούν αφαιρέσεις αφαιρέσεων και, επομένως, η κατανόησή τους αποτελεί μια ιδιαίτερα απαιτητική διαδικασία. Οι σχετικές έρευνες υποδεικνύουν ότι πολλά παιδιά τείνουν να μεταφέρουν τους κανόνες της αριθμητικής στο αλγεβρικό πεδίο χωρίς καμία προσαρμογή, κυρίως εξαιτίας της έμφασης που δίνεται κατά τη διδασκαλία των αλγεβρικών ιδεών στην αντίληψη ότι “τα γράμματα είναι όπως οι αριθμοί”. Χρειάζεται, λοιπόν, ιδιαίτερη προσοχή στη διαχείριση αυτού του ζητήματος. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑΔ2)	
A9. Συνδέουν ανισοτικές σχέσεις μεταξύ φυσικών και δεκαδικών αριθμών (με ένα δεκαδικό ψηφίο) με τη θέση τους στην αριθμογραμμή. A10. Συμπληρώνουν ανισότητες με κατάλληλους αριθμούς (π.χ. $8+3 < \square + 7$ ή $6 + \square > 10 - 1$). A11. Προσδιορίζουν τον αριθμό που πρέπει να πολλαπλασιαστεί με έναν άλλο για να προκύψει ένας τρίτος αριθμός (π.χ. $7 \bullet \square = 21$)	Ισότητες-ανισότητες (3 ώρες)		

Θεματική ενότητα: Χώρος και Γεωμετρία – Μέτρηση

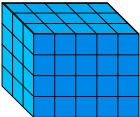
Ενδεικτικές Διδακτικές ώρες: 35 (20 + 15)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Γ1. Ερμηνεύουν και χρησιμοποιούν βασικούς χάρτες με απλές κλίμακες και υπομνήματα. Δίνουν θέσεις και διευθύνσεις μεταξύ συγκεκριμένων σημείων του χάρτη. Γ2. Χρησιμοποιούν αλφαριθμητικές συντεταγμένες (π.χ. Α5, Β1) σε τετραγωνισμένα πλαίσια και στην ερμηνεία και χρήση βασικών χαρτών.	Έννοιες του χώρου - διευθύνσεις, θέσεις και διαδρομές - ανάγνωση και δημιουργία χαρτών - δόμηση του χώρου και συντεταγμένες (5 ώρες)	Σε αυτή την τάξη ο εκπαιδευτικός εστιάζει στη χρήση απλών κλιμάκων και αλφαριθμητικών συντεταγμένων για την περιγραφή τοποθεσιών και διαδρομών σε βασικούς χάρτες. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ1)	Απλοί χάρτες (google maps), σκακιέρα, παιχνίδι Ναυμαχία, κ.λπ.
Γ3. Διευρύνουν την αναγνώριση και κατάταξη επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών, με βάση (γεωμετρικές) ιδιότητες και σχέσεις. Γ4. Αναγνωρίζουν σημεία, ευθείες, ημιευθείες, ευθύγραμμα τμήματα, τεμνόμενες, παράλληλες και κάθετες ευθείες. Γ5. Αναγνωρίζουν και διερευνούν χαρακτηριστικά επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και βασικών στερεών, με βάση (γεωμετρικές) ιδιότητες και σχέσεις. Γ6. Σχεδιάζουν γωνίες ίσες, μικρότερες και μεγαλύτερες από μία ορθή. Γ7. Γενικεύουν αναφορικά με τα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα ως όψεις στερεών και τα συνδέει να τα αναπτύγματα τους.	Γεωμετρικά Σχήματα - αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε - στοιχεία και ιδιότητες - κατασκευές και σχεδιασμός γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - σύνδεση μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε άλλα σχήματα ή μέρη (12 ώρες)	Η διεύρυνση της αναγνώρισης και κατάταξης επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών είναι συνώνυμη με την ανάπτυξη κλάσεων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών (π.χ. κλάση τετραπλεύρων). (ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ2, ΓΔ3)	Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, Βιβλίο του μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 70-71, σελ. 80, σελ. 131 και σελ. 132-133. Alfa shapes, γεωπίνακες (και ισομετρικοί), Polydron, Τάνγκραμ, Πεντόμινο, φυσικά υλικά, σχήματα, εικόνες, Polydron, διάφοροι καμβάδες. Ψηφιακό περιβάλλον: Πλατωνικά στερεά. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_128_g_2_t_3.html?open=instructions&from=category_g_2_t_3.html 

Γ8. Κατασκευάζουν στερεά από αναπτύγματα (με Polydron ή χαρτόνι και σε ψηφιακά περιβάλλοντα) και σχεδιάζει αναπτύγματα. Γ9. Κατασκευάζουν γεωμετρικά στερεά από ίσα σχήματα (Πλατωνικά στερεά). Γ10. Αναλύουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε 2 ή περισσότερα μέρη.			
Γ11. Περιγράφουν ένα μετασχηματισμό χρησιμοποιώντας σημεία αναφοράς ή διευθύνσεις. Γ12. Εντοπίζουν ίσα επίπεδα σχήματα χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς σε φυσικό και ψηφιακό περιβάλλον. Γ13. Εξασκούνται στο σχεδιασμό σχημάτων που έχουν άξονες συμμετρίας σε ποικιλία καμβάδων. Γ14. Αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας. Γ15. Συνδέουν τους μετασχηματισμούς με τη δημιουργία απλών ψηφιδωτών.	Μετασχηματισμοί • μετατόπιση, στροφή και ανάκλαση • αξονική Συμμετρία • κεντρική Συμμετρία • επικαλύψεις επιφανειών και κανονικότητες (3 ώρες)	Τα ψηφιδωτά, εκτός από πεδίο εφαρμογής των μετασχηματισμών, μπορούν να δώσουν στον εκπαιδευτικό ευκαιρίες για διαθεματικές και διαπολιτισμικές προσεγγίσεις (π.χ. ιστορία, τέχνη, λαϊκός πολιτισμός, άλλοι πολιτισμοί). (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ4)	Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 84-85. Ψηφιδωτά από την ελληνική ιστορία και παράδοση αλλά και από άλλους πολιτισμούς, τετραγωνικοί καμβάδες, Τάνγκραμ, διάφορες ψηφίδες (π.χ. pattern blocks, pentablocks), καθρεπτάκι Mira, γεωπίνακες, αντικείμενα των παιδιών κ.λπ. Ψηφιακό περιβάλλον: Ισότητα σχημάτων. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_301_g_2_t_3.html?open=activities&from=category_g_2_t_3.html 
Γ16. Κατασκευάζουν τρισδιάστατα σχήματα (κτίρια) με αλληλοσυνδεόμενους κύβους από δοσμένες	Οπτικοποίηση • αναγνώριση και αναπαράσταση διαφορετικών οπτικών	(ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ5)	Εικόνες, σχέδια, αλληλοσυνδεόμενοι κύβοι (connecting cubes).

εικόνες ή σχέδια, σε φυσικό και ψηφιακό περιβάλλον. Γ17. Αναγνωρίζουν βασικά τρισδιάστατα στερεά (ορθογώνια πρίσματα και κυλίνδρους) από διαφορετικές οπτικές γωνίες.	γωνιών αντικειμένων και καταστάσεων δημιουργία οπτικοποιήσεων για τη διαχείριση σχημάτων, διευθύνσεων και θέσεων (2 ώρες)		Ψηφιακό περιβάλλον: Στερεά υπό γωνία. (http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=70)  Χτίζοντας σπίτια. http://www.fi.uu.nl/toe-passingen/00339/toepassing_wisweb.en.html 
M1. Μετρούν και συγκρίνουν γωνίες χρησιμοποιώντας μη τυπικές μονάδες μέτρησης.	Μέτρηση γωνίας - Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις. - Μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες. (3 ώρες)	Η εξοικείωση με μη τυπικές μονάδες μέτρησης γωνίας βοηθά στην ανάπτυξη των εννοιών της μονάδας μέτρησης, της ίσης διαμέρισης της μονάδας και της επανάληψης των μονάδων, που είναι απαραίτητες για την ανάπτυξη της έννοιας της μέτρησης γωνίας. Η μέτρηση γωνιών με μη τυπικές μονάδες θα βοηθήσει τους μαθητές να εξοικειωθούν με τη μέτρηση και σύγκριση γωνιών με διαφορετικά μήκη πλευρών και προσανατολισμούς και θα τους προετοιμάσει για τη χρήση του τυπικού μοιρογνωμονίου. (ενδεικτική δραστηριότητα ΜΔ1)	

M2. Μετρούν και συγκρίνουν την περίμετρο πολυγωνικών σχημάτων και επιλύουν σχετικά προβλήματα (όπως κατασκευή σχημάτων με δεδομένη περίμετρο). M3. Επιλύουν προβλήματα μέτρησης μήκους με τη χρήση οργάνων μέτρησης. M4. Πραγματοποιούν απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους. M5. Συγκρίνουν και μεταφέρουν ευθύγραμμα τμήματα χρησιμοποιώντας διαβήτη. M6. Πραγματοποιούν εκτιμήσεις περιμέτρων σε διάφορα πλαίσια.	Μέτρηση μήκους • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες • χρήση οργάνων μέτρησης • εκτίμηση (4 ώρες)	Μετρούν μήκη και περιμέτρους με τυπικές μονάδες μέτρησης (π.χ. χιλιόμετρα, μέτρα, δεκατόμετρα, εκατοστά, χιλιοστά). Η χρήση του διαβήτη για σύγκριση και μεταφορά ευθύγραμμων τμημάτων μπορεί να γίνει με μια δραστηριότητα κατασκευής κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (μετρούν την ακτίνα με το διαβήτη και τη μεταφέρουν ως χορδή του κύκλου). (ενδεικτική δραστηριότητα MΔ2)	Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 45, Εργασίες: 1-4. Τα Μαθηματικά μου, Δ' Δημοτικού, α' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 30, Εργασία 2. Τα Μαθηματικά μου, Ε' τάξη Δημοτικού, β' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 108, Εργασία 1.
M7. Δομούν ορθογώνιες επιφάνειες σε γραμμές και στήλες με ισοδιαμέριση των γραμμικών τους διαστάσεων και υπολογίζουν το εμβαδό. M8. Καλύπτουν επιφάνειες και υπολογίζουν εμβαδό χρησιμοποιώντας υποδιαίρεσεις της μονάδας. M9. Εκτιμούν και συγκρίνουν εμβαδό επιφανειών. M10. Διακρίνουν την περίμετρο από το εμβαδό και επιλύουν σχετικά προβλήματα.	Μέτρηση επιφάνειας • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις. • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες. • χρήση οργάνων μέτρησης • εκτίμηση (4 ώρες)	Οι μαθητές δομούν ορθογώνιες επιφάνειες σε γραμμές και στήλες αρχικά με ενδείξεις για την υποδιαίρεση των γραμμικών τους διαστάσεων και στη συνέχεια μετρώντας και διαιρώντας τις πλευρές σε ίσα μέρη. Η δόμηση ορθογώνιων επιφανειών σε γραμμές και στήλες θέτει τη βάση για να αποκτήσουν νόημα οι τύποι υπολογισμού εμβαδού, που εμφανίζονται σε μεγαλύτερες τάξεις. Επίσης, βοηθά στη διάκριση της περιμέτρου από το εμβαδό. Η εισαγωγή στις υποδιαίρεσεις της μονάδας μέτρησης	Μαθηματικά Δ' δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 82, Δραστηριότητες α, β και σελ. 79, Εργασία 2. Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, γ' τεύχος, ΟΕΔΒ, και σελ. 12, Εργασία 2-4, σελ. 15, Εργασίες 4-5, σελ. 18, Εργασία 2 και σελ. 19, Εργασία 4. Τα μαθηματικά μου Δ' τάξη δημοτικού, α' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 34-35, Εργασίες 3-5. Τα Μαθηματικά μου, Δ' τάξη Δημοτικού, β' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 60, Πρόβλημα 7. Μαθηματικά, Βιβλίο του Μαθητή, Επίπεδο Διδασκαλίας Β', Πρόγραμμα Ένταξη

		επιφάνειας μπορεί να γίνει αρχικά σε τετραγωνισμένο χαρτί, στο οποίο μέρος της επιφάνειας αποτελείται από μισά (τρίγωνου ή ορθογώνιου σχήματος) ή τέταρτα (τετράγωνου ή ορθογώνιου σχήματος) του μοναδιαίου τετραγώνου. (ενδεικτική δραστηριότητα ΜΔ2, ΜΔ3)	Τσιγγανοπαίδων στο Σχολείο, σελ. 29-33. http://www.pre.uth.gr/main/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=35&Itemid=52.
M11. Υπολογίζουν και συγκρίνουν το πλήθος των κύβων ορθογώνιων κατασκευών, υπολογίζοντας (μήκος x πλάτος) το πλήθος των κύβων σε μια στρώση και πολλαπλασιάζοντας με τον αριθμό των στρώσεων. M12. Αναλύουν στερεά σε δομικές μονάδες (κύβους) και τα ανασυνθέτουν σε νέα στερεά, διαπιστώνοντας τη διατήρηση του όγκου. M13. Εκτιμούν και συγκρίνουν τον όγκο ορθογώνιων κατασκευών.	Μέτρηση χωρητικότητας-όγκου • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες • εκτίμηση (3 ώρες)	Ο υπολογισμός του όγκου ορθογώνιων κατασκευών επεκτείνεται σε πολλαπλασιαστικές στρατηγικές. Με αυτή την προσέγγιση τίθενται οι βάσεις για να αποκτήσουν νόημα οι τύποι υπολογισμού όγκου σε μεγαλύτερες τάξεις. Π.χ. κατασκευάζουν ορθ. κατασκευή.  Υπολογίζουν το πλήθος των κύβων μιας στρώσης: 3×5 κύβοι = 15 κύβοι. Πολλαπλασιάζουν με τον αριθμό των στρώσεων: 15×4 κύβοι = 60 κύβοι. Για τη διαπίστωση της διατήρησης του όγκου μπορούν να αναδιατάξουν τους κύβους των ορθογώνιων κατασκευών και να	Τα Μαθηματικά μου, Δ' Τάξη Δημοτικού, α' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 37, Εργασία 1.

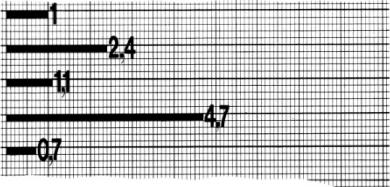
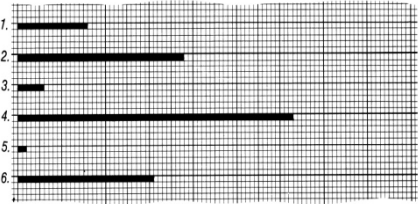
		υπολογίσουν τον αριθμό κύβων της νέας κατασκευής.	
M14. Εκτιμούν, συγκρίνουν και διατάσσουν χρονικά διαστήματα με ακρίβεια λεπτού. M15. Διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ έτους, δεκαετίας και χιλιετίας, και επιλύουν σχετικά προβλήματα.	Μέτρηση χρόνου • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες • χρήση οργάνων μέτρησης • εκτίμηση (3 ώρες)	Οι σχέσεις μεταξύ των μονάδων χρόνου αξιοποιούνται για την παράλληλη ανάπτυξη των συμμιγών αριθμών. Οι σχέσεις μεταξύ έτους, δεκαετίας, αιώνα και χιλιετίας μπορούν να αξιοποιηθούν στην Ιστορία (οριζόντια σύνδεση) με την κατασκευή και μελέτη της ιστορικής γραμμής, την αναπαράσταση γεγονότων με αυτή και τον υπολογισμό χρονικών διαστημάτων.	Μαθηματικά Δ' δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 127, Εργασίες 1 και 2. Μαθηματικά Δ' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, δ' τεύχος, ΟΕΔΒ, σελ. 28-29, εργασίες: 1-7.

Θεματική ενότητα: Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)

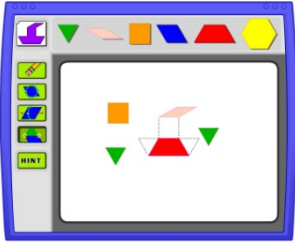
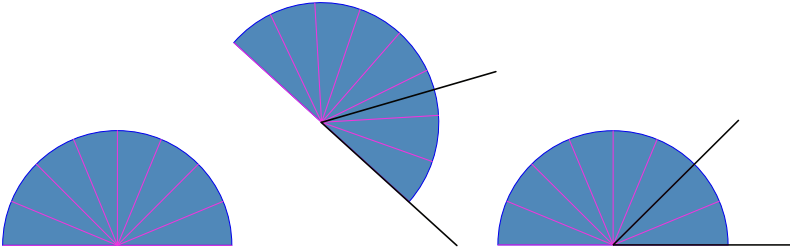
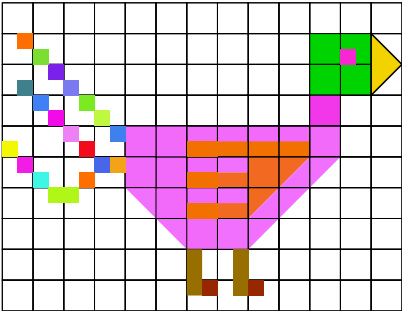
Προτεινόμενες διδακτικές ώρες: 10

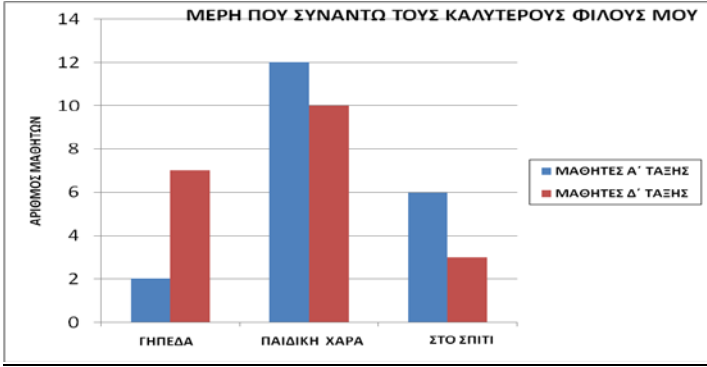
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Σ1. Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα. Σ2. Συλλέγουν δεδομένα μέσω μικρής κλίμακας ερευνών ή πειραμάτων και επεκτείνουν τους τρόπους οργάνωσης τους και σε πίνακες απόλυτων συχνοτήτων. Σ3. Επεκτείνουν τις αναπαραστάσεις των δεδομένων και σε διπλά ραβδογράμματα. Σ4. Κάνουν μετατροπές από μία μορφή	Δεδομένα • συλλογή, οργάνωση, αναπαράσταση και ερμηνεία δεδομένων (5 ώρες)	Οι μαθητές σ' αυτή την τάξη συνεχίζουν να εξερευνούν κατηγορικά ή διακριτά ποσοτικά δεδομένα, εστιάζοντας σε συγκρίσεις ομάδων. (ενδεικτική δραστηριότητα ΣΔ1)	

αναπαράστασης σε άλλη. Σ5. Επιχειρηματολογούν βασιζόμενοι στα δεδομένα.			
Σ6. Προσδιορίζουν χαρακτηριστικές τιμές των δεδομένων (επικρατούσα τιμή) και διερευνούν τα χαρακτηριστικά τους.	Μέτρα θέσης • διάμεσος Μεταβλητότητα (1 ώρα)	Οι μαθητές με την χρήση κατάλληλων υλικών ή μέσων (π.χ. αλληλοσυνδεόμενοι κύβοι, καρτελάκια όπου στο καθένα είναι σημειωμένη μια τιμή κλπ) διατάσσουν τα δεδομένα. Προσδιορίζουν την θέση του «κέντρου» των δεδομένων και την τιμή του (διάμεσος). Το περιγράφουν με εκφράσεις όπως για παράδειγμα: «οι μισοί περίπου μαθητές διαβάζουν 6 βιβλία ή περισσότερα».	
Π1. Καταγράφουν τα χαρακτηριστικά του πειράματος τύχης και προβλέπουν την συχνότητα εμφάνισης ενός ενδεχομένου κατά την επανάληψη ενός πειράματος.	Πείραμα τύχης (3 ώρες)	(ενδεικτική δραστηριότητα ΠΔ1)	
Π2. Εκτιμούν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου σε κλίμακα με από αδύνατο ενδεχόμενο έως βέβαιο ενδεχόμενο με τη μέση της κλίμακας να αντιπροσωπεύει το ίδιο πιθανό να συμβεί όσο το να μην συμβεί (50-50).	Πιθανότητα ενδεχομένου (1 ώρα)		

ΑρΔ4	Γραμμές με δεκαδικούς  Οι μαθητές, αφού έχουν διερευνήσει δεκαδικούς αριθμούς σε χλιοστομετρικό χαρτί, καλούνται να βρουν δεκαδικούς αριθμούς που παρουσιάζονται με γραμμές, όπως παρακάτω. 	Αρ21, Αρ23
ΑρΔ5	Πόσο κοντά μπορείς να φτάσεις; Οι μαθητές βρίσκουν τον ακέραιο αριθμό με τον οποίο μπορούν να πολλαπλασιάσουν τον καθένα από τους παρακάτω αριθμούς για να φτάσουν όσο πιο κοντά γίνεται στο 100. 18 12 29 34 14 Μπορούν να χρησιμοποιήσουν δεκαδικούς αριθμούς για να πλησιάσουν περισσότερο. Πόσο κοντά στο 100 μπορούν να φτάσουν; Μπορούν να χρησιμοποιήσουν αριθμομηχανή τσέπης.	Αρ22, Αρ23, Αρ24, Αρ26
ΑρΔ6	Δεκαδικοί αριθμοί Οι μαθητές έχουν κάρτες με τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς. 0,07 1,03 1,13 0,71 0,24 0,98 Τις κόβουν και τις τοποθετούν σε δύο στοίβες. Μαντεύουν ποια από τις δύο στοίβες έχει το μεγαλύτερο άθροισμα. Ελέγχουν αν είναι σωστό το άθροισμα που έχουν μαντέψει. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν αριθμομηχανή τσέπης. Μπορούν να φτιάξουν δύο στοίβες που να έχουν το ίδιο άθροισμα; Μπορούν να τις φτιάξουν έτσι ώστε να έχουν περίπου το ίδιο άθροισμα; Ανακατεύουν όλες τις κάρτες και τις βάζουν στη σειρά από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο αριθμό. Στη συνέχεια, φτιάχνουν άλλες 4 κάρτες που θα συμπεριληφθούν σε αυτό το πακέτο. Οι αριθμοί που επιλέγουν να γράψουν πάνω στις κάρτες πρέπει να είναι ανάμεσα στο μικρότερο και στο μεγαλύτερο αριθμό που είχαν στις αρχικές κάρτες. Απαντούν στις ίδιες ερωτήσεις.	Αρ21
ΑΔ1	Δίνεται στους μαθητές ο κανόνας “πολλαπλασίασε επί 3” και η σειρά των αριθμών 1, 3, 6, 9, 12... και ζητείται να συνεχίσουν τη σειρά των αριθμών αυτών και να βρουν τον 10^ο όρο.	Α1, Α2

ΑΔ2	<i>Μίνι γεύματα</i> Παρακάτω, παρουσιάζεται το μενού ενός καταστήματος. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Μενού</th><th>στο κατάστημα</th><th>σε πακέτο</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Σάντουιτς</td><td>1,40</td><td>1,20</td></tr> <tr> <td>Πίτα</td><td>1,10</td><td>1,00</td></tr> <tr> <td>Μπισκότα</td><td>0,70</td><td>0,60</td></tr> <tr> <td>Καφές</td><td>1,00</td><td>0,90</td></tr> <tr> <td>Τσάι</td><td>0,90</td><td>0,70</td></tr> <tr> <td>Χυμός</td><td>1,00</td><td>0,90</td></tr> </tbody> </table> Επειδή το κατάστημα έχει πολλούς πελάτες, το προσωπικό, αντί να γράφει ολόκληρη την παραγγελία, χρησιμοποιεί έναν κώδικα στον οποίο οι τιμές των προϊόντων συμβολίζονται με γράμματα. Έτσι, ο σερβιτόρος αντί να γράφει «ένας καφές, ένα σάντουιτς και ένας χυμός», γράφει K+Σ+Χ. Το κόστος αυτής της παραγγελίας είναι: Φαγητό στο κατάστημα $1,00+1,40+1,00=3,40$ Φαγητό σε πακέτο $0,90+1,20+0,90=3,00$ Οι μαθητές καλούνται να γράψουν τους κωδικούς των τιμών και να βρουν το κόστος της παραγγελίας στο κατάστημα και σε πακέτο για κάθε μία από τις παρακάτω παραγγελίες: «Ένα τσάι, ένα σάντουιτς» «Ένας καφές, ένα μπισκότο και μια πίτα» «Ένας χυμός, ένα τσάι, ένα σάντουιτς και δύο πίτες»	Μενού	στο κατάστημα	σε πακέτο	Σάντουιτς	1,40	1,20	Πίτα	1,10	1,00	Μπισκότα	0,70	0,60	Καφές	1,00	0,90	Τσάι	0,90	0,70	Χυμός	1,00	0,90	Α1, Α2
Μενού	στο κατάστημα	σε πακέτο																					
Σάντουιτς	1,40	1,20																					
Πίτα	1,10	1,00																					
Μπισκότα	0,70	0,60																					
Καφές	1,00	0,90																					
Τσάι	0,90	0,70																					
Χυμός	1,00	0,90																					
ΓΔ1	Ο εκπαιδευτικός αξιοποιεί το επιτραπέζιο παιχνίδι Ναυμαχία για να περιγράψουν θέσεις και διαδρομές χρησιμοποιώντας αλφαριθμητικές συντεταγμένες. Αρχικά οι μαθητές μπορούν να παίξουν παρτίδες Ναυμαχίας σημειώνοντας σε κατάλληλο φύλλο καταγραφής τις πετυχημένες βολές τους. Ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε στη συνέχεια να μοιράσει φύλλα εργασίας με αναπαραστάσεις καμβάδων Ναυμαχίας, ζητώντας από τους μαθητές να σημειώσουν με αλφαριθμητικές συντεταγμένες τις βολές που χρειάζονται για να «βυθίσουν» ένα συγκεκριμένο πλοίο.	Γ2																					
ΓΔ2	Ο εκπαιδευτικός φέρνει στην τάξη δύο κουβάρια σπάγκου και τα δίνει σε δύο ζευγάρια μαθητών. Οι μαθητές αναπαριστούν ευθείες γραμμές κρατώντας τεντωμένα μεγάλου μήκους κομμάτια του σπάγκου και διερευνούν τις σχετικές τους θέσεις. Περιμένουμε οι μαθητές να αναπαραστήσουν ευκολότερα περιπτώσεις τεμνόμενων ευθειών και να συζητήσουν τα είδη των γωνιών που σχηματίζονται (ορθές, οξείες, αμβλείες). Για τις περιπτώσεις των παράλληλων ευθειών η διερεύνηση θα εστιαστεί στην ανάγκη οι ευθείες να βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο (για παράδειγμα, οι σπάγκοι να «ακουμπούν» στον πίνακα). Η διερεύνηση μπορεί να επεκταθεί και σε περιπτώσεις ασύμβατων ευθειών.	Γ4, Γ6																					
ΓΔ3	Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να ψηλαφήσουν διάφορα στερεά δίχως να τα βλέπουν. Ακολούθως περιγράφουν τα χαρακτηριστικά τους, ονομάζουν τα σχήματα των εδρών τους, τις σχεδιάζουν σε καμβάδες και τα κατασκευάζουν με Polydron. Οι στρατηγικές ψηλάφησης ακολουθούν σε μεγάλο βαθμό την εξέλιξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών. Αποτελεσματικότερες στρατηγικές χρησιμοποιούν εξωτερικά σημεία αναφοράς για την διερεύνηση και αιτιολόγηση εικασιών. Για παράδειγμα, το θρανίο ως επίπεδο μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον έλεγχο της καθετότητας ακμών ή παραλληλίας εδρών.	Γ3, Γ5, Γ8																					
ΓΔ4	Οι μαθητές χρησιμοποιώντας γνωστά ψηφιδωτά από την ελληνική ιστορία μελετούν τους	Γ15																					

