

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Πολυτεχνική Σχολή – Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Υδραυλικής και Τεχνικής Περιβάλλοντος
Εργαστήριο Θαλάσσιας Τεχνικής και Θαλάσσιων Έργων

Χρήστος Β. Μακρής
Διπλωματούχος Πολιτικός Μηχανικός ΑΠΘ
Ειδίκευση: Υδραυλική και Περιβαλλοντική Τεχνική
ΜΔΕ Διαχείριση Παράκτιας Ζώνης ΕΜΠ

Υπολογιστική Προσομοίωση Παράκτιων Κυματικών Διεργασιών με τη χρήση της Σωματιδιακής Μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Διδακτορική Διατριβή

Θεσσαλονίκη 2014

Χρήστος Β. Μακρής
Διπλωματούχος Πολιτικός Μηχανικός ΑΠΘ
Ειδίκευση: Υδραυλική και Περιβαλλοντική Τεχνική
ΜΔΕ Διαχείριση Παράκτιας Ζώνης ΕΜΠ

Υπολογιστική Προσομοίωση Παράκτιων Κυματικών Διεργασιών με τη χρήση της Σωματιδιακής Μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Διδακτορική Διατριβή

Υποβλήθηκε στο Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΑΠΘ
Τομέας Υδραυλικής και Τεχνικής Περιβάλλοντος

Ημερομηνία Προφορικής Εξέτασης : 26 Ιουνίου 2014

Εξεταστική Επιτροπή

Γ. Ν. Κρεστενίτης, Καθ. Τμ. Πολ. Μηχ. ΑΠΘ, Επιβλέπων Καθηγητής
Κ. Δ. Μέμος, Καθ. Σχ. Πολ. Μηχ. ΕΜΠ, Μέλος Συμβουλ. Επιτροπής
Π. Πρίνος, Καθ. Τμ. Πολ. Μηχ. ΑΠΘ, Μέλος Συμβουλ. Επιτροπής

Θ. Καραμπάς, Καθ. Τμ. Πολ. Μηχ. ΑΠΘ, Εξεταστής
Α. Δήμας, Καθ. Τμ. Πολ. Μηχ. Παν/μιου Πατρών, Εξεταστής
Χ. Κουτίτας, Καθ. Τμ. Πολ. Μηχ. ΑΠΘ, Εξεταστής
Ν. Καμπάνης, Διευθυντής Ερευνών ΙΤΕ, Εξεταστής

© Χρήστος Β. Μακρής
© Α.Π.Θ.

Υπολογιστική Προσομοίωση Παράκτιων Κυματικών Διεργασιών με τη χρήση της Σωματιδιακής Μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

ISBN

«Η έγκριση της παρούσας διατριβής από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης δεν υποδηλώνει την αποδοχή των γνωμών του συγγραφέως» (Ν.5343/1932, άρθρο 202, παρ.2)

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διδακτορική διατριβή έχει τίτλο «Υπολογιστική Προσομοίωση Παράκτιων Κυματικών Διεργασιών με τη χρήση της Σωματιδιακής Μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)». Η έρευνα, η οποία παρουσιάζεται στην παρούσα εργασία, εκπονήθηκε από τον υποψήφιο διδάκτορα Χρήστο Β. Μακρή, από τις αρχές του 2008 μέχρι το τέλος της άνοιξης του 2014. Η σχετική ερευνητική προσπάθεια έλαβε χώρα εξ ολοκλήρου στο Εργαστήριο Θαλάσσιας Τεχνικής και Θαλασσίων Έργων του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών, στην Πολυτεχνική Σχολή του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (ΑΠΘ), υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κ. Γιάννη Ν. Κρεστενίτη. Το θέμα της έρευνας ήταν η μελέτη του φαινομένου της θραύσης των παράκτιων κυματισμών (με μια ειδική μορφή), των σχετικών κυματογενών διεργασιών εντός της ζώνης θραύσης των κυματισμών, και του παραγόμενου τυρβώδους υδροδυναμικού πεδίου εγκάρσια στην ακτή. Όλα τα παραπάνω επιτεύχθηκαν με την εφαρμογή μιας σχετικά νέας μεθόδου υπολογιστικής προσομοίωσης ροών με ελεύθερη επιφάνεια, και συγκεκριμένα την SPH, που δε χρησιμοποιεί υπολογιστικό κάνναβο ή πλέγμα για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes, αλλά εισάγει τη χωρική διακριτοποίηση σε σωματιδιακή μορφή και τυποποίηση Lagrange. Αυτή η μέθοδος ενισχύθηκε με ένα μοντέλο υπο-σωματιδιακής κλίμακας, τύπου Smagorinsky, για τον υπολογισμό των τυρβωδών τάσεων, στη λογική των μοντέλων προσομοίωσης μεγάλων δινών (Large Eddy Simulations, LES).

Μετά από συμφωνία με τον επιβλέποντα, κύριο μέλημά μας ήταν η χρήση ενός μη εμπορικού πακέτου υπολογιστικής προσομοίωσης, στην κατεύθυνση του «ελεύθερου» λογισμικού (free software) με «ανοιχτό» πηγαίο κώδικα (open source code). Αυτή η απαίτηση βρήκε απάντηση στον ακαδημαϊκό υπολογιστικό κώδικα SPHysics, ο οποίος έχει παραχθεί στην αρχική μορφή του από την ομάδα του Καθηγητή κ. R. A. Dalrymple στο Johns Hopkins University (Baltimore, USA), συνεχώς εξελίσσεται από διάφορες ερευνητικές ομάδες ανά τον κόσμο, και ανανεώνεται σε υπολογιστικές και λειτουργικές δυνατότητες από το 2006-2007 έως και σήμερα. Ο εν λόγω κώδικας είναι γραμμένος σε Fortran και CUDA, για τη «σειριακή» και την «παράλληλη» εκδοχή του αντίστοιχα. Η πρώτη μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε Η/Υ με κατάλληλη επεξεργαστική δύναμη και μνήμη, ενώ η δεύτερη έχει δημιουργηθεί για προσομοιώσεις σε κάρτες γραφικών. Ο κώδικας SPHysics είναι στημένος σε σειρά υπολογιστών της ερευνητικής ομάδας Oceanography and Coastal Engineering (OCE) Group, στον Τομέα Υδραυλικής και Τεχνικής Περιβάλλοντος (ΤΥΤΠ) του ΑΠΘ, και είναι πλήρως λειτουργικός μαζί με τις επιπρόσθετες διορθώσεις, παραλλαγές, και μια σειρά κωδίκων προ- και μετα-επεξεργασίας σε περιβάλλον Fortran και MATLAB (SPHysics AUTh

version), οι οποίες προέκυψαν ως αποτέλεσμα της ερευνητικής προσπάθειας, που αποτελεί το αντικείμενο της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Αυτό το γεγονός καθιστά το μοντέλο έτοιμο για χρήση και επέκτασή του σε επόμενες ερευνητικές προσπάθειες, μεταπτυχιακές διπλωματικές εργασίες και πιθανές διδακτορικές διατριβές.

Σε αυτό το σημείο, αισθάνομαι υποχρεωμένος να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες προς όλους, όσους συνέβαλαν στην ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής. Πρώτον απ' όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή ΑΠΘ, κ. Γιάννη Ν. Κρεστενίτη, για την εμπιστοσύνη του προς το πρόσωπό μου, την επιμονή, την υπομονή, την καθοδήγηση, την ηθική υποστήριξη και τη συμπαράστασή του τα τελευταία 7 χρόνια. Κατά τη διάρκεια της συνεργασίας μας, ιδιαίτερα πολύτιμες, τόσο από επιστημονικής όσο και από οικονομικής άποψης, ήταν οι ευκαιρίες που μου παρείχε για ενασχόληση σε διάφορα ερευνητικά προγράμματα [ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ, CCSEAWAVS (ΘΑΛΗΣ), Wave4Us (ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ) κλπ], τα οποία με βοήθησαν να προσεγγίσω γνωσιακά με σφαιρικό τρόπο τα αντικείμενα της Υδροδυναμικής και Μηχανικής της Παράκτιας Ζώνης, της Θαλάσσιας Τεχνικής, και της Ωκεανογραφίας. Η αγωνιστική αφοσίωσή του, στην εξυπηρέτηση των αναγκών του ανθρώπου, της κοινωνίας και του περιβάλλοντος, αποτελεί για όλα τα μέλη της ερευνητικής μας ομάδας παράδειγμα προς μίμηση.

Ιδιαίτερα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου (ΕΜΠ), κ. Κώστα Δ. Μέμο, ο οποίος λειτούργησε με ουσιαστικό τρόπο ως επίκουρος επιβλέποντας της ερευνητικής προσπάθειας. Η πολύτιμη καθοδήγησή του σε όλα τα στάδια εκπόνησης της έρευνας, της συγγραφής και παρουσίασης των σχετικών δημοσιεύσεων, και της συγγραφής της διατριβής μου ήταν ανεκτίμητη. Πολύ σημαντική ήταν και η ηθική υποστήριξη που προσέφερε στα πλαίσια της φιλοξενίας μου στο ΕΜΠ κατά καιρούς. Το ήθος του, η βαθιά γνώση του πάνω στα αντικείμενα της Κυματομηχανικής, των Λιμενικών Έργων και της Παράκτιας Τεχνικής, αλλά και η διεισδυτική ματιά του σε όλα τα επιστημονικά και ακαδημαϊκά θέματα αποτελούν για μένα πηγές έμπνευσης.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω το τρίτο μέλος της Συμβουλευτικής Επιτροπής, τον καθηγητή του ΑΠΘ κ. Παναγιώτη Πρίνο, για τις πολύ εύστοχες παρατηρήσεις πάνω στο αντικείμενο της εργασίας και τις επί της ουσίας διορθώσεις στο κείμενο της διατριβής, κυρίως από την πλευρά του Μηχανικού των τυρβωδών ροών. Θα ήθελα ακόμα να τον ευχαριστήσω ιδιαίτερα για την αγαστή συνεργασία μας ευρύτερα στον ΤΥΤΠ και ειδικά στο ερευνητικό έργο CCSEAWAVS του προγράμματος ΘΑΛΗΣ.

Ακόμα, θα ήθελα να εκφράσω ειδικά την ευγνωμοσύνη μου προς τον καθηγητή του ΑΠΘ κ. Φάνη Καραμπά, ο οποίος με βοήθησε, με την άριστη γνώση του πάνω στο

φαινόμενο της θραύσης των παράκτιων κυματισμών, σε σειρά επιστημονικών ζητημάτων που απασχόλησαν την έρευνα στα πλαίσια της διατριβής μου, ειδικά σε θέματα κατανόησης, προσομοίωσης και αναπαραγωγής των κυματογενών φαινομένων στην παράκτια ζώνη, και στάθηκε πάντοτε με πολύ ευνοϊκό τρόπο απέναντι στις επιστημονικές προτάσεις και αναζητήσεις μου. Επίσης θα ήθελα να τον ευχαριστήσω ιδιαίτερα για την εποικοδομητική συνεργασία μας, στα πλαίσια της επικουρικής διδασκαλίας του μαθήματος του 7ου εξαμήνου «Ακτομηχανική και Λιμενικά Έργα», ευρύτερα στον ΤΥΤΠ, και ειδικότερα στα ερευνητικά έργα CCSEAWAVS του προγράμματος ΘΑΛΗΣ και Wave4Us του προγράμματος ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ.

Επιπρόσθετα, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά, για τις παρατηρήσεις και τις διορθώσεις τους πάνω στη διατριβή μου, τα υπόλοιπα 3 μέλη της Εξεταστικής επιτροπής· τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Πατρών κ. Αθανάσιο Δήμα, οποίος έχει μακροχρόνια ειδίκευση και θεωρείται επαείων πάνω σε επιστημονικά πεδία με απόλυτη συνάφεια επί του αντικειμένου της έρευνάς μου, και του οποίου η γνώμη ήταν πάντοτε πολύτιμη· τον καθηγητή του ΑΠΘ κ. Χριστόφορο Κουτίτα, ο οποίος αποτέλεσε πρότυπο για μένα από τα πρώτα φοιτητικά μου χρόνια, για το ήθος του και την αυθεντία του, επί των επιστημονικών πεδίων της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής, της Κυματομηχανικής, της Ακτομηχανικής και των Λιμενικών Έργων· το διευθυντή ερευνών του ΙΤΕ κ. Νικόλαο Καμπάνη, ο οποίος ξεχωρίζει για την πολύ υψηλού επιπέδου ερευνητική του δραστηριότητα στο αντικείμενο των αριθμητικών προσομοιώσεων με προχωρημένα μοντέλα Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής.

Συμπληρωματικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συναδέλφους και φίλους διδάκτορες του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του ΑΠΘ, Δρ. Γιάννη Ανδρουλιδάκη, Δρ. Κατερίνα Κομπιάδου και Δρ. Γιάννη Κοντό, πρώτα απ' όλα για την καλή τους παρέα, τις πολύωρες και χρήσιμες συζητήσεις, καθώς και για την καθημερινή συμπαράσταση και ηθική υποστήριξή τους, κατά δεύτερον για την πολύ καλή συνεργασία μας σε διάφορα ερευνητικά έργα, και τέλος για την αρωγή τους πάνω σε ζητήματα προγραμματισμού, με τις γλώσσες Fortran και Visual Basic for Applications, καθώς και πάνω σε ζητήματα οπτικοποίησης, συγγραφής και παρουσίασης των αποτελεσμάτων των υπολογιστικών προσομοιώσεων. Επίσης ευχαριστώ τους συναδέλφους Δρ. Ζωή Κωνσταντίνου και τον υποψήφιο διδάκτορα Βασίλη Μπαλτίκα για τη συνεργασία μας σε διάφορα ερευνητικά έργα, το ενδιαφέρον και ανθρώπινο κλίμα που δημιούργησαν στο Εργαστήριο Θαλάσσιας Τεχνικής και Θαλασσίων Έργων.

Τέλος, αλλά ίσως πιο πολύ από όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω με όλη τη δύναμη της καρδιάς μου σε ανθρώπινο επίπεδο, τους συγγενείς και φίλους, και τη σύντροφό μου τα τελευταία χρόνια Κλεονίκη Γεωργακοπούλου, που στάθηκαν με υπομονή δίπλα μου όλα αυτά τα χρόνια της εκπόνησης της έρευνας στα πλαίσια της διατριβής μου.

Συγκεκριμένα, τεράστια ευγνωμοσύνη χρωστώ στην οικογένειά μου, στις πλάτες της οποίας έλαβε χώρα η ερευνητική προσπάθεια που οδήγησε στην παρούσα διατριβή, και ειδικά στους γονείς μου Βασίλη και Στέλλα Μακρή, για την υπομονή και τη στήριξή τους τα τελευταία χρόνια, τόσο σε οικονομικό όσο και σε προσωπικό επίπεδο.

Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς όλους όσους, με οποιονδήποτε τρόπο, αμφισβήτησαν τον γράφοντα, σε προσωπικό ή επιστημονικό επίπεδο. Χωρίς τη δική τους αμφισβήτηση, η επιμονή μου μπορεί να είχε καμφθεί πρόωρα.



Χρήστος Β. Μακρής

Η εργασία αφιερώνεται στους γονείς μου
Βασίλη και Στέλλα Μακρή

"Le bon Dieu est dans le détail"

-- the good God is in the detail --

Gustave Flaubert (1821–1880)

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ 1
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ 11
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ 21
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ 23
ΠΕΡΙΛΗΨΗ 25
ABSTRACT 31
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ 37
1.1. Θέση του προβλήματος 37
1.1.1. Το φαινόμενο της θραύσης των παράκτιων κυματισμών 38
1.1.2. Η τύρβη σε ροές με ελεύθερη επιφάνεια 41
1.1.3. Οι συνεκτικές δομές της τύρβης 44
1.1.4. Η τύρβη στη ζώνη θραύσης των παράκτιων κυματισμών 49
1.1.5. Ο διαλείπων χαρακτήρας της τύρβης για παράκτιους κυματισμούς 58
1.1.6. Κυματογενή φαινόμενα στην παράκτια ζώνη 66
1.2. Στόχοι διατριβής 70
1.3. Διάρθρωση διατριβής 71
2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ 75
2.1. Η θραύση των παράκτιων κυματισμών 76
2.1.1. Βασική θεωρία 76
2.1.2. Αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού 80
2.2. Εργαστηριακά πειράματα θραύσης παράκτιων κυματισμών 90
2.3. Υπολογιστικές προσομοιώσεις θραύσης παράκτιων κυματισμών 93
2.3.1. Κλασικές μέθοδοι προσομοίωσης 94
2.3.2. Σύγχρονες πλεγματικές μέθοδοι προσομοίωσης 94
2.3.3. Σύγχρονες μη-πλεγματικές μέθοδοι προσομοίωσης 102
2.4. Συνεισφορά της παρούσας εργασίας 103
3. Η ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ SPH 107
3.1. Εισαγωγή στη μέθοδο SPH 107
3.1.1. Ορισμός της μεθόδου SPH 107
3.1.2. Βασική ιδέα της μεθόδου SPH 110
3.2. Θεμελιώδεις σχέσεις και παραδοχές της μεθόδου SPH 112
3.2.1. Ολοκληρωματική (ασθενής) προσέγγιση συναρτήσεων 112
3.2.2. Ολοκληρωματική (ασθενής) προσέγγιση διαφορικών 113
3.2.3. Αναπτύγματα εξισώσεων με τη χρήση αθροισμάτων 115
3.2.4. Πεδία υποστήριξης και επιρροής 116

3.3. Τελεστές παρεμβολής στη μέθοδο SPH 118
3.3.1. Συναρτήσεις στάθμισης - Πυρήνας εξομάλυνσης 118
3.3.2. Βασικοί τύποι πυρήνα εξομάλυνσης 121
3.3.3. Μήκος εξομάλυνσης και συμμετρία σωματιδιακής αλληλεπίδρασης 123
3.4. Οι εξισώσεις Navier-Stokes για τη μέθοδο SPH 124
3.4.1. Διακριτοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes τύπου Lagrange 124
3.4.2. Διακριτοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes κατά SPH 126
3.5. Οριακές συνθήκες στη μέθοδο SPH 129
3.6. Τεχνητή συμπιεστότητα στη μέθοδο SPH 131
3.6.1. Καταστατική εξίσωση για την πίεση 131
3.6.2. Τεχνητή υπολογιστική ταχύτητα του ήχου 132
3.7. Αλγόριθμοι και βήμα επίλυσης στο χρόνο για τη μέθοδο SPH 133
3.8. Εγγενή σφάλματα της μεθόδου SPH 135
3.8.1. Ιδιάζουσες τιμές μηδενικής ενέργειας (zero-energy mode) 135
3.8.2. Τανυστική αστάθεια 136
3.9. Τεχνικές διόρθωσης της μεθόδου SPH 137
3.9.1. Μέθοδοι επαναπροσδιορισμού της πυκνότητας 137
3.9.2. Επανακανονικοποίηση του πυρήνα εξομάλυνσης 139
3.9.3. Διόρθωση τανυστικής αστάθειας 140
3.10. Συνεκτικότητα στη μέθοδο SPH 140
3.11. Κριτική της μεθόδου SPH 142
4. ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΥΡΒΗΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ SPH 145
4.1. Διάχυση και διάτμηση στη μέθοδο SPH 145
4.1.1. Χωρική διακριτοποίηση - Αριθμητικά επιλυόμενες κλίμακες 145
4.1.2. Τελεστής Laplace για το πεδίο των ταχυτήτων (συνεκτική στρωτή ροή) 146
4.1.3. Διατμητικές τάσεις με προσέγγιση τυρβώδους συνεκτικότητας 147
4.1.4. Μοντέλα «κλεισίματος» της τύρβης τύπου LES 147
4.2. Μοντέλο τύρβης υπο-σωματιδιακής κλίμακας για τη μέθοδο SPH 152
4.2.1. Κλασικό μοντέλο τύπου Smagorinsky 155
4.2.2. Προσομοίωση μεγάλων δινών LES με τη μέθοδο SPH 157
5. Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ SPHYSICS 159
5.1. Αριθμητικές τεχνικές ολοκλήρωσης 159
5.1.1. Αριθμητικό σχήμα πρόβλεψης - διόρθωσης τύπου Euler 160
5.1.2. Αριθμητικό σχήμα Verlet 161
5.1.3. Αριθμητικό σχήμα Beeman 161
5.1.4. Συμπλεκτικός αλγόριθμος 162
5.2. Υπολογιστική λειτουργικότητα 162

5.2.1. Αλγόριθμος συσχέτισης σωματιδίων εγγύτερης γειτνίασης 163
5.2.2. Αλγόριθμος αναζήτησης σωματιδίων δενδροειδούς τύπου 165
5.3. Οριακές συνθήκες 165
5.3.1. Δυναμικές οριακές συνθήκες 166
5.3.2. Ανακλαστικές οριακές συνθήκες κατά Lennard-Jones 167
5.3.3. Περιοδικές συνθήκες ανοιχτών ορίων 168
5.3.4. Επιπλέοντα στερεά σώματα 169
6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ 171
6.1. Πειραματική διάταξη προς προσομοίωση 172
6.1.1. Γεωμετρικά και υδραυλικά χαρακτηριστικά 172
6.1.2. Διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα 174
6.2. Αριθμητική διάταξη για τις προσομοιώσεις 175
6.2.1. Χαρακτηριστικά υπολογιστικής κυματικής δεξαμενής 175
6.2.2. Αριθμητική κυματογενήτρια 176
6.2.3. Αριθμητικοί μετρητές καταγραφής 179
6.3. Ανάλυση κλιμάκων τυρβώδους ροής 183
6.3.1. Βασική κλίμακα τυρβώδους ροής για θραυόμενα κύματα 183
6.3.2. Υπολογισμός χαρακτηριστικών κλιμάκων τυρβώδους ροής 184
6.4. Περιπτώσεις βαθμονόμησης μοντέλου SPHysics 187
6.4.1. Βασικά χαρακτηριστικά βαθμονόμησης 187
6.4.2. Οριστικές περιπτώσεις ελέγχου 191
6.4.3. Πρόσθετα στοιχεία των προσομοιώσεων 194
6.5. Η τύρβη στις 2D προσομοιώσεις SPS-SPH 197
7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ SPH – ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΥΜΑΤΟΓΕΝΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ 203
7.1. Αποτύπωση θραύσης κυματισμών 203
7.2. Ύψη κύματος και κυματογενής ανύψωση ελεύθερης επιφάνειας 208
7.3. Ανύψωση ελεύθερης επιφάνειας 213
7.4. Περιβάλλουσες κυματικής κορυφής και κοιλίας 215
7.5. Αποτύπωση τιμών δειγματικού μέσου 217
7.5.1. Ευρετική μέθοδος δειγματικής μεσοστάθμισης 218
7.5.2. Ελεύθερη επιφάνεια και μέση στο βάθος ταχύτητα 221
7.6. Στατιστική αποτύπωση μεγεθών της ροής 225
7.7. Κυματογενή παράκτια ρεύματα 228
7.7.1. Μέσες στο χρόνο κυματογενείς ροές 228
7.7.2. Κατακόρυφες κατανομές δειγματικά μεσοσταθμισμένων ταχυτήτων 231
7.7.3. Αποτύπωση ταχυτήτων μετώπου θραυόμενου κύματος 233

7.7.4. Έλεγχοι ισοζυγίου και ανηγμένης παροχής και ολοκλήρωσης της ροής... 234
7.8. Αποτύπωση κυματογενών μεγεθών στη ζώνη διαβροχής 235
8. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ SPH – ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΥΡΒΩΔΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΡΟΗΣ 237
8.1. Τυρβώδεις ταχύτητες 237
8.1.1. Υπολογισμός τυρβωδών ταχυτήτων σε μετρητές 237
8.1.2. Φάσματα Fourier τυρβωδών ταχυτήτων 239
8.2. Συνεκτικές δομές στροβιλότητας 247
8.2.1. Ορισμός συνεκτικών τυρβωδών δομών 247
8.2.2. Πρότυπα μορφώματα στροβιλότητας τύπου Lagrange 248
8.2.3. Μεσοσταθμισμένο πεδίο στροβιλότητας 254
8.2.4. Πρότυπα μορφώματα στροβιλότητας τύπου Euler 256
8.3. Συνεκτικές δομές τυρβώδους κινητικής ενέργειας 261
8.3.1. Μέθοδος υπολογισμού της τυρβώδους κινητικής ενέργειας 261
8.3.2. Συνεκτικά μορφώματα τυρβώδους κινητικής ενέργειας 263
8.4. Συνεκτικές δομές τυρβωδών τάσεων Reynolds 266
8.5. Διαλειπτότητα της τύρβης εντός της ζώνης θραύσης 272
8.5.1. Ορισμός περιστατικών τυρβώδους διαλειπτότητας 272
8.5.2. Συνεκτικά και έντονα περιστατικά τυρβώδους διαλειπτότητας 273
8.5.3. Στατιστική αποτύπωση της διαλείπουσας τύρβης 282
8.6. Σχολιασμός αποτελεσμάτων SPH 288
8.6.1. Δειγματοληψία τυρβωδών μεγεθών από προσομοιώσεις LES/SPH 288
8.6.2. Υπολογιστικό κόστος 291
9. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 293
9.1. Συμπεράσματα αναφορικά με τη μέθοδο SPH 294
9.2. Συμπεράσματα αναφορικά με τη θραύση των κυματισμών 296
9.3. Προτάσεις για μελλοντική έρευνα 299
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 301
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 319

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Εικ. 1. Φάσεις εξέλιξης των κυματισμών εντός των ζωνών θραύσης και αναρρίχησης.40
Εικ. 2. Διαχωρισμός διακριτών παράκτιων ζωνών (θραύσης, αναρρίχησης κλπ). 40
Εικ. 3. Παραγωγή τύρβης κατά τη θραύση του κύματος. 41
Εικ. 4. Φάσμα Fourier τυρβώδους ενεργειακού περιεχομένου $E(k)$ προς τον τυρβώδη κυματάριθμο k, με βάση τον αυξανόμενο αριθμό Reynolds Re. (Πηγή: Rodi et al., 2013) 43
Εικ. 5. Σχηματική αναπαράσταση των οριζοντίων δινών κατά τη θραύση των κυματισμών και των λοξά καταδυόμενων δινών ανάντη του θραυόμενου κύματος. Το βέλος δείχνει την κατεύθυνση διάδοσης του κυματισμού. (Πηγή: Nadaoka, 1989) 51
Εικ. 6. Τοπολογικά παραγόμενη τύρβη 53
Εικ. 7. Μακροσκοπικό πεδίο τύρβης κάτω από θραυόμενους κυματισμούς διαφορετικού τύπου (άνω: τύπος υπερχείλισης, κάτω: τύπος κατάδυσης). 55
Εικ. 8. Διαλείπον σήμα μετρημένης ταχύτητας με φίλτρο διάβασης υψίσυχνων αρμονικών $V_\Omega(t)$. (Πηγή: Frisch, 1985) 58
Εικ. 9. Διαλείποντα σήματα διατμητικών τάσεων $|\tau|$ (άνω) και ΤΚΕ k (κάτω) στο χρόνο. Εντοπισμός των συνεκτικών ($>\mu+\sigma$) και έντονων ($>\mu+3\sigma$) συμβάντων της διαλείπουσας τύρβης, όπου μ είναι η μέση τιμή και σ η τυπική απόκλιση του σήματος. (Πηγή: Cox and Kobayashi, 2000)..... 63
Εικ. 10. Σκαρίφημα του πεδίου κυματογενών ρευμάτων και της κατανομής μέσων κυματογενών ταχυτήτων εντός της ΖΘ, από λοξά θραυόμενους κυματισμούς, σε οριζοντιογραφία (άνω) και προοπτική αποτύπωση (κάτω). (Πηγές: Walker and James, 1992 και NOAA.gov)..... 67
Εικ. 11. Σκαρίφημα κυματογενούς ανύψωσης η_s της ΜΣΘ εντός των ΖΘ και ΖΔ και ταπείνωσης η_b στο σημείο έναρξης της θραύσης και λίγο πριν την ΖΘ. 68
Εικ. 12. Η 3D δομή των προφίλ ροής των ρευμάτων εντός της ΖΘ. (Πηγή: Svendsen and Lorenz, 1989)..... 69
Εικ. 13. Τύποι θραυόμενων κυματισμών. (Πηγή: USACE, 2002)..... 77
Εικ. 14. Σκαρίφημα κατακόρυφων διατομών για τους βασικούς τύπους θραυόμενων κυματισμών μαζί με τα όρια εξάπλωσης της τύρβης. (Πηγή: Dean and Dalrymple, 1984) 79
Εικ. 15. Τύπος θραύσης κύματος ασθενούς κατάδυσης, με ανάκλαση της καταδυόμενης φλέβας στην εμπρόσθια κοιλία και όχι διάτρησή της..... 80
Εικ. 16. Σκιαγράφημα της κυματογενούς μεταβολής της μέσης στάθμης νερού στην παράκτια ζώνη (ΖΘ και ΖΔ) με πυθμένα σταθερής κλίσης. (Πηγή: USACE, 2002)..... 84

Εικ. 17. Σχηματική αναπαράσταση της γενικής ιδέας των μοντέλων LES σε σχέση με τον καταβιβασμό ενέργειας από μεγάλες σε μικρότερες χωρικές κλίμακες και η αντιστοιχία με το ενεργειακό φάσμα Fourier των τυρβωδών ταχυτήτων. (Πηγή: Rodi et al., 2013)..... 96
Εικ. 18. Γραφική απεικόνιση του μονοδιάστατου πεδίου υποστήριξης (support domain) της συνάρτησης εξομάλυνσης $W(\mathbf{x},\kappa h)$ σε σχέση με το συνολικό υπολογιστικό πεδίο (computational problem domain). (Πηγή: Liu and Liu, 2003)..... 114
Εικ. 19. Γραφική απεικόνιση διαφόρων διαστάσεων, μορφών και σχημάτων του πεδίου υποστήριξης της συνάρτησης εξομάλυνσης. (Πηγή: Liu and Liu, 2003)..... 117
Εικ. 20. Γραφική απεικόνιση των διαφορετικών τύπων σωματιδιακής προσέγγισης κατά SPH. Μοντέλο «διασποράς» (αριστερά) και μοντέλο «συγκέντρωσης» (δεξιά). (Πηγή: Liu and Liu, 2003)..... 118
Εικ. 21. Γραφική απεικόνιση της σωματιδιακής προσέγγισης κατά SPH και του αντίστοιχου πεδίου υποστήριξης Ω του πυρήνα εξομάλυνσης W, σε σχέση με το μήκος εξομάλυνσης h. (Πηγή: Liu and Liu, 2010) 119
Εικ. 22. Πεπερασμένος όγκος ελέγχου V κατά Lagrange με επιφάνεια ελέγχου S. (Πηγή: Liu and Liu, 2003) 124
Εικ. 23. Σχηματική αναπαράσταση των προσεγγίσεων πυρήνα εξομάλυνσης SPH για σωματίδια στο εσωτερικό του υπολογιστικού πεδίου και σε επαφή με στερεό όριο (αριστερά) και της αποκοπής του πεδίου υποστήριξης σε 2D (δεξιά). (Πηγές: Liu and Liu, 2003 και Κουκουβίνης, 2012)..... 130
Εικ. 24. Γραφική απεικόνιση του αλγόριθμου αναζήτησης γειτονικών σωματιδίων στο δισδιάστατο χώρο για όλα τα ζεύγη του πεδίου. Για κάθε σωματίδιο, η απόσταση από όλα τα υπόλοιπα σωματίδια συγκρίνεται με την τυπική διάσταση του πεδίου υποστήριξης του σωματιδίου κh. (Πηγή: Liu and Liu, 2003)..... 163
Εικ. 25. Γραφική απεικόνιση του αλγόριθμου αναζήτησης γειτονικών σωματιδίων στο δισδιάστατο χώρο με βάση το βοηθητικό πλαίσιο. Οι πιθανοί γείτονες ενός σωματιδίου εντοπίζονται μόνο στα γειτονικά κελιά, και η αλληλεπίδραση γίνεται μόνο με σωματίδια που συμβολίζονται με μαύρες κουκίδες. (Πηγή: Gómez-Gesteira et al., 2010a)..... 164
Εικ. 26. Γραφική απεικόνιση του αλγόριθμου αναζήτησης γειτονικών σωματιδίων δενδροειδούς τύπου. στο δισδιάστατο χώρο με βάση το βοηθητικό πλαίσιο. Ο αλγόριθμος εκτελείται ελέγχοντας εάν ο όγκος ενός κύβου αναζήτησης (σκιασμένη περιοχή) για ένα δεδομένο σωματίδιο επικαλύπτεται από τον όγκο που αντιπροσωπεύει το συμπαγές πεδίο υποστήριξης του τρέχοντα κόμβου/σωματιδίου. (Πηγή: Liu and Liu, 2003). 165

Εικ. 27. 2D σκαρίφημα της αλληλεπίδρασης ανάμεσα σε ένα ρευστό σωματίδιο (άδειος κύκλος) και ένα σύνολο οριακών σωματιδίων (μαύροι δίσκοι) έκκεντρα τοποθετημένων. (Πηγή: Gómez-Gesteira et al., 2010a). 167
Εικ. 28. 2D σκαρίφημα της κατακόρυφης διατομής της πειραματικής εγκατάστασης των Stansby and Feng (2005), με όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της, που χρησιμοποιείται ως βάση για το υπολογιστικό πεδίο των προσομοιώσεων SPS-SPH. 172
Εικ. 29. Διαμόρφωση (Matlab) του αρχικού υπολογιστικού πεδίου με σωματιδιακή διακριτοποίηση από την προσομοίωση του μοντέλου SPHysics σε 2D (άνω) και 3D (κάτω) απεικόνιση (με παραμορφωμένους άξονες). 175
Εικ. 30. Διαμόρφωση (ParaView) του υπολογιστικού πεδίου από τις προσομοιώσεις με το SPHysics, κατά τη διάρκεια ενός επεισοδίου θραύσης κυματισμού, με σωματιδιακή διακριτοποίηση σε 2D (άνω) και 3D (κάτω) απεικόνιση. 176
Εικ. 31. Σκαρίφημα απόδοσης της απλοποιημένης θεώρησης του Galvin για κυματογενήτρια τύπου εμβόλου σε ρηχά νερά. (Πηγή: Dean and Dalrymple, 1984).. 178
Εικ. 32. Διάγραμμα εξέλιξης του λόγου ύψους κύματος προς εύρος κίνησης κυματογενήτριας, για κινήσεις εμβόλου και πτερυγίου, με βάση τη θεωρία επίπεδων κυματογενητριών. (Πηγή: Dean and Dalrymple, 1984) 178
Εικ. 33. Διάγραμμα των κλιμάκων μήκους της τυρβώδους ροής και των αντίστοιχων μεγεθών των τυρβωδών δινών. Η ροή της ενέργειας μέσω καταβιβασμού κλίμακας απεικονίζεται σχηματικά από αριστερά προς τα δεξιά, δηλ. από την ολοκληρωματική κλίμακα μήκους λ_o (παραγωγής της τύρβης) προς τις μικροκλίμακες Taylor λ_T (αδρανειακό υπο-εύρος της τυρβώδους ροής) και τέλος στις κλίμακες Kolmogorov λ_K (απόσβεση της τύρβης). Επίσης δίνονται τα άνω και κάτω όρια της ολοκληρωματικής κλίμακας, Λ και Λ_{EI} αντίστοιχα, καθώς καθορίζουν τις αποδεκτές τιμές χωρικής διακριτοποίησης Δx για προσέγγιση LES στη μέθοδο SPH. 187
Εικ. 34. Εξέλιξη του πλήθους των σωματιδίων N_p σε σχέση με τη χωρική διακριτοποίηση Δx, για τις προσομοιώσεις με το μοντέλο SPHysics v.2.2. 195
Εικ. 35. Αποτύπωση (με Matlab) σειράς στιγμιότυπων των αποτελεσμάτων με το μοντέλο SPHysics για θραυόμενους κυματισμούς τύπου ασθενούς κατάδυσης για τα 2/3 μιας κυματικής περιόδου (παραμορφωμένοι άξονες). 204
Εικ. 36. Διαδοχικά στιγμιότυπα (ParaView) από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με το SPHysics, για τη θραύση τύπου ασθενούς κατάδυσης και τη συνακόλουθη δημιουργία του τυρβώδους κινούμενου υδραυλικού άλματος για τη δοκιμή ελέγχου 12. 206
Εικ. 37. Συγκρίσεις κατανομών υψών κύματος H και μέσης κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας ME, μεταξύ των πειραμάτων (exp) και των προσομοιώσεων

(sim). Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα παραπέμπουν σε ολοένα και πιο λεπτομερή χωρική ανάλυση, συγκεκριμένα στις δοκιμές ελέγχου 1, 5, και 12. 209
Εικ. 38. Συντελεστής (ροπή γινομένου) συσχέτισης κατά Pearson των διακριτών περιπτώσεων ελέγχου, μεταξύ των πειραματικών δεδομένων και των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων, για τις κατανομές ύψους του κύματος. Ο αύξον αριθμός των περιπτώσεων ελέγχου αντιστοιχεί στην αύξηση της χωρικής ανάλυσης. 211
Εικ. 39. Συγκρίσεις κατανομών υψών κύματος *H* και μέσης κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας *ME*, μεταξύ των πειραμάτων (exp) και των προσομοιώσεων (sim), για πολύ λεπτομερή χωρική διακριτοποίηση: περίπτωση ελέγχου 13 (άνω γράφημα) και περίπτωση ελέγχου 14 (κάτω γράφημα). 212
Εικ. 40. Χρονοσειρές της ανύψωσης ελεύθερης επιφάνειας με το μοντέλο SPHysics σε συγκεκριμένους μετρητές στην περιοχή διάδοσης των κυμάτων (G1 και G3, άνω γραφικές παραστάσεις), στην περιοχή έναρξης θραύσης (G8 και G10, μεσαία διαγράμματα) και την ενδότερη ΖΘ (G21 και G23, κάτω γραφικές παραστάσεις). 214
Εικ. 41. Προσομοιωμένη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σε διαδοχικά στιγμιότυπα για τα 2/3 του κυματικού κύκλου. Η πλήρης γραμμή αντιπροσωπεύει την περιβάλλουσα της μέγιστης ανύψωσης και όχι την πραγματική ελεύθερη επιφάνεια, έτσι δεν απεικονίζονται οι κοιλότητες και η σπηλαίωση λόγω της θραύσης τύπου κατάδυσης. (Σειρά παρουσίασης: αριστερά προς τα δεξιά, και στη συνέχεια στην επόμενη γραμμή) 215
Εικ. 42. Σύγκριση περιβάλλουσας της κυματικής κορυφής και κοιλίας, *CE* και *TE*, μεταξύ πειραματικών δεδομένων (exp) και αποτελεσμάτων προσομοίωσης (sim). Περιπτώσεις ελέγχου 9 (άνω γράφημα), 10 (μεσαίο γράφημα), και 13 (κάτω γράφημα). 216
Εικ. 43. Σύγκριση των πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τιμές δειγματικού μέσου (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και τιμές πραγματικού χρόνου (κόκκινη διακεκομμένη – εστιγμένη γραμμή) για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας η_{ens} και η. Τα γραφήματα αναφέρονται στην περίπτωση ελέγχου 11 και από πάνω προς τα κάτω στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης της θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ). 223
Εικ. 44. Σύγκριση των πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τιμές δειγματικού μέσου (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και τιμές πραγματικού χρόνου (κόκκινη διακεκομμένη – εστιγμένη γραμμή) για τη μέση στο βάθος ταχύτητας U_{ens} και U. Τα γραφήματα αναφέρονται στην περίπτωση ελέγχου 11 και από πάνω προς τα κάτω στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης της θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ). 224

Εικ. 45. Σύγκριση πειραματικών δεδομένων (exp) και αποτελεσμάτων προσομοιώσεις (sim) για τις τιμές τετραγωνικού μέσου (rms) της διακύμανσης της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας $\eta_{f,rms}$ (περίπτωση ελέγχου 10: άνω γράφημα, περίπτωση ελέγχου 11: κάτω γράφημα). 226
Εικ. 46. Συντελεστής (ροπή γινομένου) συσχέτισης κατά Pearson των διακριτών περιπτώσεων ελέγχου, μεταξύ των πειραματικών δεδομένων και των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων, για τις κατανομές των τιμών τετραγωνικού μέσου (rms) της διακύμανσης της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας $\eta_{f,rms}$. Ο αύξων αριθμός των περιπτώσεων ελέγχου αναφέρονται σε αυξανόμενη χωρική ανάλυση. 226
Εικ. 47. Σύγκριση πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τις τιμές τετραγωνικού μέσου (rms) των μέσων στο βάθος ταχυτήτων U_{rms} (περίπτωση ελέγχου 10: άνω γράφημα, περίπτωση ελέγχου 11: κάτω γράφημα). 227
Εικ. 48. Σύγκριση πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τις τιμές τετραγωνικού μέσου (rms) της $\eta_{f,rms}$ (άνω γράφημα) και της U_{rms} (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 13. 227
Εικ. 49. Κατακόρυφες κατανομές των μέσων στην περίοδο του κύματος διανυσμάτων ταχύτητας $\mathbf{u}_{mean}$ (ή $\bar{\mathbf{u}}$ στο κείμενο), για την περίπτωση 11 σε διακριτούς μετρητές για ολόκληρο το υπολογιστικό πεδίο (άνω γράφημα) και εστιασμένες στη ΖΘ (κάτω γράφημα). Δίνονται επίσης οι περιβάλλουσες της κοιλίας (κόκκινη αδρά διακεκομμένη γραμμή) και της κορυφής (μπλε βραχέως διακεκομμένη γραμμή) του κύματος, και της μέσης κυματογενούς ανύψωσης (πράσινη διακεκομμένη - εστιγμένη γραμμή). 229
Εικ. 50. «Βρεχόμενες» κατακόρυφες κατανομές των μέσων στην περίοδο του κύματος διανυσμάτων ταχύτητας $\mathbf{u}_{mean,wet}$ (ή $\bar{\mathbf{u}}_{wet}$ στο κείμενο), για την περίπτωση 11 σε διακριτούς μετρητές για ολόκληρο το υπολογιστικό πεδίο (άνω γράφημα) και εστιασμένες στη ΖΘ (κάτω γράφημα). Δίνονται επίσης οι περιβάλλουσες της κοιλίας (κόκκινη αδρά διακεκομμένη γραμμή) και της κορυφής (μπλε βραχέως διακεκομμένη γραμμή) του κύματος, και της μέσης κυματογενούς ανύψωσης (πράσινη διακεκομμένη - εστιγμένη γραμμή). 230
Εικ. 51. Δειγματικά μεσοσταθμισμένη κατακόρυφη κατανομή (του 1D διανυσματικού πεδίου) της ταχύτητας $\mathbf{u}_{ens}$ για την περίπτωση ελέγχου 10 στην περιοχή έναρξης της θραύσης G8, G10 (2 άνω γραφήματα) και την ενδότερη ΖΘ (τυρβώδη μέτωπα θραυόμενου κύματος) G21, G23 (2 κάτω γραφήματα). 232
Εικ. 52. Λόγοι προσομοιωμένων (sim) προς πειραματικών (exp) τιμών της αναρρίχησης επί της ακτής R για διακριτές περιπτώσεις ελέγχου με προωθητικά αυξανόμενη χωρική διακριτοποίηση (1→12). 236
Εικ. 53. Χρονοσειρές (για μια κυματική περίοδο T) των οριζοντίων ταχυτήτων στο μέσο βάθος της περιοχής έναρξης της θραύσης (G8) για την περίπτωση 10. Παρέχονται τα

