



	1	2	3	4	5	Κρίση
	Κατευθυντήρια Ερώτηση: Πώς το μάθημά μου καθιστά ικανούς τους μαθητές να διερευνήσουν και να αναλύσουν προσεκτικά τις μαθηματικές έννοιες, τις διαδικασίες και τις στρατηγικές συλλογισμού;					
(1) ΓΝΩΣΗ	Οι μαθητές λαμβάνουν, απαγγέλλουν ή απομνημονεύουν γεγονότα, διαδικασίες και ορισμούς. Δεν υπάρχουν ενδείξεις απαίτησης εννοιολογικής κατανόησης. Δεν προσφέρονται ευκαιρίες για μαθηματική ανάλυση ή διερεύνηση.	Οι μαθητές πρωτίστως λαμβάνουν, απαγγέλλουν ή εκτελούν διαδικασίες ρουτίνας χωρίς ανάλυση ή σύνδεση με τις έννοιες ή με τη μαθηματική δομή. Δίνονται κάποιες ευκαιρίες για μαθηματική διερεύνηση, αλλά τα μαθηματικά έργα (tasks) δεν απαιτούν ανάλυση για να ολοκληρωθούν.	Υπάρχει τουλάχιστον μία δραστηριότητα που απαιτεί συνολικά ανάλυση των διαδικασιών, των εννοιών ή της υποκείμενης μαθηματικής δομής. Υπάρχει τουλάχιστον μία δραστηριότητα που απαιτεί μαθηματική διερεύνηση και ανάλυση.	Τουλάχιστον το ήμισυ του μαθήματος περιλαμβάνει εργασίες, οι οποίες απαιτούν: - ισχυρή ανάλυση των διαδικασιών, των εννοιών ή της υποκείμενης μαθηματικής δομής. - σημαντική μαθηματική ανάλυση, περιλαμβάνουν πολύπλοκη μαθηματική σκέψη, χρησιμοποιούν πολλαπλές αναπαραστάσεις - εξήγηση/ αιτιολόγηση. Υπάρχουν τεκμήρια απαίτησης μαθηματικής ανάλυσης τουλάχιστον κατά το ήμισυ του μαθήματος.	Το μεγαλύτερο μέρος των μαθηματικών έργων περιλαμβάνουν ισχυρή ανάλυση των διαδικασιών και των εννοιών, σύνθετη μαθηματική σκέψη, χρησιμοποιούν πολλαπλές απεικονίσεις και απαιτούν πολλαπλές εξηγήσεις/ αιτιολόγηση.	
(2) ΒΑΘΟΣ ΓΝΩΣΗΣ & ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ	Κατευθυντήρια ερώτηση: Πώς το μάθημα «κάνει» ορατή την σκέψη/ κατανόηση των μαθητών και πώς την υποστηρίζει σε βάθος;					
	Η γνώση είναι επιφανειακή γιατί ορισμένες έννοιες αντιμετωπίζονται ως μη σημαντικές ή παρουσιάζονται ως μη προβληματικές. Οι μαθητές δεν συμμετέχουν στη διαμόρφωση των πληροφοριών τις οποίες θα πρέπει, στη συνέχεια, να θυμούνται.	Οι γνώσεις παραμένουν επιφανειακές και κατακερματισμένες. Υποκείμενες ή συναφείς έννοιες και ιδέες αναφέρονται ή καλύπτονται, αλλά μόνο μια επιφανειακή κατανόησή τους είναι εμφανής.	Η γνώση αντιμετωπίζεται 'μη ομαλά' κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας. Η βαθιά κατανόηση κάποιων μαθηματικών εννοιών προκύπτει από την επιφανειακή ερμηνεία κάποιων άλλων. Τουλάχιστον μια ιδέα παρουσιάζεται σε βάθος και η σημασία της εισπράττεται από μερικούς μαθητές (10% - 20%), αλλά γενικά η εστίαση δεν είναι σταθερή.	