	μετασχηματισμούς στο επίπεδο. Στη συνέχεια πάνω σε διάστικτους καμβάδες σχηματίζουν ψηφίδες, τις αναπαράγουν και δημιουργούν πλακόστρωτα και ψηφιδωτά. Αντίστοιχα, η μελέτη μπορεί να επεκταθεί σε περιπτώσεις ψηφιδωτών άλλων πολιτισμών. Η δραστηριότητα να επεκταθεί και σε ψηφιακό περιβάλλον. Ενδεικτικά ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει την εφαρμογή Ψηφιδωτά ακολουθώντας τον σύνδεσμο: http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=27. 	
ΓΔ5	Ο εκπαιδευτικός τοποθετεί στην επιφάνεια της συσκευής προβολής διαφανειών, ακριβώς κάτω από τον φακό, διάφορα στερεά. Τα παιδιά από τη σιλουέτα που προβάλλεται στον πίνακα προσπαθούν να μαντέψουν κάθε φορά το στερεό, συνδέοντας τις σιλουέτες με τα σχήματα των πλευρών των στερεών. Συνεχίζοντας τη δραστηριότητα, ο εκπαιδευτικός μπορεί να δώσει στους μαθητές φύλλα εργασίας με διάφορες σιλουέτες από τις οποίες θα επιλέγουν αυτές που μπορούν να ταιριάζουν με συγκεκριμένα στερεά.	Γ17
ΜΔ1	Κατασκευάζουν «μοιρογνωμόνιο» διπλώνοντας διαδοχικά διαφανές χαρτί ημικυκλικού σχήματος, το οποίο χρησιμοποιούν για να μετρήσουν γωνίες και να συγκρίνουν γωνίες χρησιμοποιώντας μη τυπικές μονάδες. 	Μ1
ΜΔ2	Σχεδιάζουν σε τετραγωνισμένο χαρτί ή με τη χρήση λογισμικού γεωμετρίας διάφορα σχήματα με δεδομένη περίμετρο και υπολογίζουν το εμβαδό τους.	Μ2, Μ10
ΜΔ3	Ο εκπαιδευτικός μπορεί να δώσει σχέδια σε τετραγωνισμένο χαρτί (1εκ. x 1 εκ.) και να ζητήσει από τους μαθητές να υπολογίσουν το εμβαδό των χρωματισμένων περιοχών, όπως για παράδειγμα στο σχέδιο της εικόνας. Για να χρησιμοποιηθούν υποδιαίρέσεις της μονάδας μέτρησης επιφάνειας (1τ.εκ)το σχέδιο θα πρέπει να περιλαμβάνει και διάφορες υποδιαίρέσεις της μονάδας, όπως τρίγωνα (0,5 τ.εκ.), τετράγωνα (0,25 τ.εκ.), ορθογώνια (0,5 ή 0,25 τ.εκ.). 	Μ8

ΣΔ1	Ο Χρήστος έκανε μια έρευνα με μαθητές της Α' τάξης και της Δ' τάξης και έφτιαξε το παρακάτω διάγραμμα. Γράψτε μια μικρή ιστορία που να έχει σχέση με την έρευνα του. 	Σ3, Σ5, Σ6
ΠΔ1	Οι μαθητές προβλέπουν πόσες φορές θα έρθει κεφάλι και πόσες γράμματα, αν ρίξουν ένα νόμισμα 6 συνεχόμενες φορές και πόσες αν το ρίξουν 20 συνεχόμενες φορές. Εκτελούν το σχετικό πείραμα και το επαναλαμβάνουν 5 φορές, ενώ καταγράφουν την ένδειξη του νομίσματος κάθε φορά. Αντιπαραβάλλουν τα αποτελέσματα με τις προβλέψεις τους. Συγκεντρώνουν όλα τα αποτελέσματα και συζητούν στην τάξη θέματα που παρατηρούν στις καταγραφές που έχουν κάνει.	Π1, Σ2

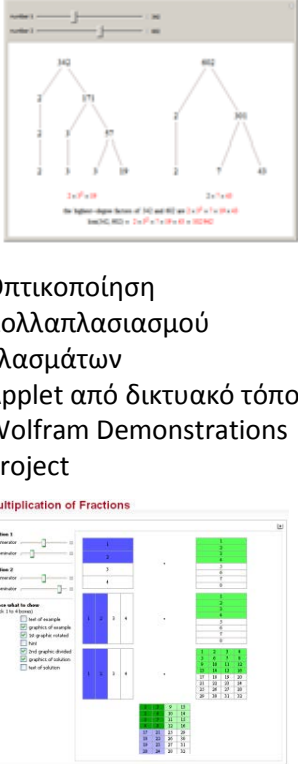
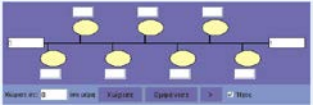
Ε΄ Δημοτικού

Θεματική ενότητα: Αριθμοί – Άλγεβρα

Προτεινόμενες Διδακτικές ώρες: 71 (62 + 9)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
<i>Αρ1.</i> Διαβάζουν, γράφουν και αναγνωρίζουν αριθμούς σε μια ποικιλία από πλαίσια <i>Αρ2.</i> Διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του. <i>Αρ3.</i> Αναλύουν και συνθέτουν φυσικούς αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους <i>Αρ4.</i> Διερευνούν τη σχέση των φυσικών αριθμών με τους κλασματικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς. <i>Αρ5.</i> Αναγνωρίζουν και αναπαριστούν με διαφορετικούς τρόπους καταστάσεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και (τέλειας και ατελούς) διαίρεσης. <i>Αρ6.</i> Εκτιμούν και υπολογίζουν το αποτέλεσμα αριθμητικών παραστάσεων που περιλαμβάνουν και τις τέσσερις πράξεις, συνειδητοποιώντας το ρόλο της παρένθεσης. <i>Αρ7.</i> Αναγνωρίζουν, διατυπώνουν και εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών των τεσσάρων πράξεων	Φυσικοί αριθμοί (μέχρι 1 τρις αλλά και άνω) • αριθμητικά σύμβολα • σχέσεις αριθμών • θεσιακή αξία ψηφίων • πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση φυσικών αριθμών • Φυσικοί αριθμοί – Διαιρετότητα (24 ώρες)	Είναι σημαντικό να αναπτύξουν οι μαθητές διαφορετικές στρατηγικές νοερού υπολογισμού. Ο εκπαιδευτικός προκαλεί τους μαθητές να κάνουν εκτιμήσεις του αποτελέσματος τεσσάρων πράξεων, να αιτιολογούν την εκτίμηση τους και να την επιβεβαιώνουν με τη χρήση της αριθμομηχανής. <i>(ενδεικτικές δραστηριότητες ΑΔ1, ΑΔ2)</i>	Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 26 «Στο εργαστήριο πληροφορικής». Ψηφιακό περιβάλλον: Η Χαλασμένη Αριθμομηχανή  (Freudenthal Institute) Κάποια κουμπιά λειτουργούν και κάποια όχι. Οι μαθητές θα πρέπει να προσεγγίσουν τον αριθμό που τους δίνεται χρησιμοποιώντας τα κουμπιά που λειτουργούν.

(διαίρεση: τέλεια, με μονοψήφιο διαιρέτη). <i>Αρ8.</i> Αναπτύσσουν και αξιοποιούν διαδικασίες εκτέλεσης / αλγορίθμους των τεσσάρων πράξεων, χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές, μέσα (ανάμεσα στα οποία και αριθμομηχανή) και αναπαραστάσεις. <i>Αρ9.</i> Αναπτύσσουν στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων και μοντελοποίησης / αναπαράστασης καταστάσεων για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν. <i>Αρ10.</i> Διερευνούν τον αλγόριθμο της Ευκλείδειας διαίρεσης δύο φυσικών αριθμών και τον χρησιμοποιούν για να κάνουν τη δοκιμή της διαίρεσης. <i>Αρ11.</i> Διατυπώνουν αιτιολογούν και εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας των 2,3, 4, 5, 8, 9, 10 και 25.			
<i>Αρ12.</i> Εισάγονται στα κλάσματα μεγαλύτερα της μονάδας και στους μικτούς. <i>Αρ13.</i> Αναγνωρίζουν και κατασκευάζουν ισοδύναμα κλάσματα και απλοποιούν κλάσματα. <i>Αρ14.</i> Διατάσσουν ένα σύνολο κλασματικών αριθμών και βρίσκουν ενδιάμεσους, μικρότερους και μεγαλύτερους κλασματικούς αριθμούς. <i>Αρ15.</i> Προσθέτουν και	Κλασματικοί αριθμοί (20 ώρες)	Είναι σημαντικό να δοθεί έμφαση στις στρατηγικές των μαθητών για την προσέγγιση των ισοδυνάμων κλασμάτων προκειμένου να συγκρίνουν, να προσθέτουν και να αφαιρούν κλάσματα. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑΔ3)	Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 48, «Εκλογές στην τάξη». Ψηφιακό περιβάλλον: Ανάλυση πρώτων παραγόντων Applet από δικτυακό τόπο Wolfram Demonstrations Project

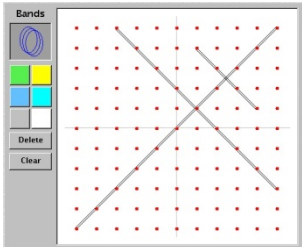
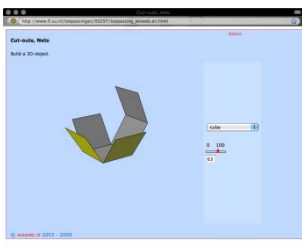
αφαιρούν κλάσματα. Αρ16. Πολλαπλασιάζουν κλάσματα με φυσικούς και κλάσματα με κλάσματα. Αρ17. Διαιρούν κλάσματα με φυσικούς και κλάσματα με κλάσματα (διαίρεση ως αντίστροφος πολλαπλασιασμός)			 Οπτικοποίηση πολλαπλασιασμού κλασμάτων Applet από δικτυακό τόπο Wolfram Demonstrations Project
Αρ18. Αναγνωρίζουν τα δεκαδικά κλάσματα και τα μετατρέπουν σε δεκαδικούς αριθμούς και αντίστροφα. Αρ19. Αναγνωρίζουν ότι κάθε δεκαδικός αριθμός με πεπερασμένα δεκαδικά ψηφία (terminating decimal) είναι ένα κλάσμα. Αρ20. Ταξινομούν δεκαδικούς αριθμούς με περισσότερα από δύο δεκαδικά ψηφία. Αρ21. Εκτιμούν το αποτέλεσμα σε προβλήματα με δεκαδικούς αριθμούς.	Δεκαδικοί αριθμοί (12 ώρες)	Είναι σημαντικό να αντιληφθούν οι μαθητές ότι τα μέρη μιας ποσότητας θα μπορούσε να εκφραστούν σε διαφορετικές μορφές: ως ποσοστό, ως κλασματικό μέρος, ως δεκαδικό μέρος και ως φυσικός αριθμός. Επίσης, ο εκπαιδευτικός καλεί τους μαθητές να κάνουν εκτιμήσεις και να επιβεβαιώνουν το αποτέλεσμα με την χρήση της αριθμομηχανής. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑΔ4, ΑΔ5, ΑΔ6)	Μαθηματικά Στ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ.15, δραστηριότητα 2 «Οι αποστάσεις στις Κυκλάδες». Ψηφιακό περιβάλλον: Δεκαδικοί αριθμοί στην αριθμογραμμή, Λογισμικό "Αριθμογραμμή" Παιδαγωγικού Ινστιτούτου 
Αρ22. Αντιλαμβάνονται την ανάγκη επέκτασης της αριθμογραμμής, για να συμπεριλάβει αριθμούς μικρότερους από το μηδέν.	Ακέραιοι αριθμοί (6 ώρες)	Ο εκπαιδευτικός καλεί τους μαθητές να συγκρίνουν εύκολους αρνητικούς και θετικούς αριθμούς και να αιτιολογήσουν το	

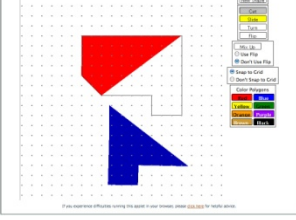
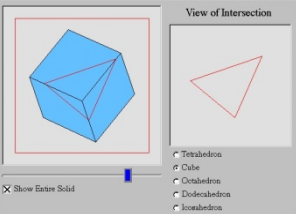
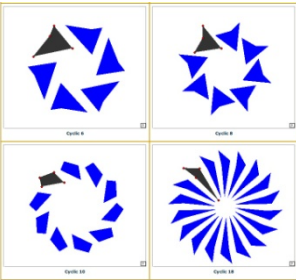
Αρ23. Συγκρίνουν και διατάσσουν ακεραίους αριθμούς και ορίζουν τη θέση τους στην αριθμογραμμή.		συλλογισμό τους. Προτείνεται η χρήση της αριθμογραμμής αλλά και ο συνδυασμός λέξεων, συμβόλων και διαγραμμάτων στις προσεγγίσεις των μαθητών. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΑΔ7, ΑΔ8)	
A1. Αξιοποιούν κανονικότητες και τις ιδιότητές τους, για να επιλύσουν σχετικά προβλήματα A2. Με διαδικασίες δοκιμής και ελέγχου διερευνούν τις μεταβολές που προκαλούνται σε μια ποσότητα λόγω μεταβολής μιας άλλης ποσότητας (ανεξάρτητη – εξαρτημένη μεταβλητή). A3. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ ανάλογων ποσών. A4. Διερευνούν την έννοια της συνάρτησης μέσω απλών αναπαραστάσεων μονοσήμαντων αντιστοιχιών.	Κανονικότητες/ συναρτήσεις (4 ώρες)	Στις τελευταίες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, μπορεί να δοθεί έμφαση στη μελέτη «μηχανών παραγωγής απαντήσεων», π.χ., μια «μηχανή», η οποία, όταν τροφοδοτηθεί στην είσοδό της με έναν αριθμό, δίνει στην έξοδό της το διπλάσιό του, κτλ. Αν και σε αυτή τη φάση η προσέγγιση συνεχίζει να έχει άτυπο χαρακτήρα, η διδασκαλία μπορεί να αρχίσει να ενθαρρύνει μια πιο τυπική διερεύνηση του θέματος, π.χ., γιατί σε κάποιες από αυτές τις «μηχανές», κάθε είσοδος δίνει ένα μοναδικό αριθμό στην έξοδο, ενώ σε άλλες όχι και τι σημαίνει αυτό. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑΔ2)	Βιβλίο μαθητή Ε΄, σελίδα 23, εργασία. Εύρεση αναδρομικής Κανονικότητας σε σχέση με το εκπαιδευτικό υλικό που προτείνεται (Βιβλίο μαθητή Δ΄ δημοτικού σελ 136 εργασία α) .
A5. Εκφράζουν συμβολικά ένα απλό πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση και διατυπώνουν ένα πρόβλημα που να μοντελοποιείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση (απλές περιπτώσεις).	Αλγεβρικές παραστάσεις (3 ώρες)	Ένας παράγοντας που φαίνεται να ευθύνεται σημαντικά για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην άλγεβρα είναι η εκτεταμένη χρήση συμβόλων που τη διακρίνει. Χρειάζεται προσοχή και υπομονή	

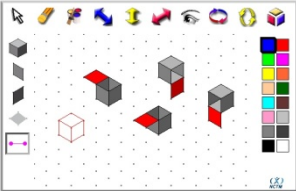
A6. Υπολογίζουν την τιμή μιας απλής αριθμητικής παράστασης με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (και με παρενθέσεις). A7. Χρησιμοποιούν γράμματα για να εκφράσουν μεγέθη σε τύπους και σχέσεις (από την καθημερινή ζωή και τις επιστήμες)		στην προσπάθεια μύησης των μαθητών στον αλγεβρικό συμβολισμό, με έμφαση στην κατανόηση των ιδεών που αναπαρίστανται παρά στον ίδιο το συμβολισμό. Η χρησιμοποίηση καθημερινών καταστάσεων που αφορούν σε συναρτήσεις προσφέρει έναν ιδιαίτερα αποτελεσματικό τρόπο εισαγωγής της χρήσης μιας ή περισσότερων μεταβλητών σε μία ισότητα, καθώς και των γραμμάτων ως συμβόλων γενίκευσης κανονικοτήτων και ως μεταβλητών. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑΔ1)	
A8. Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αριθμών, για να συμπληρώσουν σύνθετες αριθμητικές προτάσεις, όπως $(5+3) + \square = 5+(3+4)$, $2(3+4) = \square + 8$. A9. Διερευνούν τις διαφορετικές χρήσεις του συμβόλου = σε αριθμητικές ισότητες με άγνωστη ποσότητα στο πρώτο ή στο 2^ο μέλος.	Ισότητες-ανισότητες (2 ώρες)	Πολλοί από τους μαθητές θεωρούν το '=' ως ένα σημάδι για «να κάνεις κάτι» και συχνά «να δώσεις την απάντηση, έναν αριθμό» και όχι ως το σύμβολο της ισότητας μεταξύ του δεξιού και του αριστερού σκέλους. Αυτή η αντίληψη του συμβόλου της ισότητας δημιουργεί δυσκολίες στην κατανόηση και στο χειρισμό των μετασχηματισμών της εξίσωσης, που απαιτούνται για την επίλυσή της αργότερα και επιβάλλεται να ανατραπεί από τη διδακτική πράξη.	

Θεματική ενότητα: Χώρος και Γεωμετρία – Μέτρηση

Προτεινόμενες Διδακτικές ώρες: 36 (20 + 16)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Γ1. Κατασκευάζουν βασικούς χάρτες χρησιμοποιώντας απλές κλίμακες και υπομνήματα. Γ2. Περιγράφουν τοποθεσίες και διαδρομές σε βασικούς χάρτες χρησιμοποιώντας τυπικό σύστημα συντεταγμένων και προσανατολισμού στο χώρο, καθώς και γλωσσικούς όρους διεύθυνσης και απόστασης (καρτεσιανό σύστημα αξόνων, κύρια σημεία του ορίζοντα).	Έννοιες του χώρου - ανάγνωση και δημιουργία χαρτών - δόμηση του χώρου και συντεταγμένες (3 ώρες)	(ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ1)	Χάρτες, πυξίδα. Ψηφιακό περιβάλλον: Γεωπίνακας καρτεσιανών συντεταγμένων. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_303_g_3_t_3.html?open=activities&from=category_g_3_t_3.html. 
Γ3. Αναγνωρίζουν κανονικά πολύγωνα. Γ4. Ταξινομούν τρίγωνα βάσει των πλευρών και των γωνιών τους. Γ5. Αναγνωρίζουν την περιφέρεια, την ακτίνα και τη διάμετρο κύκλων. Γ6. Χρησιμοποιούν την αξονική συμμετρία στη διερεύνηση τριγώνων και ορθογωνίων παραλληλογράμμων. Γ7. Αντιλαμβάνονται ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°. Γ8. Δημιουργούν καταλόγους με τα στοιχεία και τις ιδιότητες επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και στερεών. Γ9. Σχεδιάζουν σημεία, ευθείες, ημιευθείες, ευθύγραμμα τμήματα,	Γεωμετρικά σχήματα - αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε στοιχεία και ιδιότητες - κατασκευές και σχεδιασμός γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - σύνδεση μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε άλλα σχήματα ή μέρη (12 ώρες)	Η αναγνώριση και κατάταξη επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων θα εστιάσει στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε κλάσης και στις ταξινομήσεις εντός της κλάσης (π.χ. ταξινόμηση τριγώνων ως προς τις πλευρές και τις γωνίες τους). (ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ2, ΓΔ3, ΓΔ5, ΓΔ6, ΓΔ7)	Alfa shapes, γεωπίνακες, Polydron, τάνγκραμ, πεντόμινο, φυσικά υλικά, σχήματα, εικόνες, διάφοροι καμβάδες. Ψηφιακό περιβάλλον: Αναπτύγματα, πλατωνικά στερεά. http://www.fi.uu.nl/toe/passingen/00297/toepas_sing_wisweb.en.html.  Ψαλιδίζοντας σχήματα. http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=72.

τεμνόμενες, παράλληλες και κάθετες ευθείες και τα συνδέουν με χάρτες και διαδρομές. Γ10. Σχεδιάζουν τρίγωνα με τη βοήθεια μοιρογνωμονίου. Γ11. Αναγνωρίζουν στερεά από τα αναπτύγματα τους. Γ12. Αναλύουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε δύο ή περισσότερα μέρη.			 Κόβοντας Πλατωνικά στερεά. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_126_g_3_t_3.html?open=instructions&from=category_g_3_t_3.html 
Γ13. Κατασκευάζουν στο γεωπίνακα και σχεδιάζουν σε διάφορους καμβάδες ίσα σχήματα περιγράφοντας τους μετασχηματισμούς που τα συνδέουν. Γ14. Εντοπίζουν όλους τους άξονες συμμετρίας επίπεδων σχημάτων. Γ15. Αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας (σύνθετες περιστροφές). Γ16. Σχεδιάζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας σε διάφορους καμβάδες (απλές περιστροφές 90°, 180°). Γ17. Αναγνωρίζουν και περιγράφουν μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις δισδιάστατων σχημάτων. Γ18. Σχεδιάζουν σε τετραγωνισμένο καμβά μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις με απλές κλίμακες και τις συνδέουν με την κατασκευή χαρτών.	Μετασχηματισμοί • μετατόπιση, στροφή και ανάκλαση • αξονική συμμετρία • κεντρική συμμετρία • επικαλύψεις επιφανειών και κανονικότητες • ομοιότητα (μεγέθυνση, σμίκρυνση, κλίμακες) (3 ώρες)	Οι μαθητές με τη βοήθεια των δραστηριοτήτων που θα οργανώσει ο εκπαιδευτικός θα έχουν την ευκαιρία να αναγνωρίσουν τη μεγέθυνση και τη σμίκρυνση ως ακόμη έναν μετασχηματισμό στο επίπεδο. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ4)	Βιβλίο μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 128-129. Τετραγωνικοί καμβάδες, Τάνγκραμ, pattern blocks, pentablocks, γεωπίνακες, καθρεπτάκι Mira, αντικείμενα των παιδιών κ.λπ. Εικόνες σε μεγέθυνση ή σμίκρυνση φυσικών αντικειμένων, χάρτες του άμεσου περιβάλλοντος των παιδιών (τάξης, γειτονιάς κ.ά.). Ψηφιακό περιβάλλον: Κυκλική συμμετρία. http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=167. 

Γ19. Αναγνωρίζουν βασικά τρισδιάστατα στερεά (ορθογώνια και τριγωνικά πρίσματα, κυλίνδρους, κώνους και σφαίρες) από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Γ20. Σχεδιάζουν σε διάφορους καμβάδες και σε ψηφιακό περιβάλλον κύβους και ορθογώνια παραλληλεπίπεδα.	Οπτικοποίηση • αναγνώριση και αναπαράσταση διαφορετικών οπτικών γωνιών αντικειμένων και καταστάσεων • δημιουργία οπτικοποιήσεων για τη διαχείριση σχημάτων, διευθύνσεων και θέσεων (2 ώρες)	(ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ5)	Εικόνες, σχέδια, σφηνουτουβλάκια (connecting cubes). Ψηφιακό περιβάλλον: Σε ισομετρικό καμβά. http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=125. 
M1. Χρησιμοποιούν το μοιρογνωμόνιο για να μετρήσουν και να κατασκευάσουν γωνίες μέχρι 180°.	Μέτρηση γωνίας 2 ώρες • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες • χρήση οργάνων μέτρησης (2 ώρες)	Η κατασκευή και η χρήση του άτυπου μοιρογνωμονίου στην προηγούμενη τάξη έχει εξοικειώσει τους μαθητές με δραστηριότητες μέτρησης γωνιών. Οι μαθητές χρησιμοποιούν το τυπικό μοιρογνωμόνιο για να μετρήσουν και να κατασκευάσουν γωνίες με διάφορα μήκη πλευρών και διάφορους προσανατολισμούς. Συμπληρωματικά, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν λογισμικά, όπως ο «Χελωνόκοσμος».	Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, γ τεύχος, ΟΕΔΒ, σελ. 32, Εργασία γ' (προέκταση πλευρών). Τα Μαθηματικά μου, Ε' Δημοτικού, α' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 102, Εργασία 4. Μαθηματικά Στ' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, δ τεύχος, ΟΕΔΒ, σελ. 12, Δραστηριότητα με προεκτάσεις. Μαθηματικά Στ' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 141, Δραστηριότητα 1^η.
M2. Υπολογίζουν την περίμετρο σχημάτων χρησιμοποιώντας γεωμετρικές ιδιότητες. M3. Διερευνούν τη σχέση πλευρών και περιμέτρου επίπεδων σχημάτων. M4. Πραγματοποιούν μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους χρησιμοποιώντας τις	Μέτρηση μήκους • Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • Μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες (4 ώρες)	Για τον υπολογισμό της περιμέτρου λαμβάνονται υπόψη γεωμετρικές ιδιότητες των υπό μελέτη σχημάτων. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να υπολογίσουν την περίμετρο κανονικών πολυγώνων όταν	Τα Μαθηματικά μου Ε' τάξη δημοτικού δεύτερο μέρος, ΟΕΔΒ, Σελ. 88, Εργασίες 6 και 7. Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, β' Τεύχος, ΟΕΔΒ, Σελ. 29, Εργασία γ. Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, Σελ.