σήματα των καταγραμμένων ταχυτήτων $u(t)$, όπως έχουν προσομοιωθεί από SPS-SPH, και των μετα-επεξεργασμένων σημάτων (§7.5.1) για τις φιλτραρισμένες (διάβαση βραχύσυχνων αρμονικών) ταχύτητες $\tilde{u}(t)$, τις δειγματικά μεσοσταθμισμένες ταχύτητες $\langle\tilde{u}\rangle(t)$, και τις τυρβώδεις συνιστώσες των ταχυτήτων $u'(t)$, $u''(t)$ και $u'''(t)$, που αφορούν αντίστοιχα στο σύνολο των τυρβωδών κινήσεων, στην υπολειμματική τύρβη και στις συνεκτικές τυρβώδεις δομές μεγάλης κλίμακας (βλ. Παράρτημα διακριτά διαγράμματα). 238

Εικ. 54. Αντίστοιχα με Εικ. 53 για τις κατακόρυφες συνιστώσες της ταχύτητας w. 239

Εικ. 55. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην περιοχή έναρξης της θραύσης (μετρητής G8) για την περίπτωση 8, $\Delta x \approx \lambda_0$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz. 243

Εικ. 56. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην ενδότερη ΖΘ (μετρητής G23) για την περίπτωση 8, $\Delta x \approx \lambda_0$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz. 244

Εικ. 57. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην περιοχή έναρξης της θραύσης (μετρητής G8) για την περίπτωση 12, $\lambda_0 > \Delta x \geq \Lambda_{EI}$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz. 245

Εικ. 58. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην ενδότερη ΖΘ (μετρητής G23) για την περίπτωση 12, $\lambda_0 > \Delta x \geq \Lambda_{EI}$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz. 246

Εικ. 59. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο στροβιλότητας ω (sec^{-1}) [σε ισοστρόβιλες καμπύλες] κάτω από θραυόμενα κύματα τύπου ασθενούς κατάδυσης για την περίπτωση 11. Απεικόνιση των συνεκτικών στροβιλωδών μορφωμάτων και των δινών μεγάλης κλίμακας για μια περίοδο κύματος. (παραμορφωμένοι άξονες) 251

Εικ. 60. Συνέχεια της Εικ. 59, όπου το χρονικό βήμα προβολής είναι Δt_{out} =0.1 sec.. 252

Εικ. 61. Εντοπισμός περιοχών δινών μεγάλης κλίμακας, μέσω σύγκρισης του προσομοιωμένου (με SPS-SPH) πεδίου στροβιλότητας ω (sec^{-1}) κάτω από θραυόμενα κύματα τύπου ασθενούς κατάδυσης για την περίπτωση 11 με το αντίστοιχο πεδίο αποτύπωσης του Q-κριτηρίου για την ταυτοποίηση των στροβιλωδών δομών. Με κόκκινο απεικονίζονται οι περιοχές του πεδίου, όπου το Q είναι θετικό και $Q>Q_{cr}$, (π.χ. οι περιοχές εντός των καμπυλών υπόδειξης). 253
Εικ. 62. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μέσης στην περίοδο στροβιλότητας $\overline{\omega}$ (sec^{-1}) στη ζώνη θραύσης κάτω από θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης για τη περίπτωση ελέγχου 11. Οι αδρές μαύρες συνεχείς γραμμές αντιστοιχούν (από πάνω προς τα κάτω) στις τροχιές των κυματικών κορυφών, των κοιλίων, και του πυθμένα. (παραμορφωμένοι άξονες) [Σύγκριση με πειραματικά δεδομένα: Παράρτημα] 255
Εικ. 63. Εντοπισμός περιοχών δινών μεγάλης κλίμακας, μέσω αποτύπωσης του Q-κριτηρίου αναφορικά με το πεδίο της μέσης στην περίοδο στροβιλότητας $\overline{\omega}$ (sec^{-1}) για την ταυτοποίηση των στροβιλωδών δομών. Με κόκκινο απεικονίζονται οι περιοχές του πεδίου, όπου το Q είναι θετικό και $Q>Q_{cr}$. Οι αδρές μαύρες συνεχείς γραμμές αντιστοιχούν (από πάνω προς τα κάτω) στις τροχιές των κυματικών κορυφών, των κοιλίων, και του πυθμένα. (παραμορφωμένοι άξονες) 255
Εικ. 64. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της δειγματικά μεσοσταθμισμένης (ensemble-averaged) στροβιλότητας ω_{ens} (sec^{-1}), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G11, G12 (αρχική ΖΘ). 258
Εικ. 65. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της δειγματικά μεσοσταθμισμένης (ensemble-averaged) στροβιλότητας ω_{ens} (sec^{-1}), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G13, G15, G21, G23 (μεσαία και ενδότερη ΖΘ). 259
Εικ. 66. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μεσοσταθμισμένης στη φάση του κύματος ΤΚΕ, $\langle k \rangle$ (m^2/sec^2), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, και G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ). 265
Εικ. 67. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μεσοσταθμισμένης στη φάση του κύματος οριζόντιας συνιστώσας των τυρβωδών ορθών τάσεων $\langle \tau_{nx} \rangle$ (Pa), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από

πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ). Συγκρίσεις με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα παρέχονται στο Παράρτημα. 269
Εικ. 68. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μεσοσταθμισμένης στη φάση του κύματος κατακόρυφης συνιστώσας των τυρβωδών ορθών τάσεων $\langle \tau_{nz} \rangle$ (Pa), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ). 270
Εικ. 69. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο των μεσοσταθμισμένων στη φάση του κύματος τυρβωδών διατμητικών τάσεων $\langle \tau_{ss} \rangle$ (Pa), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ). 271
Εικ. 70. Εντοπισμός συνεκτικών και έντονων συμβάντων τυρβώδους διαλειπτότητας (κάτω γράφημα) με βάση τη διακύμανση της χρονοσειράς για την ΤΚΕ k (m^2/sec^2) (άνω και μεσαίο γράφημα), στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8) για την περίπτωση ελέγχου 10. Παρέχονται η μέση τιμή και η απόκλιση της κατανομής των k, m_k και σ_k αντίστοιχα (άνω γράφημα), μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών και έντονων συμβάντων, $m_k+\sigma_k$ και $m_k+3\sigma_k$ αντίστοιχα (μεσαίο γράφημα). Επίσης σημειώνονται τα συσχετιζόμενα διαλείποντα συμβάντα λόγω k και απόλυτων διατμητικών τάσεων $|\tau|$. 274
Εικ. 71. Εντοπισμός συνεκτικών και έντονων συμβάντων τυρβώδους διαλειπτότητας (κάτω γράφημα) με βάση τη διακύμανση της χρονοσειράς για την απόλυτη τιμή της διατμητικής τάσης $|\tau|$ (Pa) (άνω και μεσαίο γράφημα), στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8) για την περίπτωση ελέγχου 10. Παρέχονται η μέση τιμή και η απόκλιση της κατανομής των $|\tau|$, m_τ και σ_τ αντίστοιχα (άνω γράφημα), μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών και έντονων συμβάντων, $m_\tau+\sigma_\tau$ και $m_\tau+3\sigma_\tau$ αντίστοιχα (μεσαίο γράφημα). Επίσης σημειώνονται τα συσχετιζόμενα διαλείποντα συμβάντα λόγω $|\tau|$ και k. 275
Εικ. 72. Χρονοσειρές ΤΚΕ k (m^2/sec^2) στο μέσο βάθος της στήλης του νερού, για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών ($m_k+\sigma_k$) και έντονων ($m_k+3\sigma_k$) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ). 277
Εικ. 73. Χρονοσειρές απόλυτης διατμητικής τάσης $|\tau|$ (Pa) στο μέσο βάθος της στήλης του νερού, για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών ($m_\tau+\sigma_\tau$) και έντονων ($m_\tau+3\sigma_\tau$) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ). . 278

Εικ. 74. Χρονοσειρές ΤΚΕ k (m^2/sec^2) στο μετρητή G8 (περιοχή έναρξης θραύσης), για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών ($m_k+\sigma_k$) και έντονων ($m_k+3\sigma_k$) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στην οριακή στοιβάδα του πυθμένα ($z=\Delta x$), στο μέσο βάθος ($z=d/2$) της στήλης του νερού, και στη ΜΣΘ ($z=d$). 280
Εικ. 75. Χρονοσειρές απόλυτης τιμής της διατμητικής τάσης $|\tau|$ (Pa) στο μετρητή G8 (περιοχή έναρξης θραύσης), για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών ($m_\tau+\sigma_\tau$) και έντονων ($m_\tau+3\sigma_\tau$) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στην οριακή στοιβάδα του πυθμένα ($z=\Delta x$), στο μέσο βάθος ($z=d/2$) της στήλης του νερού, και στη ΜΣΘ ($z=d$)..... 281
Εικ. 76. Καταγραμμένοι χρόνοι προσομοίωσης t_{sim} για τις 12 διακριτές περιπτώσεις ελέγχου με προωθητικά αυξανόμενη χωρική διακριτοποίηση. 292
Εικ. 77. Καταγραμμένοι χρόνοι προσομοίωσης t_{sim} για τις 14 διακριτές περιπτώσεις ελέγχου με προωθητικά αυξανόμενη χωρική διακριτοποίηση. 292

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίν. 1. Παράμετρος ομοιότητας θραύσης Irribaren ξ, σχετιζόμενοι τύποι και λοιπά χαρακτηριστικά θραυόμενων κυμάτων 79
Πίν. 2. Χαρακτηριστικά μεγέθη του πειράματος στο κυματικό κανάλι. 173
Πίν. 3. Θέση μετρητών (gauges) με οριζόντιες αποστάσεις από την κυματογενήτρια τύπου έμβολο και τοπικά βάθη για τη στάθμη ηρεμίας με βάση το πείραμα των SF05. 180
Πίν. 4. Ολοκληρωματικές κλίμακες μήκους της τύρβης λ_0, μαζί με τα άνω και κάτω όρια τους, Λ και Λ_{EI} αντίστοιχα, σε συγκεκριμένες θέσεις μετρητών για τη στήλη του νερού πάνω και κάτω από το κατώφλι της οριακής στοιβάδας z_{cr}. 185
Πίν. 5. Περιγραφή των σειρών ελέγχου με βάση τα βαθμονομούμενα χαρακτηριστικά των προσομοιώσεων. 188
Πίν. 6. Διακριτές περιπτώσεις ελέγχου: βαθμονομημένα χαρακτηριστικά και επιλογές παραμέτρων για τις αρχικές προσομοιώσεις με το SPHysics v.1.4. 189
Πίν. 7. Περιπτώσεις προσομοίωσης με βάση τη χωρική ανάλυση Δx. 192
Πίν. 8. Αριθμός σωματιδίων εντός της οριακής στοιβάδας ($z<z_{cr}$), σε κάθε μετρητή (G1-G24) ανάλογα με τη χωρική ανάλυση (2D προσομοιώσεις). 195
Πίν. 9. Αριθμός σωματιδίων στη στήλη του νερού εκτός της οριακής στοιβάδας ($z\geq z_{cr}$), σε κάθε μετρητή (G1-G24) ανάλογα με τη χωρική ανάλυση (2D προσομοιώσεις). 196
Πίν. 10. Μέγιστες τιμές αριθμού Froude Fr_{max} και Fr'_{max}, θεωρητική και πειραματική αντίστοιχα, στη στήλη του νερού για όλους τους μετρητές (περίπτωση ελέγχου 12). Δίνονται και οι θεωρητικές και μετρημένες φασικές ταχύτητες του κύματος, c_t και c αντίστοιχα. 233
Πίν. 11. Αδιάστατοι λόγοι μήκους συνεκτικών δομών προς το τοπικό μήκος κύματος και το βάθος εντός της ΖΘ (μετρητές G12-G23). 256
Πίν. 12. Πιθανότητες εμφάνισης (%) συμβάντων διαλείπουσας τύρβης με βάση την ΤΚΕ k (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ. 282
Πίν. 13. Πιθανότητες εμφάνισης (%) συμβάντων διαλείπουσας τύρβης με βάση την απόλυτη τιμή της διατμητικής τάσης $|\tau|$ (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ. 283
Πίν. 14. Μέσες στο βάθος πιθανότητες εμφάνισης (%) συμβάντων διαλείπουσας τύρβης με βάση την ΤΚΕ k (άνω τμήμα), και την απόλυτη διατμητική τάση $|\tau|$ (κάτω τμήμα), για την περίπτωση ελέγχου 10 και διακριτούς μετρητές. 284

Πίν. 15. Ποσοστά (%) συσχέτισης διαλειπόντων συμβάντων μεταξύ *k* & |*τ*| (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ. 285
Πίν. 16. Ποσοστά (%) συσχέτισης διαλειπόντων συμβάντων μεταξύ |*τ*| & *k* (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ. 286
Πίν. 17. Μέσες στο βάθος τιμές των ποσοστών (%) συσχέτισης των διαλειπόντων συμβάντων μεταξύ *k* & |*τ*| (άνω τμήμα) και |*τ*| & *k* (κάτω τμήμα), για την περίπτωση ελέγχου 10, σε διακριτούς μετρητές. 287
Πίν. 18. Μέγιστες τιμές αριθμού Froude Fr_{max} και Fr'_{max}, θεωρητική και πειραματική αντίστοιχα, στη στήλη του νερού για όλους τους μετρητές (περίπτωση ελέγχου 10). Δίνονται και οι θεωρητικές και μετρημένες φασικές ταχύτητες του κύματος, c_t και c αντίστοιχα. 341

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ

ΑΚΡΩΝΥΜΙΟ	*Επεξήγηση στα Αγγλικά*	*Επεξήγηση στα Ελληνικά*
ΖΑ	Run-up Zone	Ζώνη Αναρρίχησης
ΖΑπ	Dissipation Zone	Ζώνη Απόσβεσης
ΖΔ	Swash Zone	Ζώνη Διαβροχής
ΖΘ	Surf Zone	Ζώνη Θραύσης
ΜΣΘ	Mean Sea Level	Μέση Στάθμη Θάλασσας
ΣΗ	Quiescent (Sea) Level	Στάθμη Ηρεμίας
ΤΚΕ	Turbulent Kinetic Energy	Τυρβώδης Κινητική Ενέργεια
ADV	Acoustic Doppler Velocimetry	Ταχυμετρία με Ακουστικό Ντόπλερ
BEM	Boundary Element Method	Μέθοδος Οριακών Στοιχείων
CEM	Coastal Engineering Manual	Εγχειρίδιο Παράκτιας Τεχνικής
CFD	Computational Fluid Dynamics	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική
CISPH	Corrected Incompressible SPH	Διορθωμένη (Μέθοδος) Ασυμπίεστης SPH
CPU	Central Processing Unit	Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας
DNS	Direct Numerical Simulation(s)	Άμεσες Αριθμητικές Προσομοιώσεις
DPD	Dissipative Particle Dynamics	Δυναμική Σωματιδίων Απόσβεσης
EFG(M)	Element-Free Galerkin (Method)	(Μέθοδος) Galerkin χωρίς Πεπερασμένα Στοιχεία
EMD	Empirical Mode Decomposition	Εμπειρική Αποσυσχέτιση Ιδιομορφών
FDM/FEM	Finite Difference/Element Method	Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών/Στοιχείων
FFT/DFT	Fast/Discrete Fourier Transform	Γρήγορος/Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier
GPU	Graphics Processing Unit	Μονάδα Επεξεργασίας Γραφικών
HHT	Hilbert-Huang Transform	Μετασχηματισμός Hilbert-Huang
LDA/LDV	Laser Doppler Anemometry/Velocimetry	Ανεμομετρία/Ταχυμετρία με Λέηζερ Ντόπλερ

LES	Large Eddy Simulation(s)	Προσομοίωση Μεγάλων Δινών
LWS	Large Wave Simulation	Προσομοιώσεις Μεγάλων Κυμάτων
MLS	Moving Least Squares	Ελάχιστα Κινούμενα Τετράγωνα
MPS	Moving Particle Semi-implicit	Ημι-άρρητη (Μέθοδος) Κινούμενων Σωματιδίων
ODE	Obliquely Descending Eddies	Λοξά Καταδυόμενες Δίνες
ODEs	Ordinary Differential Equations	Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις
PDF	Probability Density Function(s)	Συναρτήσεις Πυκνότητας Πιθανότητας
PDEs	Partial Differential Equations	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις
PIC	Particle-In-Cell	(Μέθοδος) Σωματιδίων Εντός Κελιού
PIV	Particle Image Velocimetry	Ταχυμετρία Σωματιδιακής Απεικόνισης
POD	Proper Orthogonal Decomposition	Κύρια Ορθογωνική Αποσύνθεση
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes	Μεσοσταθμισμένες κατά Reynolds (Εξισώσεις) Navier-Stokes
RBFM	Radial Basis Function Method	Μέθοδος Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης
RKPM	Reproducing Kernel Particle Method	Σωματιδιακή Μέθοδος Αναπαραγόμενου Πυρήνα
rms	root-mean-square	Ρίζα Μέσων Τετραγώνων
RSM	Reynolds Stress Model	Μοντέλο Τάσεων Reynolds
SF05	Stansby and Feng (2005)	-
SGS	Sub-Grid Scale	Υπο-Πλεγματική Κλίμακα
SPH	Smoothed Particle Hydrodynamics	Υδροδυναμική Σωματιδίων Εξομάλυνσης
SPS	Sub-Particle Scale	Υπο-Σωματιδιακή Κλίμακα
SWE	Shallow Water Equations	Εξισώσεις Ρηχών Νερών
VOF	Volume-Of-Fluid	(Μέθοδος) Όγκου Ρευστού
2D	Two-Dimensional	Δισδιάστατη
3D	Three-Dimensional	Τρισδιάστατη

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διδακτορικής διατριβής είναι το φαινόμενο της θραύσης παράκτιων κυματισμών υπό μορφή ασθενούς κατάδυσης, εγκάρσια σε ακτή με αδιαπέρατο πυθμένα σταθερής κλίσης (1/20), και η συνακόλουθη δημιουργία των κυματογενών διεργασιών εντός της ζώνης θραύσης των κυματισμών. Η σχετική έρευνα εστιάζει στη διαμόρφωση, χρήση και βαθμονόμηση ενός σύγχρονου μοντέλου αριθμητικής προσομοίωσης στα πλαίσια της σχετικά πρόσφατης υπολογιστικής μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) των Gingold, Lucy και Monaghan.

Πρωταρχικός στόχος είναι η αναπαραγωγή και η ενδελεχής ανάλυση του φαινομένου της θραύσης μη γραμμικών μονοχρωματικών κυματισμών σε παράκτια ζώνη, και τελικός στόχος είναι η λεπτομερής αποτύπωση των κινηματικών χαρακτηριστικών του τυρβώδους υδροδυναμικού πεδίου εντός της δημιουργούμενης ζώνης θραύσης. Οι κυματισμοί, υπό μελέτη, έχουν ειδικά χαρακτηριστικά αναφορικά με τη μορφή θραύσης τους, δηλ. είναι τύπου ασθενούς κατάδυσης (weak plunging). Αυτός ο τύπος θραυόμενων κυματισμών έχει μελετηθεί ελάχιστα σε σχέση με τους υπόλοιπους (υπερχείλισης και έντονης κατάδυσης) κυρίως πειραματικά σε κατάλληλες εργαστηριακές διατάξεις, αλλά όχι με υπολογιστικές μεθόδους προσομοίωσης. Σε αυτήν την κατεύθυνση, γίνεται χρήση της μεθόδου αριθμητικής προσομοίωσης SPH, η οποία είναι σχετικά νέα στο γνωστικό αντικείμενο της μοντελοποίησης των τυρβωδών υδροδυναμικών ροών με ελεύθερη επιφάνεια. Είναι μια προσέγγιση σωματιδιακής διακριτοποίησης και χρησιμοποιεί τη λογική των ολοκληρωματικών τελεστών εξομάλυνσης σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, το οποίο περιγράφεται από τις πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes, με προσέγγιση τύπου Lagrange. Η ενσωμάτωσή της στην παρούσα διατριβή συνεπάγεται, ότι ένας ακόμα βασικός στόχος της είναι η εφαρμογή και πιστοποίηση της ικανότητας της μεθόδου SPH να αναπαράγει με λεπτομέρεια το βίαιο φαινόμενο της θραύσης κυματισμών τύπου κατάδυσης, αναφορικά με όλα τα κλασικά κυματικά μεγέθη εντός της ζώνης θραύσης, τις σχετικές έντονες παραμορφώσεις της ελεύθερης επιφάνειας, καθώς και τις συγγενείς πιο πολύπλοκες τυρβώδεις ιδιότητες της ροής. Σε αυτήν την προσπάθεια, κύριος στόχος είναι να ελεγχθεί επίσης η δυνατότητα του χρησιμοποιούμενου μοντέλου να προσομοιώσει τις κυματογενείς διεργασίες, όπως η μέση ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας εντός της ζώνης θραύσης, τα εγκάρσια στην ακτή ρεύματα κλπ.

Βασική στόχευση ήταν επίσης το εφαρμοζόμενο μαθηματικό μοντέλο να είναι ένα ακαδημαϊκό (και όχι εμπορικό) υπολογιστικό πακέτο «ανοιχτού κώδικα» (SPHysics), το οποίο έχει δομηθεί για την προσομοίωση πλειάδας ροών με ελεύθερη επιφάνεια, για χρήση από ερευνητές στη λογική του «ελεύθερου λογισμικού». Συμπληρωματικοί

κύριοι στόχοι της διατριβής είναι αυτή καθαυτή η μελέτη της δυναμικής και της κινηματικής σε περιβάλλον κυματογενούς τυρβώδους ροής εντός της ζώνης θραύσης και η πιστοποίηση του μοντέλου σε σχέση με την αναπαραγωγή του φαινομένου της θραύσης παράκτιων κυματισμών, αλλά και των ιδιαίτερων συνεκτικών μορφωμάτων της ροής με τυρβώδη και διαλείποντα χαρακτήρα, εντός της ζώνης θραύσης. Σε αυτήν την κατεύθυνση, γίνεται χρήση ενός μοντέλου «κλεισίματος» της τύρβης, υπο-σωματιδιακής κλίμακας (sub-particle scale, SPS) για τις τάσεις Reynolds, στη λογική των υπο-πλεγματικών (sub-grid scale, SGS) τάσεων με προσέγγιση τύπου Smagorinsky, όπως στα υπολογιστικά μοντέλα τύπου προσομοίωσης μεγάλων δινών (Large Eddy Simulations, LES). Βασική απαίτηση του εγχειρήματος είναι απουσία χρήσης κάθε εμπειρικού κριτηρίου και μηχανιστικής προσέγγισης, πρώτον για την έναρξη και το πέρας της θραύσης, όπως π.χ. το μοντέλο επιφανειακού στροβίλου (surface roller), δεύτερον για την παραμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας, και τέλος για την απόδοση της τυρβώδους ροής εντός της ΖΘ.

Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων, απαιτείται η ακριβής αναπαραγωγή και αριθμητική αποτύπωση των ιδιαίτερων τυρβωδών χαρακτηριστικών της κυματογενούς ροής, όπως τα επαναλαμβανόμενα πρότυπα στροβιλότητας, οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές, η φασματική απεικόνιση κατά Fourier των τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας, η αποτύπωση των πεδίων της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και των τάσεων Reynolds, μέσω του συνδυασμού διαφόρων ευρετικών μεθόδων. Συνεπώς μπορεί να ειπωθεί, ότι ο συνδυασμός όλων των παραπάνω και η αναπαραγωγή τους από ένα σωματιδιακό μοντέλο ρευστοδυναμικής προσομοίωσης, που τείνει στη λογική των προσεγγίσεων LES, επιχειρείται για πρώτη φορά. Γενικός στόχος είναι η κάλυψη αυτού του κενού στη μέχρι τώρα έρευνα, αναφορικά με τις υπολογιστικές μεθόδους προσομοίωσης θραύσης παράκτιων κυματισμών εν γένει, αλλά και ειδικά σε σχέση με τη μέθοδο SPH. Δευτερεύον αλλά σημαντικό στόχο αποτελεί και η προσπάθεια ανάλυσης και κατηγοριοποίησης των διαλειπουσών τυρβωδών διεργασιών στη ζώνη θραύσης, και η αποτύπωση των ιδιαιτέρων μηχανισμών που προκαλούν και προκύπτουν ως αποτέλεσμα της θραύσης παράκτιων κυμάτων, ειδικά του τύπου ασθενούς κατάδυσης.

Σε αυτά τα πλαίσια, γίνεται η θέση του προβλήματος με όσο το δυνατόν πιο ξεκάθαρο τρόπο, και εισάγεται ο αναγνώστης στο φαινόμενο της θραύσης των παράκτιων κυματισμών και των κυματογενών διεργασιών της τύρβης. Συγκεκριμένα, ορίζεται ο συνεκτικός και ο διαλείπων χαρακτήρας της τύρβης για θραυόμενους παράκτιους κυματισμούς, και παρουσιάζονται τα σημαντικότερα κυματογενή φαινόμενα στην παράκτια ζώνη. Στη συνέχεια παρουσιάζεται εκτενής βιβλιογραφική ανασκόπηση στο αντικείμενο της θραύσης των παράκτιων κυματισμών. Συγκεκριμένα, δίνεται η

αναλυτική βασική θεωρία με τις αντίστοιχες σχέσεις για τα κλασικά μοντέλα προσέγγισης του φαινομένου, και ακόλουθα παρατίθενται οι σημαντικότερες ερευνητικές προσπάθειες των τελευταίων δεκαετιών, που αφορούν τόσο σε εργαστηριακά πειράματα όσο και σε υπολογιστικές προσομοιώσεις. Με βάση τα παραπάνω, συντίθεται η συνεισφορά της παρούσας εργασίας, στοχοποιώντας τις ελλείψεις στη μέχρι τώρα έρευνα και δίνοντας προτάσεις για την κάλυψή τους.

Αναφορικά με τη μέθοδο υπολογιστικής προσομοίωσης SPH, δίνεται το σύντομο ιστορικό της, η βασική ιδέα πίσω από αυτή, οι θεμελιώδεις σχέσεις και οι αριθμητικοί τελεστές παρεμβολής τύπου SPH, οι πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes σωματιδιακά διακριτοποιημένες με τυποποίηση Lagrange, οι ιδιότητες της σωματιδιακής προσέγγισης εξομάλυνσης του υδροδυναμικού υπολογιστικού πεδίου, οι τρόποι αντιμετώπισης της αριθμητικής επίλυσης (οριακές συνθήκες, τεχνητή συμπιεστότητα, αλγόριθμοι χρονικής ολοκλήρωσης κλπ), τα εγγενή σφάλματα της μεθόδου, και οι αντίστοιχες τεχνικές διόρθωσής τους. Συμπληρωματικά, αναλύονται τα μοντέλα τύρβης για τη μέθοδο SPH, η προσέγγιση της τυρβώδους συνεκτικότητας (υπόθεση Boussinesq) κατά Lagrange και ειδικά το μοντέλο «κλεισίματος» της τύρβης τύπου LES για την τελική εκδοχή της συζευγμένης προσέγγισης SPS-SPH, με υπολογισμό των τάσεων SPS από μοντέλο τύπου Smagorinsky. Παρουσιάζεται επίσης αναλυτικά το ειδικό εργαλείο εφαρμογής της μεθόδου SPH, δηλ. ο ακαδημαϊκός κώδικας «ανοιχτού λογισμικού» SPHysics, και παρατίθενται όλες οι χρησιμοποιημένες αριθμητικές τεχνικές ολοκλήρωσης, οι κανόνες υπολογιστικής λειτουργικότητας, καθώς και οι ειδικές οριακές και αρχικές συνθήκες του προβλήματος της θραύσης μονοχρωματικών κυματισμών, εντός υπολογιστικού καναλιού για ροές με ελεύθερη επιφάνεια.

Για τη στοχευμένη εφαρμογή του, περιγράφεται το συγκεκριμένο υπολογιστικό πεδίο εφαρμογής και η αριθμητική διαμόρφωσή του, με βάση την πειραματική διάταξη, της οποίας τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για συγκρίσεις. Δίνονται τα ειδικά χαρακτηριστικά της αριθμητικής κυματογεννήτριας και η ευρετική μέθοδος δειγματοληψίας, με τη χρήση συνελικτικών ολοκληρωμάτων παρεμβολής για τη μετατροπή των διασκορπισμένων (σωματιδιακής διακριτοποίησης) δεδομένων τύπου Lagrange σε τύπου Euler επί σταθερών αριθμητικών μετρητών του υπολογιστικού πεδίου. Αυτή συνδυάζεται με μια κατάλληλη μέθοδο δειγματικής μεσοστάθμισης (ensemble-averaging) των τυρβωδών υδροδυναμικών μεγεθών για την περίπτωση μεταβατικών ροών με ελεύθερη επιφάνεια, έναντι της συνήθους πρακτικής εφαρμογής ενός απλού φασικού μέσου, ο οποίος κρίνεται ελλιπής για το διαχωρισμό των διατεταγμένων περιστροφικών κινήσεων λόγω του κύματος από τις συνεκτικές τυρβώδεις δομές μεγάλης κλίμακας και την υπολειμματική τύρβη. Ακόμα αναλύονται οι

τυρβώδεις κλίμακες της κυματογενούς ροής, προτείνονται μέθοδοι υπολογισμού τους, και με βάση αυτές ορίζονται οι περιπτώσεις βαθμονόμησης του μοντέλου SPH.

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων SPH συγκρίνονται με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα, που αφορούν στην αποτύπωση του βίαιου φαινομένου της θραύσης των κυματισμών (πρόσκρουση της καταδυόμενης φλέβας στην εμπρόσθια κοιλία), στην ποσοτικοποίηση των υψών κύματος και της κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, στην αποτύπωση των κινηματικών μεγεθών σε μετρητές με δειγματική μεσοστάθμιση, στον υπολογισμό των μέσων ταχυτήτων στο βάθος και της στατιστικής τους, και στα κυματογενή παράκτια ρεύματα με ελέγχους της ανηγμένης παροχής της εγκάρσιας στην ακτή ροής. Επιπρόσθετα, επιχειρείται ανάλυση της αποτύπωσης των τυρβωδών χαρακτηριστικών της ροής εντός της ζώνης θραύσης, μόνο σε 2D κατακόρυφα επίπεδα για τη σύγκρισή τους με τα διαθέσιμα αποτυπωμένα 2D φαινόμενα και διεργασίες από τα πειράματα. Υπολογίζονται και εξετάζονται οι εντάσεις των τυρβωδών ταχυτήτων, τα διλογαριθμικά φάσματα Fourier (συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας) των τυρβωδών διακυμάνσεων των ταχυτήτων, οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές στο χώρο και στο χρόνο, τα ιδιαίτερα πρότυπα μορφώματα στροβιλότητας (τύπου Lagrange και Euler), τα μεσοσταθμισμένα πεδία για την τυρβώδη κινητική ενέργεια και τις τυρβώδεις τάσεις Reynolds, και η διαλείπουσα συμπεριφορά της τύρβης εντός της ζώνης θραύσης μαζί με τη στατιστική αποτύπωση των περιστατικών τυρβώδους διαλειπτότητας. Τέλος επιχειρείται μια υποτυπώδης ανάλυση των κυματογενών μεγεθών στη ζώνη διαβροχής, όπως προκύπτουν από τις προσομοιώσεις, χωρίς να υπάρχουν όμως ακριβή πειραματικά δεδομένα σύγκρισης. Τα συμπεράσματα αναφέρονται στην απόδοση της μεθόδου SPH για ροές κάτω από θραυόμενους κυματισμούς, αλλά και σε αυτή καθαυτή τη διεργασία της θραύσης κυματισμών υπό μορφή ασθενούς κατάδυσης, ενώ προτείνονται δρόμοι για μελλοντική έρευνα.

Τα πρωτότυπα και καινοτόμα στοιχεία της διατριβής, επιγραμματικά, είναι:

- Η λεπτομερής προσομοίωση της εξαιρετικά μη-γραμμικής διεργασίας της θραύσης παράκτιων κυματισμών με ειδικού τύπου μορφή ασθενούς κατάδυσης, πάνω σε επίπεδο και σχετικά ήπιας κλίσης αδιαπέρατο πυθμένα.
- Η προ-επεξεργασία των προσομοιώσεων με βάση συγκεκριμένα μοντέλα και ενδελεχή ανάλυση των τυρβωδών κλιμάκων μήκους της ροής, η οποία οδηγεί στην επιλογή λεπτομερούς χωρικής ανάλυσης του υπολογιστικού πεδίου με βήμα διακριτοποίησης, που αγγίζει σε διαστάσεις το διαχωριστικό σημείο μεταξύ του εύρους των ολοκληρωματικών κλιμάκων (που περιέχουν το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας στο πεδίο) και των αδρανειακών κλιμάκων Taylor (2D πεδίο με ~$1.5 \cdot 10^6$ σωματίδια).

- Η σωστή χρήση και κατάλληλη βαθμονόμηση ενός υπο-σωματιδιακού μοντέλου (SPS) τύπου Smagorinsky για το κλείσιμο της τύρβης, σε συνδυασμό με τη μέθοδο SPH, στη λογική των προσεγγίσεων τύπου Large Eddy Simulation (LES).
- Η προχωρημένη μέθοδος μετα-επεξεργασίας των αριθμητικών αποτελεσμάτων, με βάση το συνδυασμό διαφόρων ευρετικών τεχνικών μετατροπής των διασκορπισμένων (σωματιδιακής διακριτοποίησης) δεδομένων τύπου Lagrange σε τύπου Euler επί σταθερών μετρητών του υπολογιστικού πεδίου. Δηλαδή, η ενσωμάτωση στην ανάλυση των συνελικτικών ολοκληρωμάτων παρεμβολής στο πεδίο μαζί με την τεχνική δειγματικής μεσοστάθμισης.
- Η χρήση της τεχνικής της δειγματικής μεσοστάθμισης, που είναι συνδυασμός ενός φίλτρου διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών για την αφαίρεση των υψίσυχνων αρμονικών μαζί με έναν τελεστή μεσοστάθμισης στη φάση του κύματος, για το διαχωρισμό των διατεταγμένων περιστροφικών κινήσεων λόγω του κύματος από τις συνεκτικές τυρβώδεις δομές μεγάλης κλίμακας και την υπολειμματική τύρβη.
- Η εκτενής συγκριτική ανάλυση μεταξύ των αποτελεσμάτων του μοντέλου και των διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων, που ρίχνει φως στην ευρωστία της μεθόδου SPH και υποδεικνύει συγκεκριμένες αναβαθμίσεις για μελλοντική έρευνα στα μοντέλα SPH.
- Η ικανοποιητικής ακρίβειας αναπαραγωγή των μεσοσταθμισμένων ροών λόγω της θραύσης του κύματος εντός της ζώνης θραύσης.
- Ο εντοπισμός και η ακριβής αναπαραγωγή των κυματογενών κινηματικών φαινομένων εντός της ζώνης θραύσης, όπως οι μέσες ροές μεταφοράς μάζας εγκάρσια στην ακτή, η μέση ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, και η αναρρίχηση.
- Η αποτύπωση του φαινομένου της ανάστροφης ποταμηδόν ροής (streaming) στην οριακή στοιβάδα του πυθμένα, κάτω από το αντίρρευμα (undertow).
- Ο ορισμός και ο εντοπισμός των συνεκτικών δομών της τύρβης (στροβιλότητας, τυρβώδους κινητικής ενέργειας, και τάσεων Reynolds) εντός της ζώνης θραύσης, και ο καθορισμός του χρόνου ζωής τους και των μεγεθών τους.
- Ο εντοπισμός των συνεκτικών και έντονων διαλειπόντων συμβάντων της τύρβης εντός της ζώνης θραύσης, και ο καθορισμός της σημαντικότητάς τους στη διαμόρφωση της κυματογενούς ροής και συνεκδοχικά της αιώρησης και στερεομεταφοράς των ιζημάτων.
- Η ταυτοποίηση των ιδιαίτερων μορφωμάτων, προτύπων ροής και μηχανισμών του φαινομένου της θραύσης παράκτιων κυματισμών με μορφή ασθενούς κατάδυσης.

ABSTRACT

The subject of the present doctoral dissertation is the effect of near-shore wave breaking of weak plunging form, transverse to a coast with impermeable bottom and a constant mild slope (1/20), and the consequent creation of several wave-induced coastal processes within the surf zone. The relevant research focuses on the configuration, implementation, and calibration of a modern numerical simulation model, in the framework of the relatively recent computational method Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) of Gingold, Lucy and Monaghan.

The primary objective is to track and analyze thoroughly the phenomenon of regular nonlinear waves breaking in the coastal zone, and the ultimate goal is the detailed mapping of the kinematic characteristics of the turbulent hydrodynamic field generated in the created surf zone. The studied waves have specific characteristics regarding the form of breaking, i.e. they are weak plungers. This type of wave breaking has been studied only little in comparison with the rest types of breaking (i.e. spilling and strong plunging), mainly in appropriate experimental laboratory devices, but not with the use of proper computational modelling methods. To this end, the numerical simulation method SPH is implemented. It is relatively new to the subject of hydrodynamic modelling of bounded turbulent flows with a free surface. It is a numerical approach based on particle-type spatial discretization and uses the concept of integral smoothing operators throughout the whole computational domain, the flow in which is described by the full Navier-Stokes equations with Lagrange formulation. The usage of the specific numerical method in the present thesis implies, that another key objective is the implementation and certification of the ability of SPH method to reproduce in detail the violent phenomenon of plunging wave breaking, regarding all classical wave features in the surf zone, the relevant strong deformations of the free surface, and the consequent more complex turbulent flow properties. In this effort, another main objective is to check also the possibility, of the model used, to simulate the wave-induced processes, such as the mean free surface elevation within the surf zone, the cross-shore currents (mean flows) etc.

The main request was that the applied mathematical model had to be an academic (rather than a commercial) computational package using an “open source” code (SPHysics), which has been constructed to simulate free-surface flows, for unrestrained use by researchers in the sense of “free software”. Additional main objectives of the present thesis are the study of the dynamics and the kinematics of the wave-induced turbulent flow within the surf zone, and the validation of the related model in relation to the reproduction of coastal wave breaking, coherent turbulent

structures and intermittent events in the surf zone. In this direction, a turbulence “closure” model is used, for the sub-particle scale (SPS) Reynolds stresses, similarly to the concept of sub-grid scale (SGS) stresses, with a Smagorinsky-type approach, as is the common practice in Large Eddy Simulations (LES) methods. The essential requirement of this task was to avoid using any empirical criterion and/or a mechanistic approach, firstly for the initiation and cessation of wave breaking, such as the “surface roller” model, secondly for the abrupt deformation of the free surface, and finally for the reproduction of the turbulent flow within the surf zone.

To achieve these goals, it was necessary to reproduce in detail and achieve the numerical mapping of the specific characteristics of the wave-induced turbulent flow, such as the recurring vortical patterns, the coherent turbulent structures, the Fourier spectra of the turbulent velocity fluctuations, the mapping of the turbulent kinetic energy and the Reynolds stresses fields, by combining different heuristic methods. Therefore, it can be said that the combination of all the above tasks and their reproduction with the implementation of a particle-type Computational Fluid Dynamics (CFD) model that tends to a LES approach, is attempted for the first time. The overall aim is to fill this gap in the research so far, regarding the computational simulation methods for coastal wave breaking in general, and specifically in relation to SPH. A secondary, yet important, goal is the analysis and classification of intermittent turbulent processes in the surf zone, and the identification of the mechanisms that invoke and arise as a result of coastal breaking waves, especially of the weak plunging type.

In this context, the problem is set as clearly as possible, and the reader is introduced to the phenomenon of coastal wave breaking and wave-induced turbulence processes. Specifically, the coherent and intermittent nature of turbulence for breaking waves is determined, and the most important wave-induced processes in the coastal zone are introduced. Moreover, an extensive literature review on the subject of coastal wave breaking is presented. Specifically, the basic analytical theory together with the corresponding relations for the classical models approach of the phenomenon are given, and subsequently the major research efforts of the past decades, involving both laboratory experiments and computer simulations, are cited. Based on the above, the contribution of the present research work is composed, targeting the shortages of the prior research endeavours and providing recommendations for their coverage.

In regard to the computational simulation method SPH, its short background is given together with the basic idea behind it, the fundamental relations and the numerical interpolation operators in SPH formulation are introduced, the full Navier-Stokes equations in Lagrange-type particle discretization are deduced, the properties of the particle smoothing approach in SPH are listed, the specific treatments of the numerical

method (boundary conditions, artificial compressibility, time integration algorithms, etc.) are discussed, the inherent erroneous behavior (e.g. exaggerated dissipative structures) of the SPH method are detected, and the corresponding technical corrections used are presented. Additionally, the turbulence models for SPH method are analyzed, with specific focus on the Lagrangian approach of the eddy viscosity concept (Boussinesq hypothesis), and especially the model of a LES-type turbulence closure (SPS-SPH), by modelling the SPS stresses with Smagorinsky-type approach. The specific numerical tool for applying the SPH method is presented in detail, namely the academic “open source” code SPHysics. All the implemented numerical integration techniques are listed, together with the hints of computational functionality and the specific boundary and initial conditions for the problem of nonlinear regular wave breaking within a numerical wave flume for free-surface flows.

For the targeted application of the SPH method, the specific computational field and numerical configuration are described, based on the experimental setup, the results of which are used for comparisons with the numerical results. The specific characteristics of the numerical wave-maker are given, and a heuristic sampling method is introduced, using convolution integral interpolation for the conversion of the dispersed (particle-discretized) Lagrange-type data to a respective Eulerian form, on constant gauges throughout the whole computational domain. This is combined with an appropriate ensemble-averaging method, for turbulent hydrodynamic features specifically fitted for transitional and turbulent flows with free surface, against the implementation of a simple phase-averaging operator used in common practice, which is considered to be inadequate for the separation of ordered rotational motions due to the wave, from the large-scale coherent turbulent structures and the small-scale residual turbulence. Thorough analysis of the turbulent scales of the wave-induced flow is presented, proper methods for the calculation of them are proposed, and based on these, the final calibration cases of the SPH model are defined.

The results of SPH simulations are compared with the available experimental data, which concern the mapping of the violent phenomenon of plunging wave breaking (impingement of the plunging jet on the forward wave trough), the quantification of wave heights distribution and the free-surface elevation, the depiction of the wave-induced kinematics at specific gauges through ensemble-averaging, the calculation of the depth-averaged velocities and their statistics, the derivation of the cross-shore wave-induced currents and normalized flux.

Additionally, the analysis attempts to capture the characteristics of the turbulent flow within the surf zone, only in 2D vertical cross-sections to compare them with the available experimental data. The intensities of the turbulent velocities are calculated,

and based on them, several turbulent features are examined, such as the log-log Fourier spectra (probability density functions) of turbulent fluctuations of velocities, the coherent turbulent structures in space and time, the recurring vorticity patterns (both Lagrangian and Eulerian), the ensemble-averaged fields for the turbulent kinetic energy and Reynolds stresses, the intermittent behavior of turbulence within the surf zone, along with the statistics of the coherent and intense intermittent turbulent events. Finally a rudimentary analysis is attempted for the wave-induced processes of the swash zone, as derived from SPH simulations, yet without explicit experimental data for comparison. The conclusions refer to the performance of the SPH method concerning the wave-induced flow under plunging breakers, and in the very process of wave breaking on weakly plunging form, while prospects for future research are proposed.

In brief, the original and innovative aspects of the present thesis are:

- The detailed simulation of the highly non-linear process of coastal wave breaking in weakly plunging form, over a plane impermeable bottom of relatively mild slope.
- The proper pre-processing of simulations, based on specific experimental models and thorough analysis of the turbulent length scales of the flow, which leads to fine spatial resolution of the computational domain with a discretization step, which abuts the dimension that discriminates the integral turbulence length scale (energy containing range) from the Taylor micro-scales (inertial turbulent length scales), i.e. implementing ~$1.5 \cdot 10^6$ for a 2D SPH computational field.
- The proper use and appropriate calibration of a sub-particle scale (SPS) model of the Smagorinsky type, for turbulence closure in conjunction with the SPH method, similarly to Large Eddy Simulation (LES) approaches.
- The advanced method of post-processing the numerical results, based on the combination of different heuristic techniques for the sampling conversion of dispersed (particle discretized) Lagrange-type data to Eulerian ones, at specific gauges throughout the whole computational domain. That is, the incorporation in the present analysis of a convolution-type integral interpolant along with an ensemble-averaging technique.
- The use of an ensemble-averaging technique for sampling along the typical wave period, which is a combination of a moving-average procedure (low-pass filter) for the removal of the high harmonics, together with a classic phase-average operator, for the separation of the ordered wave-induced rotational motions, from the large-scale turbulent coherent structures and the small-scale residual turbulence.