Η γνώση προχωρά σε κάποιο βάθος γιατί οι μαθητές: - παρέχουν πληροφορίες, επιχειρήματα ή συλλογιστικές που αποδεικνύουν την πολυπλοκότητα ενός ή περισσότερων εννοιών. - ο εκπαιδευτικός δομεί το μάθημα έτσι ώστε πολλοί μαθητές (20% - 50%) να κάνουν τουλάχιστον ένα από τα ακόλουθα: • επικεντρώνονται σε ένα ημιαυτόνομο θέμα για μια χρονική περίοδο. • κατανοούν τις 'προβληματικές' πληροφορίες ή/ και ιδέες. • δείχνουν την κατανόησή τους καταλήγοντας σε αιτιολογημένο, με επιχειρήματα, συμπέρασμα. • εξηγούν πώς έχουν λύσει ένα σχετικά περίπλοκο πρόβλημα.	Η γνώση είναι βαθιά γιατί ο εκπαιδευτικός δομεί το μάθημα έτσι ώστε οι περισσότεροι μαθητές (50% - 90%) κάνουν τουλάχιστον ένα από τα παρακάτω: • επικεντρώνονται σε ένα σημαντικό θέμα. • κατανοούν τις 'προβληματικές' πληροφορίες ή/ και ιδέες. • δείχνουν πολύπλοκη κατανόηση φτάνοντας σε ένα αιτιολογημένο, με επιχειρήματα, συμπέρασμα. • εξηγούν πώς έλυσαν ένα σύνθετο πρόβλημα. Γενικά, η συλλογιστική, οι εξηγήσεις, και τα επιχειρήματα καταδεικνύουν την πληρότητα και την πολυπλοκότητα της κατανόησης.	

(3) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ & ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑ	Κατευθυντήρια ερώτηση: Πώς το μάθημά μου δημιουργεί ευκαιρίες για να συζητηθούν τα μαθηματικά με ουσιαστικούς και αυστηρούς τρόπους (π.χ. debate μαθηματικών ιδεών/ στρατηγικών λύσεων, χρήση ορολογίας μαθηματικών, ανάπτυξη εξηγήσεων, “επικοινωνήση” σκέψεων ή/ και γενικεύσεις);					
	Δεν υπάρχει μαθηματικός λόγος και επικοινωνία ή αυτό που συμβαίνει είναι το ‘γέμισμα ενός άδειου κεφαλιού’.	Ανάπτυξη συλλογικής κατανόησης μεταξύ λίγων μαθητών (ή μεταξύ ενός μόνο μαθητή και του εκπαιδευτικού) εμφανίζεται σε σύντομα επεισόδια κατά τη διάρκεια του μαθήματος.	Υπάρχει τουλάχιστον ένα εκτενές επεισόδιο ανταλλαγής και ανάπτυξης συλλογικής κατανόησης για τα μαθηματικά μεταξύ: (α) μιας μικρής ομάδας μαθητών ή (β) μιας μικρής ομάδας μαθητών και του εκπαιδευτικού. Σύντομα επεισόδια ‘επικοινωνήσης’ και ανάπτυξης συλλογικής κατανόησης ανιχνεύονται σε όλο το μάθημα.	Υπάρχουν πολλά σταθερά κριτήρια για ‘επικοινωνήση’ και ανάπτυξη συλλογικής κατανόησης των μαθηματικών, στις οποίες πολλοί μαθητές (20% -50%) συμμετέχουν.	Η δημιουργία και η διατήρηση συλλογικής κατανόησης είναι παρούσες στο σύνολο του μαθήματος. Μπορεί να περιλαμβάνει τη χρήση μιας κοινής ορολογίας και την προσεκτική διαπραγμάτευση των μαθηματικών νοημάτων. Οι περισσότεροι μαθητές (50% - 90%) συμμετέχουν.	