σχέσεις μεταξύ των μονάδων και επιλύουν σχετικά προβλήματα.		δίνεται το μήκος μιας πλευράς ή σε άλλη δραστηριότητα να χρησιμοποιήσουν τη σταθερή απόσταση μεταξύ παραλλήλων. Η μελέτη της σχέσης πλευρών και περιμέτρου εισάγει τους μαθητές σε καταστάσεις συμμεταβολής μεγεθών σε γεωμετρικό πλαίσιο. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΜΔ1, ΜΔ2)	121, Εργασία 1α. Τα Μαθηματικά μου Στ΄ Δημοτικού, β΄ μέρος, ΟΕΔΒ, Σελ. 108, Εργασία 2, Σελ. 111, Εργασίες 1-4 και Σελ. 112, Εργασία 1α.
M5. Υπολογίζουν το εμβαδό ορθογωνίων και ορθογωνίων τριγώνων χρησιμοποιώντας τις γραμμικές τους διαστάσεις και επιλύουν σχετικά προβλήματα χρησιμοποιώντας όργανα μέτρησης. M6. Πραγματοποιούν απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης επιφάνειας και επιλύουν σχετικά προβλήματα. M7. Υπολογίζουν το εμβαδό επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.	Μέτρηση επιφάνειας - μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες. - χρήση οργάνων μέτρησης (4 ώρες)	Οι μαθητές υπολογίζουν εμβαδό ορθογωνίων πολλαπλασιάζοντας τα μήκη των πλευρών. Στις προηγούμενες τάξεις έχουν προηγηθεί δραστηριότητες που αποδίδουν νόημα στον τύπο υπολογισμού του εμβαδού ορθογωνίου. Για τον υπολογισμό του εμβαδού ορθογωνίου τριγώνου χρησιμοποιούν την ανάλυση ορθογωνίου σε ορθογώνια τρίγωνα, διαπιστώνουν την ισότητα των δύο τριγώνων με μετασχηματισμό και υπολογίζουν το εμβαδό σε σχέση με το εμβαδό του αντίστοιχου ορθογωνίου. Για τον υπολογισμό του εμβαδού επιφανείας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου λαμβάνουν υπόψη τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του	Τα Μαθηματικά μου Δ Δημοτικού, α΄ μέρος, ΟΕΔΒ. Σελ. 34, Εργασία 4. Μαθηματικά Ε δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών γ τεύχος, ΟΕΔΒ, Σελ. 10-11, Εργασίες β και γ. Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού, ΟΕΔΒ, Σελ. 158, Εφαρμογές 1 και 2. Μαθηματικά Στ΄ δημοτικού, Τετράδιο εργασιών, δ΄ τεύχος, ΟΕΔΒ, Σελ. 30, Πρόβλημα 1.

		στερεού, υπολογίζουν τα επιμέρους εμβαδά και τα προσθέτουν. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΜΔ3, ΜΔ4, ΓΔ7)	
M8. Υπολογίζουν τον όγκο εικονικών αναπαραστάσεων ορθογώνιων κατασκευών, όταν παρέχονται ενδείξεις υποδιαίρεσης των γραμμικών τους διαστάσεων. M9. Υπολογίζουν και συγκρίνουν τον όγκο ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων με βάση τις γραμμικές τους διαστάσεις, χρησιμοποιώντας τυπικές μονάδες όγκου και υποδιαίρεσεις τους. M10. Εκτιμούν και συγκρίνουν τον όγκο ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων.	Μέτρηση όγκου • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες • χρήση οργάνων μέτρησης • εκτίμηση (3 ώρες)	Οι ενδείξεις υποδιαίρεσης των γραμμικών διαστάσεων ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων βοηθούν στο πέρασμα από το εμπράγματο υλικό (κύβοι) στις εικονικές αναπαραστάσεις και στον υπολογισμό του όγκου με βάση τα μήκη των ακμών. Π.χ. υπολογίζουν τον όγκο στερεών όταν δίνονται τα αναπτύγματα, στα οποία οι αντίστοιχες έδρες είναι δομημένες σε γραμμές και στήλες. Τελικά, υπολογίζουν τον όγκο με βάση τα μήκη των ακμών.	Τα μαθηματικά μου, Δ΄ δημοτικού, α΄ μέρος, ΟΕΔΒ, Σελ. 37, Εργασία: 1 και Σελ. 39. Εργασία: 3. Τα Μαθηματικά μου, Ε΄ δημοτικού πρώτο μέρος, ΟΕΔΒ, Σελ. 98, Εργασίες 2-4. Μαθηματικά Στ΄ δημοτικού. Αθήνα: ΟΕΔΒ. Σελ. 165, Δραστηριότητα 2. Τα Μαθηματικά μου, Στ Δημοτικού, β΄ μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 116, Πρόβλημα: α, Σελ. 117, Πρόβλημα: γ΄ και Σελ. 118, Πρόβλημα: 3β. Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, δ τεύχος, ΟΕΔΒ, Σελ. 38, Πρόβλημα 2.
M11. Εκτιμούν και συγκρίνουν χρονικά διαστήματα με ακρίβεια δευτερολέπτου. M12. Διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ ώρας, λεπτού και δευτερολέπτου και επιλύουν σχετικά προβλήματα.	Μέτρηση χρόνου • Άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις. • Μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες. • Χρήση οργάνων μέτρησης. • Εκτίμηση (3 ώρες)	Οι σχέσεις μεταξύ των μονάδων χρόνου αξιοποιούνται για την παράλληλη ανάπτυξη των συμμαγών αριθμών.	Τα μαθηματικά μου Στ΄ τάξη δημοτικού πρώτο μέρος. Αθήνα: ΟΕΔΒ. Σελ. 152, Πρόβλημα: 1΄ Σελ. 154, Εργασία: 1. Μαθηματικά Δ΄ Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, δ τεύχος, ΟΕΔΒ, Σελ. 26-27, Εργασίες 1-7.

Θεματική ενότητα: Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)**Ενδεικτικές Διδακτικές ώρες: 10 (6 + 4)**

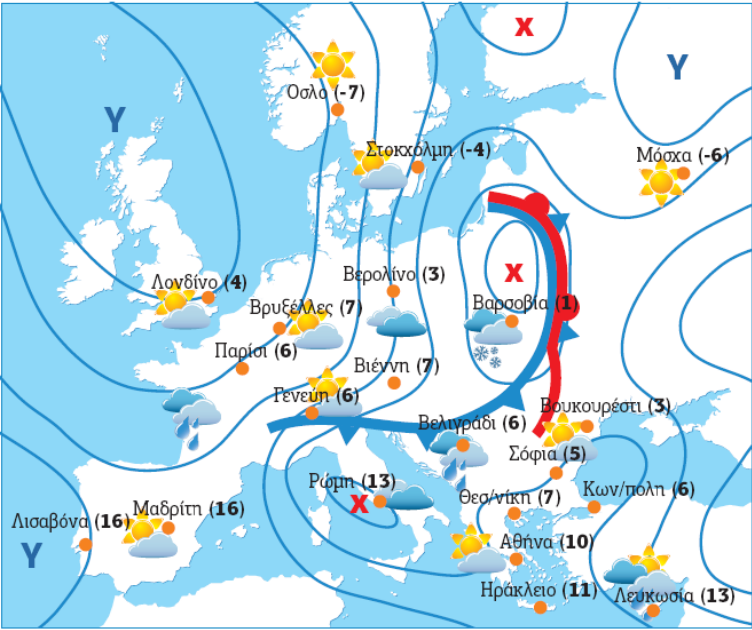
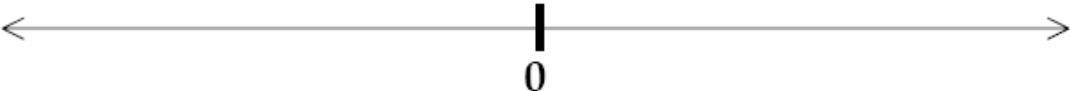
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Σ1. Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα (ποσοτικά συνεχή δεδομένα). Σ2. Συλλέγουν δεδομένα μέσω ερευνών, μετρήσεων ή πειραμάτων και επεκτείνουν τους τρόπους οργάνωσης τους και στις απλές ομαδοποιήσεις. Σ3. Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε άλλη. Σ4. Επιχειρηματολογούν βασιζόμενοι στα δεδομένα.	Δεδομένα • Συλλογή, οργάνωση, αναπαράσταση και ερμηνεία δεδομένων (4 ώρες)	Οι μαθητές κάνουν έρευνες και εστιάζουν και σε ποσοτικά συνεχή δεδομένα (ενδεικτική δραστηριότητα ΣΔ1)	
Σ5. Προσδιορίζουν χαρακτηριστικές τιμές των δεδομένων (επικρατούσα τιμή, διάμεσο) και διερευνούν τα χαρακτηριστικά τους.	Μέτρα θέσης • μέση τιμή Μεταβλητότητα (2 ώρες)		Μαθηματικά, Ε΄ Δημοτικού, Βιβλίο Μαθητή, κεφ. 21, ΟΕΔΒ, Δραστ. Ανακάλυψη. Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, ΟΕΔΒ, Τετράδιο Εργασιών, Κεφ.21, ασκ. α, β, γ, δ και ε. Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού, Βιβλίο Μαθητή, κεφ. 21, ΟΕΔΒ, εργασίες 1 και 2.
Π1. Διερευνούν την σχετική συχνότητα εμφάνισης ενός ενδεχομένου κατά την επανάληψη ενός πειράματος.	Πείραμα τύχης (3 ώρες)		
Π2. Υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου χρησιμοποιώντας κλάσματα και την αναπαριστούν σε κλίμακα από 0 έως 1.	Πιθανότητα ενδεχομένου (1 ώρα)	Οι μαθητές εκφράζουν την πιθανότητα ενός απλού ενδεχομένου ως το κλάσμα (ευνοϊκές περιπτώσεις) / (δυνατές περιπτώσεις).	

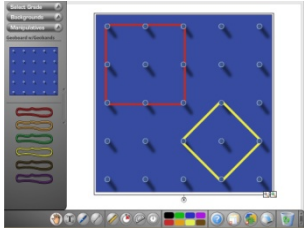
		(ενδεικτική δραστηριότητα ΠΔ1)	
--	--	--------------------------------	--

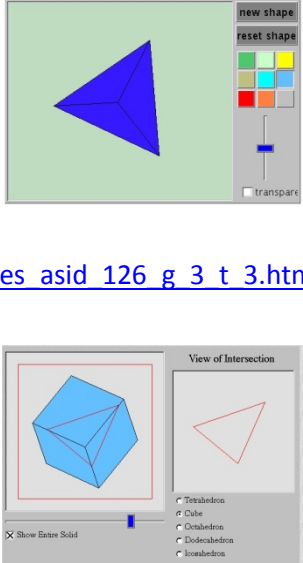
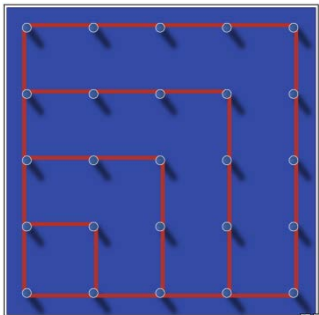
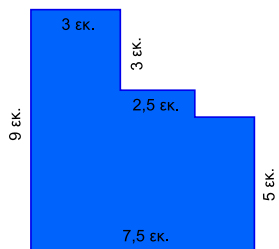
Ενδεικτικές Δραστηριότητες

A/A	Περιγραφή δραστηριότητας	ΠΜΑ
ΑρΔ1	Βοηθήστε τον Νικόλα Ο Νικόλας προσπαθεί να λύσει ένα πρόβλημα που έχει στα μαθηματικά για την επόμενη μέρα. Το πρόβλημα είναι το εξής: «Ένα κατάστημα με βιντεοπαιχνίδια παρέλαβε ένα φορτίο με εμπορεύματα. Ο υπεύθυνος παρέλαβε 23 κιβώτια. Κάθε κιβώτιο περιέχει 25 συσκευασίες παιχνιδιών. Πόσα βιντεοπαιχνίδια παρέλαβε;» Ο Νικόλας προσπαθεί να κάνει τον πολλαπλασιασμό: $\begin{array}{r} 25 \\ \times 23 \\ \hline 125 \end{array}$ Ο μεγαλύτερος αδερφός του, ο Γιώργος, ρίχνει μια ματιά στη λύση του Νικόλα και του λέει, «Αποκλείεται να είναι σωστό. Έχεις κάνει σίγουρα κάποιο λάθος.» 1. Πώς νομίζεις ότι κατάφερε ο Γιώργος αμέσως να καταλάβει ότι ο αδερφός του είχε κάνει κάποιο λάθος; 2. Πρότείνει στο Νικόλα δύο τρόπους για να λύσει σωστά το πρόβλημα.	Αρ7
ΑρΔ2	Εκτίμηση αποτελέσματος Εκτιμήστε το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού 20×198. • Είναι το αποτέλεσμα της εκτίμησης που κάνατε μικρότερο ή μεγαλύτερο από το ακριβές γινόμενο; • Πώς το γνωρίζετε; • Επιβεβαιώστε το χρησιμοποιώντας το κομπιουτεράκι σας. Χρησιμοποιήστε την προηγούμενη εκτίμηση που κάνατε για να εκτιμήσετε αυτή τη φορά το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού 201×198. • Είναι το αποτέλεσμα της εκτίμησης που κάνατε μικρότερο ή μεγαλύτερο από το ακριβές γινόμενο; • Περιγράψτε πώς αξιοποιήσατε την αρχική σας εκτίμηση για να κάνατε την δεύτερη εκτίμηση.	Αρ8
ΑρΔ3	Το αγαπημένο λουλούδι Κατά την διάρκεια μια έρευνας σε ένα αριθμό ανθρώπων έγινε η εξής ερώτηση: «Ποιο είναι το αγαπημένο σας λουλούδι». Τα αποτελέσματα της έρευνας ήταν: • Το $\frac{1}{2}$ των ερωτηθέντων απάντησαν ότι τα τριαντάφυλλα είναι το αγαπημένο τους λουλούδι., • το $\frac{1}{5}$ ότι τους αρέσουν περισσότερο οι τουλίπες και • το $\frac{1}{6}$ ότι τους αρέσουν περισσότερο τα κυκλάμινα. • Οι υπόλοιποι δεν είχαν κάποιο αγαπημένο λουλούδι. Τι μέρος των ανθρώπων που πήραν μέρος στην έρευνα απάντησαν ότι είχαν ένα αγαπημένο λουλούδι; Τι μέρος των ανθρώπων που πήραν μέρος στην έρευνα απάντησαν ότι δεν είχαν	Αρ17

	κάποιο ένα αγαπημένο λουλούδι;	
ΑρΔ4	Τα μπισκότα Η Ελένη έφτιαξε μερικά μπισκότα και κάλεσε τα ξαδέλφια της για να τα δοκιμάσουν. • Ο Γιώργος έφαγε το 15% του συνολικού αριθμού των μπισκότων. • Ο Νικόλας έφαγε το $\frac{1}{10}$ του συνολικού αριθμού των μπισκότων. • Η Λεμονιά έφαγε το 0,20 του συνολικού αριθμού των μπισκότων. • Όταν τα ξαδέλφια της έφυγαν είχαν απομείνει 33 μπισκότα. Πόσα μπισκότα έφτιαξε συνολικά η Ελένη; Αιτιολόγησε την άποψή σου.	Αρ18, Αρ21
ΑρΔ5	Ένας κύκλος από παιδιά Η δασκάλα της Στ΄ τάξης ενός σχολείου, η κ. Κοραλία, ανακοίνωσε στους μαθητές της ότι θα κάνουν το μάθημα των Μαθηματικών στο προαύλιο. Οι μαθητές έτρεξαν στην αυλή του σχολείου και η δασκάλα τους ζήτησε να σταθούν ο ένας δίπλα στον άλλο σχηματίζοντας ένα μεγάλο κύκλο ακουμπώντας τους ώμους τους. Μπορείτε να εκτιμήσετε το μήκος της διαμέτρου του κύκλου που σχημάτισαν οι μαθητές; Σημείωση: (Θα χρειαστεί να κάνετε κάποιες υποθέσεις σχετικά με τις διαστάσεις του σώματος των μαθητών. Σιγουρευτείτε ότι οι υποθέσεις σας αυτές αποτελούν μέρος της απάντησή σας.)	Αρ21
ΑρΔ6	Εκτιμήσεις περιμέτρου α)  1.3 cm β)  2.1 cm γ)  2.6 cm Εκτιμήστε την περίμετρο κάθε τετραγώνου. • Είναι το αποτέλεσμα της εκτίμησης που κάνατε μεγαλύτερο ή μικρότερο από την πραγματική περίμετρο κάθε τετραγώνου; • Πώς το γνωρίζετε; • Επιβεβαιώστε το χρησιμοποιώντας το κομπιουτεράκι.	Αρ21
ΑρΔ7	Κάνει κρύο εκεί; Στον παρακάτω χάρτη φαίνονται οι θερμοκρασίες ορισμένων ευρωπαϊκών πρωτευουσών την Κυριακή 12/12/2010. Μελέτησε το χάρτη για να απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις: • Ποια πόλη ήταν θερμότερη (πιο ζεστή) και ποια πόλη ήταν πιο ψυχρή; Αιτιολόγησε το συλλογισμό σου. • Ποια πόλη ήταν πιο θερμή, το Βελιγράδι ή το Βουκουρέστι; Πόσο πιο θερμή; Αιτιολόγησε το συλλογισμό σου. • Ποια πόλη ήταν πιο θερμή, η Στοκχόλμη ή το Όσλο; Πόσο πιο θερμή; Αιτιολόγησε το συλλογισμό σου. • Ποια πόλη ήταν πιο θερμή, η Γενεύη ή η Μόσχα; Πόσο πιο θερμή; Αιτιολόγησε το συλλογισμό σου.	Αρ22, Αρ23

	 Χάρτης βαρομετρικών επιφανειακών συστημάτων στις 12/12/2010 (http://www.enet.gr/?i=issue.el.home&date=12%2F12%2F2010)	
ΑρΔ8	Ακέραιοι στη σειρά Τοποθέτησε τους παρακάτω αριθμούς στην αριθμογραμμή. Να είσαι όσο το δυνατόν πιο ακριβής. -4, 6, 4, -2 	Αρ23
ΑΔ1	Το παιχνίδι της άλγεβρας Ένα παιχνίδι για 2 μέχρι 4 μαθητές. Οι μαθητές θα χρειαστούν ένα ζάρι και κάθε μαθητής θα χρειαστεί ένα πούλι. Σύμφωνα με τον κανονισμό θα παίξουν με τη σειρά. Ρίχνουν το ζάρι. Αντικαθιστούν το d στην εξίσωση που βρίσκεται το πούλι ανάλογα με τον αριθμό της ζαριάς. Οι μαθητές μετακινούνται τόσα εξάγωνα όσα δείχνει η τιμή της παράστασης μετά από την αντικατάσταση του d με τον αριθμό της ζαριάς.  Οι μαθητές καταγράφουν τις κινήσεις τους. Νικητής είναι αυτός που θα συγκεντρώσει τους περισσότερους βαθμούς.	A7, A9

AΔ2	Διαίρεση με το 9 Ζητάμε από τους μαθητές να διαιρέσουν με την αριθμομηχανή μονοψήφιους αριθμούς με το 9 και να συζητήσουν με τους συμμαθητές τους τι παρατηρούν. Στη συνέχεια, να επαναλάβουν την ίδια διαδικασία με το 99, το 999, κ.ο.κ. ή με το 0,9, 0,09, 0,009, κ.τ.λ. Το ίδιο μπορεί να γίνει και με διψήφιους, τριψήφιους, κ.ο.κ. αριθμούς.	A1, A2
ΓΔ1	Οι μαθητές ακολουθούν οδηγίες που τους έχουμε δώσει ώστε να αποκαλύψουν τα σημεία μιας διαδρομής πάνω στο χάρτη μιας δασικής έκτασης ή του πάρκου της περιοχής (κυνήγι θησαυρού, orienteering).	Γ1, Γ2
ΓΔ2	Οι μαθητές κατασκευάζουν διάφορα τρίγωνα με καλαμάκια ή πάνω σε γεωπίνακες και τα ταξινομούν βάσει των πλευρών και των γωνιών τους. Ακολούθως διερευνούν το ενδεχόμενο ύπαρξης σύνθετων περιπτώσεων τριγώνων (π.χ. ορθογώνια και ισοσκελή, σκαληνό και ορθογώνιο, κ.λπ.). Εναλλακτικά, ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει ψηφιακό γεωπίνακα, όπως για παράδειγμα στην εφαρμογή του επόμενου συνδέσμου: http://www.glencoe.com/sites/common_assets/mathematics/ebook_assets/vmf/VMF-Interface.html. 	Γ4
ΓΔ3	Οι μαθητές επιλέγουν εκείνα τα κομμάτια πεντόμινο που αν διπλωθούν μπορούν να δώσουν ένα ανοιχτό κουτί. Για να υποστηρίξουν τις εκτιμήσεις τους σημειώνουν τις πλευρές που θα βρίσκονται απέναντι στο κουτί. Στη συνέχεια επιβεβαιώνουν τις επιλογές τους χρησιμοποιώντας το υλικό Polydron.	Γ11
ΓΔ4	Οι μαθητές περιστρέφουν και σχεδιάζουν διάφορα οικεία σχήματα πάνω σε καμβάδες κατά 90° και 180°.	Γ16
ΓΔ5	Οι μαθητές σχεδιάζουν σε καμβάδες την τάξη τους ή άλλους οικείους χώρους χρησιμοποιώντας απλές κλίμακες.	Γ18
ΓΔ6	Οι μαθητές αναγνωρίζουν διάφορα στερεά από τις σιλουέτες τους και τις συνδέουν με τις πλευρές αυτών των στερεών και τις τομές τους από ένα επίπεδο. Για την περιστροφή και την δημιουργία τομών σε στερεά ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει εφαρμογές σε ψηφιακό περιβάλλον ακολουθώντας τους παρακάτω συνδέσμους: Στερεά υπό γωνία. http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=70	Γ19

	 Κόβοντας Πλατωνικά στερεά. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_126_g_3_t_3.html?open=instructions&from=category_g_3_t_3.html	
ΓΔ7	Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να αναπαραστήσουν όλα τα διαφορετικά τετράγωνα (διαφορετικού εμβαδού) πάνω σε ένα γεωπίνακα που αποτελείται από 5 x 5 καρφάκια. Περιμένουμε εύκολα να βρουν τα παρακάτω τετράγωνα:  Υπάρχουν όμως άλλα τόσα τετράγωνα τα οποία για να τα εντοπίσουν οι μαθητές θα πρέπει να σκεφτούν μη προτυπικές αναπαραστάσεις του τετραγώνου πάνω στο γεωπίνακα.	Γ12, Μ7
ΜΔ1	Διερευνούν τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται η περίμετρος τετραγώνου, ορθογωνίου, τριγώνου, τυχαίου ευθύγραμμου σχήματος, όταν μεταβάλλεται το μήκος των πλευρών του με ακέραιο συντελεστή. Διαπιστώνουν κανονικότητες και γενικεύουν.	Μ3
ΜΔ2	Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να υπολογίσουν την περίμετρο σχημάτων όπως αυτού της Εικόνας 1. Στη συνέχεια τους ζητά να τη συγκρίνουν με την περίμετρο ενός ορθογωνίου αντίστοιχου μήκους και πλάτους (στην περίπτωση μας μήκους 7,5 εκ. και πλάτους 9 εκ) και να διατυπώσουν συμπεράσματα.  Εικόνα 1	Μ2

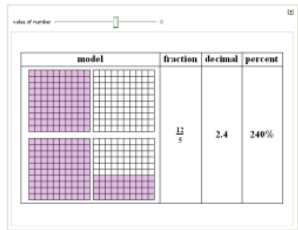
ΜΔ3	Αναλύουν ορθογώνια σε δύο ορθογώνια τρίγωνα (με τη διαγώνιο), διαπιστώνουν με μετασχηματισμό (στροφή) ότι τα ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα και υπολογίζουν το εμβαδό τους με βάση το εμβαδό του ορθογωνίου.	Μ5
ΣΔ1	Οι μαθητές διεξάγουν μια έρευνα για τις ώρες ξεκούρασης και παιχνιδιού που έχουν τις καθημερινές οι μαθητές της Α΄ και της Ε΄ τάξης. Συλλέγουν δεδομένα, τα οργανώνουν και τα αναπαριστούν κατάλληλα. Συζητούν στην τάξη για χαρακτηριστικά που έχουν τα δεδομένα και για χαρακτηριστικές τιμές αυτών. Συζητούν για θέματα που προέκυψαν από την έρευνά τους και αν έχουν «λογική» εξήγηση (π.χ. γιατί οι μαθητές της Α΄ τάξης έχουν περισσότερες ώρες παιχνιδιού)	Σ1, Σ2, Σ3, Σ4, Σ5
ΠΔ1	Οι μαθητές εκφράζουν την πιθανότητα για τα παρακάτω ενδεχόμενα, όταν ρίχνουμε ένα ζάρι: Η ένδειξη είναι 1, η ένδειξη είναι άρτιος αριθμός, η ένδειξη είναι πολλαπλάσιο του 3, η ένδειξη είναι διαιρέτης του 6.	Π2

ΣΤ' Δημοτικού

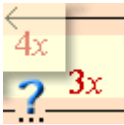
Θεματική ενότητα: Αριθμοί – Άλγεβρα

Προτεινόμενες Διδακτικές ώρες: 69 (60 + 9)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Αρ1. Συνδέουν τις τέσσερις πράξεις μεταξύ τους και χρησιμοποιούν ιδιότητές τους, για να επιλύσουν προβλήματα. Αρ2. Εισάγονται στην έννοια της δύναμης και υπολογίζουν και εκφράζουν δυνάμεις φυσικών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό. Αρ3. Εκτιμούν το αποτέλεσμα μιας πράξης, στρογγυλοποιώντας στην πλησιέστερη δύναμη του 10. Αρ4. Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα με περισσότερες από μία πράξεις, ελέγχοντας τη λογικότητα του αποτελέσματος και κοινοποιούν τις προσεγγίσεις τους σε άλλους. Αρ5. Εισάγονται στην έννοια του λόγου και επιλύουν αντίστοιχα προβλήματα. Αρ6. Αναλύουν και	Φυσικοί αριθμοί • Πράξεις στους φυσικούς • Φυσικοί αριθμοί – Διαιρετότητα (20 ώρες)	Είναι σημαντικό να αναπτύξουν οι μαθητές αναλογική σκέψη και να αξιοποιήσουν τις δεξιότητες που έχουν αναπτύξει σχετικά με τον υπολογισμό μεγάλων αριθμών. Ειδικότερα, οι μαθητές καλούνται να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να δείξουν πώς ένας άγνωστος αριθμός σε εκατομμύρια μπορεί να είναι ασήμαντος όταν συγκριθεί με ένα αναλογικά μεγαλύτερο αριθμό. (ενδεικτική δραστηριότητα ΑρΔ1)	Μαθηματικά Στ' (Τετράδιο εργασιών α' τεύχος), ΟΕΔΒ (2006) σελ. 24, «Η μεγαλύτερη κρεμαστή γέφυρα του κόσμου». Μαθηματικά Στ' (βιβλίο μαθητή) σελ. 43, δραστηριότητα 2.