- The extensive comparative analysis between the model results and available experimental data, which sheds light on the robustness of the SPH method and suggests specific upgrades for future research on SPH models.
- The satisfactory accuracy of reproduction of wave-induced ensemble-averaged flows, both due to its propagation and breaking within the surf zone.
- The identification and accurate reproduction of wave-induced kinematics in the surf zone, as the wave-induced mean cross-shore flows, the mean free-surface elevation, and the wave run-up.
- The reproduction of the streaming phenomenon in the bottom boundary layer of the flow, underneath the undertow.
- The definition and identification of coherent turbulent structures (based on the vorticity, the turbulent kinetic energy, and the Reynolds stresses) within the surf zone, and the determination of their lifespan and their dimensions.
- The detection of coherent and intense intermittent events of turbulence in the surf zone, and the determination of their significance in shaping the wave-induced flow and the consequent sediment suspension and transport.
- The identification of specific flow patterns and mechanisms for the phenomenon of coastal wave breaking in weakly plunging form.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Θέση του προβλήματος

Η προέλαση (propagation), η ρήχωση (shoaling) και η θραύση (breaking) των κυματισμών είναι τρεις από τις σημαντικότερες διεργασίες στην παράκτια ζώνη. Ειδικά η θραύση, που οφείλεται στην επίδραση της ρήχωσης[1], ξεχωρίζει σε σημαντικότητα στην προσπάθεια κατανόησης της υδροδυναμικής εντός των διακριτών ζωνών που διαμορφώνονται στις παράκτιες περιοχές, λόγω της θραύσης των κυματισμών και της αναρρίχησής τους στην ακτή. Με βάση αυτές τις δύο σημαντικές διεργασίες, η παράκτια ζώνη μπορεί να διαχωριστεί σε δύο ευδιάκριτες υποζώνες, τη ζώνη θραύσης (surf zone) και τη ζώνη διαβροχής (swash zone), οι οποίες ορίζονται αναλυτικά και παρουσιάζονται σχηματικά παρακάτω.

Εδώ και αρκετά χρόνια, η επιστημονική έρευνα πάνω στο αντικείμενο έχει επικεντρωθεί στην περιγραφή της εξέλιξης των παράκτιων κυματομορφών και τη λεπτομερή αναπαραγωγή των παραμορφώσεων της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας στις παράκτιες περιοχές. Παρ' όλα αυτά, η δυναμική της υποκείμενης ροής, στα πλαίσια των εν λόγω διεργασιών, δεν έχει διευκρινιστεί ακόμα με απόλυτα ξεκάθαρο τρόπο. Γι' αυτό το λόγο, οι μηχανικοί και οι επιστήμονες, που διεξάγουν έρευνα σε σχέση με την παράκτια ζώνη, ασχολούνται όλο και πιο πολύ με τη λεπτομερή ανάλυση της εξέλιξης, στο χώρο και στο χρόνο, του περίπλοκου υδροδυναμικού πεδίου εντός της ζώνης θραύσης των κυματισμών. Εκτός των άλλων, το ενδιαφέρον τους επικεντρώνεται ιδιαίτερα σε έναν ξεκάθαρο ορισμό των τυρβωδών χαρακτηριστικών στην περιοχή, μέσω κατάλληλων μεθόδων μεσοστάθμισης των ιδιοτήτων του υδροδυναμικού πεδίου. Παράλληλα, όλο και πιο συχνά, επιχειρείται η σαφής περιγραφή των συνεκτικών δομών (coherent structures) της τύρβης και των έντονων τυρβωδών συμβάντων, τα οποία έχουν διαλείποντα χαρακτήρα (intermittent events). Οι εν λόγω δομές και τα συμβάντα φαίνεται πως αποτελούν τους κυρίαρχους παράγοντες επιρροής της κίνησης των πυθμενικών ιζημάτων και ελέγχου της μορφοδυναμικής εξέλιξης της ακτής, κυρίως εγκάρσια σε αυτή. Η ενδελεχής ανάλυσή τους, ο κατάλληλος υπολογισμός τους και η ακριβής πρόβλεψη της εξέλιξής τους, στο χώρο και στο χρόνο, αντικαθιστά τα τελευταία χρόνια την καθιερωμένη πρακτική περιγραφής της παράκτιας στερεομεταφοράς (sediment transport) με όρους μεσοστάθμισης (averaging) της ροής, δηλ. υπολογισμού των κυματογενών ρευμάτων

[1] Η ρήχωση είναι το φαινόμενο της μεταβολής του ύψους κύματος λόγω της επιρροής του πυθμένα (μείωση του βάθους του νερού).

(wave-induced currents) με θεωρητικές ή ημι-εμπειρικές αναλυτικές σχέσεις και απλά αριθμητικά μοντέλα. Αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ευρύτερη κατανόηση και περιγραφή του φαινομένου, όμως συνήθως δίνουν αποτελέσματα, που πέφτουν πολύ μακριά από την παρατηρούμενη πραγματικότητα στο πεδίο. Ο πιθανότερος λόγος γι' αυτό είναι η στοχαστική φύση του φαινομένου, η οποία εκπορεύεται από τον έντονα τυρβώδη χαρακτήρα των ροών εντός της ζώνης θραύσης. Οι παραδοσιακές προσεγγίσεις του φαινομένου δεν μπορούν να τον λάβουν υπόψη σε όλη του τη λεπτομέρεια (στο χώρο και στο χρόνο) και έτσι δεν είναι ικανές να προσδιορίσουν τα ακριβή χαρακτηριστικά της ροής (Δημακόπουλος, 2009). Σε αυτήν την κατεύθυνση, πέραν των καθαρά πειραματικών προσεγγίσεων, η πρόσφατη επιστημονική έρευνα πάνω στο αντικείμενο της τυρβώδους κυματογενούς παράκτιας ροής έχει επικεντρωθεί στην ανάπτυξη υπολογιστικών (μαθηματικών) μοντέλων για την αριθμητική προσομοίωση της δισδιάστατης (2D) και τρισδιάστατης (3D) ροής με ελεύθερη επιφάνεια. Σε αυτό το πλαίσιο, η προσομοίωση της γένεσης, της διάδοσης και της θραύσης των κυματισμών επιχειρείται με τη χρήση των πλήρων εξισώσεων Navier-Stokes σε υπολογιστικούς καννάβους, πλέγματα και σωματιδιακά πεδία πολύ μεγάλης χωρικής ανάλυσης. Στόχος είναι να εμπεριέχονται με ρητό τρόπο στην αναπαραγωγή της ροής οι πολύ μικρές κλίμακες, στις οποίες παράγονται, αναπτύσσονται, αλληλεπιδρούν, και σκεδάζονται οι τυρβώδεις δίνες και οι ευρύτερες στροβιλώδεις κινήσεις στη στήλη του νερού, κάτω από τους επιφανειακούς κυματισμούς.

Στη συνέχεια, αφού γίνει μια γενική περιγραφή του φαινομένου της θραύσης των παράκτιων κυματισμών και ξεκαθαριστούν οι βασικές διακριτές περιοχές της παράκτιας ζώνης, σχολιάζεται ειδικά η τυρβώδης φύση του φαινομένου και συνεκδοχικά παρουσιάζονται αναλυτικά οι στόχοι της παρούσας διατριβής και η διάρθρωσή της.

1.1.1. Το φαινόμενο της θραύσης των παράκτιων κυματισμών

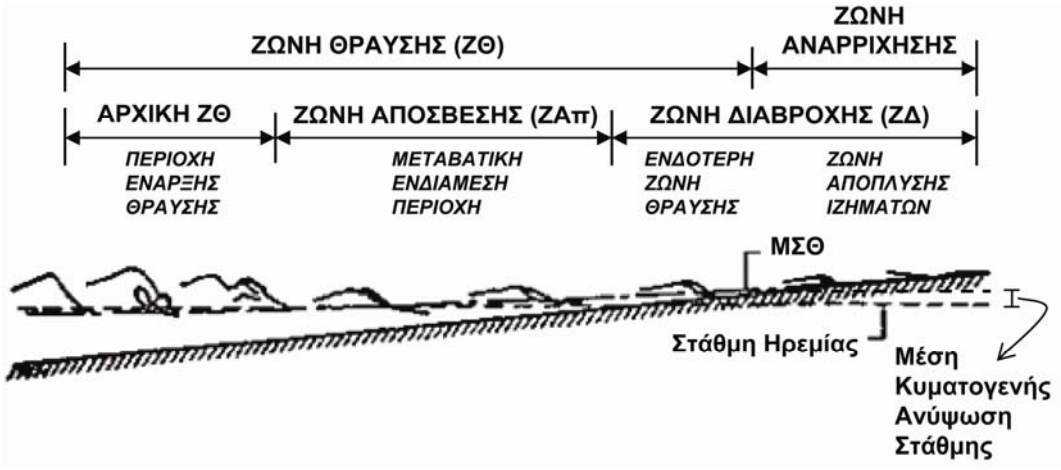
Σε γενικές γραμμές μπορεί να ειπωθεί ότι, καθώς οι κυματισμοί προσεγγίζουν την ακτή και το βάθος του νερού μειώνεται, μετά από ορισμένο σημείο αυξάνεται το ύψος κύματος H, μειώνεται το μήκος κύματος L και συνεκδοχικά αυξάνεται η καμπυλότητά τους H/L, ενώ το μέτωπό τους γίνεται συνήθως πιο απότομο. Όταν η καμπυλότητα (ή κλίση) του κύματος φτάσει μια κρίσιμη τιμή, το κύμα θραύεται. Αυτή η τιμή είναι συνάρτηση της κλίσης του πυθμένα $\tan\beta$ και του τοπικού βάθους d (ειδικότερα του όρου διασποράς του κύματος, δηλ. του ανηγμένου βάθους προς το μήκος d/L). Η οριακή αυτή καμπυλότητα οδηγεί σε περίσσεια ορμής κατά την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος, η οποία οδηγεί στη θραύση και συνακόλουθα στη μετατροπή της κυματικής ενέργειας (δυναμικής και κινητικής) κυρίως σε τυρβώδη κινητική ενέργεια,

στο μακροσκοπικό επίπεδο ανάλυσης. Η ενεργειακή απόσβεση (energy dissipation) λόγω θραύσης συνοδεύεται από ταυτόχρονη δημιουργία κυματογενών ρευμάτων και αύξηση στη μέση στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας του νερού. Δηλαδή η θραύση των κυματισμών συσχετίζεται άμεσα με παράκτιες υδροδυναμικές διεργασίες, όπως η μέση κυματογενής ανύψωση (set-up) και ταπείνωση (set-down) της ελεύθερης επιφάνειας του νερού, η κυματική αναρρίχηση (run-up) στην ακτή και οι παράκτιες μέσες ροές μεταφοράς μάζας νερού (ρεύματα) τόσο εγκάρσια όσο και κατά μήκος της ακτής (*κμα*).

Οι κυματισμοί θραύονται σε βάθος νερού περίπου ίσο ή συνηθέστερα περίπου 20% μεγαλύτερο από το ύψος κύματος. Σε αυτό το βάθος (ή γεωμετρικό τόπο σημείων με ίδια βάθη παράλληλα στην ακτή) λαμβάνει χώρα η έναρξη της θραύσης των κυμάτων (incipient wave breaking) και εντοπίζεται το σημείο θραύσης (ή γραμμή θραύσης). Το τοπικό βάθος εκεί ονομάζεται βάθος θραύσης d_b. Ως ζώνη θραύσης (ΖΘ) των κυματισμών θεωρείται η περιοχή που εκτείνεται από τη γραμμή θραύσης στα ανοιχτά μέχρι το σημείο που το νερό τέμνει την ακτή για τη μέση στάθμη θάλασσας (ΜΣΘ). Αυτό θεωρείται το όριο που διαχωρίζει τη ΖΘ από τη ζώνη αναρρίχησης (ΖΑ), η οποία εκτείνεται από το σημείο διαχωρισμού των δύο ζωνών έως το ανώτατο όριο αναρρίχησης των νερών στο χερσαίο τμήμα της ακτής. Η ΖΑ αποτελεί μεγάλο τμήμα της ευρύτερης ζώνης διαβροχής (ΖΔ), η οποία εκτείνεται από το χερσαίο όριο της ΖΑ μέχρι το κατώτατο όριο στο οποίο υποχωρούν τα νερά κατά την παλινδρόμηση του ορίου της ελεύθερης επιφάνειας πάνω στην ακτή. Αυτό θεωρείται το όριο που διαχωρίζει τη ΖΔ από τις υπόλοιπες υπο-ζώνες εντός της ΖΘ, με την οποία υπάρχει αλληλοεπικάλυψη. Η περιοχή αλληλοεπικάλυψης των δύο βασικών ζωνών ονομάζεται ενδότερη ΖΘ. Εντός της ΖΘ οι κυρίαρχες υδροδυναμικές διεργασίες είναι αυτή καθαυτή η θραύση, που λαμβάνει χώρα στην αρχική ΖΘ ή αλλιώς στην περιοχή έναρξης της θραύσης, και ο μετασχηματισμός του κύματος που λαμβάνει χώρα στη ζώνη απόσβεσης (ΖΑπ). Η τελευταία είναι μια μεταβατική περιοχή στον ενδιάμεσο χώρο της ΖΘ, όπου η μορφή του κύματος μεταβάλλεται ραγδαία και τείνει να μοιάσει (περισσότερο στο σχήμα και όχι τόσο στα χαρακτηριστικά της ροής) σε ένα αντίστροφα διαδιδόμενο υδραυλικό άλμα. Η αγγλική ορολογία είναι ‘turbulent bore’ (Svendsen 1984), και στο εξής θα αναφέρεται ως κινούμενο μέτωπο θραυόμενου κύματος. Η προέλαση του σχηματισμένου κινούμενου μετώπου του θραυόμενου κύματος συνεχίζεται μέχρι και την ενδότερη ΖΘ, μετά την οποία εκφυλίζεται είτε σε επιφανειακές ρυτιδώσεις ή μια παλινδρομικά ρέουσα μάζα (γλώσσα) νερού με αφρώδη υφή. Εκεί εντοπίζεται η ενδότερη ΖΑ στην οποία παρατηρείται είτε απόπλυση των χερσαίων ιζημάτων ή απόθεση των μεταφερόμενων ιζημάτων από τα ανοιχτά. Οι διάφορες φάσεις της εξέλιξης του θραυόμενου κύματος εντός της ΖΘ φαίνονται στην Εικ. 1, και ο διαχωρισμός των διακριτών παράκτιων ζωνών παρουσιάζεται σχηματικά στην Εικ. 2.



Εικ. 1. Φάσεις εξέλιξης των κυματισμών εντός των ζωνών θραύσης και αναρρίχησης.



Εικ. 2. Διαχωρισμός διακριτών παράκτιων ζωνών (θραύσης, αναρρίχησης κλπ).

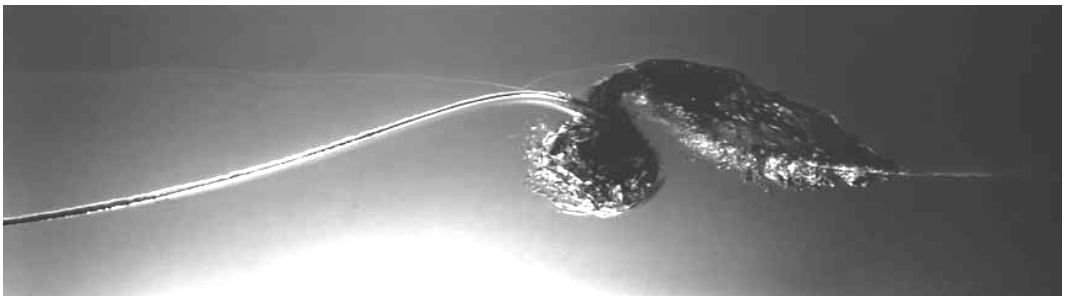
Στην αρχική ΖΘ και τη ΖΑπ το ύψος του κύματος απομειώνεται ραγδαία, το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας (σε αποτύπωση κατά Euler) γίνεται πριονωτό (sawtooth profile) στο σχήμα, και το μέτωπο του κύματος γίνεται σχεδόν κάθετο στην προηγούμενη κοιλία και τον πυθμένα. Ο κυματισμός μπορεί είτε να συνεχίσει την απώλεια ενέργειας (με απομείωση του *H*) μέχρι την ακτογραμμή (shoreline) ή σε περίπτωση αύξησης του βάθους, π.χ. σε ακτές με αναβαθμό (barred beaches), μπορεί να σταματήσει η θραύση και ο κυματισμός να αποκτήσει ευσταθές μέγεθος, να ανασυνταχθεί σε μορφή και να επαναληφθεί η θραύση του εγγύτερα στην ακτογραμμή σε ρηχότερα νερά.

Η ΖΔ παίζει σημαντικό ρόλο στην απόθεση και τη διάβρωση των ιζημάτων της ακτής. Οι ροές εντός της ΖΔ καθορίζουν αν τα παράκτια ιζήματα, που τίθενται σε

αιώρηση και μεταφορά, επικάθονται στην παραλία (στο άνω τμήμα της ακτής) ή επιστρέφουν στη ΖΘ, και πιθανότατα μεταφέρονται στην ανοιχτή θάλασσα. Έτσι καθίσταται η ΖΔ σε υδροδυναμική δίοδο (ή ενός είδους αγωγό) μεταξύ της παραλίας και της ΖΘ. Με βάση αυτή τη διαπίστωση, οι Puleo et al. (2000) έχουν εισάγει ένα νέο πιθανό ορισμό του ορίου της ΖΔ προς τα ανοιχτά ως «η περιοχή όπου το τυρβώδες κινούμενο μέτωπο του θραυόμενου κύματος επιδρά σημαντικά πάνω στις τοπικές διεργασίες της στερεομεταφοράς παράκτιων ιζημάτων». Αυτό το όριο είναι αρκετά πιο μακριά από την ακτογραμμή εντός της ΖΘ, από ότι η προαναφερθείσα γραμμή διαχωρισμού της ΖΔ από την ΖΑπ, η οποία βασίζεται σε πιο συντηρητική θεώρηση.

Όπως και να έχει, ο δυναμικός μετασχηματισμός στο χώρο και στο χρόνο των κυματικών χαρακτηριστικών, εντός της ΖΘ, έχει μέγιστη επίδραση στον καθορισμό της μέσης κυματογενούς ανύψωσης της στάθμης του νερού, της αναρρίχησης επί της ακτής, των παράκτιων κυματογενών ρευμάτων, της στερεομεταφοράς και της μορφοδυναμικής διαμόρφωσης του εγκάρσιου προφίλ της ακτής τόσο στην ελεύθερη παράκτια ζώνη όσο και γύρω από πάσης φύσης παράκτιες κατασκευές, λιμενικά έργα και έργα προστασίας της ακτής.

1.1.2. Η τύρβη σε ροές με ελεύθερη επιφάνεια



Εικ. 3. Παραγωγή τύρβης κατά τη θραύση του κύματος.

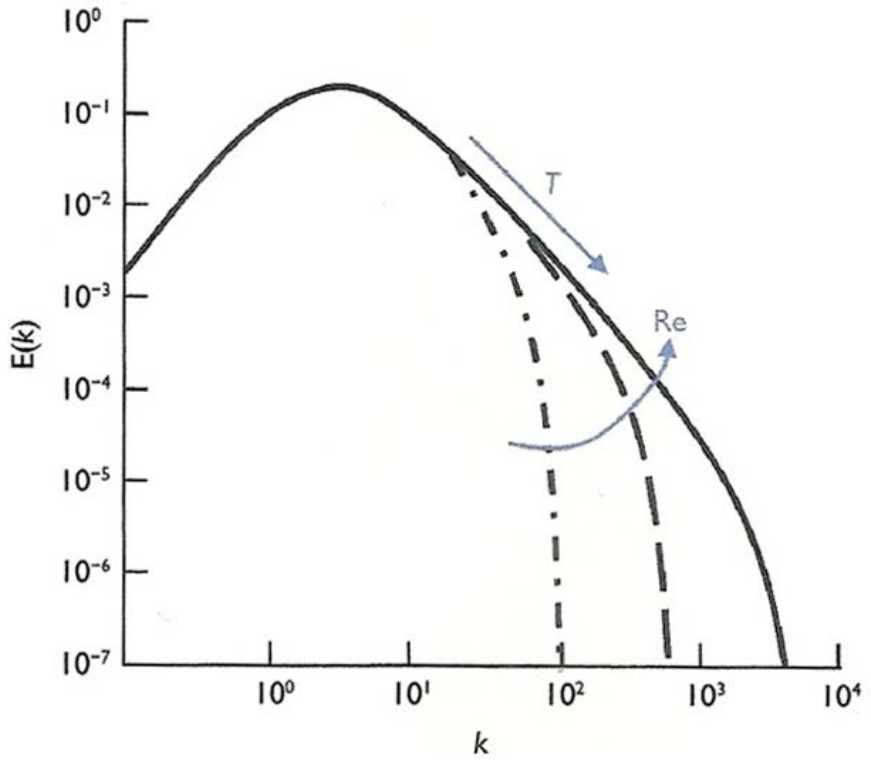
Η θραύση των κυματισμών αποτελεί ένα από τα πιο δύσκολα προβλήματα στη ρευστοδυναμική, εξαιτίας της εξαιρετικά μη γραμμικής και τυρβώδους φύσης του πεδίου ροής (Εικ. 3). Αυτές οι ιδιότητες εισάγουν αβεβαιότητες και στοχαστικότητα στη μελέτη του φαινομένου, με αποτέλεσμα να εμποδίζεται η ανάπτυξη μιας λεπτομερούς αναλυτικής προσέγγισης ή ενός συγκεκριμένου πάγιου αριθμητικού μοντέλου για τα θραυόμενα κύματα. Η ανάγκη για υπερβολική λεπτομέρεια στα πλαίσια της ντετερμινιστικής αποτύπωσης της διεργασίας της θραύσης, σε σχέση με τις σημερινές υπολογιστικές δυνατότητες, έχει ωθήσει στην ανάπτυξη αρκετών προσεγγιστικών μακροσκοπικών μοντέλων. Για την εκτίμηση των δυσκολιών της προσομοίωσης (ή ακόμα και της πειραματικής αποτύπωσης) της τύρβης και των διεργασιών της, τα

γενικά χαρακτηριστικά των τυρβωδών ροών, αλλά και τα ειδικά γνωρίσματα του τυρβώδους πεδίου κατά τη θραύση παράκτιων κυματισμών, παρουσιάζονται εν συντομία στα παρακάτω.

Η τύρβη αναλύεται ως φαινόμενο σε πάρα πολλές εργασίες και η σχετική βιβλιογραφία είναι πολύ εκτενής. Ειδικότερα για το ζήτημα της τυρβώδους ροής με ελεύθερη επιφάνεια σε ανοικτούς αγωγούς προτείνεται το βιβλίο των Nezu and Nakagawa (1993). Δυστυχώς για τον ερευνητή, οι τυρβώδεις κινήσεις είναι υπερβολικά περίπλοκες καθώς είναι ιδιαίτερα ακανόνιστες, πάντοτε ασταθείς (μη μόνιμες) και τρισδιάστατες, σε αντίθεση με τη στρωτή ροή. Στην τύρβη, οι ποσότητες που περιγράφουν τη ροή, όπως η ταχύτητα ή η συγκέντρωση, υφίστανται πολύπλοκες μεταβολές στο χώρο και το χρόνο, οι οποίες εκδηλώνονται μέσω τυχαίων διακυμάνσεων. Αυτές οι τυρβώδεις διακυμάνσεις προκαλούν έντονη μεταφορά της ορμής, τη θερμότητας και της μάζας. Η δραματική αύξηση της μεταφοράς και η συνακόλουθη έντονη ανάμιξη (mixing) είναι πρακτικά τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά της τύρβης.

Η τυρβώδης κίνηση κυριαρχείται κατά κύριο λόγο από τη στροβιλότητα (vorticity), με άξονες περιστροφής προς όλες τις κατευθύνσεις, και απαρτίζεται από δίνες που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και αλληλοτροφοδοτούνται ενεργειακά, συγκροτώντας ένα φάσμα από στροβιλώδεις κινήσεις διαφόρων μεγεθών. Αυτές εκτείνονται από μεγάλης κλίμακας περιδινήσεις όμοιες σε μέγεθος με το εύρος του πεδίου ροής (π.χ. το βάθος του καναλιού για ροές σε ρηχά νερά, το πάχος της φλέβας κλπ) ως μικρής κλίμακας δίνες, στις οποίες επενεργούν οι ιξώδεις δυνάμεις και προκαλούν ενεργειακή απόσβεση. Οι δίνες μεγάλης κλίμακας αντιστοιχούν σε διακυμάνσεις χαμηλής συχνότητας, ενώ οι μικρές στροβιλώδεις κινήσεις σε υψηλής συχνότητας διακυμάνσεις. Η Εικ. 4 παρέχει ένα τυπικό σκιαγράφημα του φάσματος της τύρβης σε διλογαριθμική κλίμακα αξόνων, το οποίο δείχνει την κατανομή της κινητικής ενέργειας $E(k)$ των τυρβωδών διακυμάνσεων των ταχυτήτων σε σχέση με τον κυματάριθμο $k=2\pi/\lambda$, όπου λ η τυπική διάσταση της τυρβώδους κίνησης (ή δίνης). Ο k είναι ανάλογος του μεγέθους της συχνότητας και αντίστροφα ανάλογος της τυπικής διάστασης των εκάστοτε δινών. Οι μεγάλες δίνες φέρουν σε γενικές γραμμές το μεγαλύτερο ποσοστό της κινητικής ενέργειας, την οποία αποσπούν από τη μέση γενική ροή. Με τη σειρά τους διασπώνται σε μικρότερες δίνες και μεταφέρουν το ενεργειακό περιεχόμενό τους από τις διακυμαινόμενες συνιστώσες της ταχύτητας σε ολοένα και μικρότερης κλίμακας περιδινήσεις με υψηλότερες συχνότητες περιστροφής. Το φαινόμενο αυτό, της μετακύλισης της ενέργειας από τη μεσοσταθμισμένη ροή και τις μεγάλες στροβιλώδεις κινήσεις σε υψίσυχνες αρμονικές των τυρβωδών περιδινήσεων, ονομάζεται καταβιβασμός ενέργειας (energy cascade) σε μικρές κλίμακες. Αυτή η διάσπαση των

στροβίλων και η μεταφορά ενέργειας σε ολοένα και μικρότερες δίνες φτάνει μέχρι τη μικροκλίμακα επιρροής των δυνάμεων συνεκτικότητας, οι οποίες αποσβένουν τις διακυμάνσεις. Στην Εικ. 4 δίνονται τα φάσματα για τρεις αριθμούς Reynolds *Re*, τα οποία παρουσιάζουν αύξηση στις τιμές τους καθώς ο *Re* αυξάνεται, δηλ. για αύξηση της έντασης της τύρβης. Αυτό σημαίνει, ότι σε έντονα τυρβώδη περιβάλλοντα, η ενεργειακή απόσβεση λαμβάνει χώρα σε μικρότερες χωρικές κλίμακες (ή μικρές δίνες), και ο λόγος του αριθμού των μικρών προς τις μεγαλύτερες δίνες αυξάνει με τον αριθμό *Re*. Στο ενδιάμεσο του εύρους των μεγεθών των δινών και των κυματάριθμων της τύρβης, υπάρχει η υπο-κλίμακα που συμβάλει μόνο στον καταβιβασμό της ενέργειας και όχι στην τροφοδοσία ή τις απώλειές της, και ονομάζεται αδρανειακή υπο-κλίμακα (inertial sub-range). Σημειώνεται με *T* στο γράφημα και η κλίση που περιγράφει την αυτο-ομοιότητα με νόμο κλίμακας στο διλογαριθμικό διάγραμμα είναι $E(k) \sim k^{-5/3}$. Το πλάτος της αδρανειακής υπο-κλίμακας επίσης αυξάνεται με τον αριθμό Reynolds.



Εικ. 4. Φάσμα Fourier τυρβώδους ενεργειακού περιεχομένου $E(k)$ προς τον τυρβώδη κυματάριθμο k, με βάση τον αυξανόμενο αριθμό Reynolds *Re*. (Πηγή: Rodi et al., 2013)

Συνήθως, στις ροές σε ρηχά νερά, όπου η οριζόντια τυπική διάσταση του υδάτινου σώματος είναι πολύ μεγαλύτερη από το βάθος ή ειδικά για κυματισμούς όπου ισχύει $d/L<1/20$, οι επικρατέστερες στροβιλώδεις κινήσεις είναι 2D με κατακόρυφους άξονες περιστροφής και τυπικές διαστάσεις πολύ μεγαλύτερες από τις δίνες λόγω τριβής στην

οριακή στοιβάδα (boundary layer), κοντά στον πυθμένα. Στα καθεστώτα ροής με περιορισμό βάθους όμως, που αφορούν στη θραύση παράκτιων κυματισμών, οι στροβιλώδεις κινήσεις και οι περιδινήσεις είναι 3D και με άξονες προς όλες τις διευθύνσεις. Συγκεκριμένα, για μικρούς τυρβώδεις κυματάριθμους του φάσματος, οι κυρίαρχοι στρόβιλοι μπορούν να αντιπροσωπεύονται από 2D μορφώματα (σε χαρακτηριστική κατακόρυφη διατομή) με οριζόντιο άξονα και θετική φορά περιστροφής, δηλ. κατά την κίνηση διάδοσης του κύματος. Οι μεγαλύτεροι τυρβώδεις κυματάριθμοι αντιστοιχούν σε 2D και 3D δίνες, που αλληλοτροφοδοτούνται και έχουν μεγέθη μικρότερα του τοπικού βάθους, ενώ ειδικά οι πολύ μεγάλης συχνότητας δίνες είναι πάντα 3D μέχρι και το εύρος κλίμακας Kolmogorov (ενεργειακής απόσβεσης). Στο εύρος των 2D κινήσεων, η ενέργεια μπορεί να μεταφέρεται και από τις μικρότερες προς τις μεγαλύτερες δίνες. Έτσι έχει παρατηρηθεί και αντίστροφη μεταφορά σε κλίμακες ή αλλιώς οπίσθια σκέδαση (back scatter), η οποία προσομοιώνεται πολύ δύσκολα από τα υπάρχοντα μοντέλα τύρβης.

1.1.3. Οι συνεκτικές δομές της τύρβης

Οι τυρβώδεις κινήσεις μικρής κλίμακας, στο επίπεδο επίδρασης της συνεκτικότητας και της αδρανειακής υπο-κλίμακας, συμπεριφέρονται με σχετικά τυχαίο τρόπο, με αποτέλεσμα οι διακυμάνσεις να περιγράφονται από συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κατά Gauss. Οι μεγαλύτερες δίνες αλληλεπιδρούν με τη μέση ροή και εξαρτώνται από τις οριακές συνθήκες και τη συγκεκριμένη περίπτωση ροής. Σε γενικές γραμμές δεν είναι ακαθόριστα τυχαίες, αλλά παρουσιάζουν κάποια μορφή τάξης και συσχετιζόμενη συμπεριφορά, με αποτέλεσμα να χαρακτηρίζονται ως συνεκτικές (coherent). Οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές (coherent turbulent structures) έχουν αυτούσιο κύκλο ζωής, που περιλαμβάνει τη γένεσή τους, την εξέλιξη και τη μεταγωγή (advection) τους από της κινήσεις της μέσης ροής (κατά την οποία διατηρούν τα χαρακτηριστικά τους), την αλληλεπίδραση μεταξύ τους, και εν τέλει την κατάρρευση ή τη διάχυση και την εξαφάνισή τους (breakdown). Ένας ορισμός των χαρακτηριστικών των συνεκτικών δομών έχει δοθεί από τους Nezu and Nakagawa (1993), μαζί με τη γενική συμπεριφορά τους και μια κατηγοριοποίηση σε δύο κύριες ομάδες:

α) Τα εκρηκτικά (bursting) φαινόμενα με έντονα επίμηκες σχήμα, κοντά σε στερεά όρια, τα οποία συμπεριλαμβάνουν μεταξύ άλλων εγχύσεις (injections) και σαρώσεις (sweeps), στροβίλους «φουρκέτας» (hairpin vortices), λεπτά στρώματα ανάμιξης σε οριακές στοιβάδες καθώς και χαμηλής και υψηλής ταχύτητας ακολουθίες ή ινώδεις φλέβες (streaklines).

β) Τις υπόλοιπες μεγάλης κλίμακας στροβιλώδεις κινήσεις μακριά από στερεά όρια, οι οποίες προκαλούνται από τη μέση ροή και/ή τη γεωμετρία του πεδίου, και επιμένουν να εμφανίζουν συγκεκριμένης μορφής χωροχρονικά πρότυπα περιδίνησης, όπως οι οριζόντιοι και κατακόρυφοι στρόβιλοι στην επιφάνεια και στη στήλη του νερού (κύλινδροι, rollers), οι στρόβιλοι τύπου «πέταλο» (horseshoe) ή «περιδέραιο» (bead), οι στρόβιλοι Von-Karman, οι αστάθειες Kelvin-Helmholtz, οι ασυνέχειες διατμητικών στρωμάτων ανάμιξης (shear mixing layers), οι αναβρασμοί (τύπου Kolk), οι χοανοειδείς (ανεμο)στρόβιλοι (funnel vortices) κ.α.

Φαίνεται, ότι οι πρώτες δομές είναι υπεύθυνες για την παραγωγή τυρβώδους ενέργειας μέσω ινωδών ροών τάνυσης των στροβίλων, κοντά σε στερεά όρια, πλοκάμους (braids), και διατμητικές ροές με ελεύθερη επιφάνεια (Hussain, 1984). Από την άλλη, οι δομές μεγάλης κλίμακας είναι υπεύθυνες για την ανταλλαγή ενέργειας κατά μήκος όλης της ροής, μέσω της μεταφοράς της μαζί με ορμή και μάζα.

Σε αυτό το πλαίσιο, γενικότερα τα μεγάλης κλίμακας τυρβώδη μορφώματα της ροής, που μπορούν να ονομαστούν συνεκτικές (coherent) ή ημι-συνεκτικές (quasi-coherent) στροβιλώδεις δομές, εντοπίζονται κύρια μέσω κατάλληλης οπτικοποίησης και τεχνικών εξαρτημένης δειγματοληψίας (conditional sampling techniques). Πρακτικά, αυτό τις καθιστά περιοχές στο χώρο ή στο χρόνο, μέσα στις οποίες το τυρβώδες πεδίο ροής διαθέτει μια χαρακτηριστική οργανωμένη μορφή, που επιμένει σε εμφάνιση (Pope, 2000). Στην ανασκόπησή του ο Robinson (1991) δίνει τον ακόλουθο ορισμό για τον όρο της συνεκτικής τυρβώδους δομής: «μια τρισδιάστατη περιοχή της ροής πάνω στην οποία τουλάχιστον μια θεμελιώδης μεταβλητή της επιδεικνύει αξιόλογη συσχέτιση με τον εαυτό της ή κάποια άλλη μεταβλητή μέσα σε ένα εύρος χώρου ή χρόνου, το οποίο είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τις τοπικές χωρικές ή χρονικές μικροκλίμακες της ροής». Οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές μπορούν καταχρηστικά να θεωρηθούν και ως δισδιάστατες (συνεκτικές στροβιλώδεις δομές ή συνεκτικές δίνες ή συνεκτικές περιστροφικές κινήσεις) για την περίπτωση τυρβωδών ροών με έντονη ομοιότητα στα χαρακτηριστικά τους κατά τη μια διεύθυνση, όπως π.χ. οι ροές σε πειραματικά ημι-δισδιάστατα κανάλια ή στις ροές, όπου η μια εκ των τριών διαστάσεων είναι πρακτικά αμελητέα σε σχέση με τις άλλες δύο (π.χ. κυκλώνες στην επιφάνεια της γης).

Μια ακόμα ανασκόπηση σχετικά, με το φαινόμενο των συνεκτικών δομών στην τύρβη, έχει γίνει από τον Fiedler (1988). Η ενδελεχής μελέτη του φαινομένου έχει εδραιωθεί στην επιστημονική κοινότητα περίπου από το 1978. Όμως ο «χαλαρός» ορισμός των συνεκτικών δομών ως περιοχές συγκεντρωμένης στροβιλότητας, με χαρακτηριστική οργάνωση, επαναλαμβανόμενα ειδικά μορφώματα ροής, ικανό χρόνο ζωής, και υπολογίσιμη χωρική κλίμακα, έχει τεθεί υπό έρευνα και συζήτηση. Συγκεκριμένα εντός της οριακής στοιβάδας (boundary layer), παρατηρείται πλειάδα

δομών σε μέγεθος, μερικές εκ των οποίων (π.χ. οριακές ακολουθίες ή ινώδεις φλέβες) ξεκάθαρα παραβιάζουν την εμφανώς περιοριστική «κλασική» έννοια των αποκλειστικά μεγάλης κλίμακας ροϊκών μορφωμάτων. Όσο πιο αναλυτική είναι η εξέταση της δόμησης αυτών των μορφωμάτων, τόσο πιο πολύπλοκη αλληλεπίδραση εμφανίζεται μεταξύ διαφόρων μεγεθών στροβιλωδών δομών. Αυτό βασίζεται στο ότι ο σχηματισμός των συνεκτικών δομών άπτεται ενός φαινομένου μεγαλύτερης γενικότητας και σημαντικότητας, την αυθόρμητη δημιουργία οργανωμένων δομών από μια κατάσταση σχετικής αταξίας. Αυτή η διεργασία είναι γνωστή και ως συσσωρευτική-συνεργική (synergetic), και τα πεδία των Δυναμικών Συστημάτων και της Θεωρίας του Χάους είναι από τα βασικά θεωρητικά εργαλεία του εν λόγω επιστημονικού κλάδου, πράγμα που ξεφεύγει από τις αναζητήσεις της παρούσας εργασίας. Γι' αυτό το λόγο, το πραγματικό κλάσμα της ενέργειας των συνεκτικών δομών, στο συνολικό τυρβώδες ενεργειακό περιεχόμενο, δεν μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια. Εκτιμήσεις φανερώνουν ότι οι συνεκτικές δομές είναι υπεύθυνες για περίπου 10% με 25% της τυρβώδους ενέργειας στις περισσότερες περιπτώσεις κλασικών τυρβωδών ροών, πράγμα που τις καθιστά πολύ σημαντικές για την ορθή προσομοίωσή τους. Στην περίπτωση μη μόνιμων ροών, π.χ. περιοδικών φαινομένων με εκσπάσεις της τύρβης, όπως η θραύση των κυμάτων, αυτά τα ποσοστά μπορεί να είναι και μεγαλύτερα, ανάλογα φυσικά με το σημείο ή την περιοχή μέτρησης των τυρβωδών μεγεθών.

Η έννοια των συνεκτικών δομών σε τυρβώδεις ροές καθιερώθηκε τη δεκαετία του 1970 από τους Brown και Roshko στην έρευνά τους για τα επίπεδα στρώματα ανάμιξης. Οι προπάτορες της έννοιας ήταν φυσικά οι Boussinesq και Reynolds, οι οποίοι όμως δεν επιχείρησαν να απεικονίσουν την τυρβώδη κίνηση στην απαραίτητη λεπτομέρεια για την αναγνώριση τέτοιων μορφωμάτων. Ο Prandtl από το 1920 έως το 1934 (Prandtl, 1925· 1932· 1965) προσπάθησε να βελτιώσει την περιγραφή τους, μέσω της υπόθεσης του μήκους ανάμιξης (mixing length hypothesis), η οποία βασίζονταν στον εντοπισμό των «μπαλών ροής» (Flüssigkeitsballen), οι οποίες θεωρούνται υπεύθυνες για τη μεταφορά (transport) και την ανάμιξη (mixing) της ορμής εγκάρσια στη ροή. Στην ουσία, οι «μπάλες» αποτελούν ιστορικά τις πρώτες συνεκτικές δομές της τύρβης. Ο Prandtl δεν προσπάθησε να κάνει κανένα χαρακτηρισμό ή ορισμό ανάλογων δομών, και μόνο πολύ αργότερα ο Bradshaw (1974) και ο Landahl (1984) επιχείρησαν την εξήγηση και τη δικαιολόγηση των εννοιών. Σε γενικές γραμμές, παρ' όλο που ορίζονται ως μια ενότητα μεγάλης χωρικής κλίμακας, αποτελούν στην πράξη μια καλά οργανωμένη συσσώρευση (agglomeration) στροβιλωδών δομών μικρής κλίμακας, π.χ. «φουρκέτες», ακολουθίες, απόρρου κλπ, χαρακτηριστικών της εκάστοτε ροής. Το να προσδιορίζει κανείς κάθε γεωμετρικό τόπο (π.χ. σε μορφή κηλίδας), που μοιάζει σε μεγάλης κλίμακας συμβάν, ως μεγάλη δίνη εμπεριέχει μια σχετική

ανακρίβεια. Αυτή βέβαια είναι συνήθως η εικόνα μετά τη χρήση φιλτραρίσματος του τυρβώδους σήματος, και τον υπολογισμό του αποκαλούμενου αποτυπώματος (footprint) του συνεκτικού συμβάντος. Από την άποψη του φυσικού επιστήμονα που ασχολείται με τυρβώδεις ροές, η απεικόνιση των διακριτών συμβάντων ροής μέσω π.χ. φίλτρου διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών (low-pass filter) του φάσματος Fourier, μπορεί να οδηγήσει σε υπερ-απλουστευτικά συμπεράσματα. Παρ' όλα αυτά το βραχύσυχνο αποτύπωμα της μακροσκοπικής τύρβης μπορεί να χρησιμοποιηθεί αυτούσιο ή ως έρεισμα από τους ερευνητές μηχανικούς, για κάθε πιθανό σχήμα αναγνώρισης/εξαγωγής των συνεκτικών δομών, που αφορά στις σημαντικές διεργασίες μεγάλης κλίμακας. Σε αυτήν την προσπάθεια μπορεί να βοηθήσει η θεώρηση των εν λόγω μορφωμάτων στο κινούμενο σύστημα αναφοράς κατά Lagrange, με τη φασική ταχύτητα (celerity) της δομής. Στην παρούσα εργασία, η ιδέα της συνεκτικής δομής χρησιμοποιείται, σε σχέση με την κλασική της επιστημονική έννοια, όσο αφορά στον υπολογισμό της με τη χρήση ευρετικών μεθόδων εντοπισμού ειδικά για τη θραύση κυματισμών, αλλά και με την καθομιλουμένη αίσθηση, όσο αφορά στην οπτικοποίησή τους. Συνεκδοχικά η συνεκτική δομή είναι ένα μόρφωμα ροής με διακριτή συσχέτιση, δηλ. ένα στοιχείο της τυρβώδους κίνησης που προκύπτει από το στοχαστικό υπόβαθρο της ροής και οι επαναλαμβανόμενες ειδικές ιδιότητες του οποίου χαρακτηρίζουν στην ολότητά της τη γενική ροή. Προσοχή απαιτείται στον αποκλεισμό των «νεαρών» (young) ροών σχετικά μικρών αριθμών *Re* και της πιθανά όχι πλήρως αναπτυγμένης τύρβης. Οπότε το ερώτημα είναι εάν οι ευκρινώς εμφανείς συνεκτικές δομές αποτελούν πραγματικές αντανακλάσεις της τυρβώδους ροής ή πιθανά υπολείμματα των χαρακτηριστικών δομών που προκύπτουν κατά τη μετάβαση από καθεστώς στρωτής (laminar) ροής σε τύρβη, με τα οποία πράγματι μοιάζουν πολύ. Συνεκδοχικά, οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές μπορεί να χαρακτηριστούν ως επιμένουσες χρονικά και χωρικά μορφολογικές αστάθειες της ροής ή, με μια πιο προσεκτική εξέταση, ως συνδεδεμένα μη-στάσιμα δυναμικά συστήματα. Ο όρος «συνδεδεμένα» χρησιμοποιείται στη λογική του στατιστικά (αυτό)συσχετιζόμενου (correlated) και συγκεντρωμένου (concentrated) δυναμικού μεγέθους της ροής, για το οποίο ο Hussain (1986) πρότεινε το διανυσματικό πεδίο της στροβιλότητας **ω** για 3D (*ω* για 2D) και το ψευδο-βαθμωτό μέγεθος της ελικότητας (helicity) $Hel = \int_V (\mathbf{u}\cdot\boldsymbol{\omega})\,dV$ για ένα όγκο ελέγχου *V*, περιοριζόμενο από κλειστή επιφάνεια *S* στην οποία **n**·**ω**=0 (**n** είναι το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα). Εξαιτίας της έλλειψης ολοκληρωμένου και αδιαμφισβήτητου ορισμού των συνεκτικών δομών, παρακάτω παρατίθενται τα βασικά στοιχεία τους, που συνοψίζονται στα εξής:

α) αποτελούν μη μόνιμα ή ασταθή (non-stationary) συστήματα, εγκλωβισμένα όμως σε συγκεκριμένες περιοχές της ροής·

β) αποτελούνται τυπικά από σύνθεση μορφωμάτων διαφόρων χωρικών κλιμάκων σε γειτνίαση, με τη μεγαλύτερη αυτών συγκρίσιμη προς την τυπική διάσταση της ροής·

γ) είναι εξαρτώμενα από το είδος της ροής σε σχήμα και σύσταση, δηλ. έμμεσα σχετιζόμενες με τις οριακές συνθήκες·

δ) κατ' ουσία αποτελούν επαναλαμβανόμενα στο χρόνο μορφώματα (recurrent patterns), με τυπικό χρόνο ζωής τουλάχιστον το μέσο χρόνο προέλασής τους·

ε) επιδεικνύουν μεγάλο βαθμό οργάνωσης τόσο στη δομή τους όσο και στη δυναμική τους, όμως η εμφάνισή τους είναι ημι-περιοδική (και σχετίζεται με τις στοχαστικές διαλείπουσες διεργασίες)·

στ) επιδεικνύουν ισχυρές ομοιότητες με τις αντίστοιχες δομές των προγενέστερων μεταβάσεων από καθεστώς στρωτής σε τυρβώδη ροή.