(4) ΕΞΟΥΣΙΑ/ ΙΣΧΥΣ & ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ	Κατευθυντήρια ερώτηση: Πώς το μάθημά μου διανέμει την εξουσία των μαθηματικών, αξιολογεί τις μαθηματικές συνεισφορές των μαθητών και αποσαφηνίζει τις διαφορές μεταξύ των μαθητών;					
	Η εξουσία διαχείρισης της μαθηματικής γνώσης βρίσκεται αποκλειστικά στον εκπαιδευτικό. Η μαθηματική συνεισφορά στο μάθημα είναι σχεδόν αποκλειστικά ευθύνη του εκπαιδευτικού. Ο εκπαιδευτικός έχει τον τελικό λόγο για τις σωστές απαντήσεις / λύσεις. Η συνεισφορά των μαθητών στα μαθηματικά είναι ελάχιστη. Διαφορές μεταξύ των μαθητών είναι εμφανείς.	Η εξουσία διαχείρισης της γνώσης βρίσκεται στον εκπαιδευτικό και σε λίγους μαθητές. Ο εκπαιδευτικός καλεί/ εμπλέκει ορισμένους μαθητές. Η μαθηματική συνεισφορά των μαθητών αποτιμάται και είναι σεβαστή. Ο μαθητής που συμμετέχει ανήκει σε μια συγκεκριμένη υποομάδα (ως προς το φύλο, τη γλώσσα, την εθνικότητα, κ.ά.). Οι διαφορές μεταξύ των μαθητών διατηρούνται.	Η εξουσία διαχείρισης της μαθηματικής γνώσης μοιράζεται κατά διαστήματα μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών. Παρατηρείται τουλάχιστον μία περίπτωση κατά την οποία ο εκπαιδευτικός απευθύνεται σε πολλούς μαθητές και οι μαθηματικές τους συνεισφορές γίνονται αποδεκτές και αποτιμώνται. Ο εκπαιδευτικός προκαλεί την εκδήλωση ουσιαστικών μαθηματικών συνεισφορών. Τουλάχιστον μία στρατηγική για ελαχιστοποίηση των διαφορών μεταξύ των μαθητών (και των συγκεκριμένων υποομάδων) είναι εμφανής.	Η εξουσία διαχείρισης της μαθηματικής γνώσης μοιράζεται μεταξύ του εκπαιδευτικού και των μαθητών. Πολλές μορφές μαθηματικής συμβολής ενθαρρύνονται και αποτιμώνται. Ο εκπαιδευτικός και οι μαθητές παράγουν ουσιαστικές μαθηματικές συνεισφορές. Ορισμένες στρατηγικές για την ελαχιστοποίηση των διαφορών μεταξύ των μαθητών (ιδιαίτερα συγκεκριμένων υποομάδων) σε ολόκληρο το μάθημα είναι προφανείς.	Η εξουσία διαχείρισης της μαθηματικής γνώσης κατανέμεται ευρέως μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή. Όλες οι μαθηματικές συνεισφορές αποτιμώνται και είναι σεβαστές. Οι μαθηματικές συνεισφορές των μαθητών εκμεινούνται από τους εκπαιδευτικούς και ανάμεσα στους μαθητές. Οι πολλαπλές στρατηγικές για την εξομάλυνση των διαφορών μεταξύ των μαθητών (και των συγκεκριμένων υποομάδων) είναι σαφείς και ευρέως διαδεδομένες σε όλο το μάθημα.	

(5) ΠΟΡΟΙ ΓΝΩΣΗΣ/ ΚΟΥΛΤΟΥΡΑΣ/ ΚΟΙΝΟΤΗΤΑΣ	Κατευθυντήρια ερώτηση: πώς βοηθά το μάθημά μου τους μαθητές να συνδέσουν τα μαθηματικά με σχετικές/ αυθεντικές καταστάσεις στις ζωές τους;					
	Δεν υπάρχουν στοιχεία σύνδεσης με τα πολιτισμικά εφόδια του μαθητή σε σχέση με τη γνώση (γονική γνώση/ γνώση κοινότητας, ενδιαφέρον μαθητή). Το μάθημα ενσωματώνει πολιτισμικά ουδέτερα περιβάλλοντα για τα οποία θα ενδιαφέρονται «όλοι οι μαθητές».	Υπάρχει τουλάχιστον ένα παράδειγμα σύνδεσης του μαθήματος των μαθηματικών με την κοινότητα/ με την πολιτισμική γνώση και εμπειρία. Το μάθημα αντλεί από τη γνώση και την εμπειρία των μαθητών. Η εστίαση είναι σε έναν μαθητή ή σε μια ομάδα μαθητών.	