εκφράζουν έναν αριθμό ως γινόμενο πρώτων παραγόντων. Αρ7. Υπολογίζουν και διερευνούν το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών.			
Αρ8. Εισάγονται στα ποσοστά, μετατρέπουν κλασματικούς αριθμούς σε ποσοστά και τα χρησιμοποιούν στη μοντελοποίηση καταστάσεων και την επίλυση προβλημάτων.	Κλασματικοί αριθμοί (16 ώρες)	Είναι σημαντικό να αντιληφθούν οι μαθητές ότι τα ποσοστά δεν είναι μονάδες μέτρησης αλλά αριθμοί που μπορούν να εφαρμοστούν σε μια ποσότητα οποιουδήποτε μεγέθους. Ενδείκνυται η χρήση της αριθμογραμμής ως μέσο για την αναπαράσταση και σύγκριση κλασματικών αριθμών, ποσοστών και δεκαδικών αριθμών. (ενδεικτικές δραστηριότητες: ΑρΔ2, ΑρΔ3)	Σύγκριση κλασμάτων, δεκαδικών και ποσοστών Applet από δικτυακό τόπο Wolfram Demonstrations Project 
Αρ9. Προσθέτουν και αφαιρούν νοερά αριθμούς που έχουν μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία. Αρ10. Χρησιμοποιούν γνωστές διαδικασίες, για να εκτελέσουν τις τέσσερις πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς Αρ11. Εκτιμούν το αποτέλεσμα μιας πράξης, στρογγυλοποιώντας	Δεκαδικοί αριθμοί (18 ώρες)	Είναι σημαντικό να αναπτύσσουν οι μαθητές διαφορετικές στρατηγικές νοερού υπολογισμού πράξεων με δεκαδικούς αριθμούς. Ο εκπαιδευτικός προκαλεί τους μαθητές να κάνουν εκτιμήσεις του αποτελέσματος τεσσάρων πράξεων, να αιτιολογούν την εκτίμηση τους και να	

στην πλησιέστερη δύναμη του 10 με αρνητικό εκθέτη. Αρ12. Χρησιμοποιούν αποτελεσματικά την αριθμομηχανή για υπολογισμούς με δεκαδικούς αριθμούς.		την επιβεβαιώνουν με τη χρήση της αριθμομηχανής. (ενδεικτικές δραστηριότητες: ΑρΔ4, ΑρΔ5)	Μαθηματικά Στ' (Τετράδιο εργασιών α' τεύχος) σελ. 18, πρόβλημα 3ο
Αρ13. Διερευνούν διαισθητικά απλές προσθέσεις με θετικούς και αρνητικούς ακέραιους αριθμούς.	Ακέραιοι αριθμοί (6 ώρες)	Ο εκπαιδευτικός παρακινεί τους μαθητές να κάνουν διαισθητικά απλές προσθέσεις με θετικούς και αρνητικούς ακέραιους αριθμούς στην προσπάθειά τους να μοντελοποιήσουν καταστάσεις της καθημερινής ζωής. (ενδεικτική δραστηριότητα: ΑρΔ6)	Σύγκριση ακεραίων Applet από δικτυακό τόπο Wolfram Demonstrations Project http://demonstrations.wolfram.com/topic.html?topic=Integers&limit=20 
A1. Αναπαριστούν και μελετούν κανονικότητες σε διαφορετικά αναπαραστατικά συστήματα A2. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ ανάλογων και αντιστρόφων ανάλογων ποσών. A3. Διερευνούν την έννοια της συνάρτησης μέσω διαφορετικών αναπαραστάσεων μονοσήμαντων αντιστοιχιών. A4. Διερευνούν την έννοια της μεταβλητής σε γνωστούς τύπους από τη φυσική και τη γεωμετρία	Κανονικότητες / συναρτήσεις (3 ώρες)	(ενδεικτική δραστηριότητα ΑΔ1)	Βιβλίο μαθητή σελίδα 129 δραστηριότητα 2, σελίδα 131 δραστηριότητα 2

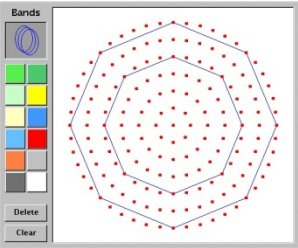
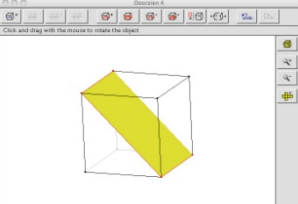
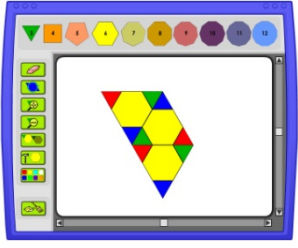
A5. Εκφράζουν συμβολικά ένα πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση, διατυπώνουν ένα πρόβλημα που να μοντελοποιείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση. A6. Συζητούν για τη δομή μιας αριθμητικής παράστασης χρησιμοποιώντας κατάλληλη ορολογία (πχ. άθροισμα και όροι του, γινόμενο και παράγοντές του). A7. Υπολογίζουν την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (με παρενθέσεις και δυνάμεις με ακέραιο εκθέτη μέχρι 4). A8. Χρησιμοποιούν γράμματα ως μεταβλητές στον γενικό όρο κανονικοτήτων και συναρτήσεων.	Άλγεβρικές παραστάσεις (3 ώρες)	Τα ερευνητικά ευρήματα συγκλίνουν στη διαπίστωση ότι οι μαθητές της υποχρεωτικής εκπαίδευσης τείνουν να ερμηνεύουν ένα γράμμα ως το όνομα ενός συγκεκριμένου αριθμού, δηλαδή ως ένα συγκεκριμένο άγνωστο. Είναι, λοιπόν, ιδιαίτερα σημαντικό να δοθεί η ευκαιρία στους μαθητές να εμπλακούν σε δραστηριότητες που θα τους επιτρέψουν να συνειδητοποιήσουν τις ποικίλες ερμηνείες του εγγράμματος συμβόλου στην άλγεβρα.	
A12. Χρησιμοποιούν γράμματα ως άγνωστους σε απλές αριθμητικές εξισώσεις ενός βήματος και επιλύουν τις αντίστοιχες εξισώσεις.	Ισότητες-ανισότητες (3 ώρες)	Η επίλυση μιας εξίσωσης προϋποθέτει την ικανότητα του μαθητή να τη χειρίζεται ως αντικείμενο. Ωστόσο, η σχετική έρευνα αποκαλύπτει ότι συχνά οι μαθητές είτε ακολουθούν μεθόδους επίλυσης με μικρή εμβέλεια είτε υιοθετούν την τυπική μέθοδο, εργαζόμενοι	Ψηφιακό περιβάλλον για τον υπολογισμό εμβαδών χωρίων, , όπως το παρακάτω μπορούν να βρεθούν στο διαδικτυακό τόπο. http://www.fi.uu.nl/wisweb/en/ 

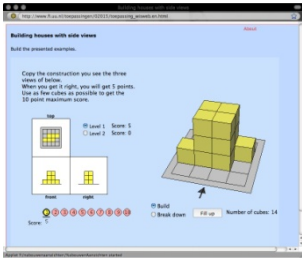
		μηχανικά. Και στις δύο περιπτώσεις, σύντομα οδηγούνται σε αδιέξοδο. Στην τάξη αυτή είναι σημαντικό να δοθεί έμφαση σε άτυπες μεθόδους επίλυσης όπως για παράδειγμα δοκιμή και πλάνη κατευθύνοντας στην αναγκαιότητα μιας πιο γενικευμένης – τυπικής μεθόδου επίλυσης.	
--	--	---	--

Θεματική ενότητα: Χώρος και Γεωμετρία – Μέτρηση

Προτεινόμενες Διδακτικές ώρες: 35 (20 + 15)

Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Γ1. Αναγνωρίζουν, τοποθετούν και ονομάζουν σημεία στο Καρτεσιανό σύστημα, καθώς και σε γεωγραφικούς χάρτες με χρήση σύνθετων σημείων του ορίζοντα (π.χ. ΒΔ, ΝΑ) και όρων που σχετίζονται με το γεωγραφικό μήκος και πλάτος.	Έννοιες του χώρου δόμηση του χώρου και συντεταγμένες (3 ώρες)	(ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ1, ΓΔ2)	Τετραγωνισμένοι καμβάδες, γεωγραφικοί χάρτες.
Γ2. Ταξινομούν πολύγωνα βάσει του αριθμού και του μήκους των πλευρών τους, των γωνιών, των παράλληλων πλευρών τους, των αξόνων συμμετρίας και της περιστροφικής συμμετρίας. Γ3. Ταξινομούν στερεά βάσει του σχήματος της βάσης και της παράπλευρης επιφάνειάς τους. Γ4. Ταξινομούν τετράπλευρα και πολύγωνα βάσει της αξονικής συμμετρίας, των	Γεωμετρικά Σχήματα - αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε στοιχεία και ιδιότητες - κατασκευές και σχεδιασμός γεωμετρικών σχημάτων και στερεών - σύνδεση μεταξύ	Είναι σημαντικό οι μαθητές να εστιάζονται προοδευτικά σε λιγότερα αλλά επαρκή χαρακτηριστικά για τον ορισμό και τις ταξινομήσεις των γεωμετρικών σχημάτων και στερεών. Είναι σημαντικό να αναδείξει ο εκπαιδευτικός την ύπαρξη κλάσεων και στα στερεά σώματα, σε αναλογία με τα	Βιβλίο μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 137, σελ. 159. Έτοιμες συλλογές σχημάτων (Alfa Shapes, Shape Set), Polydron, φυσικά υλικά, σχήματα, εικόνες. Ψηφιακό περιβάλλον: Word, Sketchpad, Cabri, Geogebra, κ.λπ. Κυκλικός γεωπίνακας. http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_284_g_3_t_3.html?open=activi

γωνιών και των πλευρών τους. Γ5. Αναγνωρίζουν την περιφέρεια, την ακτίνα και την διάμετρο κύκλων και ημικυκλίων. Γ6. Αναγνωρίζουν ομοιότητες μεταξύ διάφορων πρισμάτων και διάφορων πυραμίδων. Γ7. Συζητούν για τα κρίσιμα χαρακτηριστικά επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και συντάσσουν περιγραφές (μη τυπικούς ορισμούς) για τετράπλευρα. Γ8. Κατασκευάζουν και σχεδιάζουν πολύγωνα (φυσικά υλικά, ψηφιακό περιβάλλον). Γ9. Αναλύουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε μέρη.	γεωμετρικών σχημάτων και στερεών • ανάλυση ή σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σε άλλα σχήματα ή μέρη (10 ώρες)	επίπεδα σχήματα. Για παράδειγμα, η κλάση των πρισμάτων περιλαμβάνει και τα παραλληλεπίπεδα, ενώ στην αναζήτηση διαφορετικών πρισμάτων μπορεί να συμβάλλουν οι κλάσεις των τριγώνων και των τετραπλεύρων. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΓΔ3, ΓΔ4, ΜΔ1, ΜΔ2)	ties&from=category_g_3_t_3.html.  Κόβοντας στερεά. http://www.fi.uu.nl/toeassing/wisweb.en.html. 
Γ10. Περιγράφουν ισοδύναμους μετασχηματισμούς που οδηγούν στην κατασκευή ίσων σχημάτων σε φυσικό και ψηφιακό περιβάλλον. Γ11. Σχεδιάζουν το συμμετρικό απλών γεωμετρικών σχημάτων ως προς κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα σε τετραγωνισμένο καμβά και με τη χρήση του γνώμονα. Γ12. Σχεδιάζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας για διάφορες περιστροφές σε καμβάδες και σε ψηφιακό περιβάλλον. Γ13. Αναγνωρίζουν ποια σχήματα μπορούν να δώσουν ψηφιδωτά και χρησιμοποιούν στοιχειώδεις μετασχηματισμούς για	Μετασχηματισμοί • μετατόπιση, στροφή και ανάκλαση • αξονική Συμμετρία • κεντρική Συμμετρία • επικαλύψεις επιφανειών και κανονικότητες (3 ώρες)	Είναι σημαντικό οι μαθητές να διακρίνουν εκείνα τα χαρακτηριστικά που συνιστούν ίσα σχήματα ώστε να επιχειρούν τους ελάχιστους δυνατούς μετασχηματισμούς για την αιτιολόγηση της ισότητας και την καλύτερη κατανόηση των διαφορετικών ειδών της συμμετρίας. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ5, ΜΔ1, ΜΔ2)	Βιβλίο μαθητή, ΟΕΔΒ, σελ. 145-146. Τετραγωνικοί καμβάδες, Τάνγκραμ, καθρεπτάκι, Mira, γεωπίνακες, αντικείμενα των παιδιών κ.λπ., εικόνες σε μεγέθυνση ή σμίκρυνση φυσικών αντικειμένων. Ψηφιδωτά. http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=202. 

την κατασκευή τους.			
<i>Γ14.</i> Κατασκευάζουν κτίρια από συνδεδεμένους κύβους χρησιμοποιώντας εικόνες ή σχέδια από διαφορετικές οπτικές γωνίες. <i>Γ15.</i> Σχεδιάζουν σε ισομετρικό καμβά ή σε ψηφιακό περιβάλλον δοσμένες κατασκευές κτιρίων από αλληλοσυνδεδεμένους κύβους.	Οπτικοποίηση • αναγνώριση και αναπαράσταση διαφορετικών οπτικών γωνιών αντικειμένων και καταστάσεων • δημιουργία οπτικοποιήσεων για τη διαχείριση σχημάτων, διευθύνσεων και θέσεων (4 ώρες)	Είναι σημαντικό οι μαθητές να συνδέουν δισδιάστατα σχήματα όπως οι κατόψεις ή οι όψεις με την τρισδιάστατη αναπαράσταση που παράγεται από το συνδυασμό τους. (ενδεικτική δραστηριότητα ΓΔ4, ΓΔ6)	Εικόνες, σχέδια, αλληλοσυνδεδεμένοι κύβοι (connecting cubes), ισομετρικοί καμβάδες, Ψηφιακό περιβάλλον: Χτίζοντας κτίρια. http://www.fi.uu.nl/toeassing/wisweb.en.html. 
<i>Μ1.</i> Προσθέτουν και αφαιρούν γωνίες χρησιμοποιώντας διάφορα μέσα και στρατηγικές.	Μέτρηση γωνίας • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες (1 ώρα)	Για την πρόσθεση και την αφαίρεση γωνιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί διαφανές χαρτί, γωνίες από χαρτί ή/και μοιρογνωμόνιο για τη μεταφορά της μιας γωνίας σε συνέχεια ή εντός της άλλης (με κοινή πλευρά) και υπολογισμό του αθροίσματος ή της διαφοράς. (ενδεικτική δραστηριότητα ΜΔ1)	Τα Μαθηματικά μου Στ' Δημοτικού, α' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 147, Πρόβλημα (ως δραστηριότητα). Μαθηματικά Στ' δημοτικού. Αθήνα: ΟΕΔΒ. Σελ. 141, Δραστηριότητα 2^η.
<i>Μ2.</i> Διερευνούν τη σχέση μεταξύ μήκους και διαμέτρου κύκλου και γενικεύουν για να διατυπώσουν τύπο για τον υπολογισμό του μήκους κύκλου. <i>Μ3.</i> Εκτιμούν και συγκρίνουν μήκη κύκλων.	Μέτρηση μήκους • άμεσες και έμμεσες συγκρίσεις • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες • εκτίμηση (3 ώρες)	Η διερεύνηση του λόγου μήκος προς διάμετρο κύκλου αποτελεί δραστηριότητα που μπορεί να αποδώσει νόημα στον τύπο υπολογισμού του μήκους κύκλου. Η εκτίμηση του μήκους κύκλου και οι	

		συγκρίσεις βασίζονται στη διάμετρο (το μήκος κύκλου είναι περίπου τριπλάσιο από τη διάμετρο). (ενδεικτική δραστηριότητα ΜΔ3)	
M4. Υπολογίζουν το εμβαδό παραλληλογράμμων, τριγώνων και τραπεζίων και γενικεύουν για να διατυπώσουν τύπους. M5. Υπολογίζουν το εμβαδό ακανόνιστων επιφανειών χρησιμοποιώντας ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών. M6. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ πλευρών, περιμέτρου, εμβαδού και όγκου ενός γεωμετρικού σχήματος. M7. Πραγματοποιούν μετατροπές μονάδων μέτρησης επιφάνειας χρησιμοποιώντας τις σχέσεις μεταξύ των μονάδων και επιλύουν σχετικά προβλήματα.	Μέτρηση επιφάνειας μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες (8 ώρες)	Ο υπολογισμός του εμβαδού παραλληλογράμμου, τριγώνου και τραπεζίου βασίζεται στο μετασχηματισμό των σχημάτων ώστε να προκύψουν σχήματα με γνωστό εμβαδό (ορθογώνια ή παραλληλόγραμμα). Για τον υπολογισμό εμβαδού ακανόνιστων επιφανειών μπορεί να χρησιμοποιηθούν προσεγγιστικές μέθοδοι ή ανάλυση και ανασύνθεση του σχήματος σε σχήμα με γνωστό εμβαδό. Η πρώτη μέθοδος συνδέεται με το στόχο Μ10 (ακρίβεια και σφάλμα στη μέτρηση). Η διερεύνηση της σχέσης μεταξύ πλευρών εμβαδού και όγκου επεκτείνει τις καταστάσεις συμμεταβολής γεωμετρικών μεγεθών, που έχουν εισαχθεί στην προηγούμενη τάξη. (ενδεικτικές δραστηριότητες ΜΔ2, ΜΔ4, ΜΔ5, ΜΔ6)	Μαθηματικά Στ' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 151, Δραστηριότητα 2 και σελ. 153, Δραστηριότητα 2. Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, Τετράδιο εργασιών, γ' τεύχος, ΟΕΔΒ, σελ. 11, Εργασία στ. Τα Μαθηματικά μου, Στ' Δημοτικού, α' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 117-118, Εργασίες 1-5.
M8. Διερευνούν περιπτώσεις στις οποίες όγκος και χωρητικότητα διαφέρουν.	Μέτρηση χωρητικότητας όγκου Μέτρηση με μη	Για τη διάκριση χωρητικότητας και όγκου μπορούν να	Τα Μαθηματικά μου, Στ' Δημοτικού, α' μέρος, ΟΕΔΒ, σελ. 137-138,

M9. Πραγματοποιούν μετατροπές μονάδων μέτρησης χωρητικότητας-όγκου χρησιμοποιώντας τις σχέσεις μεταξύ των μονάδων και επιλύουν σχετικά προβλήματα.	τυπικές και τυπικές μονάδες (2 ώρες)	χρησιμοποιηθούν δοχεία (π.χ. δοχεία αρωμάτων με αρκετό πάχος γυαλιού) στα οποία η χωρητικότητα είναι μικρότερη από τον όγκο που καταλαμβάνουν.	Εργασίες 1-5.
M10. Προσεγγίζουν την ακρίβεια και το σφάλμα στη μέτρηση.	Μετρήσεις • Μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες (1 ώρα)	Αναδεικνύεται ο προσεγγιστικός χαρακτήρας της μέτρησης, η απαιτούμενη ακρίβεια με βάση το πλαίσιο εφαρμογής (π.χ. πόσα δεκαδικά ψηφία χρησιμοποιούν οι μηχανικοί στις μετρήσεις για την κατασκευή οικοδομών) και το σφάλμα στη μέτρηση ανάλογα με την ακρίβεια της μέτρησης.	Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, ΟΕΔΒ, σελ. 34-35. Μαθηματικά Ε' Δημοτικού, τετράδιο εργασιών, α' τεύχος, ΟΕΔΒ, σελ. 28-29, Εργασίες: α-δ και στ.

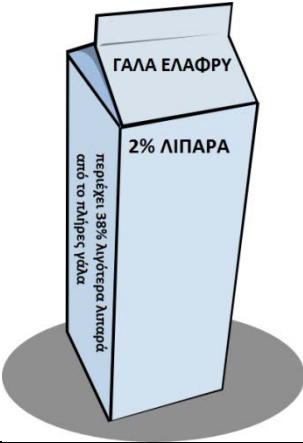
Θεματική ενότητα: Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)

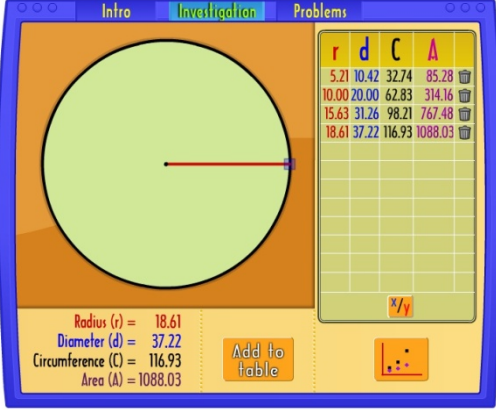
Ενδεικτικές Διδακτικές ώρες: 12 (6 + 6)

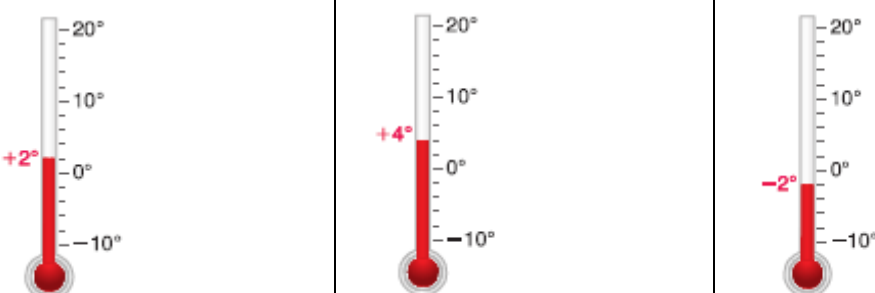
Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΠΜΑ)	Βασικά θέματα	Δραστηριότητες	Εκπαιδευτικό υλικό
Σ1. Διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα. Σ2. Συλλέγουν δεδομένα μέσω ερευνών, μετρήσεων ή πειραμάτων και επεκτείνουν τους τρόπους οργάνωσης τους και σε πίνακες σχετικών συχνοτήτων. Σ3. Κάνουν μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε άλλη. Σ4. Επιχειρηματολογούν βασιζόμενοι στα δεδομένα.	Δεδομένα • Συλλογή, οργάνωση, αναπαράσταση και ερμηνεία δεδομένων (5 ώρες)	(ενδεικτική δραστηριότητα ΣΔ1)	Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού, Βιβλίο του Μαθητή, Κεφ. 45, εφαρμογή, Κεφ. 46, Δραστηριότητα, Κεφ. 45, Δρ. 1, 2, Κεφ. 47 Δρ. 1, 2. Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, Κεφ. 45, ασκ. 1, 2, Κεφ. 46, ασκ. 1, δρ. με προεκτάσεις, Κεφ. 47, ασκ. 1, 5.
Σ5. Προσδιορίζουν χαρακτηριστικές τιμές των	Μέτρα θέσης Μεταβλητότητα	Είναι σημαντικό οι μαθητές να	Μαθ. ΣΤ' Δημ., βιβλίο Μαθητή: Κεφ. 47,

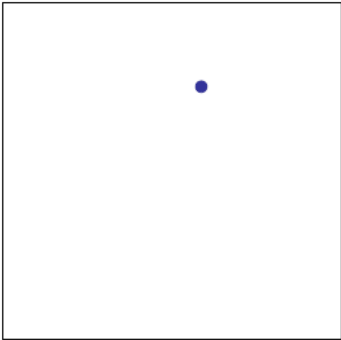
δεδομένων (επικρατούσα τιμή, διάμεσο, μέση τιμή) και διερευνούν τα χαρακτηριστικά τους.	(2 ώρες)	αναφέρονται και στα τρία μέτρα θέσης όταν περιγράφουν τα δεδομένα, γιατί έτσι θα καταφέρουν να έχουν καλύτερη αντίληψη των δεδομένων.	Δραστηριότητες 1 και 2.
Π1. Περιγράφουν τον δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης δύο σταδίων.	Πείραμα τύχης (2 ώρες)		
Π2. Υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου ως κλάσμα (πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων) / (πλήθος δυνατών περιπτώσεων) και την συγκρίνουν με την σχετική συχνότητα των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την πραγματοποίηση ενός πειράματος τύχης.	Πιθανότητα ενδεχομένου (3 ώρες)	(ενδεικτική δραστηριότητα ΠΔ1)	