Τα παραπάνω κριτήρια είναι σχετικά περιοριστικά και πολλές άλλες έννοιες μπορεί να συμπληρώνουν την ανάλυση, ανάλογα με την επιστημονική οπτική προσέγγισης, καθώς επίσης κάποιες σταθερές δομές ροής σε ιδιάζουσες γεωμετρίες μπορούν να παρεξηγηθούν ως συνεκτικές δομές. Στην πράξη και με την παρούσα κατάσταση κατανόησης του φαινομένου, οι παρατηρούμενες πολλαπλές δομές δεν επιτρέπουν ένα τελεσίδικο ορισμό των συνεκτικών δομών, παρά μόνο ένα συνοπτικό χαρακτηρισμό. Κοινό στοιχείο στην προσέγγιση όλων των ειδών των συνεκτικών δομών, όταν αυτές ανήκουν σε πλήρως ανεπτυγμένα περιβάλλοντα (κορεσμένης) τύρβης, είναι η υπόθεση Taylor (1938) (Taylor's hypothesis) για την τύρβη. Αυτή αντιστοιχεί σε κλίση -3 στο μεσαίο κλάδο του φάσματος της Εικ. 4, που σημαίνει ότι καθώς η μέση ροή μεταγάγει τις δίνες από τα όργανα καταγραφής, οι θεμελιώδεις ιδιότητες των δινών παραμένουν στατιστικά αναλλοίωτες, ή αλλιώς «παγωμένες» (frozen), εξ ου και ο όρος «2D παγωμένη τύρβη». Για τις μετρήσεις, είτε από πειράματα ή από αριθμητικές προσομοιώσεις σε συνθήκες παγωμένης τύρβης, οι χρονοσειρές καταγραφής σε σημειακές θέσεις μπορούν να μεταφραστούν και ως χωρικές μεταβολές. Συνεπώς οι συνεκτικές δομές μπορεί να ειδωθούν και ως ιδιομορφές αστάθειας της βασικής ροής. Ο Mumford (1982) έχει προτείνει την ύπαρξη στροβιλωδών κυλίνδρων κατά τη διεύθυνση του κυρίαρχου άξονα της τροπής (strainwise rollers) για την εκάστοτε ροή, που μοιάζει σε απόρρου (wake)[2]. Έχουν τεθεί όμως και ζητήματα σύνδεσης μεταξύ του φαινομένου της συμπαράσυρσης (entrainment) και των μεγάλης κλίμακας κινήσεων,

[2] Αντί για τον όρο «απόρρους» μπορεί να χρησιμοποιηθεί η λέξη «ομόρρους», η οποία όμως αντιστοιχεί καλύτερα στα στροβιλώδη ίχνη, που αφήνει πίσω του ένα σώμα κινούμενο μέσα σε ρευστό, και όχι στα συμπλέγματα στροβιλωδών κινήσεων κατάντη σημείων παραγωγής τύρβης.

για την ρυτίδωση της ελεύθερης επιφάνειας σε τυρβώδεις ροές, μέσω εγκολπώσεων (engulfments) και αναδιπλώσεων (foldings) αυτής. Η μεγάλη ποικιλία τέτοιων χαρακτηριστικών δομών ή περιδινήσεων και ο δύσκολος διαχωρισμός ή διακριτός καθορισμός τους, καθιστούν πολλές φορές προτιμότερη ή και αναγκαία την αναζήτηση των συνεκτικών συμβάντων (coherent events) από σημειακές μετρήσεις και χρονοσειρές σε μεμονωμένα σημεία του πεδίου, ώστε να αποκτηθεί καλή αίσθηση των τυρβωδών διεργασιών της ροής.

Ένας μεγάλος αριθμός διαφορετικών τύπων συνεκτικών δομών έχει εντοπιστεί και κατηγοριοποιηθεί κατά καιρούς, με βάση τις διάφορες μορφές εκδήλωσής τους και τους φυσικούς μηχανισμούς γένεσής τους. Παρ' όλα αυτά, μόνο η εξέλιξη των υπολογιστικών μονάδων και υπερ-υπολογιστικών υποδομών επέτρεψε κατά τη δεκαετία του 1980 και έπειτα την εκτέλεση άμεσων αριθμητικών προσομοιώσεων (Direct Numerical Simulations, DNS) ροής σε ανοιχτούς αγωγούς με χαμηλό αριθμό *Re* για την εξαγωγή και ποσοτικοποίηση τέτοιων μορφωμάτων. Από τότε, οι συνεκτικές δομές της ροής και τα γενεσιουργά αίτιά τους ταυτοποιούνται είτε από στιγμιαίες 3D αποτυπώσεις των πεδίων πίεσης, ταχύτητας και στροβιλότητας και την εξέλιξή τους στο χρόνο ή από μεσοστάθμιση των πεδίων τοπικά ή τα τελευταία χρόνια από αποτύπωση και επεξεργασία σε κάθε σημείο και χρονική στιγμή του υπολογιστικού πεδίου. Αυτό αποτελεί και τη σημαντικότερη κατάκτηση των υπολογιστικών προσομοιώσεων, αφού επιτρέπουν τη μέτρηση σημαντικών μεγεθών που είναι σχεδόν αδύνατο να αποτυπωθούν σε μικροκλίμακα από εργαστηριακά πειράματα, όπως π.χ. διακυμάνσεις πιέσεων ή τυρβώδους κινητικής ενέργειας πολύ κοντά σε εμπόδια και στερεά όρια. Ανάλογα με τη φύση της συνεκτικής δομής υπό εξέταση, διάφορες τεχνικές εξαγωγής της είναι διαθέσιμες από την ανάλυση και την οπτικοποίηση των δεδομένων των μετρήσεων. Η πιο επιφανής είναι κατά πρώτον η σημειακή ανάλυση σήματος είτε με συσχέτιση δύο σημείων (two point correlation) ή με φασματική ανάλυση (spectral analysis) των ταχυτήτων. Κατά δεύτερον, ξεχωρίζουν η στιγμιαία και/ή μεσοσταθμισμένη αποτύπωση ισαριθμικών καμπυλών (isolines) σε 2D χωρικά και/ή χωροχρονικά επίπεδα, αλλά και η αναπαραγωγή στιγμιαίων και/ή μεσοσταθμισμένων 3D ισοεπιφανειακών (isosurfaces) για τις παραμέτρους της τύρβης, με βάση συγκεκριμένα κριτήρια ταυτοποίησης στροβίλων (Rodi et al., 2013).

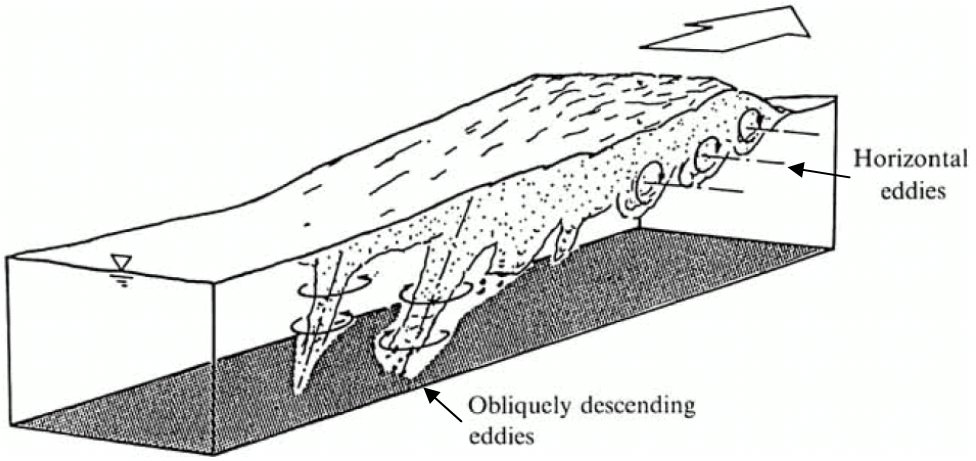
1.1.4. Η τύρβη στη ζώνη θραύσης των παράκτιων κυματισμών

Αναφορικά με το φαινόμενο της θραύσης μπορεί να ειπωθεί ότι, η οργανωμένη και ως επί το πλείστον αστρόβιλη κίνηση του ρευστού κάτω από το κύμα μετατρέπεται, αλλά και αλληλεπιδρά καθ' όλη την μετατροπή της, με το δημιουργούμενο πεδίο

στροβιλότητας, τύρβης και ρευμάτων (μεταφορά μάζας νερού). Κατ' αυτόν τον τρόπο η ροή αναδιοργανώνεται και εμφανίζει νέα διαφορετικά πρότυπα μορφώματα. Τα κλασικότερα από αυτά, δηλ. τα συνεκτικά στροβιλώδη μορφώματα (coherent vortical patterns) και οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές (coherent turbulent structures) εντοπίζονται ξεκάθαρα στην αρχική και ενδιάμεση ΖΘ σε όλη τη στήλη του νερού (με έμφαση κοντά στην επιφάνεια και στον πυθμένα). Στην ενδότερη ΖΘ, η τύρβη μετάγεται (advects) προς τη ΖΔ, και η κατάρρευση του τυρβώδους μετώπου του θραυόμενου κύματος, η τριβή του στον πυθμένα και η παλίνδρομη υποχώρησή του στα ανοιχτά αποτελούν πηγές παραγωγής τύρβης στη ΖΑ (Puleo et al., 2000). Η θεωρητική προσέγγιση της κυματογενούς τύρβης κατόπιν της θραύσης έχει αναδείξει ζητήματα περαιτέρω έρευνας, που αφορούν στη γένεση προτύπων ροής τύπου υδραυλικού άλματος (hydraulic jump), οριακής φλέβας (wall jet), και απόρρου (wake), των οποίων η δυναμική είναι παρόμοια σε διάφορα σημεία με αυτή της ροής εντός της ΖΔ. Οι αντίστοιχες πειραματικές προσπάθειες πάνω στο αντικείμενο έχουν αποδώσει ανάλογα συμπεράσματα.

Οι Peregrine and Svendsen (1978) ανέπτυξαν ένα μοντέλο απορροής για τυρβώδη υδραυλικά άλματα, επιχειρηματολογώντας ότι για το κινούμενο με το κύμα σύστημα αναφοράς, η τύρβη διασπείρεται από τον πόδα του μετώπου του θραυόμενου κύματος μέχρι την περιοχή κάτω από την κορυφή του κύματος παρόμοια με την ανάπτυξη απόρρου. Δηλαδή πρότειναν, ότι η ροή κάτω από θραυόμενους κυματισμούς είναι εν μέρει σαν στρώμα ανάμιξης (mixing layer) και εν μέρει σαν απόρρους (wake), πράγμα που υποστηρίζεται από πλειάδα πειραμάτων, τουλάχιστον ποιοτικά. Ένα μοντέλο θραύσης κυματισμών για ρεαλιστικά κυματικά πεδία προτάθηκε από τους Battjes and Janssen (1978), οι οποίοι χρησιμοποίησαν την εξίσωση της διατήρησης της ενέργειας, όμως η απώλεια της κυματικής ενέργειας εντός της ΖΘ αναπαραστάθηκε σε αναλογία με τυρβώδη υδραυλικά άλματα. Ο Svendsen (1984) ανέπτυξε το ευρύτατα χρησιμοποιούμενο μοντέλο του επιφανειακού στροβίλου (ή κυλίνδρου) (surface roller), το οποίο βασίζεται στη λογική ενός προελαύνοντος αντίστροφου υδραυλικού άλματος ή απότομου μετώπου. Ο επιφανειακός στρόβιλος είναι μια διακριτή μάζα νερού με επανακυκλοφορία (recirculation), που κυματοδρομεί (surfing) επί του μετώπου του βασικού κυματισμού, ακριβώς μετά την εκκίνηση της θραύσης. Ο επιφανειακός στρόβιλος έχει μάζα και ορμή, τα οποία λαμβάνονται υπόψη στις κυρίαρχες εξισώσεις. Έχει αποδειχθεί, ότι η συμφωνία μεταξύ θεωρίας και μετρήσεων αναφορικά με τη μέση κυματογενή ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας ήταν πιο αξιόλογη για το εν λόγω μοντέλο, παρά για τις κλασικές προσεγγίσεις π.χ. με δείκτη θραύσης (παρουσιάζονται παρακάτω). Τα παραπάνω αποτελούν τις πιο απλουστευμένες προσεγγίσεις για τις κυματογενείς συνεκτικές δομές υπό καθεστώς θραύσης. Αυτή η οπτική του φαινομένου

οδηγεί στη θεώρηση ενός τυρβώδους στρώματος, όπου η τύρβη παράγεται στο μπροστινό χείλος του κύματος (ουσιαστικά στον πόδα του) από διατμητικές τάσεις λόγω της σχετικής κίνησης μεταξύ του τυρβώδους υδάτινου όγκου κοντά στην επιφάνεια του κύματος και του υδάτινου όγκου επί του οποίου το κύμα διαδίδεται. Η τύρβη, που παράγεται κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια, προελαύνει μαζί με το σώμα του κύματος, και συνεκδοχικά το τυρβώδες στρώμα εξελίσσεται από ροή τύπου στρώματος ανάμιξης (mixing layer) κοντά στο κατάντη μέτωπο σε ροή τύπου απόρρου (wake), λόγω της οποίας το περισσότερο μέρος της τυρβώδους κινητικής ενέργειας σκεδάζεται. Οπότε ο τυρβώδης χαρακτήρας της ροής, για ένα θραυόμενο κύμα, πηγάζει από μια περιοχή όπου η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας μεταβάλλεται απότομα (πόδας κύματος), με ταυτόχρονη απότομη μεταβολή και του μεγέθους της ταχύτητας εκεί. Η ουσιαστικά ασυνεχής κλίση της ελεύθερης επιφάνειας, παρουσία της αποκόλλησης ή του διαχωρισμού της ροής (flow separation) κάτω από αυτή, αποτελεί μια πηγή στροβιλότητας που δημιουργεί διακριτές περιοχές έντονης εμφάνισής της σε διαχωρισμένα στρώματα ανάμιξης και στοιβάδες διάτμησης (shear layers).



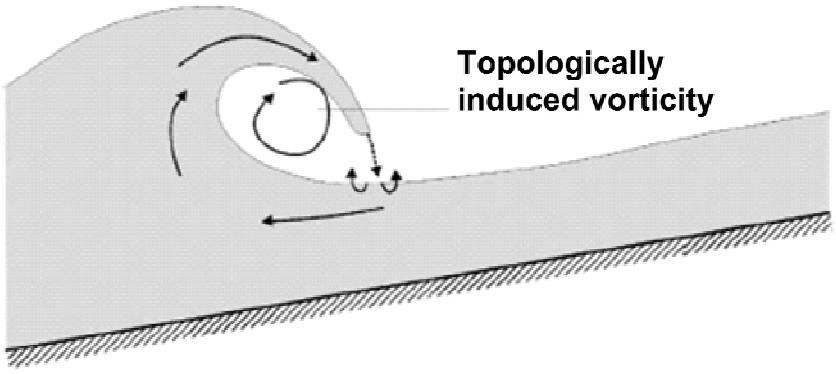
Εικ. 5. Σχηματική αναπαράσταση των οριζοντίων δινών κατά τη θραύση των κυματισμών και των λοξά καταδυόμενων δινών ανάντη του θραυόμενου κύματος. Το βέλος δείχνει την κατεύθυνση διάδοσης του κυματισμού. (Πηγή: Nadaoka, 1989)

Πιο πολύπλοκες στροβιλώδεις δομές κάτω από θραυόμενους κυματισμούς αναλύθηκαν από τους Nadaoka (1986) και Nadaoka et al. (1989). Αυτοί εντόπισαν την ύπαρξη πολλαπλών οριζοντίων στροβίλων (plural horizontal vortices) ακριβώς μετά τη θραύση, συμπληρώνοντας την εννοιολογική προσέγγιση του μοναδιαίου επιφανειακού στροβίλου του Svendsen. Αυτοί οι στρόβιλοι είναι παράλληλοι στο κυματικό μέτωπο και καταχρηστικά έχουν 2D χαρακτηριστικά με παρόμοια ανάπτυξη κατά την *κμα* οριζόντια διεύθυνση, ενώ μετασχηματίζονται σε 3D λοξά καταδυόμενες δίνες (obliquely

descending eddies, ODE) ευθυγραμμισμένες προς τον κύριο άξονα παραμόρφωσης της ταχύτητας. Συγκεκριμένα, οι Nadaoka et al. (1989) έδειξαν ότι κατά τη θραύση των κυματισμών και μετά το πέρας του θραυόμενου κυματικού μετώπου, παράγονται 3D στροβιλώδεις δομές (οι ODE), που είναι ουσιαστικά στροβιλώδεις σχηματισμοί, με επικλινή άξονα περιστροφής, και παραμένουν ευσταθείς στα ανάντη του σχηματιζόμενου επιφανειακού στροβίλου. Γρήγορα διασπόνται σε δίνες οι οποίες καταδύονται στον πυθμένα τραβώντας μαζί τους φυσαλίδες αέρα εγκλωβισμένου στη στήλη του νερού. Στην Εικ. 5 αναπαρίστανται γραφικά οι εν λόγω χαρακτηριστικές δομές. Ο ακριβής ρόλος των δινών στις παράκτιες διεργασίες ανάμιξης (μάζας και ορμής), αλλά και ο μηχανισμός γένεσής τους ως υπολειμματικές κατακόρυφες δομές, από τις περιδινήσεις των στροβίλων με οριζόντιο άξονα (στροβιλώδεις δομές εντός του επιφανειακού κυλίνδρου) κατά τη θραύση, είναι ακόμα άγνωστα. Παρ' όλα αυτά, οι Nadaoka et al. (1988) παρατήρησαν ανάλογες δίνες στο πραγματικό πεδίο, και έδειξαν ότι είναι πολύ σημαντικοί παράγοντες στην αιώρηση πυθμενικού ιζήματος, καθώς οι φυσαλίδες, που εγκλωβίζονται εντός τους, παρέχουν την κατάλληλη άνωση για τη δημιουργία ανάδυσης του ιζήματος μετά το πέρασμα του κύματος. Δυνητικά αυτή η δεύτερη οικογένεια δινών μπορεί να επεξηγηθεί με την υιοθέτηση ενός μοντέλου καταβιβασμού ενέργειας (energy cascade model), με τους μακροσκοπικούς στροβίλους που έχουν άξονες παράλληλους στους άξονες παραμόρφωσης να είναι οι πιο ενεργοί στην εξαγωγή ενέργειας από τη μέση ροή. Οι Yeh and Mok (1990) και πολλοί άλλοι συγγραφείς έχουν προτείνει ομοιότητες μεταξύ του προελαύνοντος μετώπου μετά τη θραύση και του υδραυλικού άλματος. Παρά ταύτα, υπάρχουν διαφορές μεταξύ των δύο υδροδυναμικών πεδίων, εξαιτίας των διαφορετικών οριακών συνθηκών. Μετά την εφαρμογή Γαλιλαϊϊκών μετασχηματισμών ώστε ο παρατηρητής να ακολουθεί την κίνηση του θραυόμενου μετώπου, ο πυθμένας είναι σαν να κινείται με τη φασική ταχύτητα που διαδίδεται το μέτωπο της θραύσης, ενώ είναι ακίνητος στην περίπτωση υδραυλικού άλματος.

Σε γενικές γραμμές μπορεί να ειπωθεί ότι το κατακόρυφο προφίλ ταχυτήτων σε ένα υδραυλικό άλμα μοιάζει με αυτό της οριακής φλέβας, ενώ σε ένα τυρβώδες μέτωπο θραύσης μοιάζει με απόρρου. Στο υδραυλικό άλμα η στροβιλότητα κατά μήκος του κάτω στερεού ορίου (πυθμένα) μειώνεται όσο το βάθος του νερού αυξάνεται, ενώ στην περίπτωση του μετώπου αυξάνεται και έχει αντίθετη φορά περιστροφής. Το υδραυλικό άλμα έχει ένα σταθερό μοναδιαίο επιφανειακό στρόβιλο, ενώ στο μέτωπο μετά τη θραύση ενός κύματος παρουσιάζεται αλληλουχία στροβίλων και 3D οργανωμένων τυρβωδών κινήσεων (Nadaoka et al., 1989). Η οριακή στοιβάδα μπορεί να είναι αμελητέα μπροστά από ένα μέτωπο θραυόμενου κύματος, διαδιδόμενο σε ρευστό εν ηρεμία, ενώ μπορεί να αναπτύσσεται έντονα στο κάτω μέρος υδραυλικού άλματος, σε

σημείο που να προκαλείται αποκόλληση της ροής. Αυτό είναι εξαιρετικά σημαντικό για την εκτίμηση της τριβής στον πυθμένα. Επίσης ο επιφανειακός στρόβιλος ακολουθεί κύκλους «γένεσης – μεταγωγής». Συγκεκριμένα, μόλις εμφανιστεί εκεί που ήταν η κορυφή του κύματος πριν τη θραύση, μεταφέρεται μέσω μεταγωγής πίσω από το κυματικό μέτωπο και κατόπιν μετατρέπεται σε μια τυρβώδη μάζα με ακανόνιστο σχήμα, τύπου κηλίδας (patch), που εξαπλώνεται όσο το βάθος αυξάνεται. Εν τω μεταξύ νέοι επιφανειακοί στρόβιλοι δημιουργούνται στα ανάντη από τους επερχόμενους θραυόμενους κυματισμούς. Στην εγκάρσια διεύθυνση της ροής, ο επιφανειακός στρόβιλος φαίνεται να είναι ανομοιόμορφος πράγμα που δηλώνει τη 3D φύση των τυρβωδών κηλίδων. Στην ενδότερη ΖΘ και τη ΖΔ, τα αλλεπάλληλα μέτωπα που προσεγγίζουν την ακτή συναντούν τα απόνερα που δημιουργεί η υποχωρούσα ροή (backwash flow) προς τα ανοιχτά μετά την κυματική αναρρίχηση. Σε εκείνη τη φάση του φαινομένου, η υπολειπόμενη στροβιλότητα και η παραμένουσα τύρβη, από τα προηγούμενα κύματα, συναντούν τις έντονες δομές που εξελίσσονται στο επερχόμενο μέτωπο θραυόμενου κύματος. Παρ' όλη την ένταση της αλληλεπίδρασης των στιγμιαίων ή επιμενουσών στροβιλωδών δομών, τα τυρβώδη συνεκτικά μορφώματα της ροής γίνονται εμφανή, μετά από κατάλληλη επεξεργασία των δεδομένων. Η υποχώρηση της αναρριχόμενης γλώσσας νερού στην ακτή ονομάζεται και απόπλυση (backwash) και φαίνεται να είναι υπεύθυνη για την εμφάνιση δίδυμων δομών στο ενεργειακό φάσμα της τύρβης, οι οποίες αναπαριστούν δευτερεύουσες πηγές ενέργειας (Petti and Longo, 2001a) όπως σε μεγάλης κλίμακας φαινόμενα, π.χ. ροή σε ποτάμι μετά από κύρτωση του ρου.



Εικ. 6. Τοπολογικά παραγόμενη τύρβη

Πειράματα με εργαστηριακές μετρήσεις μακροσκοπικής τύρβης (Rodriguez et al., 1999) έχουν δείξει ότι στο ενδιάμεσο της ΖΘ η ανισοτροπική τύρβη παίρνει τη μορφή επίπεδου απόρρου σχεδόν ομοιόμορφη κατά μήκος της κατακόρυφου. Επιπρόσθετα, ο ρυθμός μεταβολής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας (ΤΚΕ) μειώνεται καθώς

αυξάνεται το μέγεθος του μοναδιαίου ιζήματος στην κοκκομετρική διαβάθμιση. Η ΤΚΕ μεταφέρεται προς τα ανοιχτά για θραυόμενα κύματα με σχετικά μεγάλες τιμές καμπυλότητας και προς την ακτή για σχετικά μικρές τιμές *H/L* (Ting and Kirby, 1994) για αδιαπέρατο πυθμένα. Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι θραυόμενοι κυματισμοί εξελίσσονται εντός της ΖΘ και προελαύνουν στην ενδότερη ΖΘ, εν είδη τυρβώδους μετώπου (παρόμοιου με υδραυλικό άλμα), φτάνοντας το όριο της ακτής στη ΖΔ. Στην περίπτωση της θραύσης επί της ακτογραμμής ή κοντά σε αυτήν, η ενδότερη ΖΘ είναι απούσα. Οι Tallent et al. (1989) κατέγραψαν, με τη χρήση βίντεο υψίσυχνων καρέ, τη γεωμετρία θραυόμενων μοναχικών αλλά και περιοδικών κυμάτων σε πολύ ρηχά νερά με τμηματική αποτύπωση των παφλασμών στην ακτή. Η μέση κλίμακα μήκους των τυρβωδών δινών κυμαίνεται μεταξύ 0.8 και 0.5 φορές το θραυόμενο ύψος κύματος, λ_t=0.5~0.8H_b. Κατόπιν της θραύσης, τα κύματα και οι στροβιλώδεις δομές, δηλ. ουσιαστικά η δυναμική και η περιστροφική συνιστώσα του πεδίου ροής, αλληλεπιδρούν στενά μέσω έντονης ανάμιξης. Στην περίπτωση των θραυόμενων κυματισμών με ανατρεπόμενη κορυφή (τύπου κατάδυσης· αναλύονται παρακάτω), η στροβιλότητα είναι τοπολογικά επιφερόμενη, λόγω της παρουσίας κυλινδρικών αέριων μαζών που εγκλωβίζονται σε κοιλότητες τύπου σπηλαίωσης (Hornung et al., 1995), όπως φαίνεται στην Εικ. 6. Ο Yeh (1991) υποστήριξε ότι ο μηχανισμός γένεσης της στροβιλότητας στην ελεύθερη επιφάνεια είναι η βαροκλινική στροφορμή, λόγω της ύπαρξης μιας μη παράλληλης κλίσης πίεσης και πυκνότητας μπροστά από ένα κινούμενο μέτωπο θραυόμενου κύματος. Με βάση τον Longuet-Higgins (1992), η στροβιλότητα παράγεται στην ελεύθερη επιφάνεια με ένταση ανάλογη της εφαπτόμενης ταχύτητας και τοπικής κυρτότητας. Η αύξηση της καμπυλότητας του κύματος (όσο προσεγγίζει ρηχότερα νερά) προκαλεί με φυσικό τρόπο μεγάλη κυρτότητα και συνεκδοχικά έντονη στροβιλότητα.

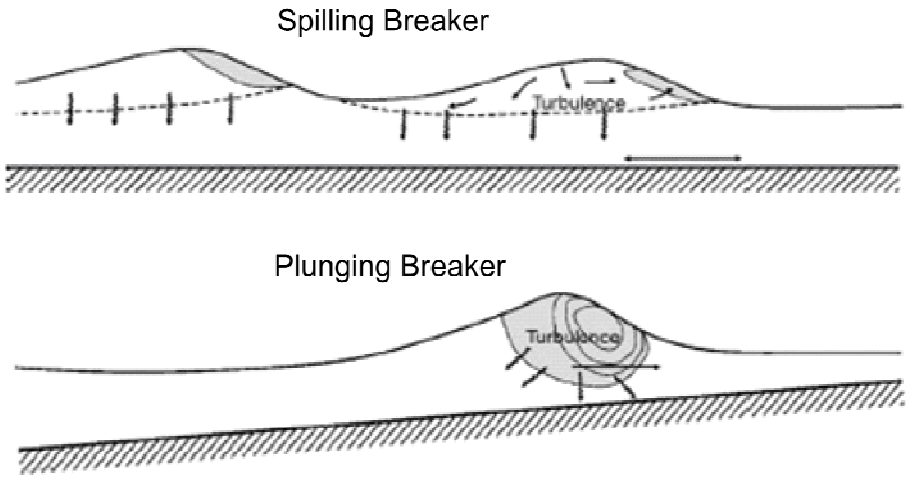
Η ροή της στροβιλότητας στο υδροδυναμικό πεδίο της θραύσης των κυματισμών βασίζεται κυρίως στην επίδραση των τάσεων συνεκτικότητας. Στην αρχή το επιφανειακό στρώμα του ρευστού επιταχύνεται και μέσω διατμητικών εφαπτομενικών τάσεων μεταδίδει την περίσσεια ορμής στη στήλη του νερού. Μετά τη θραύση το στρώμα νερού στην επιφάνεια επιβραδύνεται σε σχέση με το ρευστό από κάτω του, δημιουργώντας έτσι μια απότομη κλίση ταχυτήτων η οποία εξελίσσεται σε στρώμα διάτμησης (shear layer) στο κατακόρυφο επίπεδο και μεταφέρει τη στροβιλότητα κατάντη. Η παρουσία αυτών των κατακόρυφων στροβίλων, τυχαίων σε αριθμό και χρόνο εμφάνισης, αναφέρεται και από τους Chang and Liu (1998). Η ανάλυση της επίδρασης της στροβιλότητας στη μεταφορά μάζας δείχνει ότι η στροβιλότητα προκαλεί καθαρή ροή προς την ακτή ακριβώς κάτω από την κορυφή, επιπρόσθετα προς τη μέση ροή λόγω του δυναμικού του πεδίου ροής, που ονομάζεται ρεύμα Stokes (Stokes drift).

Επιπρόσθετα, η μεταφορά ορμής αυξάνεται στην περιοχή, όπου η στροβιλότητα είναι υψηλή και το προφίλ του κύματος είναι ηπιότερο από την αντίστοιχη συνιστώσα του προφίλ του αστρόβιλου πεδίου.

Ο διαχωρισμός της τύρβης από τη μεσοσταθμισμένη ροή και λοιπές οργανωμένες κινήσεις στις μη μόνιμες ροές είναι ακόμα υπό μελέτη και διάφορες μέθοδοι έχουν χρησιμοποιηθεί και συζητηθεί ευρέως. Ο κλασικός τελεστής μεσοστάθμισης (averaging operator) για περιοδικές ροές είναι ο φασικός μέσος (phase average), όμως η εφαρμογή του σε (περιοδικούς) κυματισμούς μπορεί να δώσει μεγάλα σφάλματα στην εκτίμηση του κυματικού προφίλ (Petti and Longo, 2001b). Πιο κατάλληλες τεχνικές μπορεί να είναι:

α) η χρονική μεσοστάθμιση μεταβλητού διαστήματος (Variable Interval Time Averaging) όπου ο φασικός μέσος τροποποιείται με την εισαγωγή εναύσματος από ένα συμβάν αναφοράς σημαντικού για το εξεταζόμενο φαινόμενο,

β) η τεχνική του κινούμενου μέσου (Moving Average) η οποία επικεντρώνει τη μεσοστάθμιση σε συνεχείς διακριτές χρονικές περιόδους.



Εικ. 7. Μακροσκοπικό πεδίο τύρβης κάτω από θραυόμενους κυματισμούς διαφορετικού τύπου (άνω: τύπος υπερχείλισης, κάτω: τύπος κατάδυσης).

Οι Ting and Kirby (1995, 1996) διεξήγαγαν σειρά πειραμάτων, και κυρίως ξεκαθάρισαν τη διαφορά του τυρβώδους καθεστώτος μεταξύ διαφορετικών τύπων θραυόμενων κυματισμών, υπερχείλισης και κατάδυσης (αναλύονται παρακάτω). Για την πρώτη περίπτωση ο χρόνος μεταβολής της τύρβης είναι μεγαλύτερος, ενώ για το δεύτερο τύπο οι τυρβώδεις δομές εξασθενούν μεταξύ δύο διαδοχικών θραυόμενων κυματισμών. Η ΤΚΕ διαχέεται προς την ακτή για τους θραυόμενους κυματισμούς τύπου υπερχείλισης, και για τη θραύση τύπου κατάδυσης μετάγεται προς τα ανοιχτά μέσω οργανωμένων κυματογενών προτύπων ροής. Για τις συνθήκες αυτές, εντόπισαν μια

κλίμακα τυρβωδών ταχυτήτων της τάξης 1/10~1/5 της φασικής ταχύτητας του κύματος *c*. Υποθέτοντας ότι η ολοκληρωματική κλίμακα μήκους είναι ένα κλάσμα του τοπικού βάθους *d* (δηλ. λ_{ti}=0.5~1·*d*), μια χονδροειδής εκτίμηση της χρονικής κλίμακας της μακροσκοπικής τύρβης και των μακροσκοπικών στροβίλων υπολογίστηκε ως t_λ≈0.25-10*d/c*. Αυτή η προσέγγιση είναι συνεπής με πλειάδα εργαστηριακών πειραμάτων. Επίσης οι Ting and Kirby (1994, 1995) βρήκαν, ότι κάτω από θραυόμενους κυματισμούς τύπου υπερχείλισης η τύρβη και το επιπυθμένιο ρεύμα επιστροφής ή αντίρρευμα (undertow) μεταβάλλονται κατά την κατακόρυφο πιο έντονα από ότι κάτω από θραυόμενους κυματισμούς τύπου κατάδυσης. Για τους τελευταίους, η στήλη του νερού κορέννυται με τύρβη σε χρονική κλίμακα κατακόρυφης διάχυσης ίση με t_v=2*T*·(*d*/*L*)/(*H*/*d*). Σχηματικά οι ποιοτικές διαφορές του τυρβώδους υδροδυναμικού πεδίου κάτω από διαφορετικές περιπτώσεις θραύσης φαίνονται στην Εικ. 7. Άλλες πειραματικές προσπάθειες έχουν καταδείξει ότι η φυσική ολοκληρωματική κλίμακα μήκους της τύρβης είναι σε τιμή κοντά σε αυτή του βάθους του νερού. Σύμφωνα με τους Cox et al. (1994), η ολοκληρωματική κλίμακα μήκους αυξάνεται από την περιοχή της έναρξης της θραύσης προς την ενδότερη ΖΘ από 0.04*d* σε 0.18*d* (όπου το *d* δεν είναι σταθερό, αλλά είναι το τοπικό βάθος). Μεγαλύτερες τιμές από αυτές μπορεί να προσεγγιστούν στο πεδίο (όχι στο εργαστήριο), δηλ. ως και 0.43*d* εντός της ΖΔ (Flick and George, 1990). Οι Petti and Longo (2001b) εξέτασαν πειραματικά θραυόμενους κυματισμούς τύπου κατάδυσης και κατάρρευσης, υιοθετώντας μια χρονική συσχέτιση και την υπόθεση Taylor για την «παγωμένη» τύρβη και εντόπισαν οριζόντιες μακροκλίμακες μήκους της τύρβης εντός της ΖΔ περίπου 1.5d_{max} (όπου d_{max} είναι το μέγιστο τοπικό βάθος νερού, υποτιθέμενο ως ικανή κλίμακα), οι οποίες μειώνονται στα ανάντη της ροής.

Επιπρόσθετα στην παράθεση αναλογιών με γνωστές τυρβώδεις ροές, πολλές από τις πειραματικές έρευνες έχουν καταπιαστεί με τη μέτρηση της αναλυτικής δομής του τυρβώδους υδροδυναμικού πεδίου κάτω από θραυόμενους κυματισμούς. Όμως οι μετρήσεις με τη μέθοδο Laser Doppler Anemometry/Velocimetry (LDA/LDV) κυρίως αφορούν σε όργανα ή μεμβράνες τοποθετημένα σε 2D συστοιχίες, με ελάχιστες προσπάθειες για την αποτύπωση των 3D συνιστωσών της ταχύτητας. Οι 3D εργαστηριακές μετρήσεις είναι πράγματι σπάνιες και ως επί το πλείστον, η καθολική ΤΚΕ συνάγεται από μετρήσεις μόνο των δύο κυρίαρχων συνιστωσών της ροής (οριζόντια κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και κατακόρυφη). Ο Svendsen (1987) συνιστά ότι η πραγματική ΤΚΕ είναι από 30% ως 50% μεγαλύτερη από τις υπολογισμένες τιμές λόγω των δύο κυρίων συνιστωσών των τυρβωδών ταχυτήτων (33% στην περίπτωση της ισοτροπικής τύρβης). Ο Hussain (1986) εξέτασε τις τυρβώδεις συνεκτικές δομές και κατέληξε στο ότι ο πιο κρίσιμος παράγοντας στην

ανάλυση είναι η στροβιλότητα (vorticity) *ω* και τα συνεκτικά μορφώματά της. Για την ποσοτικοποίηση τους, πρότεινε μια συνδυασμένη τεχνική φασικής ευθυγράμμισης (phase-aligning) και δειγματικής μεσοστάθμισης (ensemble-averaging). Επιπρόσθετα έθιξε νέα ζητήματα (για εποχή διεξαγωγής της έρευνάς του), όπως η ελικότητα (helicity) και η μοναδικότητα που προσδίδει στα χαρακτηριστικά των συνεκτικών δομών.

Αναφορικά με την ικανότητα των διαφόρων τύπων υπολογιστικών μοντέλων να προσομοιώσουν τις συνεκτικές δομές, μπορούμε να πούμε ότι οι στατιστικές προσεγγίσεις τύπου Reynolds Averaged Equations (RANS) δε μπορούν να προβλέψουν τις τυρβώδεις συνεκτικές δομές που χαρακτηρίζουν τη ροή και καθορίζουν τη στερεομεταφορά (sediment transport) σε ανοιχτούς αγωγούς και κανάλια (Yue et al., 2005). Αντίθετα οι προσεγγίσεις τύπου Large Eddy Simulations (LES) αποδίδουν πολύ καλά σε αυτόν τον τομέα (Rodi et al., 2013), παρ' όλο το γεγονός ότι σε μεγάλες χωρικές κλίμακες η (μακροσκοπική) τύρβη είναι πάντοτε ανισοτροπική. Η τύρβη είναι ένα φαινόμενο με πολλαπλές κλίμακες να συμμετέχουν στις σχετιζόμενες με αυτό διεργασίες, με την αναλογία των μέγιστων προς τις ελάχιστες χωρικές κλίμακες να φθάνει τις τιμές $\lambda_{max}/\lambda_{min}=10^5\sim10^6$. Το θεμελιώδες πρόβλημα είναι η κατανόηση του πώς οι ποσότητες μεγάλης κλίμακας, όπως η ενέργεια, μεταφέρονται κατά μήκος του συνολικού εύρους κλιμάκων (range of scales) προς τα μικρότερα δυνατά παρατηρήσιμα μήκη τυρβώδους κλίμακας, όπου και σκεδάζονται από τη φυσική επίδραση της κινηματικής συνεκτικότητας του ρευστού. Το γενικά αποδεκτό μοντέλο είναι ο καταβιβασμός κλίμακας του Richardson (1920), που αναφέρει ότι οι δίνες δεδομένου μεγέθους αλληλεπιδρούν μόνο με αυτές με παρόμοιο μέγεθος (ελαφρά μεγαλύτερο ή και μικρότερο). Κάθε αλληλεπίδραση μεταξύ στροβιλωδών κινήσεων διαφορετικών μεγεθών λαμβάνει χώρα μέσω αλληλουχίας τέτοιων μικρών βημάτων καταβιβασμού. Γίνεται ξεκάθαρο ότι ακόμα και αν οι υποκείμενες εξισώσεις είναι ντετερμινιστικού τύπου, ένα τόσο πολύπλοκο φαινόμενο πρέπει να έχει ορισμένα στοιχεία, που μπορούν να οριστούν ως τυχαία ή στοχαστικά. Ο Kolmogorov (1941) υπέθεσε ότι οι διεργασίες της τύρβης είναι τόσο σύνθετες για όλες τις περιπτώσεις δινών, ώστε αυτές να χάνουν ολόκληρη τη «μνήμη» του προηγούμενου ιστορικού τους, και οι ιδιότητές τους μετά από κάθε βήμα καταβιβασμού να μπορούν να περιγραφούν από καθαρά τυχαίες κατανομές. Στο αδρανειακό εύρος του φάσματος των κλιμάκων οι δίνες είναι πολύ μεγάλες για να επηρεάζονται από τη συνεκτικότητα του ρευστού, και πολύ μικρές για να διατηρούν τις επιδράσεις των ανομοιογενειών μεγάλης κλίμακας. Οι εξισώσεις Navier-Stokes είναι αναλλοίωτες σε μετασχηματισμούς κλίμακας σε αυτό το εύρος χωροχρονικών κλιμάκων της τύρβης, και συνεπώς οι κατανομές πιθανότητας π.χ. των διακυμάνσεων της ταχύτητας, μέσα σε μια δίνη, εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος της δίνης.

