

**Ερμηνεία/ αναστοχασμός
(1^ο παράδειγμα)**

***Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι
μειωτέος ή αφαιρετέος***

(Κεφάλαιο 27^ο: Μαθηματικά ΣΤ τάξης)

Η δασκάλα, κατά την προετοιμασία της δραστηριότητας, αντί να χρησιμοποιήσει τις οδηγίες του βιβλίου (πρόσθεσε 4), προκειμένου να μείνει ο άγνωστος μόνος του για να λυθεί η εξίσωση, προτίμησε να τους θέσει το ερώτημα:

« Ποια ποσότητα νομίζετε ότι πρέπει να προσθέσουμε για να λύσουμε την εξίσωση;»

Σκοπός της ήταν να προκαλέσει γνωστική σύγκρουση και να βάλει τους μαθητές να σκεφτούν. Η δασκάλα αναφέρει: «Όταν η Χριστίνα μου είπε $20+4$ έκανα την ερώτηση: $20+4\dots\dots$; Εκείνη τη στιγμή σήκωσε ο Μανώλης το χέρι και είπε 2 σε κάθε πλευρά. Ήταν κάτι που ήθελα να το ακούσω, το περίμενα γιατί προσθέτοντας 2 σε κάθε πλευρά θα έπρεπε να κάνουν την πράξη $-4+2$. **Πράξη με αρνητικούς αριθμούς, κάτι που θεωρείται άγνωστο**». Η δασκάλα του ζήτησε να έρθει στον πίνακα να το γράψει, αλλά είδε ότι δυσκολευόταν και ζήτησε τη βοήθεια των συμμαθητών του. Ο Κωνσταντίνος της είπε «θα προσθέσουμε 4, γιατί θα μείνει $20+4$ ». Επειδή όμως δεν ήθελε να αφήσει την ιδέα του Μανώλη, τους ξαναρώτησε: «Ωραία, γιατί να προσθέσουμε 4 και όχι 2 που είπε ο Μανώλης; Θα μπορούσε κάποιος να το λύσει προσθέτοντας 2; Γράφοντας $k-4(+2)=20(+2)$. Πόσο μας κάνει;»

Δημιουργήθηκε ξανά γνωστική σύγκρουση γιατί τα παιδιά προσπαθούσαν να το εντάξουν σε ένα υπάρχον νοητικό σχήμα. Της είπαν -6 , $+6$κάποια στιγμή της είπε ο Ντέμης -2 , τον ρώτησε πώς το σκέφτηκε, αλλά δεν μπορούσε να της το εξηγήσει. Τότε, χρησιμοποίησε τη θερμοκρασία και τη μεταβολή της, από -4 ανεβαίνει 2 βαθμούς πόσο θα πάει, της απάντησαν -2

«Προσπάθησε να στηρίξει την υλοποίηση της διδασκαλίας, στηριζόμενη, κυρίως, στο εποικοδομιστικό και στο δομιστικό μοντέλο (Bruner). Με τις ερωτήσεις που έθεσε προσπάθησε να προκαλέσει **γνωστική σύγκρουση στους μαθητές, ώστε στηριζόμενοι στα ήδη υπάρχοντα νοητικά σχήματα να ενσωματώσουν τις νέες πληροφορίες, να τις τροποποιήσουν και να δημιουργηθεί ένα νέο νοητικό σχήμα.** Αυτό φαίνεται πολύ καθαρά όταν προσπαθούν να δώσουν απάντηση στο $-4+2$ και λένε -6 , 6και -2 . Οι μαθητές προσπαθούν να εντάξουν κάπου μέσα στο δίκτυο ιδεών που έχουν σχηματίσει αυτή τη νέα πληροφορία. Ωστόσο, **αν και στόχος της διδασκαλίας δεν ήταν να καταλάβουν οι μαθητές την έννοια του αρνητικού αριθμού, προέκυψε κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, η δασκάλα δεν το άφησε να «φύγει», αλλά το αξιοποίησε για να κάνει μια σύντομη εισαγωγή»**

**Ερμηνεία/ αναστοχασμός
(2^ο παράδειγμα)**

Γεωμετρικά σχήματα

(Κεφάλαιο 40^ο: Μαθηματικά Α τάξης)