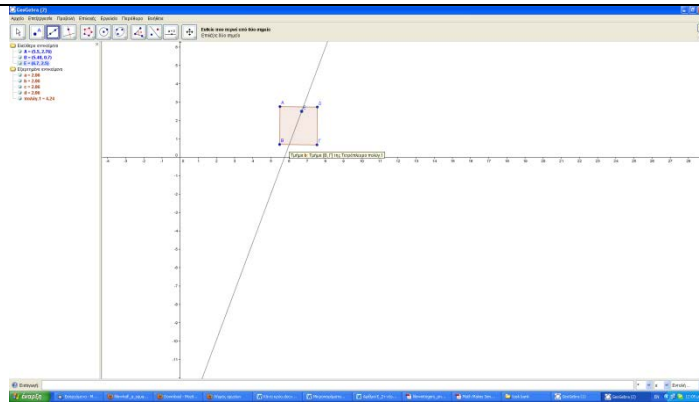
Ενδεικτικές Δραστηριότητες

A/A	Περιγραφή δραστηριότητας	ΠΜΑ
ΑρΔ1	Το παγκόσμιο χωριό Τον Οκτώβρη του 1999, ο συνολικός πληθυσμός της γης ήταν περίπου 6.000.000.000 κάτοικοι. Φανταστείτε ότι θέλουμε να φτιάξουμε ένα χωριό με πληθυσμό ακριβώς 100 κατοίκους. Στην συγκρότηση του πληθυσμού θα συμμετέχουν αναλογικά άνθρωποι από όλες τις ηπείρους. Με άλλα λόγια μπορούμε να «σμικρύνουμε» αναλογικά τον πληθυσμό της γης σε ένα χωριό με πληθυσμό ακριβώς 100 κάτοικους. Οι κάτοικοι, λοιπόν, του παγκόσμιου αυτού χωριού θα είναι: • 61 κάτοικοι από την Ασία • 13 κάτοικοι από την Αφρική • 12 κάτοικοι από την Ευρώπη • 8 κάτοικοι από την Βόρεια Αμερική • 6 κάτοικοι από την Νότια Αμερική Ο Γιώργος διαφωνεί με την προτεινόμενη σύνθεση του πληθυσμού και υποστηρίζει: «στην Αυστραλία ζούσαν εκατομμύρια άνθρωποι το 1999. Γιατί δεν υπάρχει τουλάχιστον ένας κάτοικος στο παγκόσμιο χωριό από την Αυστραλία;» Ο ισχυρισμός του Γιώργου είναι σωστός καθώς στην Αυστραλία ζούσαν εκατομμύρια κάτοικοι το 1999. Κανένας κάτοικος όμως το παγκόσμιου χωριού δεν είναι από την Αυστραλία. Γιατί νομίζεις ότι συμβαίνει αυτό; Χρησιμοποίησε τα μαθηματικά για να αποδείξεις ότι κάτι τέτοιο είναι δυνατό να συμβεί.	Αρ1, Αρ4, Αρ5
ΑρΔ2	Λιγότερα λιπαρά  Αυτό είναι ένα κουτί με ελαφρύ γάλα. • Τι ποσοστό λιπαρών περιέχει το πλήρες γάλα; • Αιτιολογείστε την απάντησή σας.	Αρ8, Αρ4
ΑρΔ3	Ο αριθμός π Περισσότερα από 2000 χρόνια πριν, ο Έλληνας Μαθηματικός Αρχιμήδης χρησιμοποίησε κανονικά πολύγωνα με 96 πλευρές για να υπολογίσει ότι ο αριθμός π βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς $3\frac{10}{71}$ και $3\frac{1}{7}$. Σήμερα η πιο συνηθισμένη δεκαδική προσέγγιση για τον αριθμό π είναι το 3,14. Βρίσκεται το 3,14 στο διάστημα που χρησιμοποιούσε ο Αρχιμήδης για την προσέγγιση του αριθμού; Αν όχι, πώς θα βελτιώναμε τη δεκαδική προσέγγιση του	Αρ4 Αρ9 Αρ10

	π; Τοποθέτησε όλους τους αριθμούς σε μια αριθμογραμμή. Στην ίδια δραστηριότητα, μέσω εφαρμογής σε ψηφιακό περιβάλλον (σύνδεσμος http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=116) οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν κύκλους καταγράφοντας για κάθε περίπτωση τα μήκη της ακτίνας, της διαμέτρου και της περιφέρειας του κύκλου. Από τον πίνακα των τιμών μπορούν να καταλήγουν σε μια δεκαδική προσέγγιση του αριθμού π. 	
ΑρΔ4	Νοερός υπολογισμός – Κέρματα Ο Νικόλας χρησιμοποιεί μια ενδιαφέρουσα στρατηγική για να κάνει υπολογισμούς με το μυαλό του. Για παράδειγμα, αντί να υπολογίζει πόσο κάνει $6 \times 0,15 \text{ €}$, υπολογίζει $3 \times 0,30 \text{ €}$ το οποίο κάνει 0,90€. Όταν του ζητούν να εξηγήσει την στρατηγική του αυτός τοποθετεί κέρματα των 5 και 10 λεπτών στο τραπέζι, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.  • Πώς νομίζεις ότι μπορεί να χρησιμοποιήσει τα κέρματα αυτά για να δείξει ότι το $6 \times 0,15 \text{ €}$ είναι ίδιο με το $3 \times 30 \text{ €}$; • Χρησιμοποίησε την στρατηγική του Νικόλα για να υπολογίσεις πόσο κάνει $4 \times 1,35 \text{ €}$. • Κατασκεύασε ένα παρόμοιο πρόβλημα πολλαπλασιασμό.	Αρ9 Αρ10
ΑρΔ5	Το τετράγωνο με το κομπιουτεράκι Ο Γιώργος, ο Χρήστος και ο Νικόλας συζητούν σχετικά με ποιο μπορεί να είναι το μήκος της πλευράς του τετραγώνου που έχει εμβαδό 32 τ.εκ. Ο Χρήστος υποστηρίζει ότι πρέπει να είναι ή το 5,6 τ.εκ. ή το 5,7 τ.εκ. Γιώργος: «Χρήστο, δεν νομίζω ότι το 5,6 τ.εκ. ή το 5,7 τ.εκ. είναι αρκετά ακριβές. Εάν είχα περισσότερα δεκαδικά ψηφία τότε θα είχαμε το ακριβές μήκος. Ας δοκιμάσουμε το 5,65 τ.εκ. γιατί είναι ακριβώς στη μέση μεταξύ των 5,6 τ.εκ. και 5,7 τ.εκ.»	Αρ10, Αρ12

	Χρήστος: «Γιώργο δεν νομίζω ότι αυτό θα βοηθήσει. Αν έναν αριθμό με περισσότερα δεκαδικά ψηφία τον πολλαπλασιάσουμε με τον εαυτό του ποτέ δεν θα πάρουμε ένα ολόκληρο αριθμό ως απάντηση.» Νικόλας: «Το έκανα στο κομπιουτεράκι μου και βρήκα 5,6568542. Αυτή πρέπει να είναι η σωστή απάντηση.» Γιώργος: «Μπράβο Νικόλα. Ας το δοκιμάσουμε!» - Στην αρχή της συζήτησης ο Χρήστος και ο Γιώργος διαφωνούσαν. Ποιος από τους δύο νομίζει ότι έχει δίκιο; Εξήγησε το. - Πώς βρήκε ο Νικόλας τον αριθμό 5,6568542 χρησιμοποιώντας το κομπιουτεράκι του;	
ΑρΔ6	Τα θερμόμετρα Μελετήστε τα τρία θερμόμετρα. Υπολογίστε την θερμοκρασία που θα δείχνει κάθε θερμόμετρο, όταν:	Αρ13
	α) η θερμοκρασία πέσει κατά 4° C	
	β) η θερμοκρασία πέσει κατά 7° C	
	α) η θερμοκρασία ανέβει κατά 6° C	
		
ΑΔ1	Να βρεθεί και να διατυπωθεί ο κανόνας με τον οποίο συνεχίζεται η παρακάτω ακολουθία των αριθμών: 720, 360, 120, ..., Να βρεθεί ο 8ος όρος της.	Α2
ΓΔ1	Ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιώντας τον παγκόσμιο χάρτη και την υδρόγειο σφαίρα ζητά από τους μαθητές να μελετήσουν ή να σχεδιάσουν τις πορείες θαλασσοπόρων και εξερευνητών. Οι μαθητές σημειώνουν σημαντικά σημεία από τις πορείες αυτές και τα περιγράφουν χρησιμοποιώντας τα σημεία του ορίζοντα και το γεωγραφικό μήκος και πλάτος. Εναλλακτικά μπορεί να γίνει χρήση ψηφιακών χαρτών και εξομοιωτών (π.χ. Google Earth) και καταγραφή συντεταγμένων ή υπολογισμός αποστάσεων.	Γ1
ΓΔ2	Ο εκπαιδευτικός αναρτά στην τάξη ένα χάρτη της Ευρωπαϊκής Ένωσης και ζητά από τους μαθητές να περιγράψουν, χρησιμοποιώντας σημεία του ορίζοντα, τη θέση χωρών-μελών με βάση μία χώρα αναφοράς.	Γ1
ΓΔ3	Στην αίθουσα των Η/Υ ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να δημιουργήσουν ένα αρχείο του προγράμματος Word. Στη συνέχεια τους ζητά να επιλέξουν από τα βασικά σχήματα τον κύκλο και να τον σχεδιάσουν στη σελίδα του εγγράφου Word. Επειδή στα σχέδια αυτά δεν σημειώνεται το κέντρο του κύκλου τους ζητά να διερευνήσουν τρόπους	Γ5

	προσδιορισμού του κέντρου. Με αυτόν τον τρόπο ο εκπαιδευτικός επιδιώκει να αναδείξει κατάλληλες στρατηγικές προσδιορισμού του κέντρου του κύκλου από τους μαθητές του και μέσα από αυτές την χρήση στοιχείων του κύκλου όπως είναι η ακτίνα και η διάμετρος του. Τέλος του ζητά να τοποθετήσουν τα στοιχεία αυτά πάνω στον κύκλο που σχεδίασαν.	
ΓΔ4	Ο εκπαιδευτικός δίνει στους μαθητές το υλικό Polydron και τους ζητά να κατασκευάσουν πυραμίδες και πρίσματα. Στη συνέχεια τους ζητά να καταγράψουν τα σχήματα που χρειάστηκαν για την κατασκευή του κάθε στερεού, εντοπίζοντας ομοιότητες και διαφορές σε μια προσπάθεια να τα ταξινομήσουν. Οι μαθητές σχεδιάζουν τα στερεά σε ισομετρικούς καμβάδες.	Γ3, Γ6, Γ9, Γ14
ΓΔ5	Ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να συλλέξουν εικόνες και αντικείμενα από το περιβάλλον τους που παρουσιάζουν συμμετρία. Στη συνέχεια τους ζητά να τα ταξινομήσουν ανάλογα με το είδος της συμμετρίας που παρουσιάζουν και να κατασκευάσουν με αυτά πόστερ που θα τα αναρτήσουν στην τάξη τους.	Γ11, Γ12
ΓΔ6	Ο εκπαιδευτικός δίνει στους μαθητές σχέδια της κάτοψης του σχολείου και ίσα κυβάρια και τους ζητά να κατασκευάσουν ένα κτίριο – ομοίωμα του σχολείου. Προεκτείνοντας τη δραστηριότητα μπορεί να δώσει στους μαθητές μακετόχαρτο και να τους ζητήσει μια απλή μακέτα του σχολείου.	Γ14, Γ15
ΓΔ7	Το μισό τετράγωνο  Σχεδιάστε μια γραμμή που να περνά από τη μπλε κουκίδα και να κόβει το τετράγωνο στη μέση. - Είναι η γραμμή που κατασκευάσατε άξονας συμμετρίας του τετραγώνου; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. - Είναι τα δύο μέρη που κατασκευάσατε ίσα; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. - Ο Γιώργος υποστηρίζει ότι δεν έχει σημασία που βρίσκεται η κουκίδα. Οπουδήποτε και να είναι μέσα στο τετράγωνο, αυτός μπορεί πάντα να κατασκευάζει μια ευθεία που να περνά από την κουκίδα και να χωρίζει το τετράγωνο σε δύο ίσα μέρη. Οι μαθητές θα μπορούσαν να πειραματιστούν με τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας (Sketchpad, Cabri, Geogebra) δημιουργώντας ένα τετράγωνο και τοποθετώντας ένα σημείο μέσα στο τετράγωνο. Στη συνέχεια θα κατασκευάσουν μια ευθεία που θα ορίζεται από το σημείο μέσα στο τετράγωνο και ένα σημείο πάνω στην περίμετρο του τετραγώνου. Θα μπορούσαν οι μαθητές να πειραματιστούν μεταβάλλοντας δυναμικά το σημείο της περιμέτρου και να αποφασίσουν υπολογίζοντας τα εμβαδά των τετραπλεύρων που σχηματίζονται για την κατάλληλη θέση του.	



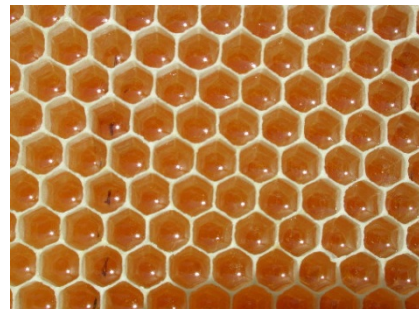
Μια πλήρης προσέγγιση στα παραπάνω ερωτήματα θα περιλάμβανε τον ορισμό της ευθείας μέσω του σημείου τομής των διαγωνίων του τετραγώνου.

ΜΔ1 «Μαθηματικά μωσαϊκά - πλακοστρώσεις»

Μ1, Γ8, Γ9, Γ13

Στο μάθημα των καλλιτεχνικών ο δάσκαλος της Στ' τάξης παρουσιάζει στους μαθητές του το έργο του Ολλανδού καλλιτέχνη Maurits Cornelis Escher (1898-1972). Ο Escher ανέπτυξε τη δική του θεωρία για τις πλακοστρώσεις στο επίπεδο και στα έργα του εμπλέκονται έννοιες και τεχνικές της σύγχρονης Γεωμετρίας. Επισκεφτείτε την επίσημη ιστοσελίδα του καλλιτέχνη (<http://www.mcescher.com/>) για να θαυμάσετε πολλά από τα έργα του.

Ο Νικόλας και οι φίλοι του γοητεύθηκαν από τα έργα του Ολλανδού καλλιτέχνη και άρχισαν να αναζητούν τρόπους για να πετύχουν πλακοστρώσεις – επικαλύψεις του επιπέδου με γνωστά τους σχήματα. Αρχικά άρχισαν να αναζητούν γύρω τους τέτοια μοτίβα και ανακάλυψαν ότι και τα τετράγωνα πλακάκια στο πάτωμα της τάξης τους ήταν μια πλακόστρωση από ίσα τετράγωνα. Ο Νικόλας σκέφτηκε την κυψέλη των μελισσών και αναζητώντας στο διαδίκτυο κάποια εικόνα διαπίστωσε ότι σε αυτήν την περίπτωση η πλακόστρωση γινόταν με την επανάληψη ίσων εξαγώνων.



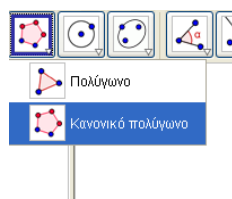
Τα παιδιά όσο και έψαξαν δεν μπόρεσαν να εντοπίσουν κάποια άλλη περίπτωση πλακόστρωσης. Έτσι, αποφάσισαν να πειραματιστούν οι ίδιοι έτσι ώστε να ανακαλύψουν μια πιθανή σχέση ανάμεσα στις ιδιότητες του σχήματος και της δυνατότητας δημιουργίας ενός μωσαϊκού με την επανάληψη του σχήματος. Διαπίστωσαν, βέβαια, ότι δεν θα πρέπει να υπάρχουν στο μωσαϊκό κενά και επικαλύψεις.

Μπορείτε να τους βοηθήσετε στην αναζήτησή τους;

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση:

Με τη χρήση του λογισμικού Geogebra οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν κανονικά πολύγωνα (εικόνα 1) και να πειραματιστούν στην επικάλυψη του επιπέδου.



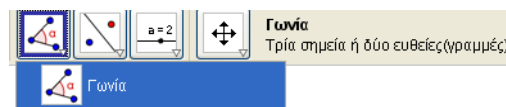
Εικόνα 1

1. Αρχικά καλούνται να δημιουργήσουν τα παρακάτω κανονικά πολύγωνα αξιοποιώντας την ενσωματωμένη λειτουργικότητα:

- τρίγωνο,
- τετράγωνο,
- πεντάγωνο
- εξάγωνο,
- οκτάγωνο και
- δωδεκάγωνο)

(Οι μαθητές αφού ορίσουν δύο σημεία στο επίπεδο που θα αποτελούν δύο συνεχόμενες κορυφές του κανονικού πολυγώνου θα καθορίσουν τον αριθμό των πλευρών του πολυγώνου) .

2η φάση: Οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν το μέτρο των γωνιών κάθε πολυγώνου χωρίζοντας το κάθε σχήμα σε τρίγωνα. Επιβεβαιώνουν τους συλλογισμούς τους αξιοποιώντας την λειτουργικότητα του λογισμικού.



3η φάση: Οι μαθητές καλούνται να μελετήσουν αν είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουν έναν αριθμό ίδιων πολυγώνων για να καλύψουν το χώρο γύρω από ένα σημείο στο επίπεδο χωρίς κενά και επικαλύψεις.

(Οι μαθητές κατασκευάζουν το αρχικό πολύγωνο και στη συνέχεια κατασκευάζουν κάθε νέο πολύγωνο ορίζοντας ως κορυφές του τις κορυφές του γειτονικού πολυγώνου).

Τίθενται οι παρακάτω ερωτήσεις στους μαθητές:

α. Με ποια πολύγωνα είναι δυνατή η επικάλυψη του επιπέδου γύρω από ένα σημείο. Ποιος είναι ο αριθμός των πολυγώνων που χρησιμοποιήσατε σε κάθε περίπτωση;

β. Σε ποιες από τις περιπτώσεις δημιουργούνται κενά;

γ. Σε ποιες από τις περιπτώσεις δεν είναι δυνατή η επικάλυψη του επιπέδου; Δημιουργήθηκαν κενά ή επικαλύψεις; Ποιος ήταν ο αριθμός των πολυγώνων που χρησιμοποιήσατε σε κάθε περίπτωση;

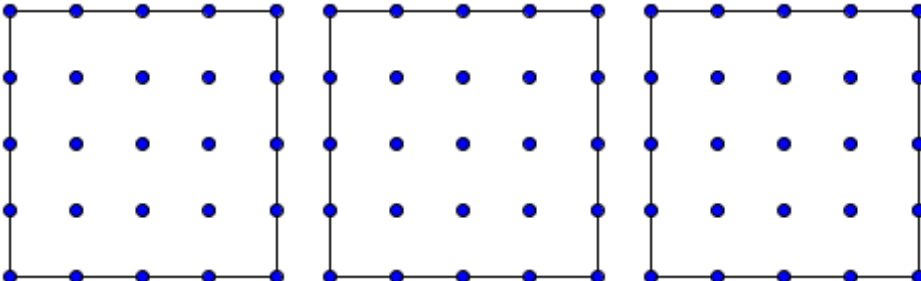
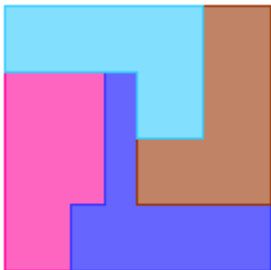
δ. Πώς συσχετίζεται (στις περιπτώσεις επιτυχημένης επικάλυψης) ο αριθμός των πολυγώνων και το μέγεθος της γωνίας του πολυγώνου;

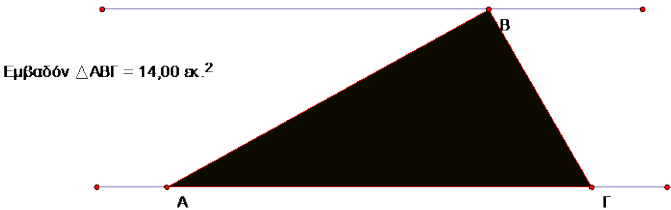
ε. Υπάρχει περίπτωση επικάλυψης του επιπέδου με την χρήση διαφορετικών πολυγώνων; Μπορείτε να περιγράψετε το μοτίβο που δημιουργείται;

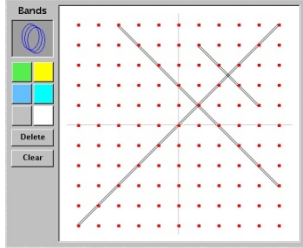
Αρχεία Λογισμικού

- μωσαϊκά 1
- μωσαϊκά 2
- μωσαϊκά 3
- μωσαϊκά 4
- μωσαϊκά 5
- μωσαϊκά 6
- μωσαϊκά 7
- μωσαϊκά 8
- μωσαϊκά 9

Μέσα από την δυναμική μεταβολή των γεωμετρικών σχημάτων οι μαθητές καλούνται να

	συσχετίσουν το μέτρο της γωνίας ενός κανονικού πολυγώνου με τη δυνατότητα επικάλυψης του επιπέδου με ίδια ή διαφορετικά κανονικά πολύγωνα δημιουργώντας μοτίβα γεωμετρικών σχημάτων.	
ΜΔ2	Μοιράζοντας το κέικ Ο Γιώργος, ο Νικόλας και οι φίλοι τους, Λάμπρος και Σοφία γύρισαν από το σχολείο πολύ πεινασμένοι. Στην κουζίνα βρήκαν ένα μεγάλο τετράγωνο κομμάτι κέικ που είχε περισσέψει από το χθεσινό πάρτι γενεθλίων. Ήθελαν να είναι δίκαιοι και να μοιράσουν το κέικ σε τέσσερα ίσα κομμάτια έτσι ώστε καθένας τους να πάρει το ένα τέταρτο ($\frac{1}{4}$) από το κέικ. 1. Προτείνετε διάφορους τρόπους που τα παιδιά θα μπορούσαν να κόψουν και να μοιράσουν το τετράγωνο κομμάτι κέικ. Για κάθε τρόπο που προτείνετε, εξηγήστε γιατί κάθε παιδί θα πάρει ακριβώς το ένα τέταρτο από το κέικ. Μπορείτε να πειραματιστείτε με τα παρακάτω πλαίσια:  Οι μαθητές θα μπορούσαν να πειραματιστούν και με τα λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας (Sketchpad, Cabri, Geogebra) δημιουργώντας ένα τετράγωνο πλέγμα και αξιοποιώντας τις δυναμικές λειτουργικότητες των λογισμικών να προτείνουν τις διαφορετικές στρατηγικές που ανέπτυξαν μέσα από τη χρήση του διαδραστικού πίνακα. 2. Ο Γιώργος πρότείνει τον παρακάτω τρόπο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η Σοφία αντιδρώντας στην πρόταση του Γιώργου υποστήριξε: «Είναι λάθος αυτό που προτείνεις. Μα δε το βλέπεις, τα κομμάτια δεν είναι ίσα!!» 3. Ποιος από τους δύο έχει δίκιο; Εξηγήστε 	Μ5, Γ9, Γ10
ΜΔ3	Οι μαθητές μετρούν τη διάμετρο και την περιφέρεια κυλινδρικών αντικειμένων με χάρακα και λωρίδες χαρτιού, κορδέλα ή σπάγκο. Καταγράφουν τις μετρήσεις τους σε πίνακα τιμών και προσπαθούν να ανακαλύψουν κανονικότητες στα δεδομένα. Ανακαλύπτουν το σταθερό λόγο περιφέρειας προς διάμετρο κύκλου. Εφαρμόζουν τη σχέση που ανακάλυψαν για να υπολογίσουν και να συγκρίνουν μήκη κύκλων.	Μ2

MΔ4	Οι μαθητές αναλύουν παραλληλόγραμμο σε επιμέρους σχήματα και τα ανασυνθέτουν σε σχήματα με γνωστό εμβαδό (ορθογώνιο). Στη συνέχεια αναλύουν παραλληλόγραμμο σε δύο τρίγωνα (με τη διαγώνιο), διαπιστώνουν με μετασχηματισμό (στροφή) ότι τα τρίγωνα είναι ίσα και υπολογίζουν το εμβαδόν τους με βάση το εμβαδό του παραλληλογράμμου. Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας (π.χ. Geometer's Sketchpad) για να διαπιστώσουν ότι παραλληλόγραμμο ή τρίγωνα με ίσες βάσεις και ίσο ύψος έχουν ίσο εμβαδό. Για παράδειγμα, κατασκευάζουν ένα σχήμα σαν αυτό της εικόνας και μετακινώντας το σημείο Β διαπιστώνουν ότι το εμβαδό του τριγώνου παραμένει σταθερό. 	M4
MΔ5	Ένα δεξαμενόπλοιο έπαθε βλάβη, η οποία προκάλεσε διαρροή πετρελαίου, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί μια πετρελαιοκηλίδα σαν αυτή που φαίνεται στην εικόνα.  Α) Υπολογίστε πόσα περίπου τετραγωνικά χιλιόμετρα είναι η έκταση που καταλαμβάνει η πετρελαιοκηλίδα. Β) Όταν 100 λίτρα αργού πετρελαίου απελευθερώνονται στη θάλασσα, καταλαμβάνουν επιφάνεια περίπου 1.000 τ.μ. Πόσα λίτρα περίπου απελευθερώθηκαν από τη βλάβη του δεξαμενόπλοιου; Γ) Κάθε βαρέλι πετρελαίου περιέχει περίπου 160 λίτρα και ζυγίζει περίπου 140 κιλά. Αν θέλαμε να υπολογίσουμε τη διαρροή σε βαρέλια, πόσα περίπου βαρέλια αργού πετρελαίου απελευθερώθηκαν στη θάλασσα; Δ) Ανάλογα με την ποσότητα του πετρελαίου που απελευθερώνεται στη θάλασσα οι πετρελαιοκηλίδες κατατάσσονται σε μικρές (λιγότερο από 7 τόνους), μεσαίες (7-700 τόνους) και μεγάλες (περισσότερους από 700 τόνους). Σε ποια κατηγορία θα εντάσσατε την παραπάνω πετρελαιοκηλίδα;	M5

	Ε) Με βάση τις καιρικές συνθήκες ήταν δυνατόν να εφαρμοστούν δύο τεχνικές απορρύπανσης: ο μηχανικός καθαρισμός, που κοστίζει από 80 έως 750 € για κάθε βαρέλι, και η επιτόπια καύση, που κοστίζει 40 € για κάθε βαρέλι πετρελαίου. Πόσο θα κόστιζε η απορρύπανση της θάλασσας για καθεμία μέθοδο;	
ΜΔ6	Οι μαθητές διερευνούν τον τρόπο που μεταβάλλονται η περίμετρος και το εμβαδό γνωστών γεωμετρικών σχημάτων (π.χ. τετράγωνο, ορθογώνιο τρίγωνο) όταν μεταβάλλεται το μήκος των πλευρών τους με ακέραιο ή κλασματικό συντελεστή και εξαγουν συμπεράσματα. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να αξιοποιήσει καμβάδες ή και γεωπίνακες σε φυσική ή ψηφιακή μορφή. (http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_303_g_3_t_3.html?open=activities&from=category_g_3_t_3.html) 	Μ6
ΣΔ1	Οι μαθητές διεξάγουν μια έρευνα σχετικά με το πλήθος των λέξεων που έχει ένα βιβλίο (π.χ. της Ιστορίας) της Δ' τάξης και της ΣΤ' τάξης. Συλλέγουν με κατάλληλο τρόπο τα δεδομένα, τα οργανώνουν και τα αναπαριστούν κατάλληλα. Συζητούν για χαρακτηριστικά που έχουν τα δεδομένα και για χαρακτηριστικές τιμές αυτών. Συζητούν για θέματα που προέκυψαν από την έρευνά τους και αν έχουν «λογική» εξήγηση όπως για παράδειγμα: γιατί τα βιβλία της Δ' τάξης έχουν λιγότερες λέξεις ανά σελίδα σε σχέση με τα βιβλία της ΣΤ τάξης.	Σ2, Σ3, Σ4, Σ5
ΠΔ1	Οι μαθητές σε ομάδες ρίχνουν δύο ίδια νομίσματα (π.χ. δύο των 20 λεπτών) 20 φορές και καταγράφουν αν εμφανίζεται α) Κεφάλι και στα δύο, β) Γράμματα και στα δύο ή γ) διαφορετικές ενδείξεις και στα δύο νομίσματα. Συζητούν ποια περίπτωση εμφανίστηκε τις περισσότερες φορές και αν υπάρχει εξήγηση γι' αυτό. Εκτελούν το ίδιο πείραμα με δύο διαφορετικά νομίσματα και προσπαθούν να βρουν ομοιότητες με το προηγούμενο. Περιγράφουν τον δειγματικό χώρο.	Σ2, Π1, Π2

ΣΥΝΘΕΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ 2^{ου} ΚΥΚΛΟΥ (Γ' - Δ' - Ε' -ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ)**Πίνακας Περιεχομένων**

A/A	Τίτλος	Θέμα	Τάξη	Εκπαιδευτικό υλικό
1	«Νερό, το πιο πολύτιμο αγαθό»	Οι μαθητές μελετούν πραγματικές καταστάσεις οικιακής χρήσης του νερού, παίρνουν αποφάσεις οι οποίες στηρίζονται σε δεδομένα ορθολογικής διαχείρισης του από τα μέλη της οικογένειας και κάνουν σχετικούς υπολογισμούς και εκτιμήσεις.	Γ' και Δ'	Πίνακας με δεδομένα, στοιχεία από τις εταιρείες ύδρευσης σχετικά με την κατανάλωση νερού στην περιοχή του σχολείου, αριθμομηχανή, αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο.
2	«Μυστικοί κώδικες και κρυπτογραφία»	Οι μαθητές μελετούν τη σχέση των μαθηματικών συμβόλων με τα γλωσσικά σύμβολα και κατανοούν μορφές κωδικοποίησης της γλώσσας με τη βοήθεια των μαθηματικών.	Γ' και Δ'	Πίνακας δεδομένων της συνθετικής εργασίας, βιβλίο γλώσσας αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο.
3	Θερμοκρασίες πόλεων της χώρας μας	Στο πλαίσιο της μελέτης της θερμοκρασίας, του κλίματος διαφορετικών πόλεων της χώρας μας, οι μαθητές συλλέγουν δεδομένα μέσω του διαδικτύου, τα επεξεργάζονται, τα απεικονίζουν σε διαγράμματα, θέτουν ερωτήματα και οδηγούνται σε συμπεράσματα.	Γ' και Δ'	Χρήση Διαδικτύου, Υπολογιστικό περιβάλλον επεξεργασίας δεδομένων.
4	«Η συμμετρία στη φύση»	Οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τη συμμετρία που εμφανίζεται στη φύση, σε φυτά και ζώα και να συγκεντρώσουν υλικό με βάση τα δεδομένα παρατηρήσεων και υπολογισμών.	Γ' και Δ'	Φωτογραφίες από φυτά, έντομα και ζώα, μικρός καθρέφτης, μεγεθυντικός φακός, αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο
5	«Προσκλήσεις σε γιορτή»	Οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν τον αριθμό των παιδιών που πήραν προσκλήσεις για μια γιορτή ξέροντας το μέρος μιας χαρτοταινίας που χρησιμοποιήθηκε σε μία πρόσκληση.	Γ' και Δ'	Εφαρμογή «Μπάρες» του Εκπαιδευτικού Λογισμικού του Π.Ι.
6	«Οικονομική διαχείριση-	Οι μαθητές μελετούν πραγματικές καταστάσεις και παίρνουν αποφάσεις	Ε' και ΣΤ'	Πίνακας δεδομένων της

	Κόστος ζωής»	οι οποίες στηρίζονται σε δεδομένα οικονομικής διαχείρισης και κάνουν σχετικούς υπολογισμούς και εκτιμήσεις.		δραστηριότητας, αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο
7	«Γωνίες και ηλικία»	Οι μαθητές συσχετίζουν μορφές και σχήματα στο ανθρώπινο σώμα και τα ερμηνεύουν χρησιμοποιώντας μαθηματικά. Συγκεκριμένα καλούνται να αναγνωρίσουν τη διαφοροποίηση της γωνίας του μηριαίου οστού ανάλογα με την ηλικία του ατόμου και να πάρουν αποφάσεις με βάση τα δεδομένα μετρήσεων και υπολογισμών.	Ε' και Στ'	Σχήματα και φωτογραφίες της δραστηριότητας, γεωμετρικά όργανα (κανόνας και μοιρογνωμόνιο), αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο
8	«Συνθήκες φωτισμού στο χώρο»	Οι μαθητές καλούνται να μετρήσουν τις γυάλινες επιφάνειες των παραθύρων της τάξης και να πάρουν αποφάσεις αν αυτές επαρκούν για την εξασφάλιση ικανοποιητικών συνθηκών φωτισμού με βάση τα δεδομένα των μετρήσεων τους και του προσανατολισμού των παραθύρων.	Ε' και Στ'	Μετροταινία, αριθμομηχανή, πυξίδα, αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο.
9	«Κύκλος και ψάρεμα»	Οι μαθητές καλούνται να συσχετίσουν παραδοσιακές δραστηριότητες του ανθρώπου στο περιβάλλον και να τις ερμηνεύσουν χρησιμοποιώντας μαθηματικά. Συγκεκριμένα καλούνται να υπολογίσουν δεδομένα σχετικά με το ψάρεμα και να αποφασίσουν για τις επιδράσεις του στο περιβάλλον με βάση τα δεδομένα που τους δίνονται και σχετικούς υπολογισμούς.	Ε' και Στ'	Εικόνες από τη συνθετική εργασίας, αριθμομηχανή, αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο.
10	«Στα μονοπάτια των Θεών του Ολύμπου»	Οι μαθητές σχεδιάζουν δραστηριότητες του ανθρώπου στη φύση και υπολογίζουν δεδομένα σχετικά με τα υλικά που θα χρειαστεί να πάρουν μαζί τους, το κόστος των υλικών και της μεταφοράς τους με βάση τις ανάγκες της συγκεκριμένης διαδρομής.	Ε' και Στ'	Χάρτες, λογισμικό Goggle Earth, αριθμομηχανή αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο.
11	«Κύκλοι στην αυλή του σχολείου»	Οι μαθητές μελετούν γεωμετρικές ιδιότητες του κύκλου μέσα από βιωματικές δραστηριότητες αξιοποιώντας και ψηφιακά εργαλεία.	Ε' και Στ'	Περιβάλλοντα δυναμικής γεωμετρίας και χειραπτικό υλικό. Αρχείο: 10-Μήκος κύκλου
12	«Λονδίνο 2012»	Οι μαθητές καλούνται να μελετήσουν τις αλλαγές ώρας ανάμεσα στις ζώνες ώρας που είναι χωρισμένος ο	Ε' και Στ'	Παγκόσμιος χάρτης, χάρτης ζωνών ώρας,

		πλανήτη. Μελετούν τον παγκόσμιο χάρτη που είναι χωρισμένος στις ζώνες ώρας και καλούνται να τον φανταστούν ως μια τεράστια αριθμογραμμή των ακεραίων. Το μηδέν είναι το σημείο αναφοράς που αντιστοιχεί στο Λονδίνο όπου γίνονται οι Ολυμπιακοί αγώνες.		αναζήτηση στοιχείων στο διαδίκτυο
13	«Το πράσινο σχολείο»	Οι μαθητές μέσα από ένα πραγματικό πρόβλημα υπολογισμού των διαστάσεων ενός ξύλινου πλαισίου για τον κήπο του σχολείου, διερευνούν τη περίμετρο και το εμβαδόν ορθογωνίων και την ελαχιστοποίηση του κόστους κατασκευής του. Χρησιμοποιούν παραμετρικές διαδικασίες με τη βοήθεια εργαλείου συμβολικής έκφρασης με δυνατότητα δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων, το Χελωνόκοσμο.	Στ'	Λογισμικό Χελωνόκοσμος Αρχεία: 13-φάση 1η-Δρ2 13-φάση 1η-Δρ3 13-φάση2η-δρ3 13-Φύλλο εργασίας
14	«Οι μαθητές κατασκευάζουν σκάλες παίζοντας»	Οι μαθητές μέσα από ένα πρόβλημα κατασκευής μιας σκάλας για το σχολείο, διερευνούν επαναληπτικές δομές, κατασκευάζουν σκαλοπάτια και σκάλες χειρίζοντάς τις δυναμικά με τη βοήθεια του Χελωνόκοσμου.	Στ'	Λογισμικό Χελωνόκοσμος Αρχεία: 14-Φύλλο εργασίας 14-φάση 1η-Δρ2 14-φάση 1η-Δρ3 14-φάση 1η-Δρ4 14-φάση 2η-Δρ3 14-φάση 2η-Δρ5

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 1 (Γ' - Δ' Δημοτικού) «Νερό, το πιο πολύτιμο αγαθό»

Μαγείρεμα, καθάρισμα, πότισμα, πλύσιμο... το νερό είναι απαραίτητο κάθε μέρα στους ανθρώπους σε κάθε γωνιά της γης. Το ξοδεύουμε όμως με σύνεση; Μελετήστε τον πίνακα και απαντήστε.

Ενεργώ απερίσκεπτα	Λίτρα	Ενεργώ με επίσκεψη	Λίτρα
Μπάνιο σε γεμάτη μπανιέρα	180	Ντους (κλειστό στο σαπούνισμα)	30
Πλύσιμο δοντιών (η βρύση ανοιχτή)	20	Πλύσιμο δοντιών (η βρύση κλειστή)	1
Πλύσιμο πιάτων στο χέρι (24ωρο)	150	Πλύσιμο-ξέβγαλμα στο νεροχύτη	25
Πλυντήριο πιάτων (πλήρες πρόγρ.)	40	Πλυντ. πιάτων (οικονομικό πρόγρ.)	22
Πλυντήριο ρούχων (πλήρες πρόγρ.)	80	Πλυντ. ρούχων (οικονομικό πρόγρ.)	45
Ξύρισμα (βρύση συνεχώς ανοιχτή)	20	Ξύρισμα (νερό όταν χρειάζεται)	3
Πλύσιμο αυτοκινήτου με λάστιχο	180	Πλύσιμο αυτοκινήτου με κουβά	60
Βρύση που στάζει (24ωρο)	144	Βρύση που δεν στάζει	0
Καζανάκι χωρίς ειδική σακούλα	10	Καζανάκι με ειδική σακούλα	7
		Καζανάκι 2 ταχυτήτων	3 ή 6

Πηγή: ΕΥΑΘ

Με βάση τις παραπάνω πληροφορίες μπορείτε να υπολογίσετε

- α)** Το νερό που ξοδεύει ένα άτομο (εσύ) σε μια εβδομάδα;
β) Το νερό που ξοδεύει μια οικογένεια (σου) σε μια εβδομάδα;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Επαρκούν τα 150 λίτρα νερό την ημέρα για τις ανάγκες της σύγχρονης οικογένειας;
- Οι ανάγκες μας για νερό στο μέλλον θα αυξηθούν ή θα ελαττωθούν;
- Τι γίνεται το νερό που χρησιμοποιούμε;
- Ο ρόλος των φυτών στο νερό...



Μια μικρή έρευνα:

Σύμφωνα με στοιχεία από τους λογαριασμούς ύδρευσης του προηγούμενου χρόνου υπολογίστε την κατανάλωση νερού της οικογένειάς σας.

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές υπολογίζουν την ποσότητα του νερού που είναι απαραίτητη για ένα άτομο και για μία οικογένεια σε μία εβδομάδα. Στη συνέχεια συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους με τα αποτελέσματα των υπόλοιπων ομάδων και συμφωνούν στις μετρήσεις που είναι κοινά αποδεκτές.

2η φάση: Οι μαθητές κάθε ομάδας συζητούν για τις ανάγκες της σύγχρονης οικογένειας σε νερό, για τη διαχείριση του κ.λπ.

Τέλος, διερευνούν τρόπους συνετής διαχείρισης σε ατομικό, οικογενειακό και τοπικό επίπεδο.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Μαθηματικά

Στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία των μαθηματικών δεν συνδέεται επαρκώς με την καθημερινότητα και δεν έχει εφαρμογή σε καταστάσεις που σχετίζονται με την επίδραση του ανθρώπου στο φυσικό περιβάλλον και τη διαχείριση των φυσικών πόρων. Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με θέματα που σχετίζονται με τη διαχείριση φυσικών πόρων σε ατομικό και οικογενειακό επίπεδο και την επίδραση της συνετής ή μη διαχείρισης του στο περιβάλλον.
- να εκφράσουν με τη χρήση των μαθηματικών καταστάσεις επίδρασης του ανθρώπου στο φυσικό περιβάλλον και να τις ερμηνεύσουν.
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

Περιβάλλον και Εκπαίδευση για την Αειφόρο Ανάπτυξη

Μέσα από τις διαφορετικές απόψεις σχετικά με την επίδραση των ανθρώπινων ενεργειών στο περιβάλλον, οι μαθητές μπορούν:

- να διακρίνουν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της αρμονικής συνύπαρξης του ανθρώπου με το φυσικό περιβάλλον και την αειφόρο ανάπτυξη μίας περιοχής.
- να αξιοποιήσουν και να ερμηνεύσουν βιβλιογραφικά δεδομένα και στοιχεία σχετικά με τη συνετή διαχείριση φυσικών πόρων και τα πλεονεκτήματα που προσφέρει τόσο για τον άνθρωπο όσο και για τη φύση.
- να διατυπώνουν επιχειρήματα και τεκμηριωμένες απόψεις.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 2 (Γ' - Δ' Δημοτικού)

«Μυστικοί κώδικες και κρυπτογραφία»

Ο Ιούλιος Καίσαρας επινόησε έναν απλό κρυπτογραφικό κώδικα προκειμένου να επικοινωνεί με τους στρατηγούς του με μηνύματα που δεν θα ήταν δυνατόν να τα διαβάσουν οι εχθροί του. Ο κώδικας βασιζόταν στην αντικατάσταση κάθε γράμματος του αλφαβήτου με κάποιο άλλο, όχι όμως επιλεγμένο τυχαία αλλά με βάση έναν μυστικό αριθμό. Πολλοί σύγχρονοι κρυπτογραφικοί κώδικες είναι βασισμένοι σε έναν ή σε γινόμενο από πρώτους αριθμούς. Η τεχνική της κωδικοποίησης είναι απλή. Ας δούμε ένα παράδειγμα:

Κοιτάξτε στον ακόλουθο πίνακα το ελληνικό αλφάβητο. Στην πράσινη γραμμή εμφανίζεται όπως το γνωρίζουμε και το χρησιμοποιούμε. Στην καφετιά γραμμή μετατοπίσαμε τα γράμματα κατά 3 θέσεις προς τα δεξιά. Έτσι το Α έγινε Χ, το Β έγινε Ψ κ.λπ. (Αυτή είναι η κωδικοποίηση 3Δ, δηλαδή 3 θέσεις δεξιά).

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω
Χ	Ψ	Ω	Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ

Με την κωδικοποίηση (3Δ), αντί να γράψουμε Α, γράφουμε Χ, αντί του Β γράφουμε Ψ κ.λπ. Για παράδειγμα, η λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ θα γίνει ΙΧΕΔΙΧΠΖΗΧ

Με ποια κωδικοποίηση η λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ γίνεται ΠΕΜΛΠΕΨΝΞΕ;

Δημιουργήστε μια δική σας κωδικοποίηση και γράψτε τα ονόματά σας κωδικοποιημένα. Μετά ανταλλάξτε τα ονόματά σας με τα ονόματα κάποιας άλλης ομάδας και προσπαθήστε να βρείτε η μια ομάδα την κωδικοποίηση που χρησιμοποίησε η άλλη.

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ποιες ανάγκες έκαναν τους ανθρώπους να επινοήσουν την κρυπτογραφία;
- Που νομίζεις ότι χρησιμοποιείται η κρυπτογραφία σήμερα;
- Μπορεί να εφαρμοστεί η κρυπτογραφία στους αριθμούς;

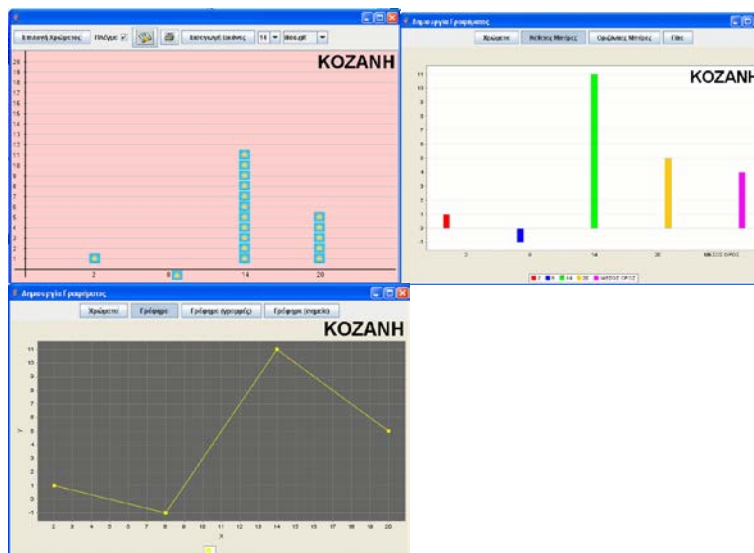
Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με θέματα που σχετίζονται με τη διαχείριση της κωδικοποίησης των χαρακτήρων στη γλώσσα
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 3 (Γ' - Δ' Δημοτικού) «Θερμοκρασίες πόλεων της χώρας μας»

Μελετήστε τις τοπικές κλιματολογικές διαφορές μεταξύ διαφορετικών πόλεων της χώρας μας αφού αναζητήσετε πληροφορίες σε σχετικούς με τον καιρό δικτυακούς τόπους. Επεξεργαστείτε τα δεδομένα, απεικονίστε τα σε διαγράμματα και διατυπώστε τα συμπεράσματά σας.



Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1^η φάση: Οι μαθητές σχηματίζουν ομάδες των τριών ή τεσσάρων. Η κάθε ομάδα ασχολείται με μία πόλη, την οποία έχουν προαποφασίσει όλες οι ομάδες μαζί και βρίσκεται σε διαφορετικό γεωγραφικό διαμέρισμα. Στη συνέχεια αναζητούν πληροφορίες σε σχετικές ιστοσελίδες και καταγράφουν σε φύλλο εργασίας τις θερμοκρασίες μιας ημέρας της πόλης που επέλεξαν.

2^η φάση: Εισέρχονται στο περιβάλλον του Εκπαιδευτικού Λογισμικού των Μαθηματικών της Γ' και Δ' τάξης, του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου και στον μικρόκοσμο «Στατιστική», εισάγουν τα δεδομένα και τα παρουσιάζουν σε γραφήματα. Κάθε ομάδα αυτόνομα επιλέγει τον τύπο του γραφήματος που επιθυμεί για να παρουσιάσει τις θερμοκρασίες της πόλης που επέλεξε και αιτιολογεί την απόφασή της αυτή.

3^η φάση: Στη συνέχεια όλες οι ομάδες μαζί υπολογίζουν και συγκρίνουν το Μέσο Όρο των θερμοκρασιών των πόλεων, συζητούν την επίδραση της θερμοκρασίας στις συνήθειες των κατοίκων, του τρόπου ζωής τους και κατανοούν τα καθημερινά πρακτικά τους προβλήματα.

4^η φάση: Προτείνεται το σχέδιου εργασίας αυτό να επεκταθεί σε θερμοκρασίες πόλεων άλλων ευρωπαϊκών πόλεων ή χωρών και σε διαφορετικά σημεία του πλανήτη, να εξαχθούν συμπεράσματα και να γίνουν συγκρίσεις για τον καιρό και το κλίμα σε άλλες περιοχές της γης την ίδια στιγμή.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα**Μαθηματικά**

Το σενάριο φιλοδοξεί στη βελτίωση και την απόκτηση θετικής στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά και στη διαδικασία προσέγγισής τους με την εμπλοκή των μαθητών σε ενδιαφέρουσες και ελκυστικές δραστηριότητες.

Με το διαδίκτυο οι μαθητές έχουν άμεση και γρήγορη πρόσβαση σε πληροφορίες για τις θερμοκρασίες των πόλεων που αναζητούν. Επιπλέον, μπορούν να επισκεφτούν πολλές και διαφορετικές ιστοσελίδες και να επιλέξουν εκείνη που θεωρούν πιο έγκυρη και ευκολόχρηστη.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό, μικρόκοσμος «Στατιστική», δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να οργανώσουν και να καταγράψουν τις πληροφορίες σε πίνακα και κατόπιν να δούνε την αναπαράστασή τους σε διαφορετικούς τύπους γραφημάτων και να βρουν πολύ εύκολα το Μέσο Όρο των θερμοκρασιών μιας πόλης. Ακόμη, δίνει τη δυνατότητα διαφορετικής αναπαράστασης της ίδιας πληροφορίας. Επιπρόσθετα, η ταχύτητα της επεξεργασίας των δεδομένων και η παρουσίασή τους με γραφήματα δίνει τη χρονική άνεση για επέκταση της συζήτησης, ερμηνείας και ανάλυσης των γραφημάτων, όπως επίσης και τη συσχέτιση του Μέσου Όρου των θερμοκρασιών των πόλεων αυτών με τις συνήθειες των κατοίκων και του τρόπου ζωής τους.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 4 (Γ' - Δ' Δημοτικού) «Η συμμετρία στη φύση»

Η συμμετρία βρίσκεται παντού γύρω μας. Κοιτάξτε έξω από το παράθυρο, τα φύλλα, τα κτίρια, κοιτάξτε ακόμα δίπλα σας τους συμμαθητές σας, τα πράγματα της τάξης σας, τα πράγματά σας. Οι άνθρωποι από τα προϊστορικά χρόνια αγαπούσαν οτιδήποτε συμμετρικό. Για παράδειγμα οι βραχογραφίες στα σπήλαια ήταν βασισμένες στη συμμετρία, στη λαϊκή τέχνη όλα σχεδόν τα μοτίβα παρουσιάζουν αξονική συμμετρία.

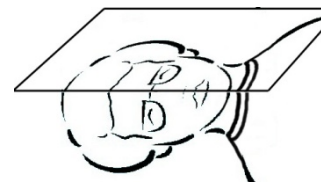
Με την ομάδα σας θα πρέπει να επιλέξετε μια από τις παρακάτω περιοχές και να συγκεντρώσετε υλικό το οποίο θα παρουσιάσετε στην τάξη σας.

Περιοχές που μπορώ να επιλέξω

- α) φύση: σταγόνες, νιφάδες χιονιού, κύματα στο νερό, πλανήτες κ.λπ.
- β) φυτά: φύλλα, λουλούδια, καρποί κ.λπ.
- γ) ζωικό βασίλειο: ζώα, πουλιά, έντομα, ο ανθρώπινος σκελετός κ.λπ.
- δ) αρχιτεκτονικές δημιουργίες
- ε) τέχνη
- στ) άλλο



Το υλικό που θα παρουσιάσετε θα πρέπει να είναι σε σκίτσο ή φωτογραφία και να διακρίνεται καθαρά ο άξονας ή οι άξονες συμμετρίας. Τους περισσότερους πόντους θα πάρουν οι παρουσιάσεις που είναι πρωτότυπες και δημιουργικές. Για παράδειγμα, η φωτογραφία του σκύλου σας θα βαθμολογηθεί με έναν πόντο, ενώ μια φωτογραφία από το αποτύπωμα του ποδιού του θα βαθμολογηθεί με πολύ περισσότερους πόντους.



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Για ποιο λόγο νομίζεις ότι υπάρχει η συμμετρία στη φύση;
- Το πρόσωπό μας είναι ακριβώς συμμετρικό; Βάζοντας ένα καθρεφτάκι κάθετα επάνω στον άξονα συμμετρίας σε μια φωτογραφία σου. Δοκίμασε να δεις το συμμετρικό του μισού προσώπου σου. Διαφέρει από αυτό που είναι στη φωτογραφία;

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές αποφασίζουν με την ομάδα τους ποια περιοχή θα επιλέξουν για να διερευνήσουν συμμετρικά μοτίβα. Στη συνέχεια συγκεντρώνουν το υλικό το οποίο επεξεργάζονται ώστε να το παρουσιάσουν στις υπόλοιπες ομάδες.

2η φάση: Οι μαθητές βαθμολογούν κάθε παρουσίαση ανάλογα με την πρωτοτυπία και τη δημιουργική προσέγγιση της ομάδας που το παρουσιάζει. Στη συνέχεια συζητούν για το ρόλο της συμμετρίας στη φύση την αρχιτεκτονική και την τέχνη. Τέλος, διερευνούν άλλους τρόπους με τους οποίους θα μπορούσαν να παρουσιάσουν το υλικό τους ώστε να προβληθεί η συμμετρία με διαφορετικούς τρόπους.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα**Μαθηματικά**

Στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία των μαθηματικών δεν συνδέεται επαρκώς με την καθημερινότητα και δεν έχει εφαρμογή σε καταστάσεις που σχετίζονται με θέματα του περιβάλλοντος. Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με θέματα που σχετίζονται με τη φύση, τη χλωρίδα και την πανίδα.
- να μελετήσουν, με τη χρήση των μαθηματικών, καταστάσεις στο φυσικό περιβάλλον και να τις ερμηνεύσουν.
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

Περιβάλλον

Μέσα από τις διαφορετικές απόψεις σχετικά με την ύπαρξη συμμετρίας στο φυσικό, το ανθρωπογενές αλλά και το περιβάλλον της τέχνης, οι μαθητές μπορούν:

- να διακρίνουν τα πλεονεκτήματα της συμμετρίας ως του οικονομικότερου τρόπου σύνθεσης και κατασκευής τόσο σε επίπεδο οργανισμών όσο και σε αρχιτεκτονικές δημιουργίες ή τεχνουργημάτων.
- να αξιοποιήσουν και να ερμηνεύσουν βιβλιογραφικά δεδομένα και στοιχεία σχετικά με τη φύση, το ανθρωπογενές περιβάλλον και την τέχνη.
- να διατυπώνουν επιχειρήματα και τεκμηριωμένες απόψεις.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 5 (Γ' - Δ' Δημοτικού)

«Προσκλήσεις σε γιορτή»

Ένα μαθητής της Γ' τάξης θέλει να προσκαλέσει τους φίλους του στη γιορτή του και αποφάσισε να κατασκευάσει μόνος του τις προσκλήσεις. Για το λόγο αυτό αγόρασε μία χαρτοταινία από το βιβλιοπωλείο. Για κάθε μία πρόσκληση χρησιμοποίησε τα 3/24 της χαρτοταινίας και στο τέλος δεν περίσσεψε καθόλου χαρτί. Πόσα παιδιά προσκάλεσε στη γιορτή του;

Σε αυτήν την εργασία οι μαθητές καλούνται να υπολογίσουν τον αριθμό των παιδιών που πήραν πρόσκληση αν για την κάθε μία πρόσκληση χρησιμοποιήθηκαν τα 3/24 μιας χαρτοταινίας. Δηλαδή, να βρουν το όλο όταν γνωρίζουν το κάθε ένα μέρος του.