1.1.5. Ο διαλείπων χαρακτήρας της τύρβης για παράκτιους κυματισμούς

Ένα φαινόμενο, που εξετάζεται τελευταίο κατά σειρά στην παρούσα εργασία, αλλά με ιδιαίτερη σημασία για την ανάλυση της τύρβης και των ροϊκών προτύπων αυτής κάτω από θραυόμενα κύματα, είναι αυτό της διαλειπτότητας (intermittency). Αυτή οφείλεται σε ακραίες εξάρσεις των υδροδυναμικών μεγεθών, π.χ. της ταχύτητας, οι οποίες λαμβάνουν χώρα συχνότερα από ότι αναμένεται με βάση τη θεώρηση στατιστικής κατανομής Gauss για το φαινόμενο (Εικ. 8). Πιστεύεται, ότι αυτές οι εξάρσεις στις ταχύτητες προκαλούνται από έντονα συμβάντα συγκεντρωμένης στροβιλότητας, τους επονομαζόμενους «τένοντες τύρβης» (sinews of turbulence). Η διαλειπτότητα είναι η ύπαρξη έντονων τυρβωδών συμβάντων που προκαλούν έντονες μη Gauss-ιανές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (probability density functions, PDF) για τις τυρβώδεις συνιστώσες των ταχυτήτων. Παρ' όλο που φαίνεται λογικό, πρέπει να τονιστεί ότι το μεγαλύτερο μέρος των διαλειπουσών τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας είναι δυναμικά αδόμητο (dynamically unstructured). Μολαταύτα οι διαλείπουσες δομές της τύρβης που φέρουν τη σφραγίδα της διατμητικής συμπεριφοράς της ροής είναι περισσότερο συγκεντρωμένες στην αριστερή (θετική) ουρά των PDF (σε διλογαριθμικό διάγραμμα του φάσματος), ενώ οι μικρής κλίμακας δομές είναι παρόμοιες με αυτές που συναντώνται στην ομογενή και ισοτροπική τύρβη.



Εικ. 8. Διαλείπον σήμα μετρημένης ταχύτητας με φίλτρο διάβασης υψίσυχνων αρμονικών $V_\Omega(t)$. (Πηγή: Frisch, 1985)

Η εγγενής διαλειπτότητα της διατμητικής τύρβης μπορεί να αποτυπωθεί μόνο από πολυ-σημειακές μετρήσεις (Staicu, 2002). Έτσι, τρέχον ζήτημα στην έρευνα του φαινομένου αποτελεί ο καθορισμός αξιόπιστων μεθόδων και εργαλείων εντοπισμού τέτοιων συμβάντων. Η ποσοτικοποίηση της διαλειπτότητας της τύρβης αφορά ουσιαστικά σε μετρήσεις των στατιστικών ιδιοτήτων του υδροδυναμικού πεδίου των ταχυτήτων. Τα προβλήματα όμως που πρέπει να αντιμετωπιστούν σε αυτήν την προσπάθεια είναι γεωμετρικής και τοπολογικής φύσης, αλλά και άπτονται της

καταλληλότητας της τεχνικής δειγματοληψίας. Για παράδειγμα, προχωρημένα πειράματα, με πολύ μεγάλη χωρική ανάλυση στις μετρήσεις της τύρβης, υπέδειξαν την ύπαρξη βίαιων σπάνιων συμβάντων, συχνά αναφερόμενων ως «σκουλήκια» (worms). Αυτά υποτίθεται ότι είναι νηματώδη κάθετα αντικείμενα (filamentary vertical objects) που περιέχουν μεγάλη συγκέντρωση στροβιλότητας σε μια τάξη κλίμακας κοντά στο εύρος απόσβεσης. Συνεπώς η διαφορά της τυρβώδους συνιστώσας της ταχύτητας κατά μήκος αυτών των αντικειμένων αποτελεί μεγάλο τμήμα της μέσης ταχύτητας της ροής. Φυσιολογικά ένα ερώτημα που προκύπτει είναι σε ποιο βαθμό αυτά τα συμβάντα συμβάλλουν στη διαλειπτότητα και όπως λέγεται στην ανώμαλη κλιμάκωση (anomalous scaling) του φάσματος. Με όχι αυστηρό τρόπο μπορούμε να πούμε, ότι η διαλειπτότητα χαρακτηρίζεται από μεγάλες βαθμίδες ταχύτητας (velocity gradients), το οποίο αντανακλάται στις έντονες μη Gauss-ιανές ουρές των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας των εν λόγω διαφορών. Οι παρατηρούμενες ουρές στο φάσμα της τύρβης καθορίζεται από ακραία συμβάντα, όμως η συσχέτιση με την ανώμαλη κλιμάκωση παραμένει αναπάντητη. Σχετικά με το τελευταίο, είναι γνωστό ότι οι τιμές των εκθετών κλίμακας (scaling exponents) για την αδρανειακή περιοχή του φάσματος της τύρβης είναι της κλασματικής μορφής $\zeta_p=p/3$. Η τιμή $p=2$ δίνει την έκφραση του κλασικού νόμου κλίμακας για το ενεργειακό φάσμα. Για τιμές εκθετών μεγαλύτερης κλίμακας, π.χ. $p\geq4$, είναι γνωστό ότι το φάσμα αποκλίνει από την πρόβλεψη Kolmogorov για τη διαστατική ανάλυση του φαινομένου που ορίζει το $\zeta_p<p/3$. Αυτές οι αποκλίσεις από τις παραπάνω τιμές ορίζονται ως ανώμαλη κλιμάκωση (anomalous scaling) και υπονοούν, ότι η μορφή των κατανομών πιθανότητας των διακυμάνσεων της ταχύτητας ποικίλλουν μέσα στο αδρανειακό εύρος του φάσματος. Η διαφοροποίησή τους είναι τέτοια, που προκαλεί τη μείωση της κλίμακας όσο πλησιάζουμε προς το εύρος απόσβεσης, με ταυτόχρονη εμφάνιση έντονων «ουρών» (tails). Ουσιαστικά αυτό το φαινόμενο ονομάζεται διαλειπτότητα και η ανώμαλη κλιμάκωση δεν είναι παρά ένα μέτρο αποτύπωσής της. Προφανώς οι υψηλότερης τάξης εκθέτες είναι δείγμα τονισμού των ολοένα αυξανόμενων εξάρσεων στις τυρβώδεις διακυμάνσεις των ταχυτήτων. Συνεκδοχικά η διαλειπτότητα μπορεί να θεωρηθεί και ως «σπασμένη συμμετρία» με όρους πιο προχωρημένων μαθηματικών από ό,τι χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία, από το χώρο των Δυναμικών Συστημάτων και της Θεωρίας του Χάους. Η συνεχής βελτίωση των πειραμάτων σε σχέση με τη διαλειπτότητα καταδεικνύει, ότι απαιτείται μια περιγραφή της τύρβης πέραν της διατύπωσης Kolmogorov για την παρατηρούμενη αυτό-ομοιότητα στο φαινόμενο, η οποία κυριάρχησε στην έρευνα πάνω στο αντικείμενο για πάνω από μισό αιώνα. Η εξήγηση των μηχανισμών πίσω από τη διαλειπτότητα και συγκεκριμένα των εκθετών ανώμαλης κλιμάκωσης είναι το κλειδί πίσω από αυτήν την προσπάθεια. Η διαλειπτότητα πιστοποιήθηκε από τους

Batchelor and Townsend (1949), όμως ακόμα δεν έχει εξηγηθεί η προέλευσή της συστηματικά, παρ' όλο που δεν είναι σύμφωνη με τη βασική θεωρία του Kolmogorov (1941) για την τύρβη.

Το φιλτράρισμα των σημάτων των τυρβωδών μεγεθών με φίλτρα διάβασης υψίσυχνων αρμονικών (high-pass filter) υποδεικνύει, ότι η υδροδυναμική υπόσταση των μικρών κλιμάκων είναι διαλείπουσα και συνήθως στις μη μόνιμες ροές, όπως η θραύση των κυματισμών, έρχεται με εκσπάσεις (bursts). Αυτό είναι καταφανές από τις πειραματικές προσπάθειες των τελευταίων ετών για το αδρανειακό εύρος του φάσματος και ακόμα περισσότερο για το εύρος απόσβεσης κατά Kolmogorov. Όμως η παρατήρηση της διαλειπτότητας πάει πολύ παραπέρα από αυτή την ιδιάζουσα συμπεριφορά και υπονοεί ότι οι έντονες βαθμίδες γίνονται πιο συχνές όσο ο αριθμός *Re* αυξάνεται, ακόμα και για τις μετρούμενες τιμές τετραγωνικού μέσου για τις τυρβώδεις συνιστώσες των ταχυτήτων u'_{rms}, v'_{rms} και w'_{rms}. Επίσης η έννοια της διαλειπτότητας δεν περιορίζεται μόνο στις έντονες βαθμίδες των τυρβωδών ταχυτήτων και του ενεργειακού τους φάσματος, αλλά και στα ιδιαίτερα στατιστικά χαρακτηριστικά του σήματος των τυρβωδών μεγεθών, τα οποία εντοπίζονται μέσω ανάλυσης των εξαρτημένων πιθανοτήτων μεταξύ αυτών των μεγεθών.

Η διαλείπουσα τύρβη σχετίζεται και με τις συνεκτικές τυρβώδεις δομές της ροής υπό εξέταση. Η ύπαρξη των συνεκτικών δομών της τύρβης στα περισσότερα φυσικά πεδία ροής έχει ευρέως καταγραφεί παρατηρησιακά. Έχει συχνά προταθεί η κατηγοριοποίηση τους σε κηλιδοειδείς δομές (spots), έρπουσες δομές (slugs) και θυλακοειδείς (φυσαλιδικές) δομές (puffs), ανάλογα με τα ιδιαίτερα τοπολογικά χαρακτηριστικά τους. Από την άλλη, η διαλειπτότητα δεν είναι παρατηρήσιμη με απλό τρόπο, αφορά δε κυρίως στη συμπεριφορά της ελεύθερης επιφάνειας αλλά και στις λεπτομερείς δομές του υδροδυναμικού πεδίου. Οι τελευταίες είναι ιδιαζόντως ενδιαφέρουσες με πλείστες όσες επιπτώσεις στον καταβιβασμό ενέργειας σε κλίμακες. Το ενδιαφέρον για τις συνεκτικές τυρβώδεις δομές, ειδικά κατά τη θραύση των παράκτιων κυματισμών, παρακινείται από το γεγονός ότι παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο σε ροές με ελεύθερη επιφάνεια, αναφορικά με την παραμόρφωση της τελευταίας και τη στερεομεταφορά. Οι συνεκτικές δομές είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με τη διαλειπτότητα στην τύρβη, της οποίας το βασικό γνώρισμα είναι η τυχαία αλληλουχία διαστημάτων με εμφανείς έντονες τυρβώδεις διακυμάνσεις διακοπτόμενες από πολύ πιο αδύναμες. Η στερεομεταφορά ιζημάτων σε αιώρηση ουσιαστικά εμφανίζεται σε βραχυπρόθεσμα διαλείποντα συμβάντα, με το ίζημα τελικά να μεταφέρεται μακροπρόθεσμα από τη μεσοσταθμισμένη παράκτια ροή, που στην παρούσα εργασία θεωρούνται μόνο τα κυματογενή ρεύματα. Έτσι οι συνεκτικές δομές είναι αυστηρά συσχετιζόμενες με τη διαλείπουσα φύση της τύρβης, η οποία αναμένεται να επηρεάζει

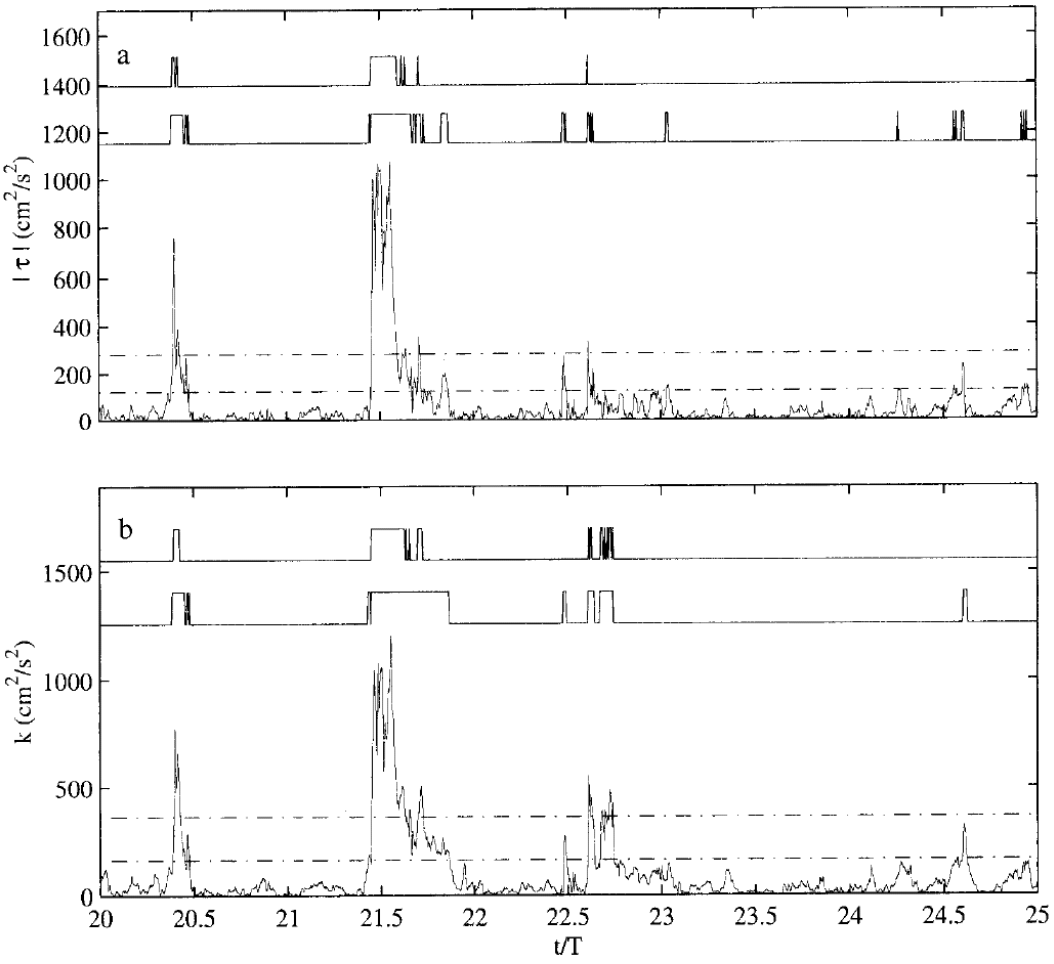
το φάσμα σε όλες τις χωρικές κλίμακες (μήκους δινών). Η παραπάνω εννοιολογική σύλληψη περιλαμβάνει την υπόθεση, ότι η ταχύτητα στο πεδίο ροής είναι σύνθεση τριών επιπέδων ανάλυσης, μιας μεσοσταθμισμένης τιμής, μιας συνεκτικής συνιστώσας, και μιας ξεκάθαρα τυχαίας συνιστώσας. Η τελευταία μόνο θεωρείται ως καθαρή τύρβη, χωρίς μόλυνση ή προσμίξεις από τα υπόλοιπα συνθετικά μέρη της ταχύτητας. Μια (ημι)ντετερμινιστική υπόθεση βρίσκεται πίσω από τον υπολογισμό της μέσης και της συνεκτικής συνιστώσας του διανυσματικού πεδίου της ταχύτητας, και κατάλληλες προσεγγίσεις προσομοίωσης απαιτούνται για το καθαρά τυχαίο μέρισμα των τυρβωδών διακυμάνσεων. Η παραγωγή της τύρβης στις μακροσκοπικές κλίμακες είναι ένα εγγενώς διαλείπον φαινόμενο, όμως και η απόσβεση στις υποτιθέμενα ισοτροπικές μικροκλίμακες φαίνεται επίσης να οργανώνεται σε κηλιδοειδή μορφώματα, αποτυπωμένα τόσο στο χώρο όσο και στο χρόνο, παρά να είναι ομοιογενώς καταμερισμένη στο πεδίο ροής. Οι μετρήσεις των George et al. (1994) επιβεβαιώνουν ότι η ενεργειακή απόσβεση εντός της ΖΘ είναι μια διαλείπουσα διεργασία, η οποία ακολουθεί λογαριθμοκανονικές κατανομές. Η σύνδεση μεταξύ των συνεκτικών δομών και της διαλειπτότητας είναι ένα πολύ σημαντικό ζήτημα στην προσομοίωση της τύρβης. Οι συνεκτικές δομές γεννούν το μεγαλύτερο ποσοστό των τυρβωδών διατμητικών τάσεων, ακόμα και σε πλήρως ομογενείς τυρβώδεις ροές. Η παράβλεψη της παρουσίας ή της επιρροής αυτών των οικογενειών των στροβιλωδών κινήσεων οδηγεί αναπόφευκτα στη φτωχή σε αξία προσκόλληση των κοινών παραδοχών στην Υδροδυναμική, ότι η τυρβώδης συνεκτικότητα μπορεί να υπολογιστεί ως η συμπεριφορά των τυρβωδών τάσεων με όρους βαθμίδων της μέσης στο χρόνο ταχύτητας. Αυτή η τελευταία συνήθης πρακτική, σε πλειάδα αριθμητικών κυματικών μοντέλων και υπολογιστικών προσεγγίσεων για τη ροή σε κυματικά περιβάλλοντα, αφαιρεί μεγάλο και κρίσιμο ποσοστό της απαραίτητης πληροφορίας για τη σύνθεση του πραγματικού πεδίου ταχυτήτων σε κυματογενείς ροές, με αποτέλεσμα την απόλυτη αδυναμία πρόβλεψης και ποσοτικοποίησης π.χ. των κυματογενών κινήσεων των ιζημάτων, από τα κλασικά μοντέλα παράκτιας στερεομεταφοράς.

Για να συσχετιστούν οι δύο έννοιες στην ανάλυση του φαινομένου που ακολουθεί κύρια στο κεφάλαιο 8 (αποτελέσματα τυρβωδών χαρακτηριστικών), αναφορά θα γίνεται σε συνεκτικά ή/και έντονα συμβάντα (events) στο χρόνο και όχι δομές (structures) στο χώρο ή στο χρόνο, όπως όταν εξετάζεται η συνεκτικότητα των τυρβωδών μορφωμάτων εντός της ΖΘ. Αυτή η μέθοδος καθορισμού των διαλειπόντων συμβάντων είναι σε συμφωνία με την κοινή αίσθηση, ότι οι διακυμάνσεις στον τοπικό ρυθμό μεταβολής της απόσβεσης είναι υπεύθυνες για την ανύψωση των ουρών των PDF για τις τυρβώδεις ταχύτητες. Ειδικά όσον αφορά στις προσομοιώσεις του φαινομένου, ενδείκνυται η χρήση μεθόδων της λογικής των μοντέλων LES, τα οποία προσομοιώνουν ρητά την

τύρβη, διαλείπουσας και μη μόνιμης μορφής, λόγω σύρσης στον πυθμένα και δημιουργίας απόρρου εξαιτίας των μεμονωμένων θραυόμενων κυματισμών. Το πλεονέκτημα των μοντέλων LES επί των αντίστοιχων RANS είναι ότι δε βασίζονται σε προϋποτιθέμενες παραμετροποιήσεις στατιστικής φύσης για την τυρβώδη ροή, οι οποίες καταστρέφουν τη φυσική διαλειπτότητά της, παρά σε μοντελοποίηση της σε υποπλεγματική (subgrid) κλίμακα (Suzuki et al., 2010) για τις μικρές στροβιλώδεις κινήσεις.

Σε επίπεδο πειραμάτων, ο Longo (2009) ασχολήθηκε εκτενώς με τη διαλείπουσα τύρβη κάτω από θραυόμενους κυματισμούς και κατέληξε, στο ότι η διαλειπτότητα λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές κοντά στην κορυφή του κύματος για τις μικρότερες δίνες και είναι σχεδόν ομοιόμορφη κατά την κατακόρυφο για τις μεγαλύτερης κλίμακας δίνες. Μεγαλύτερη διαλειπτότητα παρατηρείται κοντά στον πόδα του θραυόμενου κύματος για ενδιάμεσου μεγέθους δίνες. Οι τιμές που υπολόγισε ο Longo (2009) είναι συγκρίσιμες προς τις αντίστοιχες άλλων ερευνητών για διάφορα κλασικά τυρβώδη πεδία ροής. Οι διαφοροποιήσεις των παρατηρήσεων σε περιοχές, που γειτνιάζουν στην περιβάλλουσα της κυματικής κοιλίας (wave trough), πιστοποιούν ότι η διαλειπτότητα είναι χαρακτηριστικό όλης της στήλης του νερού και όλων των περιοχών συχνοτήτων του ενεργειακού φάσματος. Οι υπολογισμένες ισαριθμικές καμπύλες του συντελεστή διαλειπτότητας *I(t)*, δυαδικής φύσης (παίρνει τιμές 0 ή 1), ήταν συνεπείς με ποιοτικές περιγραφές στη μεταφορά της στροβιλότητας, που δίνονται από τον Townsend (1976, σελ. 232). Σύμφωνα με αυτές, η στροβιλότητα εξαπλώνεται μέσω επιφανειών οριοθέτησης από τις κυματικές κορυφές προς τις κοιλίες. Η συνεκτική διάχυση, λόγω των πολύ μικρών δινών, ενισχύεται από την τάνυση και τη συρρίκνωση που προκαλούν οι μεγαλύτεροι στρόβιλοι. Η πιο αποτελεσματική σύζευξη όμως λαμβάνει χώρα μεταξύ δινών συγκρίσιμου μεγέθους. Στις υπολογιστικές μεθόδους προσομοίωσης, αυτή η διεργασία μεταφοράς της τυρβώδους ενέργειας διακόπτεται αν οι δίνες μιας συγκεκριμένης κλίμακας εκλείπουν από την ανάλυση του πεδίου. Στα πειράματά του, η εντονότερη διαλειπτότητα παρατηρήθηκε στην κορυφή του κύματος, όπου η ταχεία παραγωγή της στροβιλότητας σε μέσης ως μεγάλης κλίμακας δίνες (πρακτικά κοντά στο μέγεθος του ύψους κύματος) δεν ακολουθείται άμεσα από διάχυση της επιφάνειας οριοθέτησης, λόγω της έλλειψης δινών με ελαφρώς μεγαλύτερο μέγεθος. Σε σύγκριση με παλαιότερες μελέτες, οι μετρήσεις ανέλυσαν λεπτομερώς τη δομή του πεδίου ροής με ειδική έμφαση στη διαλειπτότητα και ιδιαίτερα τα χαρακτηριστικά του, όπως αυτά μετέχουν στην αλληλεπίδραση στροβιλωδών κινήσεων διαφόρων μεγεθών. Εκτός των άλλων η διαλειπτότητα ορίστηκε σε διακριτές κλίμακες μήκους με τη χρήση του μέτρου τοπικής διαλειπτότητας (Local Intermittency Measure, LIM), το οποίο υπολογίστηκε ως η φυσική βάση των συντελεστών της

θεωρίας ανάλυσης σήματος με κυματιδιακή προσέγγιση (wavelet analysis coefficients). Ο υπολογιζόμενος ρυθμός μεταβολής της διαλειπτότητας αντανακλά τη δυναμική της στροβιλότητας και την ανταλλαγή της σε διάφορες κλίμακες, χωρίς να παίρνει υπόψη τις διατάσεις των στροβιλωδών δομών (vortex stretching), αφού η ανάλυση ήταν 2D και εξέλειπε πληροφορία κατά την εγκάρσια οριζόντια διεύθυνση για τις τυρβώδεις διακυμάνσεις των ταχυτήτων.



Εικ. 9. Διαλείποντα σήματα διατμητικών τάσεων |*τ*| (άνω) και ΤΚΕ *k* (κάτω) στο χρόνο. Εντοπισμός των συνεκτικών (>*μ*+*σ*) και έντονων (>*μ*+3*σ*) συμβάντων της διαλείπουσας τύρβης, όπου *μ* είναι η μέση τιμή και *σ* η τυπική απόκλιση του σήματος. (Πηγή: Cox and Kobayashi, 2000)

Ειδικά για την περίπτωση της θραύσης παράκτιων κυματισμών, άλλες πειραματικές προσπάθειες έχουν δείξει, ότι η απόλυτη διατμητική τάση |*τ*| και η τυρβώδης κινητική ενέργεια *k* παρουσιάζουν διαλείπουσα συμπεριφορά σε αρκετά σημεία των χρονοσειρών τους, όπου οι στιγμιαίες τιμές είναι αρκετές φορές μεγαλύτερες από τις μεσοσταθμισμένες κατά τη φάση (Εικ. 9). Από την άλλη, οι συνεκτικές δομές της

τύρβης εμφανίζονται με το πέρασμα κάθε επόμενου κύματος. Οι μεσοσταθμισμένες κατά τη φάση τιμές της ταχύτητας επιτρέπουν τον υπολογισμό μεγεθών που αναπαριστούν τις συνεκτικές δομές, και επίσης δίνουν τις τυρβώδεις διακυμάνσεις, με την αφαίρεσή τους από τις καταγραμμένες τιμές της ταχύτητας. Σχετικά χαμηλής έντασης τύρβη καταγράφεται στην κοιλία του κύματος, η οποία αυξάνεται με την έλευση της κορυφής του (επιτάχυνση της ροής) και διατηρείται μετά το πέρασμα της κορυφής (επιβράδυνση της ροής). Για την περιοχή εντός της ΖΘ, οι Cox and Kobayashi (1998, 2000) έδειξαν, ότι οι τάσεις και η ΤΚΕ χαρακτηρίζονται από έντονα διαλείποντα συμβάντα, τα οποία δε συμβαίνουν με το πέρασμα κάθε κύματος και τα οποία είναι χονδρικά δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερα από τις μεσοσταθμισμένες κατά τη φάση τιμές. Οι διαλείπουσες αυτές κινήσεις εκτείνονται ως τον πυθμένα και την οριακή στοιβάδα (boundary layer) σε εκείνα τα σημεία. Κοντά στο επίπεδο της κοιλίας, τα διαλείποντα συμβάντα είναι εξαρτώμενα από τη φάση του κύματος, και η έντονες τιμές εντοπίζονται στο τέταρτο τεταρτημόριο του κυματικού κύκλου. Η ανάλυση της έντασης και της διάρκειας των διαλειπόντων συμβάντων (intermittent events) έδειξε, ότι τα συνεκτικά συμβάντα (coherent events), δηλ. τιμές καταγραφής μεγαλύτερες από $\mu+\sigma$, λαμβάνουν χώρα για περίπου 10% της καταγραφής και αντιπροσωπεύουν 50% των τυρβωδών κινήσεων, ενώ τα έντονα συμβάντα (intense events), δηλ. τιμές καταγραφής μεγαλύτερες από $\mu+3\sigma$, λαμβάνουν χώρα για περίπου 2% της καταγραφής και αντιπροσωπεύουν 20% των τυρβωδών κινήσεων (Εικ. 9). Σημειώνεται, ότι μ είναι η μέση τιμή και σ η τυπική απόκλιση του σήματος.

Η συγκεκριμένη στατιστική αποτύπωση δείχνει ξεκάθαρα, ότι τόσο τα έντονα όσο και τα συνεκτικά συμβάντα έξαρσης των χρονοσειρών καταγραφής είναι διαλείποντα (intermittent) και σπάνια (infrequent), όμως συνεισφέρουν εξαιρετικά στο μέγεθος των απολύτων τάσεων και της ΤΚΕ (Cox and Kobayashi, 1998, 2000). Η πρακτική ανάλυση της διαλειπτότητας και της διάρκειας των αντίστοιχων τυρβωδών συμβάντων είναι παρόμοια με τη μέθοδο των Jaffe and Sallenger (1992) για τα αιωρούμενα ιζήματα. Αυτό αποτέλεσε ένα σημαντικό βήμα στο να καταδειχθεί, ότι η στιγμιαία τύρβη ακόμα και για μονοχρωματικούς κυματισμούς κυριαρχείται από διαλείποντα γεγονότα μεγάλης έντασης. Επιπρόσθετα, αυτή η παρατήρηση πιθανώς εξηγεί τις δυσκολίες συσχέτισης των συγκεντρώσεων και των ρυθμών μεταφοράς του ιζήματος σε αιώρηση με τις μεσοσταθμισμένες οριζόντιες συνιστώσες της ταχύτητας. Έγινε χρήση μιας τεχνικής εξαρτημένης δειγματοληψίας (conditional sampling technique) για την ποσοτικοποίηση των διαλειπόντων χαρακτηριστικών των έντονων και συνεκτικών συμβάντων της τύρβης, καθώς οι αναγκαίες μεσοσταθμίσεις του υδροδυναμικού πεδίου αποσβένουν την επιρροή των μεγάλων δινών. Έτσι φαίνεται δυνατή η παραμετροποίηση των διαλειπόντων κινήσεων εντός της ΖΘ. Τα φάσματα των απολύτων τιμών των

διατμητικών τάσεων έδειξαν ότι η βραχύσυχνη (low-frequency) συνιστώσα της κίνησης λόγω των σπάνιων διαλειπόντων συμβάντων είναι μικρή εκτός της ΖΘ, ενώ αυξάνεται λόγω της θραυσιγενούς τύρβης εντός της ΖΘ (Cox and Kobayashi, 1998· 2000).

Οι Yoon and Cox (2013) επέκτειναν την εν λόγω έρευνα και σε μετρήσεις στερεομεταφοράς, εκτός από τις υδροδυναμικές ιδιότητες των θραυόμενων κυμάτων. Βρήκαν επίσης, ότι τα διαλείποντα συμβάντα της τύρβης και η στερεομεταφορά λαμβάνουν χώρα μόνο για μικρή ποσότητα των χρονοσειρών καταγραφής, όμως εμπεριέχουν σημαντικό ποσοστό των τυρβωδών κινήσεων και των συμβάντων πρόκλησης αιώρησης και κίνησης των ιζημάτων. Συγκεκριμένα μόνο το 20~35% των τυρβωδών συμβάντων σχετίζεται με τα συμβάντα αιώρησης ιζήματος, και συνεπώς το μεγαλύτερο μέρος των διαλειπουσών τυρβωδών κινήσεων μπορεί να επιδρούν στην απόσβεση της κυματικής ενέργειας παρά στην αιώρηση ιζήματος. Από την άλλη πλευρά, το 50~65% των συμβάντων αιώρησης ιζήματος σχετίζονται με τυρβώδη συμβάντα, υπονοώντας ότι οι διαλείπουσες τυρβώδεις κινήσεις είναι ένας από τους βασικούς μηχανισμούς για την έναρξη της αιώρησης ιζήματος εντός της ΖΘ. Παρ' όλα αυτά οι διαλείπουσες ιδιότητες της αιώρησης ιζήματος και της στερεομεταφοράς μπορεί να χαθούν από παραδοσιακές πρακτικές στατιστικής διαχείρισης των υδροδυναμικών διεργασιών, όπως η μεσοστάθμιση στο χρόνο, και συνεκδοχικά να επηρεάζεται η κατανόηση του φαινομένου της εγκάρσιας στην ακτή στερεομεταφοράς. Οι Jaffe and Sallenger (1992) έδειξαν, ότι τα μεγάλα (σημαντικά) γεγονότα αιώρησης, τα οποία υπερβαίνουν τη μέση τιμή της χρονοσειράς συν τρεις τυπικές αποκλίσεις αυτής, αντιπροσωπεύουν μόνο το 10% της όλης καταγραφής, όμως αυτά τα γεγονότα αφορούν περίπου στο 15~35% της συγκέντρωσης ιζήματος και καθορίζουν την εγκάρσια στην ακτή στερεομεταφορά. Εκτός της τελευταίας, το σημειακό σήμα της αλληλουχίας των στιγμιαίων ταχυτήτων λόγω της θραύσης είναι επίσης διαλείπον, και εμπεριέχει μεγάλες και συνεκτικές κινήσεις του ρευστού, οι οποίες είναι μερικές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από τα μέσα επίπεδα τύρβης. Μολαταύτα, η συσχέτιση μεταξύ αυτών των βασικών παράκτιων διεργασιών δεν είναι ακόμα απολύτως ξεκάθαρη με όρους στοχαστικών ή άλλων σχέσεων, τύπων, κανόνων και μοντέλων είτε εμπειρικών ή αναλυτικών. Σε γενικές γραμμές, η διαλείπουσα στατιστική της ΤΚΕ και των συγκεντρώσεων ιζήματος κοντά στον πυθμένα υπαινίσσεται, ότι το φαινόμενο είναι γενικευμένο εντός της ΖΘ. Η ομοιομορφία της διαλειπτότητας της ΤΚΕ σε όλη τη στήλη του νερού δείχνει ότι τα περισσότερα έντονα διαλείποντα συμβάντα της τύρβης (π.χ. έντονες στροβιλώδεις κινήσεις, συνεκτικές δίνες) που παράγονται στην επιφάνεια του νερού μεταφέρονται στον πυθμένα με το ίδιο ποσοστό έντονων συμβάντων, μολονότι το κατώφλι της διαλειπτότητας μειώνεται απότομα με το βάθος. Από την άλλη, το κλάσμα της συγκέντρωσης ιζήματος κατά τη διάρκεια έντονων συμβάντων είναι

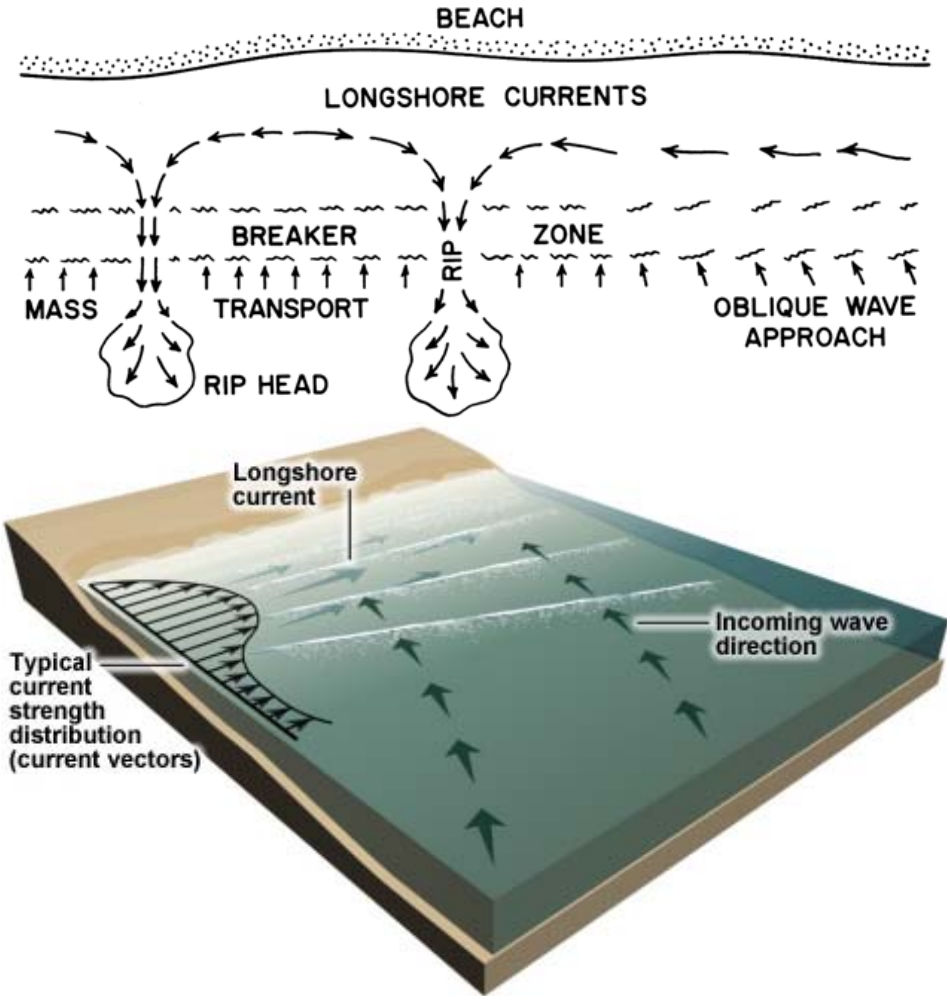
παρόμοιο με το αντίστοιχο κλάσμα των έντονων τυρβωδών συμβάντων. Η συνεισφορά των έντονων καταστάσεων αιώρησης στο σύνολο της μετρημένης συγκέντρωσης ιζήματος λόγω στερεομεταφοράς, αντίθετα με ό,τι ισχύει για την ΤΚΕ, παρουσιάζει μεγαλύτερη μεταβολή με το βάθος και τις μέγιστες τιμές κοντά στον πυθμένα. Μια ακριβής ποσοτική εκτίμηση της στερεομεταφοράς, η οποία υφίσταται διαλείπουσα αιώρηση, μπορεί να επιτευχθεί με την κατανόηση της στατιστικής κατανομής των αντίστοιχων συμβάντων. Η παρόμοια διαλείπουσα συμπεριφορά της ΤΚΕ και της συγκέντρωσης του ιζήματος κοντά στον πυθμένα υπονοεί, ότι η τύρβη και η στερεομεταφορά μπορούν να χαρακτηρίζονται ως συζυγώς αυτο-όμοιες διαλείπουσες διεργασίες, με όρους Δυναμικών Συστημάτων, εντός της ΖΘ. Όλες οι παραπάνω παρατηρήσεις και παραδοχές έχουν παρουσιαστεί από τους Yoon and Cox (2013).

1.1.6. Κυματογενή φαινόμενα στην παράκτια ζώνη

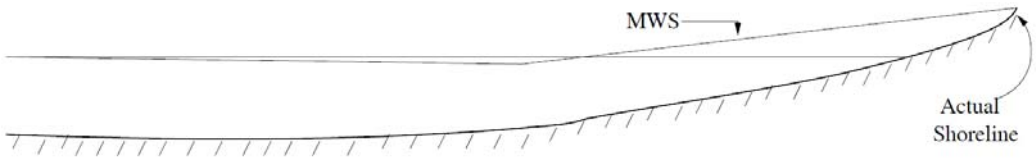
Τα κύρια κυματογενή φαινόμενα στην παράκτια ζώνη, που συσχετίζονται με τη θραύση των κυματισμών είναι τα κυματογενή ρεύματα (μέσες ροές μεταφοράς μάζας εντός της ΖΘ), η αναρρίχηση του κύματος (wave run-up) στην ακτή, η κυματογενής ανύψωση της μέσης στάθμης της θάλασσας (wave set-up), και η μέση μετακίνηση της ακτογραμμής (shoreline movement) λόγω και της αλλαγής του προφίλ της ακτής. Ειδικά τα ρεύματα μπορεί να είναι εγκάρσια στην ακτή, δηλ. το επιπυθμένιο ρεύμα επιστροφής (undertow) κάτω από την περιβάλλουσα της κυματικής κοιλίας εντός και εκτός της ΖΘ, το ρεύμα μεταφοράς μάζας Stokes προς την ακτή (Stokes drift) πάνω από το όριο της κοιλίας και ως την ελεύθερη επιφάνεια εκτός της ΖΘ, το κυματογενές ρεύμα τύπου Lagrange (Lagrangian drift) λόγω έντονης μη γραμμικότητας των κυματισμών σε σχετικά ρηχά νερά εκτός της ΖΘ, και το κυματογενές ρεύμα τύπου Lagrange που προκαλείται από το συνδυασμό της μεταφοράς μάζας λόγω θραύσης των κυμάτων και της ροής λόγω έντονης μη γραμμικότητας των κυματισμών στα ρηχά νερά εντός της ΖΘ. Αλλιώς, το κυματογενές παράκτιο ρεύμα μπορεί να είναι παράλληλο στην ακτή, όταν προκαλείται από λοξά θραυόμενους κυματισμούς. Η εγκάρσια προς την ακτή ορμή του κυματισμού απορροφάται από τις διεργασίες ενεργειακής απόσβεσης κατά τη θραύση, ενώ η περίσσεια ορμής παράλληλα προς την ακτή (*κμα*) [longshore] διαμορφώνει το παράκτιο ρεύμα, που φαίνεται στην Εικ. 10.

Ο μηχανισμός δημιουργίας των παράκτιων κυματογενών ρευμάτων και συγγενών διεργασιών μπορεί να συνοψιστεί στα παρακάτω. Η κυματογενής ροή της ορμής είναι ανάλογη της ενέργειας του προελαύνοντος κύματος. Αν οι κυματισμοί θραύονται, τότε η ροή της ορμής μειώνεται. Αυτή η μεταβολή στη ροή της ορμής πρέπει να εξισορροπηθεί (ισοφαριστεί) από δυνάμεις, οι οποίες προκαλούνται εντός της ΖΘ κατά

την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος. Προφανώς, για λοξά θραυόμενα κύματα, αυτές οι δυνάμεις αναλύονται σε εγκάρσια και παράλληλη στην ακτή συνιστώσες, και παράγουν τις τάσεις ακτινοβολίας. Η κατευθυνόμενη προς την ακτή τάση ακτινοβολίας S_{xx} έχει το μέγιστό της στο σημείο θραύσης και μειώνεται αργά στην αρχική και ενδιάμεση ΖΘ, ενώ μηδενίζεται στο μέγιστο της κυματικής αναρρίχησης στη ΖΔ. Η κλίση (gradient) στη ροή της ορμής ισορροπείται από μια δημιουργούμενη κλίση της ελεύθερης επιφάνειας εντός και λίγο πριν της ΖΘ, $\partial\eta/\partial x$. Εντός των ΖΘ και ΖΑ παρατηρείται ανύψωση (set-up) και πριν το σημείο έναρξης της θραύσης παρατηρείται ταπείνωση (set-down), όπως φαίνεται στο σκιαγράφημα της Εικ. 11. Σε αυτήν, αποτυπώνεται και η κυματική αναρρίχηση στην ακτή και την παράλια ζώνη, δίνοντας μια αίσθηση της μετακινούμενης ακτογραμμής στο εγκάρσιο παράκτιο προφίλ από τη στάθμη ηρεμίας ως το άνω όριο της ΖΑ.



Εικ. 10. Σκαρίφημα του πεδίου κυματογενών ρευμάτων και της κατανομής μέσων κυματογενών ταχυτήτων εντός της ΖΘ, από λοξά θραυόμενους κυματισμούς, σε οριζοντιογραφία (άνω) και προοπτική αποτύπωση (κάτω). (Πηγές: Walker and James, 1992 και NOAA.gov)

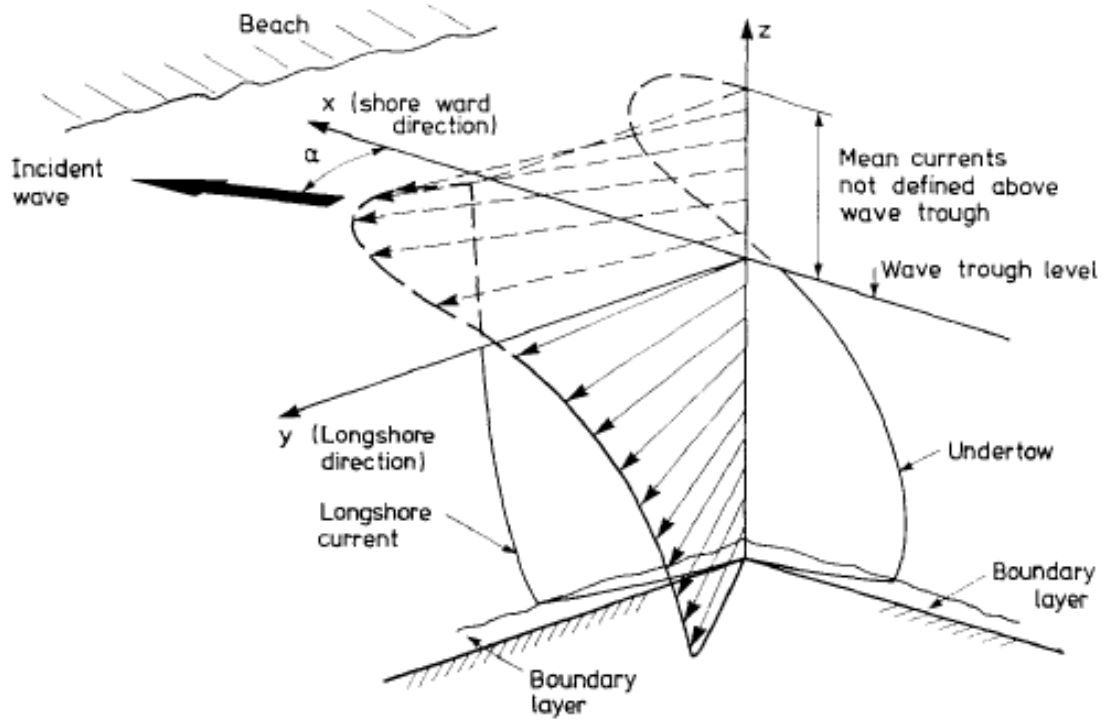


Εικ. 11. Σκαρίφημα κυματογενούς ανύψωσης η_s της ΜΣΘ εντός των ΖΘ και ΖΔ και ταπείνωσης η_b στο σημείο έναρξης της θραύσης και λίγο πριν την ΖΘ.