Αναγνώριση/ περιγραφή κρίσιμων συμβάντων

- Κατά τη διεξαγωγή της δραστηριότητας με την ομαδοποίηση γεωμετρικών σχημάτων ο εκπαιδευτικός παρεμβαίνει και διατυπώνει το εξής ερώτημα: «Αν περιστρέψω το τετράγωνο (τετράγωνο που έχει στραφεί κατά 45°), τι σχήμα θα είναι; Θα είναι πάλι τετράγωνο ή κάποιο άλλο σχήμα;»
- Στους μαθητές η περιστροφή αυτή του τετραγώνου δίνει την εντύπωση πως το τετράγωνο έχει γίνει τώρα ρόμβος. Ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να πείσει τους μαθητές ότι το σχήμα δεν άλλαξε. Επιπλέον, υπογραμμίζει στους μαθητές ότι το μόνο που έχει αλλάξει είναι η θέση του σχήματος (ο προσανατολισμός του). Στο σημείο αυτό οι μαθητές επιμένουν ότι το σχήμα είναι ρόμβος και όχι τετράγωνο. Ο εκπαιδευτικός, στην προσπάθειά του να τους πείσει ότι είναι τετράγωνο, παραθέτει ένα παράδειγμα με ένα άλλο σχήμα, το ορθογώνιο. Τους δείχνει, λοιπόν, στον πίνακα ένα οριζόντιο και ένα διαγώνιο τοποθετημένο ορθογώνιο ζητώντας από τους μαθητές να ονομάσουν τα δύο σχήματα. Οι μαθητές αναγνωρίζουν τα δύο σχήματα ως ορθογώνια.

Αναγνώριση/ περιγραφή κρίσιμων συμβάντων

- Τώρα ο εκπαιδευτικός πρέπει, διαμέσου του παραδείγματος με το ορθογώνιο, να δείξει στα παιδιά ότι το ίδιο συμβαίνει και με το τετράγωνο, όποια κι αν είναι η τοποθέτησή του στον πίνακα. Οι μαθητές καλούνται να ονομάσουν ένα τετράγωνο και ένα τετράγωνο που έχει περιστραφεί κατά 45° μετά από τα δύο ορθογώνια. *Η αδυναμία τους όμως να κάνουν τη συσχέτιση μεταξύ του ορθογωνίου και του τετραγώνου γίνεται εύκολα αντιληπτή αφού εξακολουθούν να ισχυρίζονται ότι το ένα σχήμα είναι τετράγωνο και το άλλο ρόμβος.* Παρά τα λεγόμενα του εκπαιδευτικού ότι και τα δύο σχήματα είναι τετράγωνα οι μαθητές φαίνεται να μην το κατανοούν. Για τον λόγο αυτό ο εκπαιδευτικός αρκείται στη διατύπωση της πρότασης «Ακόμη και αν γυρίσουμε το τετράγωνο (περιστρέφει το τετράγωνο στο χέρι του), το σχήμα εξακολουθεί να είναι τετράγωνο και δεν αλλάζει ξαφνικά και γίνεται κάτι άλλο π.χ. ρόμβος»

Ερμηνεία/ αναστοχασμός: γνώση

- «Σύμφωνα με τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των van Hiele, τα παιδιά της Α' δημοτικού συχνότερα βρίσκονται στο επίπεδο 0, της Νοερής Απεικόνισης. Τα αντικείμενα της σκέψης στο επίπεδο 0 είναι τα σχήματα και η μορφή τους (με τι μοιάζουν). Οι μαθητές και οι μαθήτριες αναγνωρίζουν και ονομάζουν τα σχήματα βασιζόμενοι στα **καθολικά οπτικά χαρακτηριστικά τους** – μία προσέγγιση στο σχήμα που θυμίζει την ψυχολογία της μορφής Gestalt. Το σχήμα ορίζεται για το παιδί από την εμφάνισή του. **Ένα τετράγωνο είναι τετράγωνο "επειδή μοιάζει με τετράγωνο"**. Για τον λόγο ότι η εμφάνιση παίζει κυρίαρχο ρόλο στο συγκεκριμένο επίπεδο, η μορφή μπορεί να υπερισχύσει έναντι των **ιδιοτήτων του σχήματος**. Ένα τετράγωνο, για παράδειγμα, που έχει περιστραφεί κατά τέτοιο τρόπο που όλες οι πλευρές να σχηματίζουν γωνία 45° με την κατακόρυφο, ενδέχεται να μην εκλαμβάνεται ως τετράγωνο από ένα άτομο που σκέφτεται στο επίπεδο 0. Τα παιδιά του συγκεκριμένου επιπέδου θα διαλέξουν και θα ταξινομήσουν τα σχήματα βασιζόμενα στην εμφάνισή τους: «Αυτά τα έβαλα μαζί γιατί μοιάζουν κάπως μεταξύ τους» (Van de Walle, 2005)