Προτείνεται να αξιοποιήσουν την εφαρμογή «Μπάρες» του Εκπαιδευτικού Λογισμικού του Π.Ι. για τα Μαθηματικά των Γ' και Δ' τάξεων. Η εφαρμογή βοηθά τους μαθητές να κάνουν πειράματα με το χωρισμό της χαρτοταινίας-μπάρας σε ίσα μέρη ώστε να πάρουν αρχικά το ένα κομμάτι της χαρτοταινίας και να το αντιστοιχίσουν με ένα παιδί και στη συνέχεια να φτάσουν στο όλο.

Ενδεικτικά η εξέλιξη της δραστηριότητας

Η δραστηριότητα μπορεί να αναπτυχθεί ως εξής:

Οι μαθητές ανοίγουν την εφαρμογή «Μπάρες», δημιουργούν μία μπάρα, τη χωρίζουν σε 24 ίσα κομμάτια και επιλέγουν τα 3 από αυτά όπως φαίνεται παρακάτω:

Κατόπιν, δημιουργούν μία δεύτερη μπάρα, τη χωρίζουν κι αυτή σε 24 ίσα κομμάτια και επιλέγουν τα επόμενα 3 κομμάτια στη σειρά:

Συνεχίζουν τη διαδικασία- δημιουργώντας νέες μπάρες και επιλέγοντας κάθε φορά τα τρία επόμενα ίσα κομμάτια της, μέχρι να εξαντληθούν όλα και να διαπιστώσουν ότι η χαρτοταινία επαρκεί για οχτώ προσκλήσεις.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Μαθηματικά

Η δραστηριότητα προτείνεται να γίνει διερευνητικά με τη χρήση της εφαρμογής «Μπάρες» και όχι με μια απλή διαίρεση 24:3.

Τα οφέλη που προκύπτουν είναι ότι οι μαθητές διερευνούν και πειραματίζονται ώστε να πάρουν αρχικά τα 3/24 της χαρτοταινίας και να τα αντιστοιχίσουν με το κομμάτι χαρτιού που χρειάζεται για να γίνει μία πρόσκληση. Έτσι, μπορούν να έχουν ταυτόχρονα την οπτική με την αριθμητική αναπαράσταση του κλάσματος και σταδιακά να υπολογίσουν και να συνδέσουν ευκολότερα το μέρος ενός συνόλου με το όλο.

Τέλος, η δραστηριότητα μπορεί να επεκταθεί θέτοντας ο εκπαιδευτικός ερωτήματα της μορφής: «Αν ο μαθητής ήθελε να προσκαλέσει στη γιορτή του διπλάσιους φίλους, τότε τι μέρος της χαρτοταινίας θα έπρεπε να χρησιμοποιήσει για την κάθε μία πρόσκληση;»

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 6 (Ε' - ΣΤ' Δημοτικού) «Οικονομική διαχείριση-Κόστος ζωής»

Η διαχείριση των οικονομικών μας δεν είναι απλή υπόθεση. Πολλοί παράγοντες εμπλέκονται και πρέπει να τους υπολογίσουμε όλους για να κρατήσουμε τα έξοδα και τα έσοδα σε ισορροπία. Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά τα μηνιαία έσοδα και έξοδα (δηλαδή το κόστος ζωής) μιας εργαζόμενης κοπέλας και πρέπει με την ομάδα σας να τα μελετήσετε και να κάνετε τις προτάσεις σας για το πώς νομίζετε ότι θα μπορούσε να διαχειριστεί καλύτερα τα οικονομικά της.

Μαρία Κ. Μηνιαία έσοδα (μισθός) 1100 €			
Πάγια έξοδα (σταθερά κάθε μήνα):			
Ενοίκιο	350		
Εξόφληση αυτοκινήτου	252		
Ασφάλεια αυτοκινήτου	35		
Ασφάλεια ζωής	30		
Μεταβαλλόμενα έξοδα:			
Λογαριασμός σταθερού τηλεφώνου και Internet	35		
Λογαριασμός κινητού τηλεφώνου	40		
Λογαριασμός ηλεκτρικού	45		
Λογαριασμός ύδρευσης	15		
Έξοδα για τρόφιμα	120		
Έξοδα για είδη καθαριότητας και είδη σπιτιού	70		
Έξοδα για βενζίνη	80		
Έξοδα για διασκέδαση	100		
Άλλες μηνιαίες οικονομικές υποχρεώσεις			
Πιστωτική κάρτα (οφείλει 1500 €)	45		
ΣΥΝΟΛΟ ΕΞΟΔΩΝ			

- Βρίσκονται σε ισορροπία τα έξοδα με τα έσοδα της Μαρίας;
- Αν χρειαστεί να πληρώσει για κάποια ζημία ένα χρηματικό ποσό, από που νομίζεις πως μπορεί να πάρει χρήματα;
Στη δεύτερη στήλη γράψτε τις αλλαγές που προτείνει το κάθε μέλος της ομάδας προτείνει σε κάθε ποσό και στην τρίτη στήλη γράψτε τις αλλαγές που η ομάδα σας συμφώνησε να προτείνει.
- Πόσα ευρώ συνολική διαφορά έχει η δική σας πρόταση από της Μαρίας;
- Πόσα ευρώ συνολική διαφορά έχει η δική σας πρόταση από την πρόταση της ομάδας σας;
- Ποιες είναι οι κατηγορίες στις οποίες, ως ομάδα, προτείνετε να ξοδεύει λιγότερα χρήματα;
- Μπορείτε να σκεφτείτε άλλους τρόπους να φέρει η Μαρία σε ισορροπία τα έξοδα με τα έσοδά της;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Συζητήστε για το κόστος ζωής σε διαφορετικές περιοχές της Ελλάδας.
- Συζητήστε για αστάθμητους παράγοντες στο κόστος ζωής (ζημιές, ασθένειες κ.λπ.).
- Προσδιορίστε κάποια «περιττά έξοδα» που συνήθως κάνουμε στη ζωή μας.

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές μελετούν τα δεδομένα του πίνακα, υπολογίζουν τη διαφορά εξόδων εσόδων και προσπαθούν να εντοπίσουν τις δαπάνες οι οποίες μπορούν να μειωθούν ώστε να ισοσκελιστούν τα έξοδα με τα έσοδα.

Για παράδειγμα, διερευνούν ποιές από τις δαπάνες είναι οι «απολύτως απαραίτητες» για να εξασφαλιστεί το απαραίτητο επίπεδο καλής διαβίωσης.

2η φάση: Οι μαθητές κάθε ομάδας παρουσιάζουν και τεκμηριώνουν τις προτάσεις τους, συγκρίνουν και αποφασίζουν ποια είναι η πιο ρεαλιστική και εφαρμόσιμη από όλες τις προτάσεις των ομάδων.

Τέλος, διερευνούν άλλους παράγοντες που υπεισέρχονται στο κόστος ζωής, όπως η γεωγραφική περιοχή, η τοπική κοινωνία, οι οικονομικές ιδιαιτερότητες της εποχής κ.λπ.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα**Μαθηματικά**

Στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία των μαθηματικών δεν συνδέεται με δραστηριότητες της καθημερινής ζωής κι έτσι οι μαθητές έχουν περιορισμένες δυνατότητες εμπλοκής τους σε διαδικασίες επέκτασης και διερεύνησης της χρηστικότητάς τους. Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με καταστάσεις οικονομικής διαχείρισης,
- να πειραματιστούν με τις αλλαγές του ύψους των εξόδων και των εσόδων και να διερευνήσουν τις προϋποθέσεις μιας ορθολογιστικής οικονομικής διαχείρισης,
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

Λήψη αποφάσεων σε πρακτικά προβλήματα

Με την αντιπαράθεση απόψεων σχετικά με την οικονομική διαχείριση, οι μαθητές μπορούν:

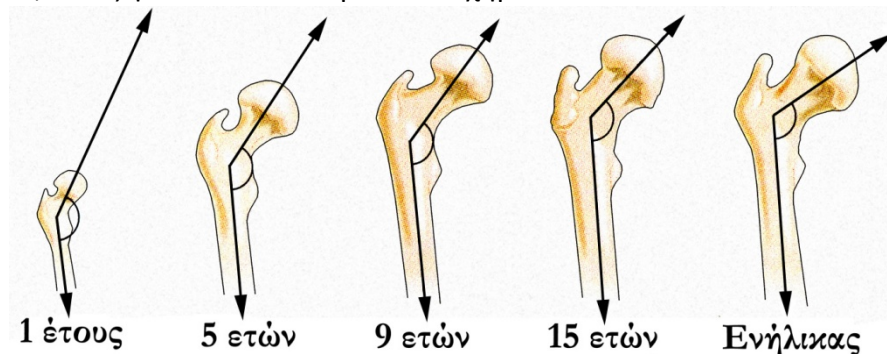
- να διακρίνουν τα πλεονεκτήματα της συνετής οικονομικής διαχείρισης.
- να αξιοποιήσουν και να ερμηνεύσουν δεδομένα και στοιχεία σχετικά με την οικονομική διαχείριση ενός νοικοκυριού και το κόστος ζωής σε μια περιοχή ή χώρα.
- να διατυπώνουν επιχειρήματα και τεκμηριωμένες απόψεις.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 7 (Ε' - ΣΤ' Δημοτικού) «Γωνίες και ηλικία»

Το πιο δυνατό κόκαλο του ανθρώπινου σώματος είναι το κόκαλο του μηρού που συνδέει τη λεκάνη με το γόνατο. Το άκρο του, που συνδέεται με τη λεκάνη, σχηματίζει γωνία με το υπόλοιπο όπως φαίνεται στην εικόνα.



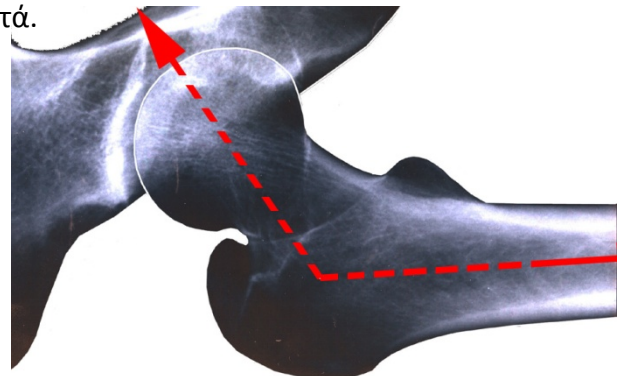
Η γωνία αυτή, σύμφωνα με τους ανθρωπολόγους, αλλάζει ανάλογα με την ηλικία του ανθρώπου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Μοίρες: 150°

Στις πρόσφατες ανασκαφές βρέθηκαν δύο κόκαλα μηρού που το ένα σχημάτιζε γωνία 135° και το άλλο γωνία 120°. Δοκίμασε με την ομάδα σου, να υπολογίσεις τι ηλικία είχαν τα άτομα στα οποία ανήκαν τα οστά αυτά.

Στη διπλανή εικόνα φαίνεται η ακτινογραφία από ένα κόκαλο μηρού. Τι μπορείτε να συμπεράνετε για την ηλικία του ατόμου που έκανε την ακτινογραφία;



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Βρείτε και εξετάστε στον ανθρώπινο σκελετό άλλες γωνίες που υπάρχουν.
- Μετρήστε τη γωνία που μπορεί να διαγράψει η κνήμη, ο βραχίονας και ο καρπός σας.
- Δοκιμάστε κρατώντας δύο μολύβια να «μεταφέρετε» σε χαρτί και να μετρήσετε γωνίες από αντικείμενα που βρίσκονται μακριά.

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές μελετούν τα δεδομένα του σκίτσου, μετρούν με το μοιρογνώνιο τις μοίρες και συμπληρώνουν τη γωνία σε κάθε οστό στις διάφορες ηλικίες. Στη συνέχεια συγκρίνουν τις μετρήσεις τους με τις μετρήσεις των υπόλοιπων ομάδων και συμφωνούν στις μετρήσεις που είναι αποδεκτές από τις περισσότερες ομάδες.

2η φάση: Οι μαθητές κάθε ομάδας μετρούν το οστό της ακτινογραφίας, αποφασίζουν για την ηλικία του ατόμου στο οποίο ανήκε, παρουσιάζουν και τεκμηριώνουν τις προτάσεις τους, συγκρίνουν και αποφασίζουν ποια είναι η πιο ρεαλιστική και εφαρμόσιμη από όλες τις προτάσεις των ομάδων.

Τέλος, διερευνούν άλλες γωνίες που υπάρχουν στον ανθρώπινο σκελετό και μετρούν τη γωνία που μπορεί να διαγράψει η κνήμη, ο βραχίονας και ο καρπός τους.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα**Μαθηματικά**

Στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία των γωνιών δεν συνδέεται με τη φύση ή το ανθρώπινο σώμα κι έτσι οι μαθητές έχουν περιορισμένες δυνατότητες εμπλοκής τους σε διαδικασίες επέκτασης και διερεύνησης των διαφορετικών γωνιών και της χρήσης τους. Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με σχήματα και κινήσεις του σώματός τους.
- να πειραματιστούν με τις κινήσεις διαφόρων μελών του σώματος και να αντιληφθούν τους λόγους για τους οποίους κάποια μέλη μπορούν να διαγράψουν μεγαλύτερες γωνίες κατά την κίνησή τους.
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

Φυσικές επιστήμες

Με την αντιπαράθεση απόψεων οι μαθητές μπορούν:

- να διακρίνουν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του ανθρώπινου σκελετού.
- να αξιοποιήσουν και να ερμηνεύσουν δεδομένα και στοιχεία σχετικά με την κίνηση διαφόρων μελών του ανθρώπινου σώματος ως εργαλείου προσαρμογής του ανθρώπου στο φυσικό περιβάλλον.
- να διατυπώνουν επιχειρήματα και τεκμηριωμένες απόψεις.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 8 (Ε' - ΣΤ' Δημοτικού)

«Συνθήκες φωτισμού στο χώρο»

Έχει υπολογιστεί από μετρήσεις που έγιναν σε σχολικούς χώρους ότι σε χώρες όπως η δική μας, για να υπάρχουν καλές συνθήκες φωτισμού σε ορθογώνια σχολική τάξη, θα πρέπει το 10% του συνόλου των τοίχων να αποτελείται από γυάλινη επιφάνεια, ώστε η ποσότητα του φωτός που θα μπαίνει στο εσωτερικό να είναι αρκετή για εργασία χωρίς τεχνητό φωτισμό για το μεγαλύτερο διάστημα της ημέρας. Υπολόγισε αν ισχύει αυτό στη δική σου τάξη (υπολόγισε μόνο τις γυάλινες επιφάνειες, όχι το «σκελετό» κάθε παραθύρου).

Σημείωση: Το μέγεθος της γυάλινης επιφάνειας το οποίο βρήκες, αν ο προσανατολισμός των παραθύρων είναι νότιος μπορεί να είναι 10% μικρότερο από το αναμενόμενο, ενώ, αν ο προσανατολισμός των παραθύρων είναι βορινός πρέπει να είναι 10% μεγαλύτερο.

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Για ποιο λόγο νομίζεις ότι διαφέρει ο νότιος από τον βορινό προσανατολισμό;
- Ποιοι άλλοι παράγοντες σχετίζονται με τις καλές συνθήκες φωτισμού σε μια τάξη;



Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές μετρούν και καταγράφουν τα αποτελέσματα των μετρήσεών τους. Στη συνέχεια υπολογίζουν τη συνολική επιφάνεια, συγκρίνουν τις μετρήσεις τους με τις μετρήσεις των υπόλοιπων και συμφωνούν στις μετρήσεις που είναι κοινά αποδεκτές.

2η φάση: Οι μαθητές κάθε ομάδας εξετάζουν τον προσανατολισμό των παραθύρων, αποφασίζουν αν η επιφάνεια των παραθύρων είναι αρκετή για την εξασφάλιση καλού φωτισμού και παρουσιάζουν τα ευρήματά τους, συγκρίνοντάς τα με εκείνα των υπολοίπων.

Τέλος, διερευνούν άλλους παράγοντες που σχετίζονται με τις καλές συνθήκες φωτισμού σε μια τάξη.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Μαθηματικά

Στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία των μαθηματικών δεν συνδέεται επαρκώς με την καθημερινότητα και δεν έχει εφαρμογή σε καταστάσεις που σχετίζονται με το άμεσο περιβάλλον στο οποίο ζει ο μαθητής. Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με θέματα που σχετίζονται με παραμέτρους του κτισμένου περιβάλλοντος στο οποίο ζουν.
- να εκφράσουν με τη χρήση των μαθηματικών καταστάσεις του φυσικού κόσμου (φωτισμός) και να τις ερμηνεύσουν.
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

Φυσικές επιστήμες

Με την διερεύνηση των παραμέτρων του φυσικού φωτισμού από τον ήλιο, οι μαθητές μπορούν:

- να διακρίνουν τα χαρακτηριστικά του επαρκούς φωτισμού.
- να αξιοποιήσουν και να ερμηνεύσουν δεδομένα και στοιχεία σχετικά με την επάρκεια ή μη του φυσικού φωτισμού στο χώρο εργασίας τους.
- να διατυπώνουν επιχειρήματα και τεκμηριωμένες απόψεις.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 9 (Ε' - ΣΤ' Δημοτικού) «Κύκλος και ψάρεμα»

Ένας από τους παραδοσιακούς τρόπους ψαρέματος σε ποτάμια αλλά και σε λίμνες της Ελλάδας που πλέον έχει απαγορευθεί και εκλείπει ήταν με το «ριχτάρι» ή «λιχτάρι».

Με τη μέθοδο αυτή ο ψαράς πετούσε ένα κυκλικό δίχτυ με τέτοια τεχνική που αυτό πριν πέσει στο νερό, άνοιγε σαν ομπρέλα.

Το δίχτυ είχε περιμετρικά πολλά μολυβένια βαρίδια που το βοηθούσαν να βουλιάζει ταχύτατα εγκλωβίζοντας τα ψάρια που βρίσκονταν από κάτω του.

Ο ψαράς μάζευε στη συνέχεια το δίχτυ τραβώντας ένα σχοινί που ήταν δεμένο στο κέντρο του κύκλου.

Το δίχτυ μαζεύονταν προς το κέντρο, ενώ παράλληλα έρχονταν προς το μέρος του και τα ψάρια που δεν μπορούσαν να φύγουν λόγω των βαριδιών παρέμεναν στο δίχτυ.

Ένα συνηθισμένο τέτοιο λιχτάρι είχε ακτίνα 5 μέτρα και ζύγιζε μέχρι 20 κιλά.

- Να βρεθεί η επιφάνεια του ποταμού που καλύπτει ένα πέταγμα του λιχταριού.
- Αν υπολογίσουμε ότι ο ψαράς ρίχνει το δίχτυ του κάθε 6 λεπτά, πόση περιοχή του ποταμού έχει «σαρώσει» με το δίχτυ σε 2 ώρες;
- Αν για κάθε τετραγωνικό μέτρο χρειάζονται 200 μέτρα νήμα να υπολογίσετε το συνολικό μήκος του νήματος που απαιτείται για ολόκληρο το δίχτυ.



Θέματα για έρευνα και συζήτηση

- Τραβώντας το δίχτυ, αυτό σέρνεται στον πυθμένα του ποταμού. Επηρεάζει αυτή η κίνηση τους υπόλοιπους οργανισμούς που ζουν στο οικοσύστημα του ποταμού;
- Στο επαγγελματικό ψάρεμα τα μεγάλα αλιευτικά πλοία έχουν στόλο από μικρότερα καραβάκια που κυκλώνουν ολόκληρες περιοχές των ωκεανών σε ακτίνα 2 μιλίων (1 ν.μίλι = 1809 μέτρα). Ποια είναι η έκταση της περιοχής στην οποία ψαρεύουν;
- Η βιομηχανοποίηση της αλιείας εξαφάνισε τα ψάρια από τη θάλασσα. Πώς έγινε αυτό;

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές υπολογίζουν την επιφάνεια που καλύπτει το δίχτυ όταν πέφτει στον ποταμό ανοιχτό. Στη συνέχεια υπολογίζουν τη συνολική επιφάνεια που θα καλύψει σε 2 ώρες, συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους με τα αποτελέσματα των υπόλοιπων ομάδων και συμφωνούν στις μετρήσεις που είναι κοινά αποδεκτές.

2η φάση: Οι μαθητές κάθε ομάδας συζητούν την επίδραση των ενεργειών αυτού του τρόπου ψαρέματος στο οικοσύστημα του ποταμού και υπολογίζουν αντίστοιχα

την περιοχή αλίευσης των αλιευτικών στολίσκων και την επίδραση της βιομηχανοποιημένης αλιείας στο φυσικό περιβάλλον. Τέλος, διερευνούν άλλους τρόπους με τους οποίους θα μπορούσαν να καλυφθούν οι ανάγκες διατροφής με αλιεύματα.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Μαθηματικά

Στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία των μαθηματικών δεν συνδέεται επαρκώς με την καθημερινότητα και δεν έχει εφαρμογή σε καταστάσεις που σχετίζονται με παραδοσιακά επαγγέλματα. Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με θέματα που σχετίζονται με το επάγγελμα του ψαρά και την επίδραση του στο μικροπεριβάλλον του ποταμού ή της λίμνης.
- να εκφράσουν με τη χρήση των μαθηματικών καταστάσεις επίδρασης του ανθρώπου στο φυσικό περιβάλλον και να τις ερμηνεύσουν.
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

Περιβάλλον και Εκπαίδευση για την Αειφόρο Ανάπτυξη

Μέσα από τις διαφορετικές απόψεις σχετικά με την επίδραση στο περιβάλλον των παραδοσιακών μορφών αλιείας αλλά και τη βιομηχανοποίηση της, οι μαθητές μπορούν:

- να διακρίνουν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της λελογισμένης χρήσης των πλουτοπαραγωγικών πηγών στο τοπικό περιβάλλον και την αειφόρο ανάπτυξη μίας περιοχής.
- να αξιοποιήσουν και να ερμηνεύσουν βιβλιογραφικά δεδομένα και στοιχεία σχετικά με την αλιεία και τις ιχθυοκαλλιέργειες.
- να διατυπώνουν επιχειρήματα και τεκμηριωμένες απόψεις.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 10 (Ε' - ΣΤ' Δημοτικού) «Στα μονοπάτια των Θεών του Ολύμπου»

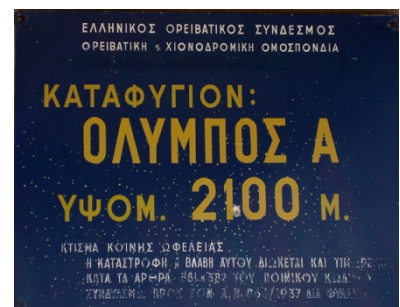
Βοηθητικό υλικό

- Χάρτες: Όλυμπος (ή άλλο βουνό της περιοχής του σχολείου).
- Τεχνολογία: Λογισμικό Google Earth για το σχεδιασμό της πορείας τη μέτρηση αποστάσεων, την εύρεση των γεωγραφικών συντεταγμένων, του υψομέτρου, την εικονική διαδρομή κ.λπ.



Με την ομάδα σας σχεδιάζετε ένα Σαββατοκύριακο πεζοπορίας στον Όλυμπο. Αναζητήστε πληροφορίες ώστε να υπολογίσετε τι εξοπλισμό θα χρειαστεί να έχετε μαζί σας (ποια υλικά σας είναι απαραίτητα και μπορείτε να μεταφέρετε;)

- Ποιες θα είναι οι καιρικές συνθήκες στο βουνό; Διαφέρουν από τις συνθήκες της πόλης σας; (Γεωγραφία)
- Αν χρειαστεί να μείνετε το βράδυ στο καταφύγιο θα χρειαστείτε κάτι επιπλέον;
- Πως θα επικοινωνήσετε με άλλες ομάδες στη διάρκεια της διαδρομής; Σε πιθανή κατάσταση ανάγκης;
- Υπολογίστε το κόστος των προμηθειών και της μεταφοράς προς και από τον Όλυμπο. (Μαθηματικά)
- Τι θα μπορούσατε να μελετήσετε στη φύση του βουνού; (Μελέτη περιβάλλοντος μελέτη των φυτών και των ζώων)
- Πως θα μπορούσατε να απεικονίσετε μια τέτοια εμπειρία ώστε να παρακινήσετε και άλλους να τη δοκιμάσουν (εικαστικά);



Θέματα για έρευνα και συζήτηση

Σκεφτείτε την ομάδα σας ως πρωτοπόρους εξερευνητές σε διαφορετικές περιοχές του κόσμου (έρημοι, τροπικά δάση, πόλοι, ωκεανοί) ποιες διαφορετικές ανάγκες προκύπτουν σε κάθε περίπτωση;

Δημιουργήστε μια εκδοχή της διαδρομής στον Όλυμπο, στην οποία συμβαίνει μια δύσκολη κατάσταση (κακοκαιρία, φωτιά, ατύχημα) και καταγράψτε τρόπους που θα μπορούσατε να προσφέρετε ή να λάβετε βοήθεια από άλλους.

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές σχεδιάζουν την πορεία που θα ακολουθήσουν στο βουνό υπολογίζοντας μέσω του λογισμικού τις διαδρομές το υψόμετρο τις αποστάσεις και το χρόνο που θα χρειαστεί. Στη συνέχεια συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους με τα αποτελέσματα των υπόλοιπων ομάδων και συμφωνούν στις μετρήσεις που είναι κοινά αποδεκτές.

2η φάση: Οι μαθητές κάθε ομάδας συζητούν για τον απαραίτητο εξοπλισμό που θα χρειαστεί και υπολογίζουν το κόστος την αναγκαιότητα αλλά και τη δυνατότητα μεταφοράς του από τα μέλη της ομάδας.