Η κυματογενής μεταφορά μάζας προς την ακτή, που εκδηλώνεται (και εντοπίζεται από τη μεσοστάθμιση στο χρόνο) ως μια προσαύξηση του ρεύματος Stokes για την περιοχή εντός της ΖΘ, προκαλεί τη δημιουργία ενός πρότυπου ροής επιστροφής προς τα ανοιχτά, το οποίο για επιμήκεις ομοιόμορφα αναπεπταμένες ακτές είναι το επιπυθμένιο ρεύμα επιστροφής (undertow). Μερικοί το ονομάζουν επιπυθμένιο κυματογενή ανάρρου ή αναμάμαλο («αντιμάμαλο»), αν και ο τελευταίος όρος έχει ευρύτερη σημασία, δηλ. κύματος που κινείται παλινδρομικά αφού χτυπήσει σε βραχώδη ακτή ή κατά τη σύγκρουση κυμάτων αντίθετης διεύθυνσης στα ανοιχτά (αλλιώς κυματωγή). Η αιτία δημιουργίας του είναι το ότι δε μπορεί να υπάρξει καθαρή περίσσεια ροής νερού προς την ακτή (net onshore flow), εξαιτίας της ύπαρξης της ακτής ως φυσικό εμπόδιο. Το ποσό της ορμής της ροής προς τα ανοιχτά είναι συνεπώς ίσο με αυτό της αντίφορης ποσότητας ροής. Η μέση ροή δεν κατανέμεται ομοιόμορφα στο βάθος, αλλά έχει ένα ξεχωριστό κατακόρυφο προφίλ, λόγω της μεταβολής της κυματογενούς τάσης ακτινοβολίας στη στήλη του νερού. Το εγκάρσιο προφίλ των κυματισμών διακρίνεται μαζί με το *κμα* προφίλ του παράκτιου ρεύματος και την 3D συνδυασμένη απεικόνισή τους στην Εικ. 12.

Στην *κμα* διεύθυνση, η μεγαλύτερη μεταβολή της τάσης ακτινοβολίας λαμβάνει χώρα λόγω της παράλληλης στην ακτή συνιστώσας S_{xy}, η οποία επηρεάζεται από τη θραύση υπό γωνία ως προς την ακτή. Για την εξισορρόπηση της μεταβολής στη ροή της ορμής, η *κμα* κλίση της ελεύθερης επιφάνειας είναι πιθανό να εμφανιστεί σε περιοχές με μικρό μήκος ακτογραμμής, φραγμένο στα όριά της από ακρωτήρια, όρμους, κατασκευές και/ή όταν δημιουργείται έντονο εγκάρσιο βελοειδές ρεύμα (rip current). Για μεγάλου μήκους αναπεπταμένες ακτογραμμές, με σχετικά ομοιόμορφες κυματικές συνθήκες, η κλίση της θαλάσσιας επιφάνειας είναι αδύνατο να εμφανιστεί, διότι θα οδηγούσε σε άπειρα θετικά ή αρνητικά βάθη κατά μήκος του πλάτους της ΖΘ. Οπότε ο μηχανισμός εξισορρόπησης των *κμα* δυνάμεων είναι οι δημιουργούμενη μέση ροή (ρεύμα) παράλληλη στην ακτή, που δημιουργεί τάσεις στον πυθμένα και μπορεί να ισορροπήσει τις κλίσεις στους όρους των τάσεων ακτινοβολίας. Αυτή η περίπτωση παράκτιου κυματογενούς ρεύματος δεν εξετάζεται στην παρούσα εργασία, καθώς θεωρείται αποτέλεσμα και όχι αίτιο της θραύσης των κυματισμών, το οποίο δεν αλληλεπιδρά και δε διαμορφώνει τα

εγκάρσια παράκτια τυρβώδη πρότυπα ροής και κυκλοφορίας, που επηρεάζουν την εξέλιξη του ύψους κύματος εντός της ΖΘ, όσο οι εγκάρσιες στην ακτή συνιστώσες των κυματογενών ρευμάτων. Η μέση 2D (1D-οριζόντια) εγκάρσια κυκλοφορία σε γειτνίαση με τη γραμμή θραύσης (κυρίως λίγο πριν από αυτή κατά τη διάδοση του κύματος) χαρακτηρίζεται και από ένα συρμό οριζόντιων στροβιλισμών συζευγμένων με το ρεύμα επιστροφής, που γεννιούνται γύρω από τη γραμμή θραύσης και διαδίδονται προς τα ανοιχτά. Οι Li and Dalrymple (1998) θεώρησαν την ύπαρξη τέτοιου είδους συνεκτικών δινών ως μια αστάθεια μεταξύ της μέσης ροής προς την ακτή και της επιπυθμένιας μεταφοράς μάζας στα ανοιχτά. Παρείχαν επίσης ένα γραμμικό μοντέλο για αυτήν την αστάθεια με βάση την παρατηρούμενη αστάθεια του ρεύματος επιστροφής. Για πολύ μικρούς σε ύψος κυματισμούς, οι εν λόγω στροβιλισμοί δεν είναι παρατηρήσιμοι.



Εικ. 12. Η 3D δομή των προφίλ ροής των ρευμάτων εντός της ΖΘ. (Πηγή: Svendsen and Lorenz, 1989)

Ακόμα ένα φαινόμενο που παρατηρείται στην περιοχή της οριακής στοιβάδας, επί του πυθμένα, είναι η αναστροφή της φοράς της ροής σε σχέση με το επιπυθμένιο ρεύμα επιστροφής προς τα ανοιχτά. Πρόκειται για το αποτέλεσμα μιας παλινδρομικής κίνησης λόγω τύρβης στο οριακό στρώμα, η οποία μεσοσταθμισμένη στο χρόνο εμφανίζεται ως μια ευσταθής ποταμηδόν ροή (streaming) u_b, που εκτείνεται από το στερεό πυθμενικό όριο μέχρι τον πόδα του ρεύματος επιστροφής (Svendsen, 1984).

Όλες οι παραπάνω διεργασίες μελετώνται στην παρούσα διατριβή με τη χρήση σύγχρονων αριθμητικών μοντέλων και προσεγγίσεων για την περιγραφή της τυρβώδους ροής λόγω της θραύσης κυματισμών στην παράκτια ζώνη. Άλλες παράκτιες κυματογενείς διεργασίες, που δεν εξετάζονται στην παρούσα εργασία, είναι π.χ. η βραχύσυχνη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, που ονομάζεται διακρότημα λόγω θραύσης (surf beat) σύνθετων κυματισμών σε ομάδες χωρισμένες ανάλογα με τη συχνότητα. Ακόμα παραλείπονται από την ανάλυση το φαινόμενο της κυματανάπαλσης (seiche), που εμφανίζεται σε μορφή στάσιμου κύματος σε περίκλειστες ακτές και κόλπους, και τα οριακά κύματα (edge waves) επί απότομων κυρίως ακτών, που είναι μακρά κύματα με διεύθυνση διάδοσης παράλληλη στην ακτή.

1.2. Στόχοι διατριβής

Ο σκοπός της διατριβής είναι η προσομοίωση της θραύσης μη γραμμικών μονοχρωματικών κυματισμών σε παράκτια ζώνη με πυθμένα σταθερής κλίσης και η λεπτομερής αποτύπωση του υδροδυναμικού πεδίου, εντός της δημιουργούμενης ΖΘ. Οι κυματισμοί υπό μελέτη έχουν ειδικά χαρακτηριστικά αναφορικά με τη μορφή με την οποία θραύονται, δηλ. είναι τύπου ασθενούς κατάδυσης (weak plunging) [οι διαφοροποιήσεις ανά τύπο παρουσιάζονται αναλυτικά παρακάτω]. Ειδικά αυτός ο τύπος θραυόμενων κυματισμών έχει μελετηθεί λιγότερο από τους υπόλοιπους, κυρίως πειραματικά σε κατάλληλες εργαστηριακές διατάξεις, αλλά όχι με υπολογιστικές μεθόδους προσομοίωσης. Η μέθοδος αριθμητικής προσομοίωσης, που παρουσιάζεται στην παρούσα διατριβή, είναι μια σχετικά καινούρια μέθοδος στο γνωστικό αντικείμενο της μοντελοποίησης των τυρβωδών υδροδυναμικών ροών με ελεύθερη επιφάνεια. Είναι μια μέθοδος σωματιδιακής διακριτοποίησης και χρησιμοποιεί τη λογική των αριθμητικών τελεστών εξομάλυνσης σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, το οποίο περιγράφεται από τις πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes, με προσέγγιση τύπου Lagrange. Η μέθοδος πηγαίνει ένα βήμα πέρα από άλλες σύγχρονες μεθόδους πεπερασμένων και συνοριακών στοιχείων (finite & boundary element methods) και ονομάζεται Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). Βασικός στόχος της παρούσας εργασίας είναι η εφαρμογή και πιστοποίηση της ικανότητας της μεθόδου να αναπαράγει με λεπτομέρεια το βίαιο φαινόμενο της θραύσης κυματισμών τύπου κατάδυσης, αναφορικά με όλα τα κλασικά κυματικά μεγέθη εντός της ΖΘ, καθώς και τις συγγενείς πιο πολύπλοκες τυρβώδεις ιδιότητες της ροής. Σε αυτήν την προσπάθεια, κύριος στόχος είναι να ελεγχθεί επίσης η δυνατότητα του χρησιμοποιούμενου μοντέλου να προσομοιώσει και τις κυματογενείς διεργασίες, όπως η μέση ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας εντός της ΖΘ, τα εγκάρσια στην ακτή ρεύματα κλπ. Σε αυτό το

πλαίσιο, βασική στόχευση ήταν το εφαρμοζόμενο μαθηματικό μοντέλο να είναι ένα ακαδημαϊκό (και όχι εμπορικό) υπολογιστικό πακέτο «ανοιχτού κώδικα», ονόματι SPHysics, το οποίο έχει δομηθεί για την προσομοίωση πλειάδας ροών με ελεύθερη επιφάνεια, για χρήση από ερευνητές στη λογική του «ελεύθερου λογισμικού». Συνεκδοχικά, οι κύριοι στόχοι της παρούσας διατριβής είναι αυτή καθαυτή η μελέτη της δυναμικής και της κινηματικής σε περιβάλλον κυματογενούς τυρβώδους ροής εντός ΖΘ, και η πιστοποίηση του παραπάνω μοντέλου σε σχέση με την αναπαραγωγή του φαινομένου της θραύσης παράκτιων κυματισμών, αλλά και των ιδιαίτερων μορφωμάτων ροής με τυρβώδη χαρακτήρα, εντός της ΖΘ. Σε αυτήν την κατεύθυνση, γίνεται χρήση ενός μοντέλου «κλεισίματος» της τύρβης, υπο-σωματιδιακής κλίμακας, για τις τάσεις Reynolds στη λογική των υπο-πλεγματικών (sub-grid scale, SGS) τάσεων με προσέγγιση τύπου Smagorinsky, όπως στα υπολογιστικά μοντέλα τύπου Large Eddy Simulations (LES). Το μοντέλο αυτό βαθμονομείται κατάλληλα και, μετά από ανάλυση κλίμακας, επιλέγεται κατάλληλη χωρική διακριτοποίηση του υπολογιστικού πεδίου, ώστε να προσεγγιστεί η λογική των LES για τη μέθοδο SPH. Βασική απαίτηση του εγχειρήματος είναι απουσία χρήσης κάθε εμπειρικού κριτηρίου και μηχανιστικής προσέγγισης για την έναρξη της θραύσης, την παραμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας και την απόδοση της τυρβώδους ροής εντός της ΖΘ. Σημειώνεται, ότι η διφασική ροή, που λαμβάνει υπόψη της την ανάμιξη νερού-αέρα, δεν περιλαμβάνεται στην προσομοίωση, παρ' όλη τη μεγάλη σημασία της, καθώς η παρούσα εργασία στοχεύει στη μελέτη των τυρβωδών διακυμάνσεων της ελεύθερης επιφάνειας και του υδροδυναμικού πεδίου στη στήλη του νερού, καθώς και των ιδιαζόντων μορφωμάτων της ροής σε κατακόρυφες διατομές. Αυτά κρίνεται, ότι παίζουν σημαντικότερο ρόλο στην κυματογενή τυρβώδη κυκλοφορία και την πιθανή στερεομεταφορά ιζημάτων, απ' ότι οι βαροκλινικές ανωμαλίες λόγω της ύπαρξης φυσαλίδων αέρα εντός της ΖΘ.

1.3. Διάρθρωση διατριβής

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται αναλυτικά η βιβλιογραφική ανασκόπηση προηγουμένων εργασιών πάνω στο αντικείμενο της θραύσης των παράκτιων κυματισμών. Συγκεκριμένα, δίνεται η αναλυτική βασική θεωρία με τις αντίστοιχες σχέσεις για τα κλασικά μοντέλα προσέγγισης του φαινομένου, και στη συνέχεια παρατίθενται οι σημαντικότερες ερευνητικές προσπάθειες των τελευταίων δεκαετιών, που αφορούν τόσο σε εργαστηριακά πειράματα όσο και σε υπολογιστικές προσομοιώσεις. Οι τελευταίες χωρίζονται σε κλασικές και σύγχρονες, πλεγματικές και μη-πλεγματικές, μεθόδους. Με βάση τα παραπάνω, συντίθεται η συνεισφορά της παρούσας εργασίας, στοχοποιώντας τις ελλείψεις στην μέχρι τώρα έρευνα και δίνοντας

προτάσεις για την κάλυψή τους. Με βάση τις τελευταίες και την πρωθύστερη αναφορά στα σημαντικότερα των αποτελεσμάτων της παρούσας έρευνας, γίνεται συνοπτική παρουσίαση των πρωτότυπων και καινοτόμων στοιχείων της διδακτορικής διατριβής

Στο κεφάλαιο 3 περιγράφεται η χρησιμοποιούμενη μέθοδος υπολογιστικής προσομοίωσης SPH. Δίνεται το σύντομο ιστορικό της μεθόδου, η βασική ιδέα πίσω από αυτή, οι θεμελιώδεις σχέσεις και οι αριθμητικοί τελεστές παρεμβολής τύπου SPH, οι πλήρεις εξισώσεις Navier-Stokes σωματιδιακά διακριτοποιημένες κατά Lagrange, οι ιδιότητες της σωματιδιακής προσέγγισης εξομάλυνσης του υδροδυναμικού υπολογιστικού πεδίου, οι τρόποι αντιμετώπισης της αριθμητικής επίλυσης (οριακές συνθήκες, τεχνητή συμπιεστότητα, αλγόριθμοι χρονικής ολοκλήρωσης κλπ), τα εγγενή σφάλματα της μεθόδου SPH και οι αντίστοιχες τεχνικές διόρθωσής τους. Αναφέρονται συνοπτικά και ορισμένες εκδοχές της μεθόδου, που δε χρησιμοποιούνται στην παρούσα ανάλυση και οι αιτίες για αυτό.

Στο κεφάλαιο 4 αναλύονται τα μοντέλα τύρβης για τη μέθοδο SPH, η κατά Lagrange προσέγγιση τυρβώδους συνεκτικότητας και ειδικά το μοντέλο «κλεισίματος» της τύρβης τύπου LES, με υπολογισμό των υπο-σωματιδιακής κλίμακας τάσεων, από μοντέλο τύπου Smagorinsky.

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται αναλυτικά το ειδικό εργαλείο εφαρμογής της μεθόδου SPH, ο ακαδημαϊκός κώδικας ανοιχτού λογισμικού SPHysics. Παρατίθενται όλες οι χρησιμοποιημένες αριθμητικές τεχνικές ολοκλήρωσης, οι κανόνες υπολογιστικής λειτουργικότητας, καθώς και οι ειδικές οριακές και αρχικές συνθήκες του προβλήματος της θραύσης μονοχρωματικών κυματισμών, εντός υπολογιστικού καναλιού για ροές με ελεύθερη επιφάνεια.

Στο κεφάλαιο 6 εισάγεται το υπολογιστικό πεδίο εφαρμογής και η αριθμητική διαμόρφωσή του, με βάση την πειραματική διάταξη, της οποίας τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για συγκρίσεις. Δίνονται τα ειδικά χαρακτηριστικά της αριθμητικής κυματογεννήτριας και η συνδυαστική ευρετική μέθοδος δειγματοληψίας και κατάλληλης μεθόδου μεσοστάθμισης, για τα τυρβώδη υδροδυναμικά μεγέθη στην περίπτωση μεταβατικών ροών με ελεύθερη επιφάνεια. Ακόμα αναλύονται οι τυρβώδεις κλίμακες της κυματογενούς ροής, προτείνονται μέθοδοι υπολογισμού τους, και με βάση αυτές ορίζονται οι περιπτώσεις βαθμονόμησης του μοντέλου SPH.

Στο κεφάλαιο 7 παρατίθενται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων SPH σε σύγκριση με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα, που αφορούν στην αποτύπωση του βίαιου φαινομένου της θραύσης των κυματισμών, στην ποσοτικοποίηση των υψών κύματος και της κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας, στην αποτύπωση των κινηματικών μεγεθών σε μετρητές με δειγματική μεσοστάθμιση (γίνεται ανάλυση της σύνθετης ευρετικής μεθόδου), στον υπολογισμό των μέσων ταχυτήτων στο βάθος

και της στατιστικής τους, και στα κυματογενή παράκτια ρεύματα με ελέγχους της ανηγμένης παροχής της εγκάρσιας στην ακτή ροής. Τέλος, επιχειρείται μια υποτυπώδης ανάλυση των κυματογενών μεγεθών στη ΖΔ, όπως προκύπτουν από τις προσομοιώσεις, χωρίς να υπάρχουν όμως ακριβή πειραματικά δεδομένα σύγκρισης.

Στο κεφάλαιο 8 επιχειρείται ανάλυση της αποτύπωσης των τυρβωδών χαρακτηριστικών της ροής εντός της ΖΘ, μόνο σε 2D κατακόρυφα επίπεδα για τη σύγκρισή τους με τα διαθέσιμα αποτυπωμένα 2D φαινόμενα και διεργασίες από τα πειράματα. Αναλυτικά, υπολογίζονται και εξετάζονται οι εντάσεις των τυρβωδών ταχυτήτων, τα διλογαριθμικά ενεργειακά φάσματα Fourier (συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας) των τυρβωδών διακυμάνσεων των ταχυτήτων, οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές στο χώρο και στο χρόνο, τα ιδιαίτερα πρότυπα μορφώματα στροβιλότητας (τύπου Lagrange και Euler), τα μεσοσταθμισμένα πεδία για την τυρβώδη κινητική ενέργεια και τις τυρβώδεις τάσεις Reynolds, η διαλείπουσα συμπεριφορά της τύρβης εντός της ΖΘ, μαζί με τη στατιστική αποτύπωση των περιστατικών τυρβώδους διαλειπτότητας. Επίσης συζητείται το υπολογιστικό κόστος των προσομοιώσεων και επιπρόσθετα σχολιάζεται η φύση των αποτελεσμάτων και η επίπονη, πολλές φορές όχι ξεκάθαρη αντιμετώπιση του δύσκολου προβλήματος της αποτύπωσης της τύρβης σε περιβάλλοντα με μεταβατική και μη-μόνιμη (μέση) ροή.

Στο κεφάλαιο 9 συνοψίζονται τα συμπεράσματα αναφορικά με την απόδοση της μεθόδου SPH για ροές κάτω από θραυόμενους κυματισμούς, αλλά και σχετικά με αυτή καθαυτή τη διεργασία της θραύσης κυματισμών υπό μορφή ασθενούς κατάδυσης, και τέλος προτείνονται δρόμοι για μελλοντική έρευνα.

Στο τέλος του κειμένου της διατριβής βρίσκεται η αναλυτική βιβλιογραφία και παραρτήματα με τα αποτελέσματα που δεν παρουσιάζονται στο κυρίως σώμα της.

2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Καθοριζόμενη από τους παραπάνω ορισμούς, θεωρήσεις και ζητούμενα, η πρόσφατη έρευνα, πάνω στο αντικείμενο της θραύσης των παράκτιων κυματισμών, έχει επικεντρωθεί στην παραγωγή των στιγμιαίων τυρβωδών και των μεσοσταθμισμένων, κατά τη φάση του κύματος, τιμών των υδροδυναμικών ποσοτήτων και ιδιοτήτων του ρευστού. Στις περισσότερες περιπτώσεις, αυτό έχει γίνει μόνο για ένα μικρό ποσοστό μεγεθών και σπάνια με συνδυαστικό τρόπο. Τέτοια μεγέθη είναι η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας η, η στροβιλότητα ω, οι τυρβώδεις συνιστώσες των οριζόντιων και κατακόρυφων ταχυτήτων u' και w' (δηλ. $u=\bar{u}+u'$, όπου u είναι η ταχύτητα του ρευστού και $\bar{u}$ κάποιου τύπου μεσοσταθμισμένη τιμή της), η τυρβώδης κινητική ενέργεια $k=(u'^2+w'^2)/2$, οι τυρβώδεις διατμητικές και ορθές τάσεις $\tau_{ss}=\rho u'w'$ και $\tau_{nx}=\rho u'^2$ ή $\tau_{nz}=\rho w'^2$ αντίστοιχα (όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού), η τοπολογία των στροβιλωδών μορφωμάτων (προτύπων στροβιλότητας), οι χαρακτηριστικές κλίμακες μήκους και χρόνου της τύρβης κλπ. Οι προαναφερθείσες σχέσεις αφορούν στη 2D περίπτωση κατά την κατακόρυφο. Επιπρόσθετα, ο σχεδιασμός των σύγχρονων παράκτιων έργων προστασίας απαιτεί τον υπολογισμό των μέσων κυματογενών ρευμάτων, όπως το επιπυθμένιο ρεύμα επιστροφής (undertow) και το ρεύμα Stokes (μεταφοράς μάζας προς την ακτή), τη μέση κυματογενή ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, την αναρρίχηση στην ακτή και στα πρανή των κατασκευών, και την υπερπήδησή τους, τα οποία δεν παρέχονται με ακρίβεια από την κλασική αναλυτική θεωρία ή τα παραδοσιακά αριθμητικά μοντέλα προσομοίωσης κυματισμών. Η ποσοτικοποίηση των προαναφερθέντων μεγεθών και διεργασιών έχει επιχειρηθεί εκτενώς τις τελευταίες δεκαετίες μέσω εργαστηριακών πειραμάτων, τα οποία περιλαμβάνουν φυσικά μοντέλα προσομοίωσης υπό κλίμακα για τη γένεση των κυματισμών, την προέλασή τους, και τη θραύση τους σε επικλινείς αδιαπέρατες επιφάνειες, όμοιες με ήπιας κλίσης ακτές, τοποθετημένες σε τεχνητές κυματικές δεξαμενές (wave flumes). Αυτές οι προσπάθειες είναι αρκετές και αφορούν περισσότερο σε γραμμικά και μη γραμμικά μονοχρωματικά κύματα. Οι τυρβώδεις συνθήκες που διαμορφώνονται από τη θραύση σύνθετων κυματισμών είναι πέρα από τις επιδιώξεις της παρούσας εργασίας. Εξονυχιστικές ανασκοπήσεις της έρευνας πάνω στη δυναμική και την τύρβη στις ζώνες θραύσης και διαβροχής δίνονται στις εργασίες των Elfrink and Baldock (2002), Longo et al. (2002), και Christensen (2006). Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά οι περισσότερες των εν λόγω προσπαθειών, πρώτα σε κλασικό θεωρητικό και αναλυτικό επίπεδο, καθώς και σε επίπεδο κλασικών και πιο προχωρημένων υπολογιστικών προσομοιώσεων, αλλά και σε επίπεδο εργαστηριακών πειραμάτων. Ειδικά οι τελευταίες δίνονται επιπρόσθετα στις ήδη αναφερθείσες

αναλύσεις των προτύπων της τυρβώδους ροής κάτω από θραυόμενους κυματισμούς, που παρουσιάστηκαν στο υποκεφάλαιο §1.1.2.

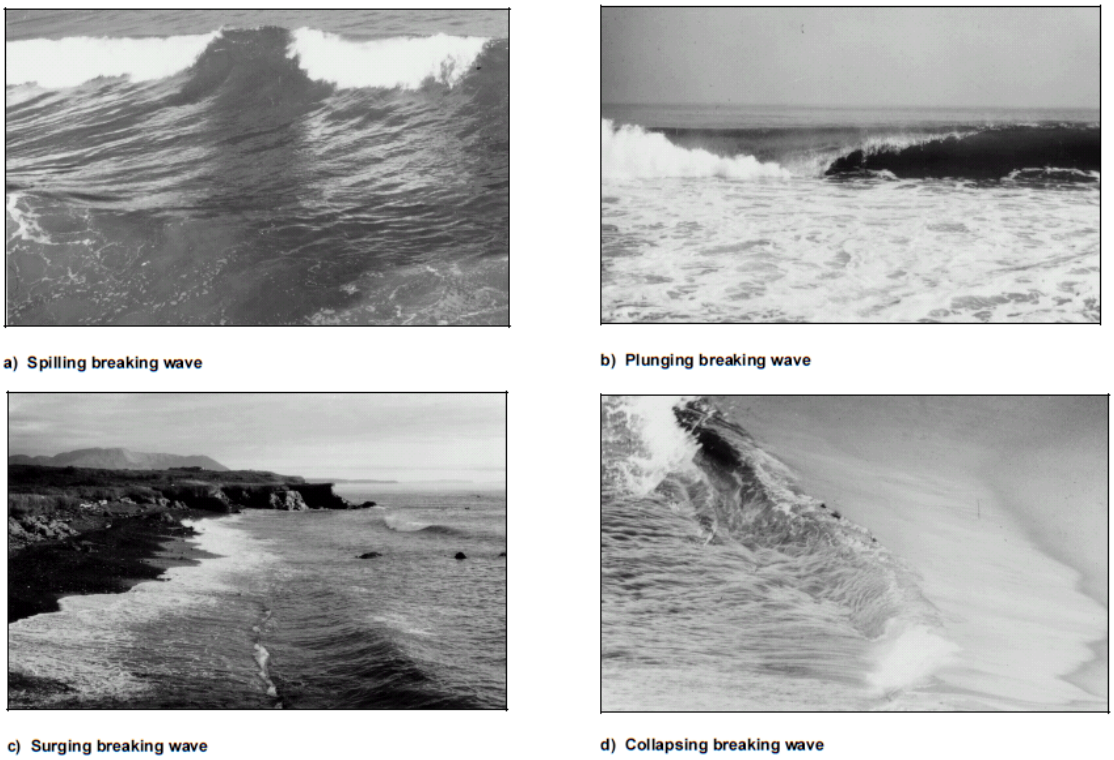
2.1. Η θραύση των παράκτιων κυματισμών

2.1.1. Βασική θεωρία

Σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στην ανοιχτή θάλασσα, όπου η θραύση των υπεράκτιων κυματισμών οφείλεται κυρίως στην αύξηση της καμπυλότητάς τους *H/L* (*H* το ύψος και *L* το μήκος κύματος) πέρα από ένα επιτρεπόμενο όριο (φαινόμενο 'whitecapping'), στην παράκτια ζώνη η θραύση των κυματισμών οφείλεται και στην επίδραση της ρήχωσης (Μέμος, 2005). Δηλαδή, όσο το κύμα προσεγγίζει ενδιάμεσου βάθους ή ρηχά νερά, το ύψος του αρχικά μειώνεται και τελικά αυξάνεται και μαζί του αυξάνεται και η μάζα νερού πάνω από τη ΜΣΘ σε τέτοιο υπερβολικό βαθμό, ώστε η ελεύθερη επιφάνεια είναι αδύνατο να διατηρήσει το καμπύλο κυματοειδές σχήμα της και καταρρέει. Επιπρόσθετα, η κορυφή του κυματισμού τείνει να διαδοθεί με μεγαλύτερη ταχύτητα από την κοιλία του, γεγονός που οδηγεί σε κατάσταση υδροδυναμικής αστάθειας τη στήλη του νερού στην περιοχή του μετώπου του κύματος με αποτέλεσμα να παρατηρείται είτε κατάρρευση της υδάτινης μάζας ή εκτόξευσή της μπροστά από το μέτωπο του κύματος. Δηλαδή σε συγκεκριμένο βάθος, ένα κύμα με δεδομένα χαρακτηριστικά (ύψος *H*, μήκος *L*, περίοδο *T*) θα γίνει ασταθές και θα οδηγηθεί σε θραύση. Συνακόλουθα, παρατηρείται έκλυση και απόσβεση ενέργειας αφενός με τη μορφή έντονων διατμητικών τάσεων και τύρβης στη στήλη του νερού και αφετέρου με τη μορφή έργου των δυνάμεων τριβής πάνω στον πυθμένα.

Οι τύποι θραυόμενων κυματισμών σχετίζονται με τη μορφή θραύσης και μπορούν να καταταχθούν σε τέσσερις κατηγορίες (Galvin 1968): υπερχείλισης (spilling), κατάδυσης (plunging), κατάρρευσης (collapsing), και εφόρμησης (surging), όπως φαίνονται στην Εικ. 13. Για σχετικά ήπιες κλίσεις ακτής, οι κυματισμοί θραύονται με μορφή υπερχείλισης (spilling), δηλ. η κορυφή του κύματος γίνεται ασταθής και καταρρέει στο ανάντη μέτωπο του κύματος, καθιστώντας την επιφάνεια του νερού μπροστά από την κορυφή εμφανώς αφρώδη. Ο αριθμός των κυμάτων εντός της κορεσμένης ΖΘ είναι συνήθως περίπου 6~7. Αντίθετα οι θραυόμενοι κυματισμοί τύπου κατάδυσης (plunging) παρατηρούνται σε σχετικά πιο απότομες ακτές και χαρακτηρίζονται από έντονη πτύχωση της ελεύθερης επιφάνειας και σπείρωμα (κουλούριασμα) της ανάντη πλευράς της κορυφής του κύματος. Η έντονη παραμόρφωσή της συνοδεύεται από εκτόξευση μάζας νερού, με εμφανή δημιουργία σπηλαίωσης κάτω από την καταδυόμενη κορυφή. Συχνά εμφανίζεται και αποκόλληση

μάζας νερού από το αρχικό σώμα του κύματος, αλλά σίγουρα προκαλείται έντονος παφλασμός από την πρόσκρουση της καταδυόμενης μάζας νερού στην ανάντη κοιλία του κύματος με συνοδευτικά μικρότερα σε ένταση πλαταγιάσματα μπροστά από το αρχικό θραυόμενο κύμα. Αυτός ο τύπος θραύσης μπορεί να είναι πολύ εντυπωσιακός, ειδικά όταν εγκλωβίζεται αέρας μέσα στον διαμορφούμενο χώρο κάτω από την καταδυόμενη μάζα νερού, το οποίο μοιάζει με αυλό ή σάλπιγγα και σχηματίζει συνήθως κυλινδρικό σχήμα (tube). Ο εγκλωβισμένος αέρας δραπετεύει συνήθως με βίαιο τρόπο, εκσπώντας στο πίσω μέρος του κύματος ή διοχετεύεται μέσω τυρβωδών στροβίλων και δινών στη περιοχή πριν τη θραυόμενη κορυφή κυματισμού και κάτω αυτής. Οι θραυόμενοι κυματισμοί τύπου εφόρμησης (surging) προκύπτουν σε ακτές με αρκετά απότομη κλίση πυθμένα και διακρίνονται για τη στενή σε πλάτος ή σχεδόν αμελητέα σε μέγεθος ΖΘ και τη μεγάλη ανάκλαση τους από την ακτή. Δηλ. η κορυφή του κύματος παραμένει αδιατάρακτη μέχρι πολύ κοντά στην ακτογραμμή και το έμπροσθεν μέτωπο του κυματισμού προωθείται επί της ακτής με όχι τόσο εμφανή τα φαινόμενα που έπονται της θραύσης. Ο Galvin (1968) ταυτοποίησε έναν τέταρτο τύπο θραύσης, αυτόν της κατάρρευσης (collapsing), ο οποίος είναι ένας συνδυασμός των τύπων κατάδυσης και εφόρμησης. Συγκεκριμένα η κυματική κορυφή παραμένει αναλλοίωτη (χωρίς εμφανή σημάδια θραύσης) ενώ το υποκείμενο τμήμα του ανάντη κυματικού μετώπου καθίσταται πιο απόκρημνο και καταρρέει, παράγοντας ανωμαλίες στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού.



Εικ. 13. Τύποι θραυόμενων κυματισμών. (Πηγή: USACE, 2002)

Με εμπειρικό τρόπο, ο Battjes (1974) έχει αποδείξει ότι τα χαρακτηριστικά του θραυόμενου κύματος σχετίζονται με την παράμετρο ομοιότητας θραύσης (surf similarity parameter) ή παράμετρο Irribaren *ξ*, η οποία ορίζεται ως ο λόγος της κλίσης του πυθμένα *tanβ* στην παράκτια ζώνη (ή ακτή), προς την τετραγωνική ρίζα της κλίσης του κύματος στα βαθειά νερά (H_o/L_o, ο δείκτης '$_o$' συμβολίζει τιμές στα βαθειά νερά), με βάση την ακόλουθη έκφραση:

$$\xi = \tan\beta \Big/ \sqrt{H_o / L_o} \qquad [1]$$

Στον Πίν. 1 δίνονται οι τιμές της παραμέτρου Irribaren *ξ* και η συσχέτισή της με τις μορφές θραύσης, κάποιες ενδεικτικές τιμές του δείκτη θραύσης $\gamma_b=H_b/d_b$ (παρακάτω δίνεται αναλυτική περιγραφή του) και του συντελεστή ανάκλασης των κυμάτων από την ακτή, δηλ. του ποσοστού των ανακλώμενων προς των επερχόμενων κυματισμών.

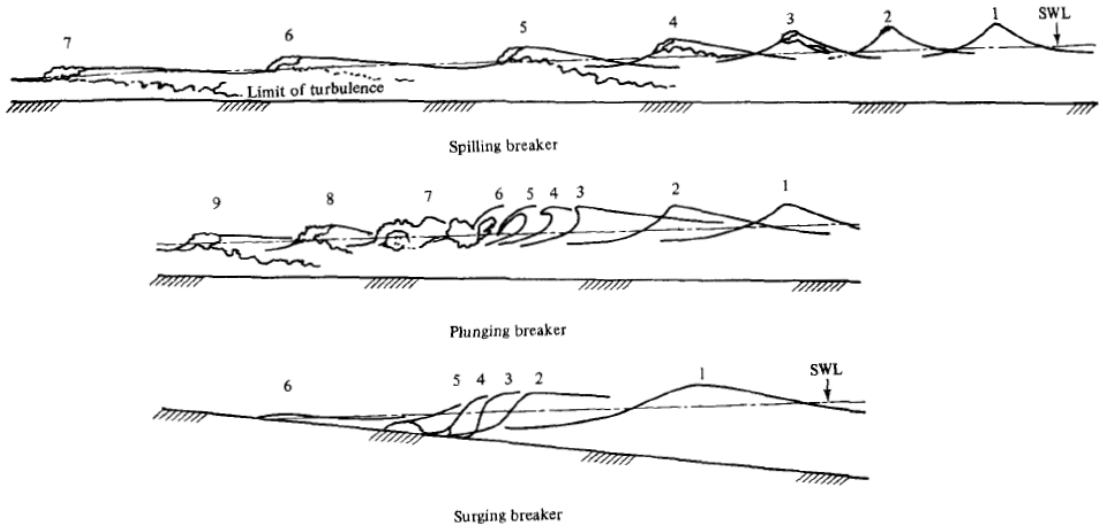
Όπως φαίνεται από την Εξ. 1, οι θραυόμενοι κυματισμοί υπερχείλισης τείνουν να εμφανίζονται σε ήπιας κλίσης ακτές για σχετικά μεγάλες κλίσεις κύματος *H/L*. Αντιθέτως οι θραυόμενοι κυματισμοί κατάδυσης παρατηρούνται σε ενδιάμεσης κλίσης ακτές για επίσης ενδιάμεσες καμπυλότητες κύματος, ενώ οι τύποι θραύσης εφόρμησης και κατάρρευσης λαμβάνουν χώρα για μικρής καμπυλότητας κύματα πάνω σε απότομες παράκτιες ζώνες. Οι κυματισμοί με υπερβολικά μικρή καμπυλότητα μπορεί να μην θραύονται καθόλου, αλλά αντίθετα να ανακλώνται από το απότομο μέτωπο της ακτής, πολλές φορές δημιουργώντας στάσιμα κύματα και διακροτήματα στη θαλάσσια λεκάνη μπροστά από την ακτογραμμή. Οι θραυόμενοι κυματισμοί τύπου υπερχείλισης, ειδικά αν είναι μέτριας έντασης, δε διαφέρουν πολύ στη ροή τους από τους μη θραυόμενους κυματισμούς που προελαύνουν σε ενδιάμεσα και ρηχά νερά (Divoky, Le Méhauté, and Lin 1970). Έτσι παράγουν λιγότερη τύρβη κοντά στον πυθμένα σε σχέση με τους άλλους τύπους θραύσης και συνεπώς, συγκριτικά με αυτούς, δεν προκαλούν πολύ μεγάλη αιώρηση και μεταφορά πυθμενικού ιζήματος. Οι πιο έντονες τοπικές κινήσεις ρευστού παράγονται από τους θραυόμενους κυματισμούς τύπου κατάδυσης, καθώς κατά τη θραύση δημιουργείται φλέβα νερού σε εξαναγκασμένη πτώση, η οποία μπορεί να διατρήσει την επιφάνεια του νερού στην προηγούμενη κοιλία και να υποσκάψει τον πυθμένα κάτω από αυτή. Η μετάβαση από τον έναν τύπο θραύσης στον άλλο είναι βαθμιαία και χωρίς διακριτές διαχωριστικές γραμμές, που να αντιστοιχούν σε ακριβείς τιμές του *ξ*. Όλα τα παραπάνω αποτυπώνονται και στο γραφικό σκαρίφημα των διακριτών τύπων θραύσης στην Εικ. 14. Μία ενδιαφέρουσα περίπτωση, όχι τόσο εξονυχιστικά μελετημένη είναι ο τύπος θραύσης ασθενούς κατάδυσης (weak plunging), δηλ. με μορφή που καλύπτει το φάσμα περιπτώσεων ανάμεσα στους τύπους ξεκάθαρης υπερχείλισης και έντονης κατάδυσης. Είναι μια πολύ συχνά εμφανιζόμενη περίπτωση με κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όπως το ότι παρατηρείται ανάκλαση

της καταδυόμενης φλέβας στην εμπρόσθια κοιλία και όχι διάτρησή της, όπως περιγράφεται αναλυτικά σε παρακάτω κεφάλαιο. Στην Εικ. 15 φαίνεται ένα παράδειγμα.

Πίν. 1. Παράμετρος ομοιότητας θραύσης Irribaren ξ, σχετιζόμενοι τύποι και λοιπά χαρακτηριστικά θραυόμενων κυμάτων

Τύπος Θραύσης	Παράμετρος Irribaren ξ *		Δείκτης Θραύσης γ_b	Αριθμός Κυμάτων εντός ΖΘ	Συντελεστής Ανάκλασης k_R **
Υπερχείλισης (Spilling)	$O(0.1)$	<0.5	~0.8	6-7	1‰
Υπερχ./Κατάδ. (Spil./Plung.)	$O(0.5)$	0.5~1.0	~1.0	~2	~1%
Κατάδυσης (Plunging)	$O(1)$	1.0~3.3	~1.1	~1	10%
Εφόρμησης (Surging)	$O(3)$	3.3~4.0	~1.2	<1	40%
Κατάρρευσης (Collapsing)	$O(4)$	4.0~5.0	>2	<1	80%
Απουσία θραύσης (Πλήρης ανάκλαση)	$O(5)$	≥5.0	-	<1	100%

* Το $O(x)$ συμβολίζει την τάξη μεγέθους (order of magnitude) τυχαίου αριθμού x.
** Ο k_R συμβολίζει το ποσοστό ανάκλασης των κυματισμών από τον κεκλιμένο πυθμένα της ακτής.



Εικ. 14. Σκαρίφημα κατακόρυφων διατομών για τους βασικούς τύπους θραυόμενων κυματισμών μαζί με τα όρια εξάπλωσης της τύρβης. (Πηγή: Dean and Dalrymple, 1984)



Εικ. 15. Τύπος θραύσης κύματος ασθενούς κατάδυσης, με ανάκλαση της καταδυόμενης φλέβας στην εμπρόσθια κοιλία και όχι διάτρησή της.

2.1.2. Αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού

Για το καθορισμό κριτηρίων θραύσης των παράκτιων κυματισμών έχουν γίνει πολλές μελέτες, τόσο αναλυτικές όσο και πειραματικές, οι οποίες έχουν οδηγήσει σε σχέσεις που υπολογίζουν το ύψος του κύματος κατά την έναρξη της θραύσης H_b. Το τελευταίο είναι πάντα σε συνάρτηση με το τοπικό βάθος στο σημείο θραύσης του κύματος d_b. Ο λόγος των δύο μεγεθών διαμορφώνει τον αδιάστατο όρο $\gamma_b=H_b/d_b$, ο οποίος ονομάζεται δείκτης θραύσης. Σε ορισμένες προσεγγίσεις του φαινομένου μπορεί να συναντήσει κανείς και τον ακόλουθο αδιάστατο όρο $\Omega_b=H_b/H_o$ (H_o το ύψος κύματος στα βαθειά νερά ή στην ανοιχτή θάλασσα), ο οποίος ονομάζεται δείκτης θραυόμενου κύματος. Η περιοχή ή το σημείο έναρξης της θραύσης ορίζεται ως ο τόπος, όπου το ύψος κύματος αποκτά τη μέγιστη τιμή του. Για τους θραυόμενους κυματισμούς τύπου κατάδυσης θα μπορούσε να οριστεί και ως το κρίσιμο σημείο, όπου το μέτωπο του κύματος γίνεται κατακόρυφο και οριακά απότομο, πριν την εμφάνιση της εκτοξευόμενης φλέβας. Για την περίπτωση υπερχείλισης η έναρξη της θραύσης μπορεί να συσχετιστεί με τη δημιουργία αφρού στην κορυφή του κύματος.