Ερμηνεία/ αναστοχασμός: μάθηση

«Η μαθησιακή διαδικασία είναι επηρεασμένη από τις αρχές του κονστрукτιβισμού. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες με σκοπό να προωθηθεί η αλληλεπίδραση και, επομένως, η μάθηση. Η μάθηση επιτυγχάνεται μέσα από συγκρουσιακές καταστάσεις. Στο υπάρχον νοητικό σχήμα που είχαν κατασκευάσει τα παιδιά για το τετράγωνο έρχεται τώρα να προστεθεί η πληροφορία ότι ακόμη και αν αλλάξει ο προσανατολισμός ενός σχήματος, το σχήμα εξακολουθεί να παραμένει το ίδιο, δεν αλλάζει, παραδείγματος χάρη, μετά από μία περιστροφή κατά 45° το τετράγωνο παραμένει τετράγωνο. Το νοητικό σχήμα που δέχεται την ιδέα «τετράγωνο» με έναν **ορισμένο προσανατολισμό** έρχεται τώρα να συγκρουστεί με το τετράγωνο να είναι τετράγωνο **με οποιονδήποτε προσανατολισμό** κι αν έχει στον χώρο. Για να αποκτήσει αυτή τη νέα γνώση ο μαθητής δέχεται **προκλήσεις** (π.χ. με αλλαγή προσανατολισμού του ορθογωνίου στον πίνακα), με τον τρόπο αυτό **το νοητικό του σχήμα ανοίγει και τροποποιείται, ώστε να δεχτεί τη νέα γνώση.**

- Στο σημείο αυτό της μαθησιακής διαδικασίας έχουμε **στοιχεία ψευδοκονστрукτιβισμού**, καθώς ο εκπαιδευτικός, παρότι δεν ακυρώνει τις απαντήσεις των μαθητών του, όπως συμβαίνει στον συμπεριφορισμό, εντούτοις απαντά ο ίδιος στο **γιατί** που τους θέτει, κατευθύνοντας επιπλέον τις απαντήσεις τους και αφήνοντάς τους περιθώρια για μονολεκτικές απαντήσεις, δίχως επεξηγήσεις.

Ερμηνεία/ αναστοχασμός
3^ο παράδειγμα

Προσανατολισμός
(Μαθηματικά Α τάξης)

Αναγνώριση/ περιγραφή κρίσιμων συμβάντων

- Νίκος :-μετά μας λέει να πάμε 3 κουτάκια αριστερά.
- Δ :-αυτό λέει, ωραία. Είναι η τελευταία οδηγία για να φτάσουμε στη θάλασσα. Πήγαινε, λοιπόν, και στο σχήμα 3 κουτάκια αριστερά.
- Νίκος :-βρίσκεται στο κουτάκι του σημείου (4,4) και πηγαίνοντας 3 κουτάκια αριστερά φτάνει στο κουτάκι του σημείου (1,4).
- Δ:-συμφωνείτε, παιδιά, με τον τρόπο που εκτέλεσε την οδηγία ο Νίκος; Έφτασε στη θάλασσα;
- Σοφία:-κυρία, αλλιώς νομίζω ότι έπρεπε να πάει.
- Δ:-πώς δηλαδή; για έλα να μας δείξεις. Νίκο, εσύ παραμένεις στο κουτάκι που έφτασες.
- Σοφία:-μετράει από την αριστερή πλευρά δύο κουτάκια στην ίδια ευθεία και ένα κάτω. Φτάνει , δηλαδή, στο κουτάκι του σημείου (2,3) όπου βρίσκεται η θάλασσα.
- Νίκος :- κυρία, γιατί κατέβηκε κάτω; Λάθος είναι!
- Δ:- Σοφία, ο συμμαθητής σου λέει ότι έκανες λάθος.
- Σοφία:-γιατί, κυρία, αφού εδώ είναι η θάλασσα.
- Δ:- Ναι, έφτασες στη θάλασσα. Πιστεύεις όμως ότι εκτέλεσες σωστά την οδηγία; Πήγες 3 κουτάκια αριστερά;
- Σοφία:- ναι..να.... πήγα 1, 2, 3 κουτάκια (και κάνει πάλι την ίδια κίνηση).
- Δ:- έτσι , όμως, κατέβηκες και ένα κουτάκι κάτω και οι οδηγίες δεν σου λένε κάτι τέτοιο. Πώς το σκέφτηκες;