Τέλος, διερευνούν τρόπους δράσης, λήψης και παροχής βοήθειας σε δύσκολες καταστάσεις στη διαδρομή που έχουν σχεδιάσει.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Μαθηματικά

Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με θέματα που σχετίζονται με το σχεδιασμό μιας δραστηριότητας στη φύση.
- να αποφασίσουν, χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά, για τα υλικά που θα χρειαστούν το κόστος, το βάρος τους πιθανούς τρόπους διαχείρισης κ.λπ.
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

Περιβάλλον και Εκπαίδευση για την Αειφόρο Ανάπτυξη

Μέσα από τις διαφορετικές απόψεις σχετικά με την επίδραση των ανθρώπινων ενεργειών στο περιβάλλον, οι μαθητές μπορούν:

- να διακρίνουν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της αρμονικής συνύπαρξης του ανθρώπου με το φυσικό περιβάλλον και την αειφόρο ανάπτυξη μίας περιοχής.
- να αξιοποιήσουν και να ερμηνεύσουν βιβλιογραφικά δεδομένα και στοιχεία σχετικά με τον εναλλακτικό τουρισμό και τα πλεονεκτήματα που προσφέρει τόσο για τον άνθρωπο όσο και για τη φύση.
- να διατυπώνουν επιχειρήματα και τεκμηριωμένες απόψεις.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 11 (Ε' - ΣΤ' Δημοτικού)

«Οι μαθητές σχεδιάζουν κύκλους στην αυλή του σχολείου για τις χορευτικές τους εκδηλώσεις»

Στο πλαίσιο της κατασκευής κύκλων στην αυλή του σχολείου για τις χορευτικές τους εκδηλώσεις μελετήστε τις έννοιες ακτίνα, διάμετρο, μήκος κύκλου, εμβαδό κυκλικού δίσκου και τη σχέση μεταξύ ακτίνας και διαμέτρου, μήκους κύκλου και διαμέτρου, ακτίνας και εμβαδού κυκλικού δίσκου. Κάντε αρχικά την προσέγγιση σε χειριστικό επίπεδο, κατόπιν με δυναμικούς μετασχηματισμούς αξιοποιώντας το ψηφιακό εργαλείο GeoGebra και το υπολογιστικό περιβάλλον Χελωνόκοσμος που συνδυάζει εργαλεία συμβολικής έκφρασης και δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων.



Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1^η φάση: Οι μαθητές εμπλέκονται με τη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού σε βιωματικές δραστηριότητες στην αυλή του σχολείου τους για να σχεδιάσουν κύκλους διαφορετικών ακτίνων. Στη συνέχεια καταγράφουν, σε φύλλο εργασίας που έχει έτοιμο ο/η εκπαιδευτικός, τις τιμές που προκύπτουν από τις μετρήσεις που κάνουν για την ακτίνα, τη διάμετρο και το μήκος του κύκλου και κάνουν εικασίες για τη σχέση μεταξύ ακτίνας και διαμέτρου, μήκους κύκλου και διαμέτρου.

2^η φάση: Οι μαθητές επανέρχονται στην αίθουσα διδασκαλίας, χρησιμοποιούν το λογισμικό GeoGebra και αξιοποιούν τα δυναμικά του χαρακτηριστικά στο σχεδιασμό κύκλων και στην αυτόματη καταγραφή των τιμών και των υπολογισμών που κάνει. Με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού εξάγουν συμπεράσματα και διατυπώνουν τη σχέση που υπάρχει μεταξύ ακτίνας και διαμέτρου, μήκους κύκλου και διαμέτρου, διατυπώνουν τον κανόνα και σχηματίζουν τον τύπο. (Στην Στ' δημοτικού μπορεί η δραστηριότητα να επεκταθεί και στο εμβαδό του κυκλικού δίσκου και τη σχέση που έχει με την ακτίνα του κύκλου).

3^η φάση: Οι μαθητές εφαρμόζουν τη γνώση που απέκτησαν στο χελωνόκοσμο. Αρχικά σχεδιάζουν πολύγωνα και σταδιακά φτάνουν στην κατασκευή κυκλικού δίσκου ως πολυγώνου με πολύ μικρή πλευρά.

4^η φάση: Προτείνεται επέκταση του σχεδίου εργασίας και εφαρμογή των γνώσεων σε ζητήματα της καθημερινότητας ή της επικαιρότητας (π.χ. η μόλυνση μιας θαλάσσιας περιοχής από πετρελαιοκηλίδα και η απόσταση που έγινε αισθητή μια σεισμική δόνηση).

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Η εργασία φιλοδοξεί στη βελτίωση και απόκτηση θετικής στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά και στη διαδικασία προσέγγισής τους με την εμπλοκή των μαθητών/τριών σε βιωματικές δραστηριότητες.

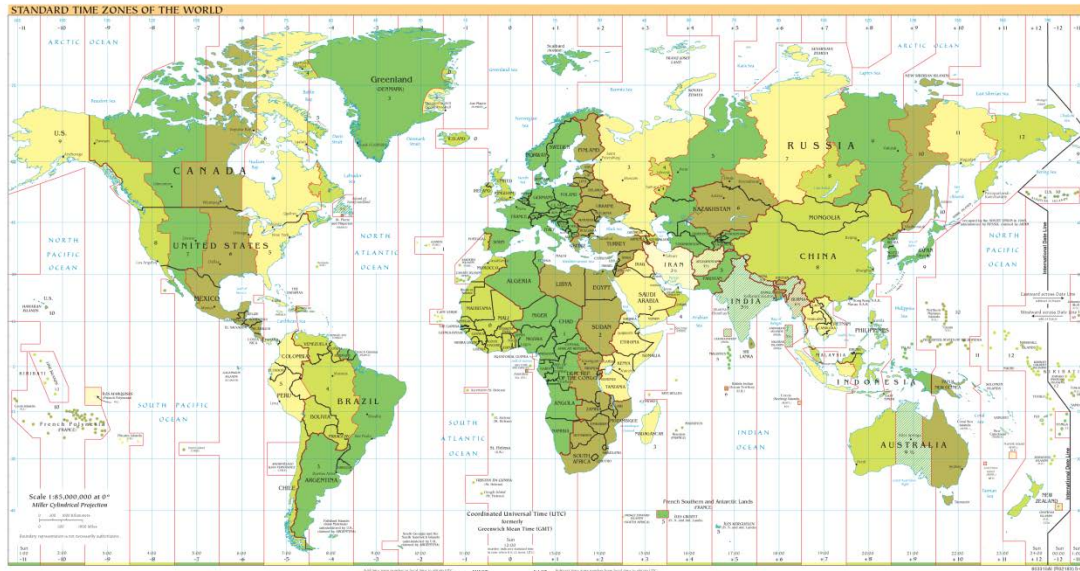
Οι μαθητές θα διαπραγματευτούν και θα διερευνήσουν τη σχέση μεταξύ ακτίνας και διαμέτρου, μήκους κύκλου και διαμέτρου, ακτίνας και εμβαδού κυκλικού δίσκου με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού ώστε η αίθουσα διδασκαλίας να μετατραπεί σε εργαστήριο μαθηματικών δραστηριοτήτων.

Η αξιοποίηση του λογισμικού GeoGebra με την αυτόματη καταγραφή των τιμών της διαμέτρου, του μήκους κύκλου, του αριθμού π και του εμβαδού του κυκλικού δίσκου όταν οι μαθητές θα εφαρμόζουν τους μετασχηματισμούς (αυξομείωση των κύκλων) θα βοηθήσει στην εξαγωγή συμπερασμάτων, γενικεύσεων και κανόνων.

Με το χελωνόκοσμο θα εφαρμόσουν, θα επεκτείνουν τη νέα γνώση, θα εμβαθύνουν σε αυτή και θα μπορούν να διατυπώνουν συμπεράσματα σε μαθηματική γλώσσα.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 12 (Ε' - ΣΤ' Δημοτικού) «Λονδίνο 2012»

Μελετήστε τις αλλαγές ώρας ανάμεσα στις ζώνες ώρας που είναι χωρισμένος ο πλανήτης. Μια παρέα τεσσάρων φίλων από τέσσερις διαφορετικές περιοχές του πλανήτη, οι οποίοι επικοινωνούν με τη χρήση του διαδικτύου θέλουν να παρακολουθήσουν ζωντανά τους Ολυμπιακούς Αγώνες του 2012 στο Λονδίνο.



http://www.watchtime.net/magazine-de/wp-content/uploads/2008/11/zeitzonen_weltkarte_cia_2007.png

Στο χάρτη φαίνονται οι παγκόσμιες ζώνες ώρας. Οι ζώνες ώρας είναι περιοχές της Γης που έχουν θεσμοθετήσει την ίδια ώρα που αναφέρεται και ως τοπική ώρα. Το Greenwich που βρίσκεται στο Λονδίνο είναι το σημείο αναφοράς ή το σημείο 0 για τις ζώνες ώρας ολόκληρου του πλανήτη. Η ζώνη ώρας του Greenwich αναφέρεται ως UTC (Coordinated Universal Time) και όλες οι ζώνες ώρες καθορίζονται σε σχέση με αυτήν. Οι θετικοί και αρνητικοί αριθμοί στο χάρτη φανερώνουν τη διαφορά της κάθε ζώνης ώρας από την ζώνη ώρας του Greenwich. Το Λονδίνο και η Αγγλία βρίσκονται στην ζώνης ώρας του Greenwich.

Η Οργανωτική Επιτροπή της διοργάνωσης των Ολυμπιακών Αγώνων του Λονδίνου ανακοίνωσε ότι η Τελετή Έναρξης θα διεξαχθεί την Παρασκευή 27 Ιουλίου 2012 στις 19:30 τοπική ώρα. Η τελετή έναρξης θα αναμεταδοθεί ζωντανά σε όλες σχεδόν τις χώρες του κόσμου.

Συμβουλευτείτε το χάρτη με τις παγκόσμιες ζώνες ώρας και έναν παγκόσμιο χάρτη για να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

1. Τέσσερα παιδιά που ζουν σε τέσσερις διαφορετικές περιοχές του πλανήτη έχουν γίνει φίλοι μέσω μιας on-line μαθητικής κοινότητας και έχουν εκφράσει την επιθυμία να παρακολουθήσουν αυτό το μεγάλο αθλητικό γεγονός. Ο Γιώργος ζει στην Πάτρα, ο Κων στο Πεκίνο, η Λένια στην Καλιφόρνια και ο Νίκολας στην Νέα Ζηλανδία. Τι ώρα θα πρέπει να συντονιστεί ο καθένας έτσι ώστε να παρακολουθήσουν μαζί, μέσω του διαδικτύου, την τελετή έναρξης; Θα είναι

εύκολο να συντονιστούν και οι τέσσερις φίλοι; Ποια πιθανά προβλήματα θα πρέπει αντιμετωπίσουν;

2. Και στους τέσσερις φίλους αρέσει η κολύμβηση. Αναζητήστε στην επίσημη ιστοσελίδα των Ολυμπιακών Αγώνων του Λονδίνου (<http://www.tickets.london2012.com>) πληροφορίες σχετικά με την ημερομηνία και ώρα έναρξης των παρακάτω τελικών αγώνων κολύμβησης:
 - 100μ. ελεύθερο ανδρών,
 - 100μ. πεταλούδα γυναικών,
 - 4 × 100 μ. μικτής ανδρών και
 - 4 × 100 μ. μικτής γυναικών.
3. Θα είναι εύκολο να συντονιστούν και οι τέσσερις φίλοι;
4. Πότε θα διεξαχθεί η τελετή λήξης των αγώνων; Θα μπορέσουν να την παρακολουθήσουν μαζί οι τέσσερις φίλοι;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ποιες ανάγκες έκαναν τους ανθρώπους να επινοήσουν τις διαφορετικές ζώνες ώρας;
- Πώς συσχετίζονται οι αλλαγές της ώρας στις διάφορες ζώνες με την κίνηση της γης;
- Την τελευταία Κυριακή του Μαρτίου και την τελευταία Κυριακή του Οκτωβρίου διορθώνουμε τα ρολόγια μας κατά μια ώρα; Γιατί συμβαίνει αυτό; Το κάνουν οι άνθρωποι σε όλο τον κόσμο;

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Στην παρούσα εργασία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν τα μαθηματικά με θέματα που σχετίζονται με τη καθημερινή ζωή
- να χρησιμοποιήσουν τα μαθηματικά για να μοντελοποιήσουν καταστάσεις του πραγματικού κόσμου.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 13 (ΣΤ' Δημοτικού) «Το Πράσινο Σχολείο»

Οι μαθητές ενός σχολείου αποφάσισαν να πάρουν μέρος στο διαγωνισμό «Πράσινο σχολείο» που διοργανώνεται στο δήμο τους. Το σχολείο με το καλύτερο σχολικό κήπο θα κερδίσει μια τριήμερη εκδρομή στο **Εθνικό Θαλάσσιο Πάρκο Ζακύνθου** που είναι υπεύθυνο για την προστασία της θαλάσσιας χελώνας Καρέττα Καρέττα.



Στη γενική συνέλευση του σχολείου αποφασίστηκε ότι θα ξεκινήσουν με την διαμόρφωση του κήπου του σχολείου, φτιάχνοντας ένα ξύλινο παρτέρι ύψους 50 εκατοστών το οποίο θα γεμίσουν με ειδικό χώμα εμπλουτισμένο με τα απαραίτητα συστατικά για την ανάπτυξη των φυτών.

Οι μαθητές της Στ' τάξης ανέλαβαν το σχεδιασμό του πλαισίου, την οριοθέτησή του στον κήπο του σχολείου και τον υπολογισμό της οικονομικότερης λύσης. Θα πρέπει να δώσουν στους μαθητές της Ε' τάξης ακριβείς διαστάσεις του πλαισίου ώστε να αναζητήσουν αυτοί πληροφορίες σχετικά με την προμήθεια του απαραίτητου χώματος με το οποίο θα γεμίσουν το παρτέρι. Οι μαθητές της Δ' τάξης ανέλαβαν να αναζητήσουν πληροφορίες σχετικά με την απόσταση που θα πρέπει να έχουν τα φυτά μεταξύ τους, ενώ οι μαθητές της Γ' είναι υπεύθυνοι για την προμήθεια των σπόρων των φυτών. Κάθε ομάδα πρέπει να έχει ολοκληρώσει την δουλειά που τους ανατέθηκε μέσα σε δύο μέρες.

Οι μαθητές της Στ' τάξης μέτρησαν τον κήπο του σχολείου και βρήκαν ότι έχει ορθογώνιο σχήμα με διαστάσεις 10,5 μ. μήκους και 5,25 μ. πλάτους. Επειδή θα γίνουν και άλλες κατασκευές στον κήπο η συγκεκριμένη κατασκευή δεν πρέπει να ξεπερνά το 2% του συνολικού εμβαδού του κήπου. Επιπλέον, έπειτα από πληροφορίες που συνέλεξαν σχετικά με το σχήμα που θα πρέπει να έχει το παρτέρι που θέλουν να κατασκευάσουν, κατέληξαν ότι το ορθογώνιο σχήμα είναι το πιο βολικό στην κατασκευή. Στη συνέχεια συνέλεξαν πληροφορίες σχετικά με το κόστος του ξύλινου πλαισίου ύψους 50 εκ. και κατέληξαν στην οικονομικότερη προσφορά που είναι 55 ευρώ το μέτρο.

Μπορείτε να βοηθήσετε του μαθητές της Στ' να ολοκληρώσουν την αποστολή τους;

Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές αρχικά υπολογίζουν ποιο θα πρέπει να είναι το μέγιστο δυνατό εμβαδόν του κήπου. Πειραματίζονται στο χαρτί σχεδιάζοντας διάφορα ορθογώνια υπολογίζοντας την περίμετρο και το εμβαδόν τους και στη συνέχεια με τη βοήθεια του Χελωνόκοσμου κατασκευάζουν διαφορετικά ορθογώνια και μελετούν κάθε φορά την περίμετρο και το εμβαδόν τους σε μη παραμετρικές αλλά και σε παραμετρικές διαδικασίες.

2η φάση: Οι μαθητές διαπραγματεύονται τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά, αναγνωρίζουν το μέγεθος (περίμετρο) που ελαχιστοποιεί το κόστος σε ένα ορθογώνιο με σταθερό εμβαδόν και στη συνέχεια μέσα από τη δυναμική μεταβολή του μήκους ενός ορθογωνίου, σε μία παραμετρική διαδικασία που κατασκευάζει ορθογώνια σταθερού εμβαδού, αναγνωρίζουν ότι το τετράγωνο (105X105 εκ.) είναι το σχήμα που έχει την μικρότερη περίμετρο με το ζητούμενο εμβαδόν άρα και με το μικρότερο κόστος.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Στην παραδοσιακή τάξη η διδασκαλία των διάφορων ειδών τετραπλεύρων γίνεται με στατικά μέσα αναπαράστασης και κάθε σχήμα εμφανίζεται εντελώς διαφορετικό από το άλλο. Στην παρούσα εργασία και με τη βοήθεια του Χελωνόκοσμου οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα:

- να συνδέσουν την έννοια του τετραγώνου με την έννοια του ορθογωνίου παραλληλογράμμου,
- να συνδέσουν τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά με πραγματικά προβλήματα,
- να κατανοήσουν την έννοια της μεταβλητής και να αναγνωρίσουν την χρησιμότητα των μεταβλητών σε πραγματικά προβλήματα,
- να εισαχθούν διαισθητικά στην έννοια της συμμεταβολής μεγεθών,
- να πειραματιστούν με τις αλλαγές στις τιμές των μεταβλητών των πλευρών και να κάνουν συσχετίσεις ανάμεσα στην έννοια της περιμέτρου και του εμβαδού. Να αντιμετωπίσουν έτσι μια κοινή παρανόηση ότι σχήματα με την ίδια περίμετρο έχουν το ίδιο εμβαδόν και αντίστροφα.

Μέσω της δυναμικής μεταβολής των ιδιοτήτων των σχημάτων οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν ιεραρχικές σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικά επίπεδα σχήματα.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ 14 (ΣΤ' Δημοτικού) «Οι μαθητές κατασκευάζουν σκάλες παίζοντας»

Ο δάσκαλος του σχολείου χώρισε τους μαθητές της τάξης του σε ομάδες, με στόχο τη διερεύνηση για την κατασκευή μιας σκάλας σε ένα σημείο του σχολείου που έχει υψομετρική διαφορά. Οι μαθητές αφού μέτρησαν την απόσταση και την υψομετρική διαφορά και διερεύνησαν τις ιδανικές αναλογίες που πρέπει να έχουν τα σκαλοπάτια, θα πρέπει με τη βοήθεια του Χελωνόκοσμου να δώσουν την καλύτερη δυνατή λύση για το πρόβλημα κατασκευής των διαστάσεων των σκαλοπατιών καθώς και τον καθορισμό του αριθμού τους.



Ενδεικτικές φάσεις εφαρμογής

1η φάση: Οι μαθητές αρχικά διερευνούν την επαναληπτική δομή ενός σκαλοπατιού για την κατασκευή μιας σκάλας και στη συνέχεια κατασκευάζουν σκάλες στο περιβάλλον του Χελωνόκοσμου με χρήση διαδικασιών, εντολών επανάληψης και υπο- και υπερδιαδικασιών.

2η φάση: Οι μαθητές χρησιμοποιώντας παραμετρικές διαδικασίες κατασκευάζουν σκάλες και τις χειρίζονται δυναμικά. Κατασκευάζουν μία σκάλα επάνω σε ένα έτοιμο σχέδιο και τέλος ελέγχοντας την οριζόντια και την κατακόρυφη κάλυψη της σκάλας στο Χελωνόκοσμο, σχεδιάζουν μία σκάλα για το σχολείο τους ώστε να τηρεί όσο το δυνατόν περισσότερο τις ιδανικές διαστάσεις κατασκευής σκαλοπατιών.

Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Τα οφέλη που προκύπτουν για τους μαθητές διερευνώντας ένα πραγματικό πρόβλημα, είναι ότι εξοικειώνονται με αλγοριθμικές διαδικασίες, διαδικασίες προγραμματισμού και με την έννοια της μεταβλητής αξιοποιώντας τα δυναμικά χαρακτηριστικά του Χελωνόκοσμου. Κάτι που είναι δύσκολο να κατανοηθεί στο παραδοσιακό περιβάλλον του τετραδίου και του πίνακα

Επίσης, η εργασία προσδοκά στην προσέλκυση του ενδιαφέροντος των μαθητών ως διερευνητική και με χαρακτηριστικά παιχνιδιού.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Ball D. L., Thames M.H. & Phelps G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.

Black, P and Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning, *Assessment in Education*, 5 (1), 7 – 74.

Borkowski, J. G. (1992). Metacognitive theory: a framework for teaching literacy, writing, and math skills. *Journal of Learning Disabilities*, 25 (4), 253-257.

Bragg, P. & Outhred, I. (2000). Students' Knowledge of Length Units: Do They Know More than Rules about Rulers? In T. Nakarahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, 97-104). Hiroshima, Japan: Program Committee.

Bragg, P. & Outhred, I. (2004). A measure of rulers – the importance of units in a measure. In J. Hoines, M. & A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 2, 159–166). Bergen, Norway: Bergen University College.

Broadfoot, M.P. (1996), *Education, Assessment and Society*, Open University Press, Buckingham.

Brown, A. L., Bransford, J.D., Ferrara, R.A. & Campione, J.C. (1983). Learning, remembering, and understanding. In P.H. Mussen (Ed.) *Handbook of child psychology* (Vol. 3: Cognitive development pp 77-166). New York: Wiley

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992), Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (ed.), *The Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.

Clements, D., & Sarama, J. (2000). Young Children's Ideas about Geometric Shapes. *Teaching Children Mathematics*, 6(8), 482-491.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: the learning trajectory approach*. New York & London: Routledge.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. V. Mammana, V. (ed.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. An ICMI Study*, 37-51. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. & Scaffer, R. (2005). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education*. American Statistical Association

Freudenthal, H., (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Mathematics Education Library. D. Reidel, Boston.

Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistical Review*, 75 (3), 372–396.

Garfield, J. B. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Springer Science & Business Media

Gutierrez, A. (1996). Visualization in 3- Dimensional Geometry: In Search of a Framework. In L.Puig & A. Guitierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 3-20). Valencia: University of Valencia, Spain

Harlen, W. and Deakin Crick, R. (2003). Testing and Motivation for Learning, *Assessment in Education*, 10 (2), 169 – 208

Henningsen, M. and Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors that support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.

Heuvel – Panhuizen, M. (2001). *Children learn mathematics: a learning – teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute & National Institute for Curriculum Development.

Jones, G.A. (Ed.) (2005). *Exploring Probability in School. Challenges for Teaching and Learning*. Springer Science & Business Media

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 707- 762). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, Consciousness, and Personality*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Millett, A., Brown, M. Askew, M. (2004). *Primary mathematics and the developing professional*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Mammana, C., & Villani, V. (1998). Geometry and Geometry: Teaching Through the ages. In C. V. Mammana, V. (Ed.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century. An ICMI Study* (pp. 1-3). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 11-47). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project. In A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean conference on mathematical education*. Athens, Jan. 2003, pp. 115-124. Athens: Hellenic Math. Society.

Outhred, L. & Mitchelmore, M. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 147-167.

Outhred, L., Mitchelmore, M., Mcphail, D. & Gould, P. (2003). Count Me into Measurement. In D. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and Teaching Measurement: 2003 Yearbook*, 81-99. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Owens, K., & Outhred, L. (2006). The Complexity of Learning Geometry and Measurement. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 83-116). Rotterdam, Taipei: Sense Publishers.

Romberg, T. (2004). *Standards-Based Mathematics Assessment in Middle School: Rethinking Classroom Practice*, Teachers' College, Columbia University New York and London.

Samara, J. & Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. Routledge.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's the fuss about metacognition. In A. H. Schoenfeld (Ed.) *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Share, B. M. & Dover, A. C. (1987) Metacognition, intelligence, and giftedness. *Gifted Child Quarterly*, 31, (1), 37-39.

Shaughnessy, M. J. (2007). Research on Statistics Learning and Reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research On Mathematics Teaching and Learning: a Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 957-1010). NCTM.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. London, Washington: The Palmer Press.

van den Heuvel-Panhuizen, & Buys, K. (Eds.) (2005). *Young Children Learn Measurement and Geometry. A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for the Lower Grades in Primary School*. Tal Project, 227-326. NL: Utrecht: Freudenthal Institute, Utrecht University & National Institute for Curriculum Development

Van de Walle, J. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο*. Αθήνα: Τυπωθήτω – Γιώργος Δαρδανός.

Wenger, E., McDermott, R., & Snyder, W. M. (2002). *Cultivating communities of practice*. Boston, MA: Harvard Business School Press.

Wittmann, E. (2005). Plenary Lecture presented at the International Colloquium "Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood" organized by the *Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* in collaboration with the *Institut de mathématique de l'Université de Mons-Hainaut*, Mons/Belgium.

Βερύκιος, Π. (2010). *Συναρτησιακή προσέγγιση βασικών μαθηματικών εννοιών στο Γυμνάσιο*, Αδημοσίευτη Διδακτορική Διατριβή, ΕΚΠΑ: Μαθηματικό Τμήμα.

Δραμαλίδης, Α. & Σακονίδης, Χ. (2006) Η επίδοση μαθητών ηλικίας 12-15 χρόνων σε θέματα σχολικής άλγεβρας, *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, τεύχος 11, σελ. 100-114.

Κολέζα, Ε. & Φακούδης, Ε. (2009). Το πρόβλημα της επιλογής πλαισίου για την εισαγωγή μαθηματικών εννοιών. Η περίπτωση της πρόσθεσης και αφαίρεση ρητών αριθμών στα νέα σχολικά εγχειρίδια. Στο Φ. Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ. Χιονίδου – Μοσκοφόγλου, Χ. Σκουμπουρδή και Γ. Φεσάκης (επιμ.) *Πρακτικά 3^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών: Μαθηματικής Εκπαίδευση και Διδακτικές Πρακτικές* (σελ. 373-382). Αθήνα: Νέες Τεχνολογίες.

Σακονίδης, Χ. (2001). *Μαθηματικά: οδηγίες για τον εκπαιδευτικό*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-Ερευνητικό Πρόγραμμα «Πηνελόπη»: Ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού πολυμέσων/ «Δημιουργός Μοντέλων».

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά Παιδιά, Μεγάλα Μαθηματικά Νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg.

Σακονίδης, Χ. (2001). *Μαθηματικά: οδηγίες για τον εκπαιδευτικό*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-Ερευνητικό Πρόγραμμα «Πηνελόπη»: Ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού πολυμέσων/ «Δημιουργός Μοντέλων».