Για την πρόβλεψη της θραύσης των παράκτιων κυματισμών έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορες θεωρητικές προσεγγίσεις και αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού. Στην παρούσα διατριβή παρουσιάζονται σχέσεις (παρόν κεφάλαιο) και αριθμητικές προσομοιώσεις (παρακάτω) που αφορούν μόνο σε μονοχρωματικούς κυματισμούς (regular waves). Ο McCowan (1894) μελέτησε μοναχικά κύματα (solitary waves) που θραύονταν σε επίπεδο οριζόντιο πυθμένα σταθερού βάθους υπό μορφή υπερχείλισης, με αποτέλεσμα να ορίσει το δείκτη θραύσης ως $\gamma_b=H_b/d_b=0.78$. Αυτή η τιμή χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη από μηχανικούς, ως μια πρώτη εκτίμηση του δείκτη

θραύσης. Στην ίδια λογική του μοναχικού κύματος, ο Munk (1949) συνέλαβε την ακόλουθη έκφραση $\Omega_b=0.3\cdot(H_o/L_o)^{-1/3}$. Αυτές οι υποθέσεις θραύσης αφορούν κυρίως σε μορφή υπερχείλισης και δε λαμβάνουν υπόψη την επιρροή της κλίσης του πυθμένα και της κλίσης των επερχόμενων κυμάτων (incident wave steepness). Ειδικά η πρώτη οδηγεί πάντοτε σε γραμμική εξάρτηση του ύψους κύματος από το τοπικό βάθος. Στο εργαστήριο όμως το ύψος κύματος μειώνεται πιο γρήγορα στην ευρύτερη περιοχή του σημείου (2D) ή της γραμμής (3D) θραύσης από ότι περαιτέρω εντός της ΖΘ πάνω στην ακτή. Γι' αυτό το λόγο, πιο πρόσφατα πειράματα (π.χ. Weggel 1972) με περιοδικά μονοχρωματικά κύματα κατέδειξαν, ότι η κλίση του πυθμένα επηρεάζει σημαντικά τη διαμόρφωση του λόγου γ_b, οδηγώντας σε πιο εκλεπτυσμένες εμπειρικές σχέσεις. Τα πειραματικά δεδομένα μονοχρωματικών κυματισμών, που θραύονται πάνω σε λείες, επίπεδες, και ήπια επικλινείς επιφάνειες (Weggel, 1972) δίνουν την ακόλουθη έκφραση για τον δείκτη θραύσης:

$$\gamma_b = b - a\left(H_b \big/ \left(gT^2\right)\right) \qquad [2]$$

με όρια εφαρμογής $tan\beta \le 0.1$ και $H_o'/L_o \le 0.06$, όπου g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, και H_o' είναι το ισοδύναμο ύψος κύματος στα βαθιά νερά χωρίς διάθλαση. Ο γ_b προσεγγίζει την κατώτατη τιμή 0.78 όσο η κλίση της ακτής $tan\beta$ τείνει στο 0. Οι πειραματικές παράμετροι a και b καθορίζονται βάσει της κλίσης της ακτής ως εξής:

$$a = 43.8\left(1-\exp\left(-19\tan\beta\right)\right)\ ,\ b = 1.56\big/\left(1+\exp\left(-19.5\tan\beta\right)\right) \qquad [3]$$

Η παραπάνω σχέση (Εξ. 2) είναι άρρητη και χρειάζεται επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού. Το άνω όριο είναι διπλάσιο της αρχικής θεωρητικής εκτίμησης, δηλ. 1.56 (άθροισμα επερχόμενου και απολύτως ανακλώμενου κύματος) όσο η κλίση της ακτής τείνει πρακτικά στο άπειρο. Αντίστοιχα για τον όρο Ω_b οι Komar and Gaughan (1973) κατέληξαν στον ακόλουθο ημι-εμπειρικό τύπο:

$$\Omega_b = 0.56\left(H_o' \big/ L_o\right)^{-1/5} \qquad [4]$$

Η έναρξη της θραύσης λαμβάνει χώρα συνήθως σε ενδιάμεσα νερά, όμως το όλο φαινόμενο της θραύσης αφορά και στη σταδιακή μείωση του ύψους κύματος εντός ΖΘ, δηλ. την προέλαση του θραυόμενου κύματος και του δημιουργούμενου μετώπου σε ρηχά νερά. Η διαμόρφωση του ύψους κύματος μέσα στη ΖΘ (από τη γραμμή θραύσης ως την ακτογραμμή) μπορεί να υπολογιστεί είτε βάσει της μεθόδου ομοιότητας ή βάσει της θεώρησης ροής ενέργειας στη ΖΘ. Για την πρώτη προσέγγιση μπορεί να θεωρηθεί ότι η ΖΘ είναι κορεσμένη και από τη γραμμή θραύσης ως την ακτογραμμή ισχύει ο σταθερός λόγος ύψους προς βάθος $H=\gamma d$, όπου $\gamma=\xi^{0.17}+0.08$ (Κουτίτας, 1994· USACE, 2002). Η σχέση αυτή εφαρμόζεται μόνο για μονοτονικά απομειούμενο βάθος νερού κατά το πλάτος της ΖΘ με βέλτιστα αποτελέσματα για κλίση ακτής περίπου 1/30. Σε

πιο απότομες ακτές, η εν λόγω προσέγγιση υποεκτιμά το ύψος κύματος, ενώ για ηπιότερες κλίσεις ακτών ή ανομοιόμορφη βαθυμετρία το υπερεκτιμά. Προφανώς η τιμή του *H* επί της μέσης ακτογραμμής (εκεί που η ΜΣΘ τέμνει τον πυθμένα της ακτής) προβλέπεται ότι είναι μηδενικό, ενώ ο Camfield (1991) έχει προτείνει τη συντηρητική τιμή του ύψους κύματος εντός της ΖΔ επί της ακτογραμμής που αντιστοιχεί στη στάθμη ηρεμίας (ΣΗ), H_{sh}=0.2H_b για ακτές με 0.01≤*tanβ*≤0.1. Συνολικά μπορεί να ειπωθεί, ότι πολλές διαφορετικές προσεγγίσεις έχουν επιχειρηθεί στο παρελθόν για τον καθορισμό του συντελεστή θραύσης με βάση τα στοιχεία του κύματος είτε στα βαθειά ή στο τοπικό βάθος, αλλά πάντοτε κατέληγαν σε μια μορφή σχέσης, όπως π.χ. αυτή κατά Svendsen (1987), γ_b=1.231·$\xi_b^{1/4}$ (βάσει των H_b και L_b) για 0.25<ξ_b<1.

Εκτός των χαρακτηριστικών του κύματος εντός της ΖΘ, αναλυτικές σχέσεις έχουν παραχθεί για την περιγραφή των κυματογενών φαινομένων, όπως τα παράκτια ρεύματα (currents), δηλ. οι μέσες στο χρόνο ροές, η ανύψωση και ταπείνωση της ελεύθερης επιφάνειας (set-up & set-down) λόγω θραύσης, και η αναρρίχηση στη ΖΔ της ακτής. Το *κμα* παράκτιο κυματογενές ρεύμα V_{long} θεωρείται ομοιόμορφο στο βάθος και δίνεται από την ακόλουθη σχέση (Κουτίτας, 1994):

$$V_{long} = 20.7 \cdot \tan\beta \cdot g \cdot H_b \cdot \sin(2a_b) \qquad [5]$$

όπου a_b η γωνία του θραυόμενου κύματος, ως προς την ακτή. Σημειώνεται, ότι στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται προσομοιώσεις κυματισμών που θραύονται εγκάρσια στην ακτή (υπό γωνία διάδοσης 0°), οι οποίοι δεν προκαλούν τη γένεση *κμα* ρεύματος, παρά μόνο εγκάρσιων στην ακτή μέσων ροών. Οι τελευταίες δεν έχουν ομοιόμορφη και ομόφορη κατανομή με το βάθος. Η κυματογενής μεταφορά μάζας προς την ακτή είναι συγκεντρωμένη μεταξύ της κοιλίας και της κορυφής του κύματος. Καθώς δεν υφίσταται καθαρή ροή μάζας πάνω στην παραλία, η κυματογενής μεταφορά μάζας, πάνω από την κοιλία, κατά πολύ εξισορροπείται από την αντίστροφη ροή (ρεύμα επιστροφής) κάτω από την κοιλία. Το αντίρρευμα μπορεί να είναι σχετικά δυνατό σε γενικές γραμμές, π.χ. 8~10%·√(gd), κοντά στον πυθμένα. Το κατακόρυφο προφίλ του ρεύματος επιστροφής καθορίζεται ως μια ισορροπία μεταξύ των τάσεων ακτινοβολίας, της πίεσης βαθμίδας λόγω της κεκλιμένης μέσης ελεύθερης επιφάνειας, και την κατακόρυφη ανάμιξη. Το προφίλ του αντιρρεύματος έχει επιλυθεί αναλυτικά και ημι-εμπειρικά από τους Stive and Wind (1986), και Svendsen et al. (1987), οι οποίοι παρουσιάζουν ένα σετ εξισώσεων για τη μοντελοποίηση του, με κατάλληλες αρχικές και οριακές συνθήκες. Η εφαρμογή αυτής της προσέγγισης όμως εγείρει τα ζητήματα καταλληλότητας της χωρικής και χρονικής διακριτοποίησης, της αναγκαιότητας ανάλυσης κλιμάκων, και της αδυναμίας φιλτραρίσματος του υδροδυναμικού πεδίου των ταχυτήτων. Συνεπώς, σε τέτοιου είδους προσεγγίσεις δε λαμβάνονται υπόψη οι

συνεκτικές και διαλείπουσες δομές της τύρβης, που προκαλούν τις εξάρσεις στις διατμητικές τάσεις του πυθμένα και θέτουν σε κίνηση τα ιζήματα. Για γραμμικούς κυματισμούς, η μέση στο χρόνο παροχή προς τα ανοιχτά, λόγω της ροής επιστροφής, η οποία ισοφαρίζει τη μεταφορά μάζας προς την ακτή, δίνεται από τη σχέση $Q=E/\rho C$ (Dean and Dalrymple, 1984, βλ. επανέκδοση 1991), όπου $E=\rho g H^2/8$ είναι η κυματική ενέργεια, ρ η πυκνότητα, και C η φασική ταχύτητα (celerity). Αν το αντίρρευμα μπορούσε να κατανεμηθεί ομοιόμορφα με το βάθος στη στήλη του νερού, σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία ρηχών νερών, η μέση στο χώρο και το χρόνο θα ήταν:

$$\overline{V_{und}} = \frac{\sqrt{g}\cdot H^2}{8\cdot h^{3/2}} \qquad [6]$$

που είναι τα 2/3 της μέγιστης ταχύτητας της επιπυθμένιας ποταμηδόν ροής (streaming), για τη θεωρία ρηχών νερών. Εντός της ΖΘ, το ύψος κύματος μπορεί να θεωρηθεί ανάλογο του τοπικού βάθους h, δηλ. $H=\kappa h$, έτσι ώστε η μέση ταχύτητα να απλοποιείται στη μορφή $\overline{V_{und}} = 0.08\cdot\sqrt{gh}$, για $\kappa\approx 0.78$ και $C_{sh}=(gh)^{1/2}$ (φασική ταχύτητα σε ρηχά νερά). Η μέση κυματογενής ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας (wave set-up) $\overline{\eta}$, εντός της ΖΘ, είναι η υπερύψωση της μέσης στάθμης του νερού, η οποία προκαλείται από τη δράση των κυματισμών, και κύρια τη θραύση τους. Έτσι ως συνολικό τοπικό βάθος θεωρείται το άθροισμα του βάθους σε ηρεμία h και της $\overline{\eta}$, $d = h + \overline{\eta}$. Έτσι η μέση στάθμη του νερού στην παράκτια ζώνη καθορίζεται, όσο αφορά στο κύμα, από την εγκάρσια στην ακτή ισορροπία της ορμής:

$$\frac{d\overline{\eta}}{dx} = -\frac{1}{\rho g d}\frac{dS_{xx}}{dx} \qquad [7]$$

όπου $S_{xx}=3\rho g d H^2/16$ είναι η εγκάρσια συνιστώσα της τάσης ακτινοβολίας προς την ακτή, για επιμήκεις παράλληλους στην ακτή ομογενείς κυματισμούς και βαθυμετρίες. Η τάση ακτινοβολίας ταυτόχρονα ανυψώνει και ταπεινώνει τη μέση στάθμη του νερού εγκάρσια στην ακτή στην παράκτια περιοχή (Εικ. 16). Στην περιοχή εκτός της ΖΘ κοντά στη γραμμή θραύσης, για θεωρία Airy 1ης τάξης και γωνία διάδοσης του κύματος προς την ακτή 0°, η ταπείνωση (set-down) για μονοχρωματικά κύματα δίνεται από:

$$\overline{\eta}_b = -\frac{1}{8}\frac{H^2\, 2\pi/L}{\sinh\left(4\pi d/L\right)} \qquad [8]$$

Εντός της ΖΘ, η ανύψωση της ελεύθερη επιφάνειας αυξάνεται από το σημείο θραύσης προς την ακτογραμμή, ανάλογα με την απόσβεση του ύψους κύματος στη ΖΘ. Για κορεσμένη ΖΘ και γραμμική θεωρία σε πυθμένα σταθερής κλίσης η βαθμίδα της κυματογενούς ανύψωσης με την απόσταση από το σημείο θραύσης προς την ακτή δίνεται από:

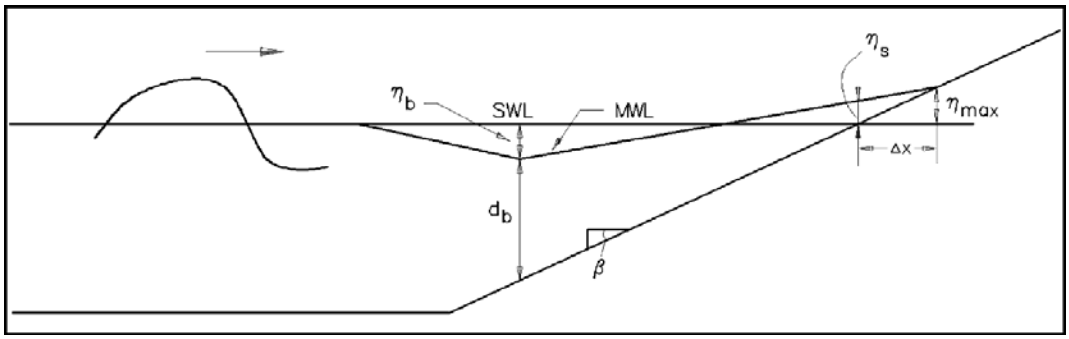
$$\frac{d\bar{\eta}}{dx} = \frac{\tan\beta}{1+\frac{8}{3\gamma_b^2}} \qquad [9]$$

Συνεπώς συνδυάζοντας τα παραπάνω, η κυματογενής ανύψωση της ΜΣΘ στην ακτογραμμή που αντιστοιχεί στη ΣΗ είναι:

$$\bar{\eta}_s = \bar{\eta}_b + \frac{h_b}{1+\frac{8}{3\gamma_b^2}} \qquad [10]$$

Για τον υπολογισμό της μέγιστης κυματογενούς ανύψωσης $\bar{\eta}_{\max}$ και της μέσης θέσης της ακτογραμμής *Δx*, το σημείο όπου τέμνεται η ανυψωμένη ΜΣΘ με την ακτή πρέπει να βρεθεί. Για ακτή με ομοιόμορφη κλίση, μπορούν να υπολογιστούν ως:

$$\bar{\eta}_{\max} = \bar{\eta}_s + \frac{d\bar{\eta}}{dx}\Delta x,\ \ \Delta x = \frac{\bar{\eta}_s}{\tan\beta - \frac{d\bar{\eta}}{dx}} \qquad [11]$$



Εικ. 16. Σκιαγράφημα της κυματογενούς μεταβολής της μέσης στάθμης νερού στην παράκτια ζώνη (ΖΘ και ΖΔ) με πυθμένα σταθερής κλίσης. (Πηγή: USACE, 2002)

Η αναρρίχηση (run-up) είναι η μέγιστη ανύψωση της κυματικής εφόρμησης πάνω από την ΣΗ. Το σκαρφάλωμα του κύματος στην ακτή αποτελείται από δύο συνιστώσες, την υπερύψωση της ΜΣΘ λόγω της δράσης των κυματισμών (set-up) και τις παλινδρομικές κινήσεις γύρω από αυτή τη νέα κυματογενή μέση στάθμη, η οποία ορίζεται ως διαβροχή (swash). Η αναρρίχηση *Ru* ορίζεται ως ένα τοπικό μέγιστο ή κορυφή της στιγμιαίας ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας του νερού *η*, πέρα από την ακτογραμμή πάνω στην παραλία. Το άνω όριο της *Ru* είναι μια σημαντική παράμετρος στον καθορισμό του «ενεργού» τμήματος του εγκάρσιου προφίλ της ακτής. Οι απλές σχέσεις και προσεγγίσεις που υπάρχουν στη σχετική βιβλιογραφία δεν επαρκούν για την πλήρη πρόβλεψη του φαινομένου, καθώς οι εγγενείς δυσκολίες περιλαμβάνουν τη μη-γραμμική φύση του μετασχηματισμού του κύματος στη ΖΘ, την κυματική ανάκλαση από την ακτή, τις 3D διεργασίες που σχετίζονται με την επιρροή της βαθυμετρίας κ.α., το πορώδες της ακτής, την τραχύτητα και τη διαπερατότητα του πυθμένα κλπ. Μια

κλασική εμπειρική σχέση για θραυόμενους κυματισμούς πάνω σε ήπιες και αδιαπέρατες ακτές ομοιόμορφης κλίσης, σε συνάρτηση με την κλίση της ακτής, την κλίση του κύματος και το ύψος στα βαθειά δίνεται από τον Battjes (1974), βασισμένη στον τύπο του Hunt:

$$\frac{Ru}{H_o} = \xi_o, \ \gamma\iota\alpha \ \ 0.1 < \xi_o < 2.3 \qquad [12]$$

Εκτός των κλασικών παραπάνω φαινομένων, μεγεθών και διεργασιών, μια από τις κύριες ιδιότητες της πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής στη ΖΘ είναι η διαλείπουσα φύση των τυρβωδών διακυμάνσεων των υδροδυναμικών μεγεθών στο αδρανειακό εύρος (inertial range) του φάσματος της ροής, το οποίο βρίσκεται ανάμεσα στη μεγάλης κλίμακας έγχυση (injection) ενέργειας και τη μικροσκοπική κλίμακας απόσβεση (Frisch, 1985· Pope, 2000). Στη ΖΘ, κατά τη θραύση των κυματισμών, η κυματική ενέργεια μεταφέρεται στις τυρβώδεις κινήσεις μέσω βίαιων διεργασιών υψηλής ενέργειας που σχετίζονται με τις χρονικές κλίμακες της διάρκειας του φαινομένου αυτής καθαυτής της θραύσης, δηλ. τυπικά μερικά δευτερόλεπτα. Στη συνέχεια η τυρβώδης ενέργεια αποσβένεται σε πολύ μικρότερες χωροχρονικές κλίμακες (Svendsen, 1987· Battjes, 1988· Svendsen, 2005). Το υδροδυναμικό περιβάλλον εντός της ΖΘ είναι απολύτως πολύπλοκο, καθώς είναι ταυτόχρονα παρούσες και σε αλληλεπίδραση τυρβώδεις κινήσεις σε διάφορες κλίμακες, θραυόμενα κύματα και επιφανειακοί στρόβιλοι που τροφοδοτούν την τύρβη στην ελεύθερη επιφάνεια, και υπολειμματική τύρβη (residual turbulence), που εμμένει από το ένα θραυόμενο κύμα στο επόμενο (Svendsen, 1987). Συνεπώς, οι υπολογιστικοί τρόποι καθορισμού των συνεκτικών δομών και της διαλειπτότητας της τύρβης είναι σημαντικό να παρουσιαστούν. Με βάση τον διαχωρισμό, που έγινε στην Εισαγωγή της παρούσας διατριβής, για τις τρεις περιπτώσεις μεθόδων καθορισμού των συνεκτικών δομών της τύρβης, δίνονται συνοπτικά κάποιοι αναλυτικοί τύποι στα πλαίσια αυτών των τεχνικών.

Η σημειακή ανάλυση σήματος αφορά τόσο σε μετα-επεξεργασία αριθμητικών προσομοιώσεων τύπου LES και DNS όσο και σε πειράματα, με τη χρήση εξαρτημένης δειγματοληψίας (conditional sampling). Αυτή η τεχνική συνδυασμένη με κατάλληλα φίλτρα μεσοστάθμισης αποτελεί μια εύρωστη μέθοδο ποσοτικοποίησης των συνεκτικών δομών σε τυρβώδεις ροές. Η δειγματοληψία στις σύγχρονες υπολογιστικές μεθόδους προσομοίωσης μπορεί να επιτευχθεί σε κάθε σημείο του πεδίου σε πολύ υψηλή χρονική και χωρική ανάλυση. Ειδικά οι συσχετίσεις δύο σημείων (two-point correlation) χρησιμοποιούνται ως στατιστικό εργαλείο ιδιαίτερα για τον καθορισμό των μηκών κλίμακας των κυρίαρχων δομών. Ο κανονικοποιημένος τανυστής του συντελεστή συσχέτισης $\mathbf{R}_{ij}$ που υπολογίζεται σε διπλή θέση (με συντεταγμένες *x* και *z* στο κατακόρυφο επίπεδο *xz*) κατά τη διεύθυνση *y* ορίζεται ως:

$$\mathbf{R}_{ij}\left(r_y\right)=\frac{\left\langle u_i\left(y,t\right)\cdot u_j\left(y+r_y,t\right)\right\rangle}{\left\langle u_i\left(y,t\right)\cdot u_j\left(y,t\right)\right\rangle} \qquad [13]$$

όπου r_y είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων δειγματοληψίας, t ο χρόνος καταγραφής, i και j τα δίδυμα (παράλληλα) σημεία δειγματοληψίας, u οι μετρούμενες ταχύτητες, και ‹•› ένας κατάλληλος τελεστής φιλτραρίσματος. Για ταύτιση των σημείων κατά y (r_y=0), ο $\mathbf{R}_{ij}(r_y)$=1 και σε δεδομένη απόσταση τείνει στο μηδέν, δηλ. τα σήματα είναι ασυσχέτιστα. Η ολοκληρωτική κλίμακα της τύρβης λ_{ti} (σημ. όλες οι τυρβώδεις κλίμακες αναλύονται στα παρακάτω) μπορεί να οριστεί μέσω ολοκλήρωσης της συνάρτησης R_{ij}, ως εξής:

$$\lambda_{ti}=\int_{r_y=0}^{\infty}\mathbf{R}_{ij}\left(r_y\right)dr_y \qquad [14]$$

Η απόσταση στην οποία το $\mathbf{R}_{ij}(r_y)\rightarrow 0$ δίνει την τυπική διάσταση των μεγάλων δινών (δηλ. των στροβιλωδών κινήσεων μεγάλης κλίμακας). Σε αντίθεση με τη στιγμιαία αποτύπωση των ισαριθμικών καμπύλων ενός υδροδυναμικού μεγέθους στο επίπεδο, που δίνουν μόνο ποιοτική εκτίμηση του πεδίου, οι σημειακές μετρήσεις και οι συσχετίσεις από δίδυμες δειγματοληψίες παρέχουν ποσοτικοποιημένη πληροφορία ακόμα και για ινώδεις φλέβες μεγάλων ταχυτήτων. Τα φάσματα των τυρβωδών ταχυτήτων, εκτός από πιστοποίηση της ποιότητας των προσομοιώσεων και των πειραματικών μετρήσεων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον εντοπισμό τυρβωδών δομών που επαναλαμβάνονται τακτικά στο χρόνο. Π.χ. οι αποσπώμενοι στρόβιλοι σε ροή αποκόλλησης μπορούν να τεκμηριωθούν μέσω των φασματικών τυρβωδών συνιστωσών των ταχυτήτων. Το φάσμα μπορεί να εξαχθεί μέσω γρήγορου μετασχηματισμού Fourier (Fast Fourier Transform, FFT) του σήματος. Οι συχνότητες του φάσματος που αντιστοιχούν στην αποκόλληση των δινών μπορούν να δώσουν στοιχεία για το μέγεθος των τελευταίων, και έτσι να ποσοτικοποιηθούν τα στοιχεία τους, από τις διακριτές κορυφές (με έντονη αλλαγή κλίσης) της κατανομής του φάσματος σε διλογαριθμικό διάγραμμα. Σε αυτό το διάγραμμα, και ανάλογα με το ποιά χαρακτηριστικά της τυρβώδους κίνησης αναζητά ο ερευνητής, η τετμημένη του φάσματος μπορεί να είναι ο κυματάριθμος k, η συχνότητα Fourier $f=1/t_\lambda$ (t_λ: τυπική χρονική κλίμακα των μακροσκοπικών στροβίλων) ή ο αδιάστατος αριθμός Strouhal, $St=f\cdot\lambda/U$ (U: η χαρακτηριστική ταχύτητα του στροβιλώδους πεδίου). Ο τελευταίος περιγράφει τους μηχανισμούς ταλάντωσης των δινών σε αλληλουχία για ροές στροβιλώδους απόρρου τύπου von Kármán (Kármán vortex street). Άλλες τεχνικές ανάλυσης σήματος από σημειακές μετρήσεις, εφαρμοσμένες σε συνεχείς ροές (ρευμάτων) σε ανοιχτούς αγωγούς είναι μεταξύ άλλων οι μετασχηματισμοί Hilbert-Huang [Hilbert-Huang Transform, HHT] (Zeris and Prinos, 2005), η κύρια ορθογωνική αποσύνθεση [Proper Orthogonal Decomposition, POD], η εμπειρική μέθοδος

ιδιομορφικής αποσύνθεσης (Empirical Mode Decomposition, EMD), η αποσύνθεση Wigner-Ville, και η μέθοδος αποσύνθεσης με τη χρήση κυματιδίων (wavelets). Στην παρούσα εργασία γίνεται εκτενής χρήση της μεθόδου FFT, σε συνδυασμό με ευρετικές μεθόδους αποσύνθεσης και φιλτραρίσματος του διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων με δειγματικού τύπου μεσοστάθμιση και φίλτρα διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών, ειδικά για παράκτιους κυματισμούς εντός ΖΘ.

Η εναλλακτική στην προηγούμενη μεθοδολογία είναι η χρήση των στιγμιαίων ισαριθμικών καμπύλων της ταχύτητας ή καλύτερα της στροβιλότητας (βαθμωτό μέγεθος σε 2D απεικόνιση), από το πεδίο των οποίων η προβολή των στροβίλων και των δινών στο κατακόρυφο επίπεδο και η κατεύθυνση περιστροφής τους μπορούν να ταυτοποιηθούν. Μερικές φορές οι στιγμιαίες γραμμές ροής καταδεικνύουν καλύτερα τη θέση των στροβιλωδών μορφωμάτων, καθώς η στροβιλότητα μπορεί να είναι ευμεγέθης σε περιοχές με έντονη διάτμηση αλλά χωρίς την ύπαρξη στροβίλων (Jeong and Hussain, 1995). Οι Kline and Robinson (1989) πρότειναν τον ορισμό του στροβίλου ως μια περιοχή υψηλής στροβιλότητας, που η μορφή των γραμμών ροής είναι περίπου κυκλική, όταν ειδωθεί από το κινούμενο με το στρόβιλο σύστημα αναφοράς. Σε άλλες περιπτώσεις απαιτείται η εφαρμογή Γαλιλαϊϊκής αποσύνθεσης (Galilean decomposition) του διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων σε μια συνιστώσα συναγωγής συν τη συνιστώσα των τυρβωδών αποκλίσεων, από τις οποίες οι στρόβιλοι καθορίζονται ως μόρφωμα υπό συναγωγή εξαιτίας τους. Πολλές φορές, απαιτείται η υπέρθεση των στιγμιαίων τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας επί των ισαριθμικών καμπύλων της στροβιλότητας (ισοστρόβιλων καμπύλων) ώστε να ταυτοποιηθούν οι στιγμιαίοι στρόβιλοι. Ακόμα καλύτερη είναι η σύγκριση με αντίστοιχες απεικονίσεις των πεδίων της ΤΚΕ, των ορθών και των διατμητικών τάσεων για τον ξεκάθαρο διαχωρισμό των μεμονωμένων στροβιλωδών δομών και των περιοχών απλά έντονης διάτμησης. Η εξακρίβωση συνεκτικών δινών μπορεί να επιτευχθεί με την απεικόνιση της έντασης της περιδίνησης σε διάμηκες 2D επίπεδο. Η ισχύς ων περιδινήσεων υπολογίζεται με τη χρήση ενός μειωμένου τανυστή που περιέχει τις κλίσεις του πεδίου ταχυτήτων εντός του επιπέδου μόνο (Zhou et al., 1996). Αυτή η προσέγγιση αποτελεί ουσιαστικά τη 2D εκδοχή του λ_2-κριτηρίου και έχει χρησιμοποιηθεί σε δεδομένα από μετρήσεις της μεθόδου Particle Image Velocimetry (PIV). Οι ισαριθμικές καμπύλες της 2D ισχύος της περιδίνησης απομονώνουν τις περιοχές με κύριο άξονα περιστροφής κάθετο στο επίπεδο αναφοράς και υποστηρίζονται από διανυσματικά πεδία διαταραχών (perturbations) της ταχύτητας για μεγαλύτερη σιγουριά στην ανάλυση. Οι Jeong and Hussain (1995) ορίζουν τους στροβίλους ως τις περιοχές, για τις οποίες ισχύει το λ_2-κριτήριο, με τη χρήση της δεύτερης Γαλιλαϊϊκής αναλλοίωτης:

$$\lambda_2\left(\boldsymbol{\omega}_{ij}^2 + \mathbf{S}_{ij}^2\right) < 0 \qquad [15]$$

όπου $\boldsymbol{\omega}_{ij}$ ο τανυστής της στροβιλότητας, $\mathbf{S}_{ij}$ ο τανυστής της τροπής (ανηγμένη παραμόρφωση ή ρυθμός μεταβολής της μετακίνησης) και το $\lambda_2(\mathbf{A})$ υποδηλώνει τη δεύτερη ιδιοτιμή ενός συμμετρικού τανυστή **A**. Τα μεγέθη ορίζονται ως:

$$\mathbf{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \quad \boldsymbol{\omega}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad [16]$$

Επίσης υπάρχει και το *Q*-κριτήριο (Hunt et al., 1988) κατά το οποίο μια περιοχή ορίζεται ως στρόβιλος όταν έχει θετική τιμή η δεύτερη αναλλοίωτη της απόκλισης του διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων (η οποία είναι $\nabla\mathbf{v} = S_{ij} + \omega_{ij}$), δηλ. *Q*>0, όπου:

$$Q \equiv \frac{1}{2}\left(\left|\boldsymbol{\omega}_{ij}\right|^2 - \left|\mathbf{S}_{ij}\right|^2\right) \qquad [17]$$

Σε αυτές τις περιοχές η πίεση πρέπει να αποκτά και τοπικά ελάχιστα, συνθήκη όχι αναγκαία για *Q*>0, οπότε το λ_2-κριτήριο αν και πιο πολύπλοκο είναι πιο σίγουρο. Τα εν λόγω κριτήρια ταυτοποίησης στροβιλωδών δομών σε 3D ισοεπιφανειακές αποτυπώσεις των όρων *Q* και λ_2 υπονοούν ότι η τεχνική και τα συμπεράσματά της παραμένει αναλλοίωτη κάτω από αλλαγές αξόνων και κίνηση του συστήματος αναφοράς με την ταχύτητα συναγωγής της μεσοσταθμισμένης ροής. Αυτά τα κριτήρια είναι ιδιαίτερα χρήσιμα σε περιοχές με ανομοιογενή γεωμετρία, κοντά σε στερεά όρια, για τη ροή πίσω από εμπόδια και τον εντοπισμό μεγάλης κλίμακας δινών αλλά και δευτερευουσών στροβιλωδών κινήσεων μη κατηγοριοποιήσιμων σε κλασικές δομές. Αυτές μπορεί να είναι πραγματικά παρούσες αλλά και να εμφανίζονται ως αποτέλεσμα των αριθμητικών ασταθειών και παλινδρομήσεων των υπολογιστικών μεθόδων προσομοίωσής τους, με αποτέλεσμα να μεγαλώνουν σε μέγεθος στο πεδίο και να επισκοτίζουν την παρατήρηση των κύριων δινών μεγάλης κλίμακας οι οποίες φέρουν το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας και ευθύνονται για τη μακροσκοπική συμπεριφορά της ροής. Ειδικά για την περίπτωση της θραύσης των παράκτιων κυματισμών, οι μεγάλες στροβιλώδεις δομές σε οριζόντιο ή κατακόρυφο επίπεδο είναι οι σημαντικότερες για την υδροδυναμική συμπεριφορά του πεδίου στη στήλη του νερού κάτω από το κύμα, τη μείωση του ύψους κύματος και την πρόκληση αιώρησης, κίνησης και μεταφοράς του πυθμενικού ιζήματος.

Η σύγχρονη έρευνα, κύρια από την άποψη των φυσικών επιστημόνων και όχι τόσο των μηχανικών πάνω στο πρόβλημα της διαλείπουσας τύρβης των εξισώσεων Navier-Stokes, είναι ο επαναπροσδιορισμός του προβλήματος με γεωμετρικούς όρους. Έτσι, όταν μπορεί να είναι διαθέσιμη πολύ λεπτομερής χωρική ανάλυση των παρατηρήσεων (είτε από πειράματα ή από προσομοιώσεις τύπου DNS), το πρόβλημα της διαλείπουσας τύρβης ανάγεται στο χαρακτηρισμό της γεωμετρίας του πεδίου ροής

υποστήριξης στο όριο απειρισμού του αριθμού *Re*. Δηλαδή, λόγω της απουσίας γενικής αναλυτικής λύσης των εξισώσεων Navier-Stokes, η αντιμετώπιση της διαλειπτότητας της τύρβης βασίζεται σε φαινομενολογικά μοντέλα, τα οποία είναι πρακτικά (διορθωμένες) επαναδιατυπώσεις των πειραματικών ή αριθμητικών παρατηρήσεων. Επειδή τα παραδείγματα μη-διαλειπουσών (non-intermittent) διεργασιών καταβιβασμού (cascade) ενέργειας σε μικρότερες κλίμακες αφθονούν, π.χ. η εξαναγκασμένη 2D τύρβη με καταβιβασμό ενέργειας ή ανάστροφη μεταφορά σε μεγαλύτερες κλίμακες, οι Falco and Gendrich (1988) πρότειναν μια μέθοδο εντοπισμού της διαλειπτότητας, την οποία ονόμασαν Αλγόριθμο Αναγνώρισης Τυρβώδους Ενέργειας (turbulent energy recognition algorithm, TERA), η οποία καθορίζεται από το παρακάτω κριτήριο:

$$\left|\overline{\frac{u'\partial u'}{\partial t}}\right| > C_o\left(\frac{u'\partial u'}{\partial t}\right)_{rms} \qquad [18]$$

Η κατανόηση του φαινομένου της διαλειπτότητας μπορεί να παρέχει διορθώσεις στον κλασικό νόμο κλίμακας κατά Kolmogorov (1941), μέσω της ποσοτικοποίησης των επιδράσεων των νόμων κλίμακας για την ισοτροπική τύρβη κατά Euler. Δηλώνοντας ως $\Delta\mathbf{u}_\lambda=\mathbf{u}(x+\lambda)-\mathbf{u}(x)$ τις επιμήκεις διαφοροποιήσεις του πεδίου των ταχυτήτων κατά Euler σε χωρική κλίμακα της τύρβης λ, οι τυρβώδεις διακυμάνσεις τους χαρακτηρίζονται, στο αδρανειακό εύρος, από την αναλλοίωτη συνάρτηση ροπής $\zeta(q)$:

$$\left\langle \left|\Delta u_\lambda\right|^q \right\rangle = A_q \lambda^{\zeta(q)} \qquad [19]$$

όπου $q>0$ είναι η τάξη της ροπής και A_q είναι μια σταθερά εξαρτώμενη από το q. Η αρχική πρόταση του Kolmogorov, για μη-διαλείπουσα σταθερή απόσβεση, αντιστοιχεί σε $\zeta(q)=3$ (Kolmogorov, 1941). Αντίθετα για τη διαλείπουσα τύρβη, η $\zeta(q)$ είναι ανάλογη μιας αθροιστικής συνάρτησης γένεσης (cumulant generating function), που είναι μη γραμμική και κοίλη. Μόνο η τρίτη ροπή δεν έχει διόρθωση της διαλειπτότητας, καθώς $\zeta(3)=1$. Ένα από τα σημαντικά ζητήματα σε αυτό το πολύπλοκο πλαίσιο εργασίας είναι η δυνατότητα χαρακτηρισμού της συμβολής της κάθε διακριτής χωρικής κλίμακας στις τυρβώδεις διακυμάνσεις των ταχυτήτων, και συνεπώς ο καθορισμός της διαλείπουσας τύρβης σε διάφορες χρονικές κλίμακες (Schmitt et al., 2009). Μια πρακτική αναγνώρισης της διαλείπουσας φύσης της παραγωγής και της απόσβεσης της τύρβης, από ερευνητές μηχανικούς, μπορεί να αποτελέσει η παρατήρηση του χρόνου εκδήλωσης των εν λόγω διεργασιών σε σχέση με την έντασή τους. Συγκεκριμένα οι García et al. (1995) παρατήρησαν ότι όλη η παραγωγή της τυρβώδους ενέργειας λαμβάνει χώρα κατά μέσο όρο στο 21% του συνολικού χρόνου καταγραφής του φαινομένου.

2.2. Εργαστηριακά πειράματα θραύσης παράκτιων κυματισμών

Όλα τα παραπάνω μεγέθη και διεργασίες έχουν κατά καιρούς αναλυθεί και εντοπιστεί μέσω πειραματικών προσεγγίσεων σε κατάλληλες εργαστηριακές διατάξεις, οι οποίες αφορούν κύρια σε επιμήκη κανάλια, που αναπαράγουν το φαινόμενο της θραύσης των κυματισμών υπό κλίμακα. Οι εν λόγω προσπάθειες είναι πολλές σε αριθμό και σχετίζονται, τόσο με την ανάλυση των κυματικών χαρακτηριστικών εντός των ΖΘ και ΖΔ, όσο και με τη λεπτομερή αναπαραγωγή των παραμορφώσεων της ελεύθερης επιφάνειας, της κινηματικής και της δυναμικής του υδροδυναμικού πεδίου, με αντίστοιχη ανάλυση των τυρβωδών χαρακτηριστικών της ροής. Συχνά συνοδεύονται και από πειραματική αποτύπωση των κυματογενών διεργασιών (ανύψωση, παράκτια ρεύματα μεταφοράς μάζας, αναρρίχηση κλπ).

Οι πειραματικές μέθοδοι διαχωρίζονται σε κλασικές και σύγχρονες, ανάλογα με τα εξειδικευμένα όργανα και τρόπους δειγματοληψίας. Συγκεκριμένα, ποικίλουν από την πρώιμη φωτογραφική λήψη των κυματικών διεργασιών κατά τη θραύση, με ταυτόχρονες μετρήσεις της ελεύθερης επιφάνειας σε συγκεκριμένους μετρητές (gauges), στην πιο περίτεχνη ανεμο/ταχυμετρία με τη χρήση ακουστικού ή λέιζερ οργάνου, τύπου doppler (Acoustic/Laser Doppler Velocimetry, ADV/LDV ή Laser Doppler Anemometry, LDA), όπως αυτή που χρησιμοποιήθηκε από τους Nadaoka et al. (1989). Μια από τις πιο κλασικές σειρές πειραμάτων με την τεχνική LDA είναι αυτή των Ting and Kirby (1994, 1995, 1996), οι οποίοι διερεύνησαν διεξοδικά τη δυναμική θραυόμενων κυματισμών με μορφή υπερχείλισης και κατάδυσης. Μελέτησαν λεπτομερώς τις μέσες στο χρόνο και τη φάση του κύματος οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες u' και v' μαζί με τη μεταφορά της τύρβης και τις ταχύτητες του ρεύματος επιστροφής, με το να υπολογίσουν το χρονικό μέσο και τη διακύμανση των τοπικών μεσοσταθμισμένων κατά τη φάση (phase-averaged) τιμών της ΤΚΕ, $\langle k \rangle = \left(\langle u'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle \right) / 2$, όπου ‹•› είναι το σύμβολο της φασικής μεσοστάθμισης. Επιπρόσθετα, συνάχθηκαν οι μεσοσταθμισμένες κατά τη φάση η, u και w, μαζί με όρους παραγωγής της τύρβης. Αναφέρθηκαν ενδιαφέροντα αποτελέσματα σχετικά με τη διαφοροποίηση των μηχανισμών μεταξύ των διακριτών τύπων θραύσης κυματισμών. Η στερεομεταφορά εγκάρσια στην ακτή αποδείχθηκε, ότι ακολουθεί την κατεύθυνση διάδοσης προς τα ανοιχτά κάτω από θραυόμενα κύματα τύπου υπερχείλισης και προς την ακτή, κάτω από θραυόμενα κύματα τύπου κατάδυσης. Αναλυτικά σχόλια για αυτές τις προσπάθειες έχουν παρουσιαστεί στο §1.1.2 της παρούσας διατριβής.

Οι Li and Dalrymple (1998) επαλήθευσαν, μέσω μετρήσεων ADV, ότι το σταθερό κυματογενές αντίρρευμα πάνω από κεκλιμένο πυθμένα μεταφέρεται βραδέως, γίνεται ασταθές, και τέλος δημιουργεί συρμό δινών, οι οποίες βρίσκονται μόνιμα κάτω από την περιβάλλουσα της κοιλίας. Το σύμπλεγμα των στροβιλωδών κινήσεων μεταναστεύει με μικρότερες κλίμακες μήκους και μεγαλύτερες χρονικές κλίμακες, από ότι οι δίνες στα επερχόμενα κύματα. Αυτοί οι στρόβιλοι περιστρέφονται γύρω από οριζόντιους άξονες παράλληλους στην ακτογραμμή. Συμπληρωματικά έδειξαν, ότι ένα πρόσθετο, μεσοσταθμισμένο για την περίοδο του κύματος, στροβιλώδες στρώμα μπορεί να εμφανιστεί στη στήλη του νερού, με δίνες κοντά στην επιφάνεια, οι οποίες περιστρέφονται με την ίδια φορά όπως οι κυματογενείς τροχιές των μορίων του νερού. Αντίθετα, τα στροβιλώδη μορφώματα που εντοπίζονται περίπου στη μέση του βάθους περιστρέφονται στην αντίθετη κατεύθυνση, λόγω ασταθειών του επιπυθμένιου ρεύματος επιστροφής (undertow instabilities). Στα ανοιχτά της ΖΘ, οι συρμοί των στροβίλων φθίνουν καθώς το κατακόρυφο προφίλ των ταχυτήτων του αντιρρεύματος γίνεται γραμμικό με το βάθος, οπότε και ουδέτερα σταθερό σε οποιεσδήποτε διαταραχές.

Οι Cox and Kobayashi (2000) και Cox and Anderson (2001) επιχείρησαν μετρήσεις τύπου LDV των στιγμιαίων τιμών των τυρβωδών ταχυτήτων u' και w', των διατμητικών τάσεων τ_{ss}, και της ΤΚΕ k. Εντόπισαν την εμφάνιση διαλειπουσών συνεκτικών δομών, μέσω φασικής ανάλυσης σε τεταρτημόρια και μιας τεχνικής εξαρτημένης δειγματοληψίας, υπολογίζοντας ταυτόχρονα τις στατιστικές τους ιδιότητες, τα χαρακτηριστικά των οποίων εξαρτάται από τον τύπο θραύσης των κυματισμών. Επεκτείνοντας αυτήν την ανάλυση, οι Cox and Shin (2003) μελέτησαν τη χρονική μεταβολή των κλασματικών κενών πάνω από τη ΣΗ, εντοπίζοντας αυτό-όμοιες ιδιότητες της ροής.

Ο Liiv (2001) έκανε χρήση της μεθόδου LDA για να εξετάσει τις τ_{ss}, την k και την ένταση της τύρβης στο πεδίο ροής θραυόμενων κυματισμών τύπου κατάδυσης. Τα αποτελέσματα αποκάλυψαν την επικράτηση των κινήσεων μεγάλης κλίμακας, προσδίδοντας στη ροή χαρακτηριστικές ιδιότητες αρχικής ΖΘ. Τα χαρακτηριστικά της τύρβης αναλύθηκαν από την κυματική κορυφή ως την οριακή στοιβάδα στον πυθμένα.