Αναγνώριση/ περιγραφή κρίσιμων συμβάντων

- **Σοφία:**-ε.. κυρία... κατέβηκα ένα κουτάκι κάτω, αλλά αριστερά είναι και αυτό . Σε όποιο κουτάκι θέλω πάω. Αφού από εδώ είναι η αριστερή πλευρά. Και πήγα σε αυτό που είναι η θάλασσα.
- **Δ:**- οι υπόλοιποι, παιδιά, τι έχετε να πείτε;
- **Κίμωνας:**- κυρία, ο Νίκος πήγε σωστά. Αλλά λάθος μας είπαν .. πωωω .. δεν φτάσαμε στη θάλασσα (οι περισσότεροι μαθητές υποστήριξαν αυτήν την άποψη).
- **Άλλος μαθητής:**- κυρία, από εκεί που πήγε η Σοφία να πάμε.. και από τα αριστερά είναι και φτάνουμε στη θάλασσα. Δεν λέει ευθεία ή κάτω. Αριστερά λέει μόνο (μια μειοψηφία μαθητών το υποστήριξε αυτό).
- **Δ:**-ναι, μπορεί να μην μας διευκρινίζει, αλλά έχει ένα σχέδιο στο πάτωμα. Άρα, σύμφωνα με αυτό θα κινηθούμε για να εκτελέσουμε τις οδηγίες και να μην πηγαίνει ο καθένας όπου θέλει. Όταν λέει αριστερά εννοεί στην ίδια ευθεία. Αλλιώς θα μας έλεγε να πάμε αριστερά και κάτω. Οπότε, παιδιά, τις οδηγίες τις εκτελούμε ακριβώς και, άρα, σωστά βρήκατε οι περισσότεροι ότι μας δώσανε λάθος οδηγία που δεν βγάζει στη θάλασσα. Το καταλάβατε όλοι τώρα;
- **Μαθητές :**- ναιιι ...

Ερμηνεία/ αναστοχασμός

- Ευρήματα ερευνών υποστηρίζουν πως τα παιδιά, αν και παρουσιάζουν σημαντικές αρχικές εμπειρίες λειτουργώντας στον χώρο (οι οποίες αποτελούν σημαντικό υπόβαθρο για την ανάπτυξη χωρικής νοημοσύνης), εμφανίζουν ελλείψεις, καθώς δοκιμάζουν να τις συστηματοποιήσουν και να συνδέσουν την άμεση λειτουργία στον χώρο με ένα πιο αφηρημένο πλαίσιο (Owens, 1992). Έτσι, όσον αφορά τον **χωρικό προσανατολισμό** που σχετίζεται με την τοποθέτηση και την κίνηση σε σχέση με διάφορες θέσεις στον χώρο, παρατηρείται ότι, αρχικά, το παιδί προσανατολίζεται με κέντρο τον εαυτό του, αλλά βαθμιαία είναι σε θέση, με κατάλληλες εμπειρίες, να προσανατολιστεί με αλλοκεντρικά συστήματα (π.χ. Τζεκάκη, 2010).