Υπάρχει τουλάχιστον ένα παρατεταμένο επεισόδιο ανταλλαγής και ανάπτυξης συλλογικής κατανόησης σχετικά με τα μαθηματικά που αφορά σύνδεση με την κοινότητα/ με την πολιτισμική γνώση. Ή, σύντομα επεισόδια ανταλλαγής και ανάπτυξης συλλογικής κατανόησης καταγράφονται σποραδικά σε όλο το μάθημα.	Υπάρχουν πολλά σταθερά επεισόδια κατανομής και ανάπτυξης συλλογικής κατανόησης σχετικά με τα μαθηματικά που αφορούν τη σύνδεση της πολιτισμικής γνώσης/ γνώσης της κοινότητας (π.χ. οι εμπειρίες των μαθητών μαθηματοποιούνται, πραγματοποιούνται μαθητικές/ γονικές συνδέσεις με τη μαθηματική εργασία). Μαθηματικά παραδείγματα είναι ενσωματωμένα σε τοπικές κοινότητες/ πολιτισμικά πλαίσια και δραστηριότητες, όπως π.χ. παιχνίδια).	Καλλιέργεια συλλογικών κατανοήσεων σχετικά με τα μαθηματικά που συνεπάγονται έντονες συνδέσεις με την κοινότητα/ την πολιτισμική γνώση και αφορούν το σύνολο του μαθήματος. Οι μαθητές καλούνται να σκέφτονται τα μαθηματικά μέσα στο πλαίσιο της κοινότητας και πώς τα μαθηματικά τους βοηθούν να καταλάβουν αυτό το πλαίσιο.	
Κατευθυντήρια ερώτηση: Πώς υποστηρίζει το μάθημα τη χρήση των μαθηματικών από τους μαθητές για να κατανοήσουν, να επικρίνουν και να αλλάξουν ένα σημαντικό ζήτημα ισότητας ή κοινωνικής δικαιοσύνης στη ζωή τους;						
(6) ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗ ΚΡΙΤΙΚΗΣ ΓΝΩΣΗΣ/ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΔΙΚΑΙΟΣΥΝΗΣ	Δεν υπάρχουν τεκμήρια σύνδεσης με κριτική γνώση (κοινωνικοπολιτικά πλαίσια, θέματα που αφορούν τους μαθητές)	Δεν προσφέρονται ευκαιρίες κριτικής μαθηματοποίησης μιας κατάστασης.	Υπάρχει τουλάχιστον ένα παράδειγμα σύνδεσης των μαθηματικών με την ανάλυση ενός κοινωνικοπολιτικού/ πολιτισμικού πλαισίου.	Υπάρχει τουλάχιστον μία σημαντική δραστηριότητα στην οποία συμμετέχουν συλλογικά οι μαθητές, με στόχο τη μαθηματική ανάλυση μέσα σε ένα πλαίσιο κοινωνικοπολιτικής / αυθεντικής επίλυσης προβλήματος. Προσφέρονται μαθηματικά επιχειρήματα για την επίλυση προβλημάτων. Παρατηρούνται περιορισμένες υποδείξεις/ κατευθύνσεις για την αλλαγή / μετασχηματισμό μιας κατάστασης.	Σκόπιμη και συνεχής χρήση των μαθηματικών ως αναλυτικού εργαλείου για την κατανόηση ενός θέματος. Διατύπωση επιχειρημάτων που βασίζονται στα μαθηματικά για την αντιμετώπιση των προβλημάτων των μαθητών και την παροχή ουσιαστικών διαδρομών για αλλαγή/ μετασχηματισμό.	

Σημείωση 1: Το εργαλείο ανάλυσης μαθήματος CRMT-TM (Culturally Responsive Teaching) έχει σχεδιαστεί για να προάγει τη συζήτηση και τον κριτικό αναστοχασμό για μαθήματα των μαθηματικών που λαμβάνουν υπόψη τους τη μαθηματική σκέψη των παιδιών και ζητήματα ισότητας. Δεν έχει σχεδιασθεί ως εργαλείο αξιολόγησης των εκπαιδευτικών αλλά ως ένα μέσο αυτό-αναστοχασμού που μπορεί να υποστηρίξει το σχεδιασμό και την υλοποίηση μαθημάτων με το συγκεκριμένο προσανατολισμό.

Σημείωση 2. Το CRMT-TM Αποτελεί προσαρμογή από το TEACH MATH (2012) Culturally Responsive Mathematics Teaching Lesson Analysis Tool. Αδημοσίευτο εργαλείο.