Ερμηνεία/ αναστοχασμός

- Στο παρόν συμβάν το πρώτο παιδί εύκολα συστηματοποίησε τη γνώση του (για την έννοια αριστερά) επάνω στο τετραγωνισμένο περιβάλλον ακολουθώντας την οδηγία, χωρίς να επηρεαστεί από το γεγονός ότι η εκτέλεση αυτής δεν οδηγεί στη θάλασσα, που ήταν ο προορισμός (δεν υπέπεσε δηλαδή στην «παγίδα» της άσκησης). Αντιθέτως, τη Σοφία έδειξε να τη δυσκολεύει η εφαρμογή αυτής της γνώσης επάνω στο σχήμα. Η μαθήτρια, δηλαδή, αν και μπορούσε να προσανατολιστεί με βάση τον εαυτό της (σειρές...) αδυνατούσε να προσανατολιστεί έχοντας ως σύστημα αναφοράς το τετραγωνισμένο περιβάλλον. Είχε, πιθανόν, μια γενικευμένη κατανόηση του όρου αριστερά, την οποία δεν μπορούσε να οριοθετήσει με βάση το σχήμα. Επίσης, η μαθήτρια ίσως κινήθηκε με αυτόν τον τρόπο έχοντας στο μυαλό της το αποτέλεσμα (ότι στόχος, δηλαδή, ήταν να φτάσει στη θάλασσα, σειρές ...). Έτσι, λειτούργησε διαδικαστικά και δεν αντιμετώπισε κριτικά την οδηγία που της δόθηκε.

Ερμηνεία/ αναστοχασμός

- Σύμφωνα με το νέο Πρόγραμμα Σπουδών και τον Οδηγό Εκπαιδευτικού οι δράσεις των μαθητών παρουσιάζουν διαφορετικό επίπεδο δυσκολιών στους χειρισμούς ανάλογα με το μέγεθος του χώρου (από το μικρο-, στο μεσο- και μακρο- χώρο), όπως και το πέρασμα από το ένα στο άλλο. Κατάλληλες δράσεις τους βοηθούν να αναπτυχθούν και στα τρία πλαίσια. Η έλλειψη άσκησης σε αυτή την αντιστοίχιση, από τις μικρές ηλικίες, δημιουργεί μεταγενέστερα δυσκολίες στη μελέτη χαρτών ακόμα και στην ενήλικη ζωή.
- Μια ανάλογη δυσκολία αντιμετώπισε και ο Παναγιώτης στο συμβάν. Ενώ δηλαδή στον μικροχώρο (τετραγωνισμένο χαρτί) μπορούσε να εντοπίσει τη θέση του αντικειμένου (σειρά...) παρουσίασε δυσκολία εύρεσης της θέσης στο σκηνικό αυτό του θεάτρου (μεσοχώρος). Προφανώς, αυτός ο χώρος δεν ήταν τόσο εύκολα διαχειρίσιμος για το παιδί όσο το τετραγωνισμένο χαρτί. Αφού δεν αναγράφονταν οι σειρές παρά μόνο πίσω από κάθε καρέκλα ο αριθμός της στήλης που ανήκει και ούτε υπήρχαν τα κουτάκια. Δηλαδή, η δραστηριότητα αυτή απαιτούσε περισσότερη σκέψη από τον μαθητή, μια βαθύτερη κατανόηση των εννοιών σειρά και θέση ώστε να εντοπίσει τη σωστή θέση.

Ερμηνεία/ αναστοχασμός

- Επίσης, πιθανότατα, στη δυσκολία εύρεσης της θέσης από τον μαθητή, μπορεί να έπαιξαν ρόλο και οι αριθμοί (2,2). Το γεγονός, δηλαδή, ότι ήταν και η σειρά, αλλά και η θέση 2 πιθανά να οδήγησε τον μαθητή στη σκέψη ότι μπορεί να κάτσει σε όποια καρέκλα της στήλης επιθυμεί, εφόσον όλες γράφουν 2. Αν π.χ. η θέση όπου έπρεπε να κάτσει ήταν (4, 2), τότε ίσως γινόταν για τον μαθητή πιο διακριτή η σημασία της σειράς και της θέσης. Εξάλλου, η δυσκολία εύρεσης θέσης, καθώς η κωδικοποίηση της πληροφορίας γίνεται πιο σύνθετη, υποστηρίζεται και από τους Case και Okamoto, 1996.