Οι Petti and Longo (2001a) διεξήγαν ανάλυση της χρονοσειράς του περιοδικού σήματος των ταχυτήτων u και w με τη χρήση ενός πειραματικού συστήματος LDV, κατά μήκος αρκετών τμημάτων με κατακόρυφους μετρητές στη ΖΔ. Στόχοι τους ήταν η περιγραφή της δυναμικής του μετώπου του κύματος, ο υπολογισμός των μακρο- και μικρο-κλιμάκων του μήκους και της ταχύτητας, και ο ορισμός του Euler-ιανού συχνοτικού φάσματος, το οποίο εν τέλει αποκάλυψε την ύπαρξη δίδυμων δομών. Ο Longo (2003) ανέλυσε επιπρόσθετα τις μετρήσεις της ΤΚΕ με τη χρήση μεθόδου

διακριτών κυματιδίων, υπολόγισε και εφάρμοσε μεθόδους επίλυσης κατά τη φάση του κύματος για τους στροβίλους διαφόρων κλιμάκων. Η έρευνα κατέληξε στο ότι οι κυρίαρχες στροβιλώδεις κινήσεις είναι μικρής και μέσης κλίμακας, όμως φέρουν το 70% της συνολικής τυρβώδους ενέργειας κάτω από την κυματική κορυφή.

Άλλη μια πολύ σημαντική προσπάθεια, με τη χρήση της μεθόδου LDA, είναι αυτή των Stansby and Feng (2005), οι οποίοι έκαναν χρήση μεγάλου αριθμού μετρητών, με σκοπό να ερευνήσουν εκτενώς των κινηματικών μεγεθών εντός της ΖΘ, η οποία δημιουργείται από θραυόμενους κυματισμούς με μορφή ασθενούς κατάδυσης. Σκοπός τους ήταν ο καθορισμός των επαναλαμβανόμενων δομών της ροής σε κατακόρυφες διατομές, μέσω φασικών και δειγματικών τελεστών μεσοστάθμισης (phase- και ensemble-averaging), συμπεριλαμβανομένων από μεγάλης κλίμακας κινήσεις μέχρι μικρής κλίμακας στροβιλώδεις σχηματισμούς. Ο συνεκτικός χαρακτήρας των πολλαπλών στροβιλωδών δομών επιβεβαιώθηκε, ιδιαίτερα ακριβώς πριν και κατά την έναρξη της θραύσης, οδηγώντας στη δημιουργία επιμηκών δομών κοντά και κατά μήκος της ελεύθερης επιφάνειας κατά τη διάρκεια προέλασης του αντίστροφου υδραυλικού άλματος (bore). Υπολογίστηκαν ακόμα οι μέσες τιμές, κατά την περίοδο, των ω, u' και w', επιδεικνύοντας μεταφορά μάζας προς την ακτή πάνω από τη στάθμη της κυματικής κοιλίας και αντιστροφή της ροής προς τα ανοιχτά κάτω από την κοιλία. Παρατηρήθηκαν αδρά στρώματα θετικής ως επί το πλείστον στροβιλότητας στο επίπεδο της κοιλίας, και ένα λεπτό στρώμα αντίθετης φοράς κοντά στο πυθμενικό στερεό όριο. Διάφοροι τυρβώδεις όροι εκτιμήθηκαν, υποθέτοντας αργή μεταβολή του χωροχρονικού μετασχηματισμού της φασικής ταχύτητας, ενώ το καθαρό ισοζύγιο ήταν πάντα αμελητέο σε σύγκριση με τις μέγιστες τιμές των τυρβωδών μεγεθών.

Επιπλέον, μια πιο σύγχρονη μέθοδος, που ονομάζεται ταχυμετρία σωματιδιακής απεικόνισης (Particle Image Velocimetry, PIV) χρησιμοποιείται όλο και πιο συχνά πια, γιατί μπορεί να καλύπτει ευρύτερες περιοχές και να καταγράφει υψίσυχνα πλαίσια του πεδίου ροής, και συνεπώς να απεικονίζει τα συνολικά τυρβώδη μορφώματα και δομές. Αναλυτική ανασκόπηση παρουσιάζεται από τους Grue et al. (2004). Ενδεικτικό παράδειγμα είναι η εργασία των Kimmoun and Branger (2007), οι οποίοι ερεύνησαν το μετασχηματισμό των κυματικών χαρακτηριστικών εντός ολόκληρης της ΖΘ, μαζί με τη ΖΔ στην περιοχή αναρρίχησης πέραν της ακτογραμμής. Για την κάλυψη όλου του μεταβατικού πεδίου της μεταβολής του κύματος και την απόκτηση ακριβών μετρήσεων για τις u, w, u' και w', χρησιμοποιήθηκε διακριτοποίηση σε επικαλυπτόμενα μικρότερα παράθυρα ίσου μεγέθους. Το υδροδυναμικό πεδίο των ταχυτήτων στη συνέχεια ανακατασκευάστηκε σε κάθε χρονικό βήμα καταγραφής, με τη συγκέντρωση των αντίστοιχων αποτελεσμάτων και δειγματικά ή φασικά μεσοσταθμισμένων συνιστωσών της ροής μαζί με τα σχετιζόμενα διακυμαινόμενα μέρη. Επιπρόσθετα, η στροβιλότητα ω

υπολογίστηκε μέσω των χωρικών βαθμίδων των *u*, *v*, και *w*, μαζί με τους φυσικούς όρους, που εμφανίζονται στην εξίσωση μεταφοράς της τυρβώδους κινητικής ενέργειας. Συνολικά, οι φυσικές προσομοιώσεις (πειράματα) έχουν θέσει τις βάσεις βαθύτερης κατανόησης του φαινομένου, όμως τα εργαστηριακά πειράματα είναι συνήθως πολύ δαπανηρά σε υλικό κόστος, και σχετίζονται πάντοτε με συγκεκριμένα (αυστηρά) υδραυλικά κριτήρια και συγκεκριμένες (άκαμπτες) γεωμετρίες των διατάξεων (καναλιών ή δεξαμενών).

2.3. Υπολογιστικές προσομοιώσεις θραύσης παράκτιων κυματισμών

Η μελέτη των ροών της παράκτιας ζώνης, στη σύγχρονη εποχή, απαιτεί τη λεπτομερή ανάλυση της τυρβώδους ροής, η οποία δεν είναι δυνατό να καλυφθεί από τις υπάρχουσες θεωρητικές, αναλυτικές, και εμπειρικές μεθόδους, οι οποίες είναι χρήσιμες μόνο για τη γενική κατανόηση του φαινομένου. Η χρήση τους δεν εγγυάται τον ακριβή προσδιορισμό των χαρακτηριστικών και των ιδιοτήτων της ροής, με όλα τα ιδιαίτερα πρότυπα και μορφώματά της. Τα τελευταία εξασφαλίζονται μόνο μέσω προχωρημένων μεθόδων προσομοίωσης της 2D και 3D ροής με ελεύθερη επιφάνεια στην παράκτια ζώνη. Τα διαθέσιμα υπολογιστικά μοντέλα είναι πολλά, και αφορούν στην προέλαση και στη θραύση των παράκτιων κυματισμών, με ταυτόχρονη αποτύπωση των κυματογενών διεργασιών στο υδροδυναμικό πεδίο εντός της ΖΘ, καθώς και στην αποτύπωση της εγκάρσιας μετακίνησης της ακτογραμμής, της αναρρίχησης κυματισμών στην ακτή και της ανύψωσης της ΜΣΘ. Κατηγοριοποιούνται με βάση τη μαθηματική προσέγγιση, το επίπεδο ανάλυσης της ροής και των διεργασιών που λαμβάνουν χώρα στο υπολογιστικό πεδίο, και συνεκδοχικά τον τρόπο με τον οποίο αυτό διακριτοποιείται, δηλ. σε κάνναβο (πεπερασμένες διαφορές), πλέγμα (πεπερασμένα στοιχεία) ή σωματίδια (Lagrange-ιανοί τελεστές εξομάλυνσης). Συνεπώς, ένας ακόμα βασικός διαχωρισμός είναι το αν οι εξισώσεις διατήρησης της μάζας και της ορμής ορίζονται σε (διαφορικό) χωρικό όγκο αναφοράς, μέσα στον οποίο επιλύονται σε κάθε χρονικό βήμα της προσομοίωσης. Πρακτικά, ο διαχωρισμός βασίζεται στο αν το ρευστό διέρχεται μέσα από τον όγκο ελέγχου (θεώρηση Euler) ή αν η επίλυση των εξισώσεων ακολουθεί μια διακριτή μοναδιαία μάζα του ρευστού (όγκος ελέγχου) κατά την κίνησή του στο κινούμενο σύστημα αναφοράς (θεώρηση Lagrange). Η κάθε μία μέθοδος είναι πιο κατάλληλη για συγκεκριμένες υδροδυναμικές διεργασίες, αλλά επιβάλει και περιορισμούς ανάλογα με τη διαθέσιμη υπολογιστική δύναμη και το επίπεδο της τεχνολογικής απόδοσης των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Η πλειοψηφία των μεθόδων προσομοίωσης της διάδοσης και της θραύσης κυμάτων χρησιμοποιούν την πρώτη προσέγγιση.

2.3.1. Κλασικές μέθοδοι προσομοίωσης

Οι πιο κλασικές και ευρέως διαδεδομένες μέθοδοι προσομοίωσης της διάδοσης και της θραύσης των κυματισμών στην παράκτια ζώνη είναι αυτές, που χρησιμοποιούν την επίλυση των ολοκληρωμένων, ως προς το βάθος, εξισώσεων ροής, όπως οι εξισώσεις ήπιας κλίσης (mild-slope equations) και οι εξισώσεις τύπου Boussinesq. Η προσομοίωση του κυματικού κλίματος στην παράκτια ζώνη δίνεται με ικανοποιητική ακρίβεια όσον αφορά στα κυματικά χαρακτηριστικά, κύρια για θραυόμενους κυματισμούς τύπου υπερχείλισης, ενώ η ικανότητα πρόβλεψής τους εξαρτάται εν πολλοίς από την αναλυτική ημι-εμπειρική θεώρηση για τη θραύση, δηλ. τα μοντέλα επιφανειακού στροβίλου (surface roller) ή τυρβώδους συνεκτικότητας (eddy viscosity). Το κύριο πλεονέκτημα τους είναι η δυνατότητα προσομοίωσης του ψευδο-τρισδιάστατου (2D οριζόντιου) υδροδυναμικού πεδίου σε λογικούς χρόνους, πράγμα που τα κάνει κατάλληλα για πρακτικές εφαρμογές, επιχειρησιακούς σκοπούς ή ερευνητικά ελκυστικά για τη σύζευξη με άλλου τύπου μοντέλα προσομοίωσης της κυκλοφορίας, της στερεομεταφοράς κ.α. Ωστόσο, με αυτά τα μοντέλα είναι αδύνατη η περιγραφή των χαρακτηριστικών της τυρβώδους ροής και αμφίβολη η περιγραφή των πραγματικών κατακόρυφων προφίλ των ρευμάτων.

Ο Berkhoff (1972) εισήγαγε την πρώτη μορφή των εξισώσεων ήπιας κλίσης, η οποία ήταν ελλειπτική και προέκυψε από γνωστή κατανομή, ως προς το βάθος, του δυναμικού της ροής, που επεκτάθηκε στην υπερβολική θεώρηση των εξισώσεων από τον Copeland (1985). Η ενεργειακή απόσβεση και η συνεκδοχική μείωση του ύψους κύματος, λόγω επίδρασης του πυθμένα και της θραύσης, δίνεται συνήθως σε αυτά τα μοντέλα από κατάλληλους όρους ενεργειακής απόσβεσης (Dingemans, 1997). Για τα μοντέλα με εξισώσεις τύπου Boussinesq, η θραύση των κυματισμών λαμβάνεται υπόψη είτε με την προσθήκη όρων τυρβώδους συνεκτικότητας ν_t στις εξισώσεις κίνησης (Karambas and Koutitas, 1992) ή με τη χρήση μοντέλου επιφανειακού στροβίλου (Schäffer et al., 1993), όπου η επιρροή της στροβιλότητας ω στο φαινόμενο εισάγεται με εμπειρικό τρόπο και χρήση αντίστοιχης εξίσωσης για την ω (Veeramony and Svendsen, 2000).

2.3.2. Σύγχρονες πλεγματικές μέθοδοι προσομοίωσης

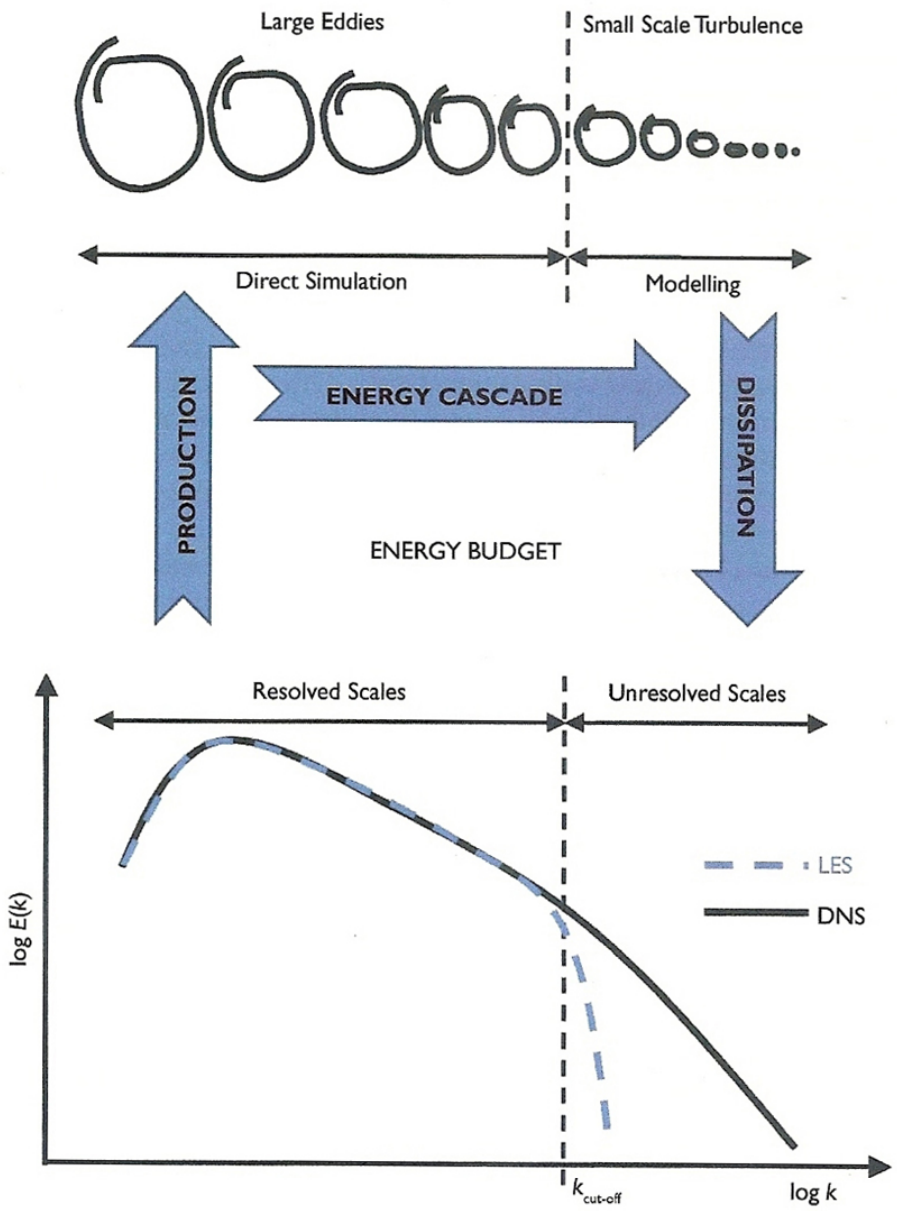
Οι πιο σύγχρονες μέθοδοι προσομοίωσης της διάδοσης και της θραύσης των κυματισμών στην παράκτια ζώνη αφορούν σε αριθμητικά μοντέλα, που επιλύουν τις πλήρεις 3D εξισώσεις Navier-Stokes σε κάνναβο (grid) ή πλέγμα (mesh) και ονομάζονται τεχνικές υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics,

CFD). Οι πιο σημαντικές μεταξύ αυτών είναι τα μοντέλα που επιλύουν τις ολοκληρωμένες κατά Reynolds εξισώσεις Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier Stokes, RANS), με ή χωρίς το συνδυασμό τεχνικών εντοπισμού επιφανείας όπως η μέθοδος Volume-of-Fluid (VOF)· τα μοντέλα τάσεων Reynolds (Reynolds Stress Models, RSM)· τα μοντέλα προσομοίωσης μεγάλων δινών (Large Eddy Simulation, LES) με προσέγγιση υπο-πλεγματικής κλίμακας (Sub-Grid Scale, SGS) για τον υπολογισμό των τυρβωδών τάσεων και το κλείσιμο της τύρβης (turbulence closure)· η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων (Boundary Element Method, BEM) συνήθως σε διατύπωση εναλλαγής μεταξύ των προσεγγίσεων κατά Euler και κατά Lagrange· η πολύ δαπανηρή υπολογιστικά μέθοδος άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης (Direct Numerical Simulation, DNS). Στα παρακάτω παρατίθεται το επιστημονικό υπόβαθρο πίσω από τις πιο σημαντικές από τις προαναφερθείσες μεθόδους CFD, όσο αφορά στη δυνατότητα προχωρημένης έρευνας στην εφαρμοσμένη υδροδυναμική για ροές σε τυρβώδεις συνθήκες, όμως σε συνδυασμό με λογικές υπολογιστικές απαιτήσεις χρόνου και λειτουργικότητας. Επίσης στη συνέχεια δίνονται και οι πιο σημαντικές από τις σχετικές επιστημονικές εργασίες.

Στα μοντέλα επίλυσης των εξισώσεων του δυναμικού της ροής περιγράφεται συνήθως η μη συνεκτική και αστρόβιλη ροή (ιδεατό ρευστό) σε 2D υπολογιστικό πεδίο για τη διάδοση μη-γραμμικών κυματισμών μεγάλης κυρτότητας. Τα εν λόγω μοντέλα επιλύουν τη ροή σε κατάλληλες υπολογιστικές δεξαμενές με αντίστοιχες οριακές συνθήκες κυματογενητριών και ζωνών απόσβεσης για τα όρια εισόδου και εξόδου, και με τεχνικές σύμμορφης απεικόνισης για τα πυθμενικά όρια. Αυτές οι μέθοδοι συνδυάζονται με μοντέλα BEM (Grilli and Horrillo 1997· Guyenne and Grilli, 2006) για την επέκτασή τους σε 3D προσομοιώσεις της προέλασης των παράκτιων κυματισμών. Η ικανότητα της μεθόδου είναι αποδεκτή όμως μέχρι το στάδιο πριν τη θραύση, όταν συγκριθούν με πειραματικά δεδομένα (Dommermuth et al., 1988).

Οι λιγότερο χρονοβόρες μέθοδοι που μπορούν να προσομοιώσουν τα τυρβώδη χαρακτηριστικά της ροής είναι τα μοντέλα τύπου RANS, τα οποία επιλύουν τις κλασικές εξισώσεις Navier-Stokes με έξτρα όρους για τις διατμητικές τάσεις (τριβές και τυρβώδεις τάσεις Reynolds), οι οποίες υπόκεινται σε στατιστική μεσοστάθμιση κατά Reynolds, με βάση τις διακυμάνσεις της μέσης ροής. Για την ευελιξία αυτών των μοντέλων, συνήθως οι εξισώσεις RANS θεωρούνται με σταθερά κατανεμημένη δυναμική πίεση στο βάθος, και συνδυάζονται με ένα μοντέλο περιγραφής της παραγωγής και απόσβεσης της κινητικής ενέργειας, π.χ. *k-ε*, *k-ω* κλπ. Τα όρια του πεδίου είναι σταθερά και ορίζουν την παροχή εισόδου ή εξόδου σε αυτό, ενώ οι μεταβολές της ελεύθερης επιφάνειας υπολογίζονται με την ολοκλήρωση της εξίσωσης συνέχειας στο βάθος. Για το σωστό προσδιορισμό της θέσης της ελεύθερης

επιφάνειας, πολλές φορές σε συνδυασμό με τις εξισώσεις RANS χρησιμοποιείται η προσέγγιση VOF (Hirt and Nichols 1981). Αυτές οι τεχνικές αφορούν σε ροές με ισοτροπική τύρβη. Για την περίπτωση της ανισοτροπικής τύρβης προτείνεται η σύζευξη με κάποια προσέγγιση τύπου RSM.



Εικ. 17. Σχηματική αναπαράσταση της γενικής ιδέας των μοντέλων LES σε σχέση με τον καταβιβασμό ενέργειας από μεγάλες σε μικρότερες χωρικές κλίμακες και η αντιστοιχία με το ενεργειακό φάσμα Fourier των τυρβωδών ταχυτήτων. (Πηγή: Rodi et al., 2013)

Η λογική πίσω από τις μεθόδους τύπου LES βασίζεται στην ιδέα της μεταφοράς του ενεργειακού περιεχομένου των τυρβωδών κινήσεων από τις μεγάλες προς τις μικρές

χωρικές κλίμακες (Εικ. 17). Οι κινήσεις μεγάλης κλίμακας, που επιλύονται από τις βασικές εξισώσεις, εξάγουν ενέργεια από τη μέση ροή και την καταβιβάζουν σε μικρότερης κλίμακας στροβιλώδεις κινήσεις, οι οποίες προσομοιώνονται από το μοντέλο, για τις αποστάσεις που είναι μικρότερες από την τυπική διάσταση του υπολογιστικού καννάβου ή πλέγματος. Η κινητική ενέργεια υποχωρεί σε μέγεθος μέσω του μηχανισμού της απόσβεσης, ο οποίος προβλέπεται από το μοντέλο κλεισίματος της τύρβης.

Το πρώτο βήμα στην κατανόηση της μεθόδου LES είναι να διαχωρίσει κανείς τις τυρβώδεις κινήσεις σε μεγάλους στροβίλους (συμπεριλαμβανομένων και των συνεκτικών τυρβωδών δομών) προς επίλυση και σε μικρές δίνες προς προσομοίωση. Ιδανικά, ο διαχωρισμός θα έπρεπε να λαμβάνει χώρα σε μια περιοχή συχνοτήτων του φάσματος, όπου συμβαίνει μόνο καταβιβασμός ενέργειας και όχι εισαγωγή ενέργειας από τη μέση ροή ή απόσβεση. Αυτή είναι η αδρανειακή υπο-κλίμακα (inertial sub-range) και κάτω αυτής σε χωρική ανάλυση λαμβάνει χώρα η ενεργειακή απόσβεση, λόγω επίδρασης της συνεκτικότητας στις χωρικές κλίμακες Kolmogorov. Από την άποψη των ικανών υπολογιστικών πόρων, οι πραγματικές προσομοιώσεις τύπου LES είναι πολύ χρονοβόρες και αντιοικονομικές, καθώς έχει δειχθεί ότι θα πρέπει οι επιλυόμενες κλίμακες και οι δίνες, που τους αντιστοιχούν, να περιλαμβάνουν το 80~90% του ενεργειακού περιεχομένου του υδροδυναμικού πεδίου. Ο διαχωρισμός κλιμάκων επιτυγχάνεται στην πράξη από τη λεπτομέρεια της χωρικής ανάλυσης του υπολογιστικού πλέγματος που μπορεί να επιτευχθεί. Συνεκδοχικά, η μέθοδος LES μπορεί να θεωρηθεί ως η αριθμητική προσέγγιση που επιλύει αναλυτικά όσο το δυνατό μεγαλύτερο μέρος της τυρβώδους κίνησης πάνω σε έναν κάνναβο, ένα πλέγμα ή ένα σωματιδιακό πεδίο, με δεδομένη χωρική ανάλυση. Στα πλαίσια αυτής της μεθόδου, οι τυρβώδεις δίνες διακριτοποιούνται με βάση τη χωρική ανάλυση του πεδίου, ενώ η επίδραση των μικρών δινών στη μακροσκοπική τύρβη υπολογίζεται με τη χρήση μοντέλου υπο-πλεγματικών τάσεων SGS. Οι μεγάλες δίνες είναι 3D, οπότε η μέθοδος LES συνήθως εφαρμόζεται σε 3D υπολογιστικά πεδία. Ωστόσο, σε όχι τόσο έντονα τυρβώδη περιβάλλοντα ροής, όπως η μη μόνιμη ροή κατά τη θραύση παράκτιων κυματισμών, έχει δοκιμαστεί και η 2D προσέγγιση LES.

Η πιο προχωρημένη μέθοδος, από την άποψη της λεπτομέρειας στη χωρική ανάλυση, είναι η προσέγγιση της ροής μέσω DNS. Τα εν λόγω μοντέλα προσομοίωσης επιλύουν το σύνολο της ροής με αποτέλεσμα η χωρική διακριτοποίηση του υπολογιστικού πεδίου να αγγίζει και ίσως να είναι ακόμα μικρότερη από τις κλίμακες μήκους Kolmogorov. Σε αυτές τις χωρικές διαστάσεις η κινηματική συνεκτικότητα *ν* του ρευστού αναλαμβάνει το ρόλο της ενεργειακής απόσβεσης με στατιστικά ισοτροπικό και ομογενή τρόπο. Συνεπώς, δεν απαιτείται η μοντελοποίηση των τυρβωδών τάσεων

και λοιπών μεγεθών όπως η ΤΚΕ, η παραγωγή και η απόσβεσή της. Οι εξισώσεις διατήρησης μάζας και ορμής (Navier-Stokes) του ρευστού κατά Euler περιγράφουν στην πληρότητά της την κίνηση για πραγματικό ασυμπίεστο ρευστό. Αυτό κάνει τη μέθοδο, σε γενικές γραμμές, σχεδόν απαγορευτική ακόμα και στη σύγχρονη εποχή, με βάση τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους, ακόμα και για την προσομοίωση απλουστευμένων ροών. Η αξία αυτών των προσομοιώσεων όμως είναι πολύ σημαντική, καθώς χρησιμοποιούνται για την πιστοποίηση των μακροσκοπικών μοντέλων της τύρβης. Καθώς η σχέση του μεγέθους των μικρότερων δινών με τις μεγαλύτερες από αυτές και τη ροή μεγάλης κλίμακας μεταβάλλεται αντίστροφα με το πόσο τυρβώδες είναι το καθεστώς της ροής, δηλ. τον αριθμό *Re*, για 3D προσομοιώσεις ο αριθμός των κελιών του υπολογιστικού πλέγματος (άρα και το κόστος των υπολογισμών) αυξάνονται χονδρικά με την τρίτη δύναμή του (Re^3). Συνεκδοχικά, για αριθμούς *Re* με πρακτική σημασία, ο αριθμός των απαραίτητων υπολογιστικών κελιών/σημείων/στοιχείων γίνεται τόσο μεγάλος, που η αναγκαία υπολογιστική δύναμη ξεπερνάει κατά πολύ τις δυνατότητες των διαθέσιμων σύγχρονων υπολογιστών. Ακόμα και για μέσους *Re* και μικρής έκτασης απλές ροές, η υπολογιστική προσπάθεια πρέπει να είναι τεράστια. Π.χ. οι Hoyas and Jiménez (2006) χρησιμοποίησαν DNS για την προσομοίωση ροής σε ανοιχτό κανάλι με $Re=8{,}7\cdot10^4$ και $1{,}8\cdot10^{10}$ σημεία καννάβου, σε 2048 επεξεργαστές (CPUs) μιας υπερ-υπολογιστικής (super-computer) συστοιχίας, και παρ' όλα αυτά απαιτήθηκαν ολόκληροι έξι μήνες για την ολοκλήρωση της προσομοίωσης. Συνεπώς, προς το παρόν και για το κοντινό τουλάχιστον μέλλον η DNS δεν αποτελεί επιλογή για πρακτικές υπολογιστικές εφαρμογές, όσον αφορά στην εφαρμοσμένη έρευνα αριθμητικών προσομοιώσεων για τη θραύση παράκτιων κυματισμών.

Σε αυτό το πλαίσιο, οι Lin and Liu (1998) χρησιμοποίησαν ένα μη-γραμμικό μοντέλο RSM μαζί με τεχνική VOF. Η συμφωνία, που επιτεύχθηκε μεταξύ αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων, αφορούσε μόνο σε θραυόμενα κύματα ελλειπτικού συνημίτονου [cnoidal, δηλ. λύσεις της ελλειπτικής εξίσωσης του Jacobi $cn(x,t)$], πάνω σε κεκλιμένο πυθμένα αναφορικά με τα προφίλ ελεύθερης επιφάνειας η, την ΤΚΕ k, και τις μέσες τιμές των ταχυτήτων u and w. Οι μηχανισμοί της μεταφοράς της τύρβης στη μεταβατική περιοχή μεταξύ του επιφανειακού στροβίλου και του πυθμένα, βρέθηκε ότι είναι η παραγωγή της τύρβης, η κατακόρυφη διάχυση και η κατακόρυφη συναγωγή. Ο Bradford (2000) παρουσίασε επίσης ένα μοντέλο VOF για ασυμπίεστη ροή και εξέτασε την ακρίβεια των αριθμητικών προσεγγίσεων, όσον αφορά στη θέση της έναρξης της θραύσης, το ύψος κύματος H, το ρεύμα επιστροφής, και την ΤΚΕ k. Παρουσιάστηκαν τα διανυσματικά πεδία των ταχυτήτων και τα πεδία της ΤΚΕ, σε μορφή 2D κατανομών των ισαριθμικών καμπύλων σε 2D πεδία κάτω από θραυόμενους κυματισμούς τύπου

κατάδυσης, χωρίς όμως την περιγραφή των στροβιλωδών μορφωμάτων της ροής. Η κατακόρυφη μίξη της ροής ήταν εντονότερη, από ότι στην περίπτωση της θραύσης τύπου υπερχείλισης.

Οι Christensen and Deigaard (2001) περιέγραψαν την τύρβη με προσέγγιση LES μέσω ενός SGS μοντέλου τύπου Smagorinsky για τις μικρές ανεπίλυτες κλίμακες, και απεικόνισαν πολύπλοκες διεργασίες της ροής όπως οι λοξά καταδυόμενες δίνες (ODE), που πρωτοαναφέρθηκαν από τους Nadaoka et al. (1989). Κατά τη θραύση τύπου υπερχείλισης επιβεβαιώθηκε η δημιουργία επιφανειακού στροβίλου αλλά και η ύπαρξη εμφανούς διατμητικού στρώματος της ροής κάτω από το στρόβιλο. Κατά τη θραύση κατάδυσης, η τύρβη φάνηκε να έχει τοπολογικά αίτια παραγωγής, ενώ δευτερεύουσες εστίες παραγωγής της τύρβης προέκυψαν μετά την συνεχόμενη επανεμφάνιση μικρότερων φλεβών στα κατάντη, οι οποίες αναπηδούν και δημιουργούν αλλεπάλληλους παφλασμούς. Ο επιφανειακός στρόβιλος μετά την έναρξη της θραύσης κατείχε χαρακτηριστική διάσταση, περίπου το 1/3 του τοπικού βάθους. Η τυπική κλίμακα μήκους της τύρβης εγκάρσια στην ακτή υπολογίστηκε ότι είναι περίπου το μισό του τοπικό βάθους της ροής.

Μια πλήρης αριθμητική μελέτη επιχειρήθηκε από τους Watanabe and Saeki (2002), στην οποία διερευνήθηκε η στροβιλότητα στις συνεκτικές δομές μεγάλης κλίμακας. Επιπρόσθετα, οι χωρικές βαθμίδες στα συχνοτικά φάσματα της ΤΚΕ και της ενστροφίας (enstrophy) συσχετίστηκαν με την παραγωγή των τάσεων Reynolds, τη μεταφορά και την απόσβεση σε διάφορες κλίμακες μήκους της τυρβώδους ανάμιξης. Εκτιμήθηκαν επίσης τα πεδία των μέσων ταχυτήτων, η κυματική ενέργεια και η ΤΚΕ εντός της ΖΘ. Η μελέτη εμπεριείχε όμως μια υπολογιστικά επαχθή τεχνική VOF. Οι Zhao et al. (2004) δημιούργησαν ένα μοντέλο με μέσες υπολογιστικές απαιτήσεις με τη χρήση της τεχνικής VOF σε συνδυασμό με ένα λογαριθμικό νόμο για το προφίλ της ταχύτητας στην οριακή στοιβάδα και πήραν αποτελέσματα για την η, τις u και w, τα ύψη κύματος H, και τα προφίλ του αντιρρεύματος. Με τη χρήση ενός μηχανισμού SGS για τη μεταφορά της τύρβης, εντόπισαν ομοιότητες σε τάξη μεγέθους μεταξύ της παραγωγής και της απόσβεσης της τύρβης. Η πρώτη ήταν αρχικά τοποθετημένη στο μέτωπο του κύματος και πάνω από την κοιλία, ενώ η δεύτερη όπισθεν του κύματος. Αυτό ανέδειξε την ακαταλληλότητα της εννοιολογικής παραδοχής του τυρβώδους ισοζυγίου σε αυτές τις περιοχές. Αντιθέτως, κάτω από την κυματική κοιλία, η υπόθεση τοπικής ισορροπίας ήταν αρκετά εύλογη. Στη στάθμη της κοιλίας, η τύρβη μετασχηματιζόταν εξίσου μέσω συναγωγής και διάχυσης, ενώ πάνω από αυτήν, η επικράτηση της τυρβώδους συναγωγής ήταν εμφανής. Η απόσβεση της ΤΚΕ για την περίπτωση των θραυόμενων κυματισμών τύπου υπερχείλισης συνεχίστηκε ακόμα και κατά την προέλαση του μετώπου του θραυόμενου κύματος, αλλά ήταν εξαιρετικά

ταχεία κάτω από θραυόμενους κυματισμούς τύπου κατάδυσης, με κλίμακα της χρονικής εξέλιξης μικρότερη από μια κυματική περίοδο *T*.

Οι Grilli et al. (2001) χρησιμοποίησαν ένα υψηλής τάξης μοντέλο BEM για την προσομοίωση ενός 3D μοναχικού κύματος (solitary wave) με ανατρεπόμενη κορυφή κύματος, όμως μόνο με όρους *η*. Το αντίστοιχο πεδίο αναπαράχθηκε από τους Guyenne and Grilli (2003), όμως χωρίς τη συμπερίληψη υπολογισμού κάποιας μορφολογίας των προτύπων στροβιλότητας. Οι Grilli et al. (2004) παρουσίασαν πολύ καλές συγκρίσεις της αριθμητικής απεικόνισης της ελεύθερης επιφάνειας για θραυόμενο κύμα σε σχέση με πειραματικά δεδομένα, μέσω ενός συζευγμένου μοντέλου BEM-VOF. Οι Biausser et al. (2003) ανέπτυξαν επίσης ένα συζευγμένο μοντέλο BEM-VOF για να προσομοιώσουν πλήρως τη θραύση τύπου κατάδυσης, όμως και πάλι μόνο για μοναχικά κύματα.

Οι Watanabe et al. (2005) πρότειναν ένα 3D μοντέλο LES με τάσεις SGS για τη μελέτη των ασταθειών στο πεδίο στροβιλότητας κύρια στη σαγματική περιοχή (saddle region) του πεδίου της τροπής (strain) μεταξύ της φλέβας αναπήδησης του θραυόμενου κύματος και του ανοίγματος των μεγάλων στροβιλωδών δομών. Η αλληλεπίδραση των δύο οδήγησε σε παλινδρομικές κατανομές των κινήσεων ενισχυμένες κατά την εμφάνιση δομών με μορφή πλοκάμου (braid). Ο προκύπτον βρόχος δινών καθόρισε μια περιβάλλουσα περιοχή που κάλυπτε τις γειτονικές μεταξύ τους δίνες, δημιουργώντας ένα νευρόμορφο σχηματισμό (rib-like formation). Ο τελευταίος προσομοίαζε σε τεταμένο στροβιλώδη βρόχο (stretched vortex loop) και φαινομενολογικά αποδείχθηκε, ότι ήταν οι ορισμένες προηγουμένως ODE. Ο Christensen (2006) εφάρμοσε την ιδέα των VOF για τις εξισώσεις Navier-Stokes, μαζί με προσεγγίσεις SGS ή ένα μοντέλο τύρβης *k-ε* για τις τυρβώδεις κλίμακες. Κατέληξε στον υπολογισμό της μέσης κυματογενούς ανύψωσης, του ρεύματος επιστροφής και των τυρβωδών χαρακτηριστικών της ροής, όμως για μια σχετικά αδρομερή υπολογιστική χωρική ανάλυση. Βρέθηκε μια συνολική υπερεκτίμηση των επιπέδων της τύρβης, λόγω της χρήσης των καθιερωμένων τιμών των μοντέλων των παραμέτρων. Παρατηρήθηκαν στροβιλώδεις δομές γύρω από τους κατακόρυφους και εγκάρσιους οριζόντιους άξονες της ροής, εν τούτοις οι προκύπτουσες βαθμίδες στροβιλότητας οφείλονταν στις επιμήκεις εγκάρσιες στην ακτή τυρβώδεις δομές, που ορίζονταν από μετρήσιμη στροβιλότητα κατά το πλάτος της διάδοσης των κυμάτων.

Οι Guyenne and Grilli (2006) έκαναν χρήση μια μικτής προσέγγισης τύπου Euler-Lagrange για πλήρως μη-γραμμική ροή δυναμικού τύπου BEM, για τη διερεύνηση της 2D και 3D κινηματικής της θραύσης κυματισμών. Η σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα ήταν ικανοποιητική. Με βάση τις εξισώσεις μεταφοράς της ΤΚΕ *k* και της απόσβεσης *ε*, οι Bakhtyar et al. (2009) έκαναν χρήση ενός μοντέλου *k-ε* για το κλείσιμο

της τύρβης, σε συνδυασμό με μια μέθοδο RANS-VOF. Παρουσίασαν εύλογα αποτελέσματα εντός της ΖΘ και εκτός της μεταβατικής περιοχής κοντά στο σημείο θραύσης, και εξαιρετικά στη ΖΔ. Ο Iafrati (2009) εφάρμοσε μια επίπονη τεχνική ρύθμισης στάθμης (Level Set technique) για την πλήρη προσομοίωση θραυόμενου κύματος με μορφή κατάδυσης. Οι Tian et al. (2010) χρησιμοποίησαν μια προσέγγιση τυρβώδους συνεκτικότητας για την προσομοίωση της ενεργειακής απόσβεσης σε 2D ασταθείς θραυόμενους κυματισμούς τύπου κατάδυσης. Οι Lubin et al. (2011) σχετικά πρόσφατα μεταχειρίστηκαν ένα μοντέλο τύπου LES για την προσομοίωση των βίαιων παραμορφώσεων της ελεύθερης επιφάνειας και του λεπτομερούς διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων κάτω από θραυόμενους κυματισμούς κατάδυσης, χωρίς όμως περαιτέρω ανάλυση των τυρβωδών μεγεθών της ροής.

Οι Puleo et al. (2002) παρουσίασαν ένα μοντέλο μη-γραμμικών εξισώσεων ρηχών νερών (Shallow Water Equations, SWE), για την προσομοίωση της ελεύθερης επιφάνειας, των ταχυτήτων και των διατμητικών τάσεων στον πυθμένα μόνο για τη ΖΔ. Οι Lee and Heo (2005) χρησιμοποίησαν ένα 2D μοντέλο SWE για την προσομοίωση του πεδίου ροής, των πιέσεων και της στροβιλότητας κάτω από θραυόμενα κύματα τύπου κατάδυσης.

Οι Lubin et al. (2006) εισήγαγαν μια προσέγγιση τύπου LES για την 2D και 3D προσομοίωση θραυόμενων κυματισμών κατάδυσης με εντυπωσιακά οπτικά αποτελέσματα, όμως με συγκρίσεις έναντι πειραματικών δεδομένων μόνο για τα προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας. Παρουσίασαν επίσης τα αριθμητικά πεδία στροβιλότητας, ταχυτήτων, παραγωγής και απόσβεσης της τύρβης και της τυρβώδους συνεκτικότητας για τη διφασική ροή αέρα νερού.

Τέλος οι Dimas and Dimakopoulos (2009) χρησιμοποίησαν ένα μοντέλο επιφανειακού στροβίλου για την προσομοίωση της θραύσης υπερχείλισης χωρίς εμπειρική προσέγγιση για τη στροβιλότητα. Επιπρόσθετα ένα μοντέλο στη βάση της μεθόδου προσομοίωσης μεγάλων κυμάτων (Large Wave Simulation, LWS) των Dimas and Fialkowski (2000) παρουσιάστηκε από τους Dimakopoulos and Dimas (2011), παίρνοντας υπόψη ένα SGS μοντέλο για τις υποπλεγματικές τάσεις στη λογική των LES. Η σύγκριση με πειραματικά δεδομένα σχετικά με τα ύψη κύματος και τους φασικούς μέσους της ελεύθερης επιφάνειας είναι καλές. Δόθηκαν επίσης τα πεδία στροβιλότητας και των τάσεων Reynolds, αλλά οι προσομοιώσεις αφορούσαν μόνο σε θραυόμενους κυματισμούς τύπου υπερχείλισης.

Κάποιες από τις προαναφερθείσες εργασίες αφορούν σε συμπαράσυρση του αέρα από το νερό στη διεπιφάνειά τους, όμως αυτά τα φαινόμενα είναι πέραν των σκοπών της παρούσας διατριβής.

2.3.3. Σύγχρονες μη-πλεγματικές μέθοδοι προσομοίωσης

Εκτός των παραπάνω υδροδυναμικών προσομοιώσεων με τη χρήση υπολογιστικού πλέγματος, υπάρχουν και οι σύγχρονες αριθμητικές προσεγγίσεις στις μεθόδους χωρίς τη χρήση υπολογιστικού καννάβου/πλέγματος (gridless/meshfree methods), ενίοτε βασισμένες σε σωματιδιακού τύπου χωρική διακριτοποίηση (particle methods), (Belytschko and Chen, 2009· Li and Liu, 2004). Μερικές από αυτές τις μεθόδους είναι η ημι-άρρητη μέθοδος κινούμενων σωματιδίων (Moving Particle Semi-implicit, MPS), η μέθοδος κινούμενων ελάχιστων τετραγώνων (Moving Least Squares, MLS), η σωματιδιακή μέθοδος αναπαραγόμενου πυρήνα (Reproducing Kernel Particle Method, RKPM), η δυναμική αποσβενόμενων σωματιδίων Dissipative Particle Dynamics (DPD), η μέθοδος Galerkin άνευ πεπερασμένων στοιχείων (Element-free Galerkin Method, EFGM), η μέθοδος σωματιδίων σε κελί (Particle-in-Cell method, PIC), η μέθοδος συναρτήσεων ακτινικής βάσης (Radial Basis Function Method, RBFM), και πολλές άλλες είτε παραλλαγές των προαναφερθεισών μεθόδων ή αυτόνομες. Τα τελευταία χρόνια, ολοένα και περισσότερο τέτοιου είδους μέθοδοι εισέρχονται δυναμικά στο επιστημονικό πεδίο των αριθμητικών προσομοιώσεων για τη θραύση των παράκτιων κυματισμών, ιδιαίτερα τύπου κατάδυσης, που είναι και η πιο βίαια περίπτωση αναφορικά με την παραμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας.

Η μέθοδος Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) (Monaghan, 1992 και 2005) είναι η πιο ευρέως διαδεδομένη σωματιδιακή μέθοδος, η οποία ξεχωρίζει ως μια πολλά υποσχόμενη σύγχρονη τεχνική. Στόχος είναι η αντιμετώπιση των έντονων και απότομων παραμορφώσεων του υδροδυναμικού πεδίου και της ελεύθερης επιφάνειας (π.χ. θραύση κατάδυσης) με τη χρήση διατύπωσης τύπου Lagrange, χωρίς την επαχθή χρήση ενός (εναλλασσόμενου) υπολογιστικού πλέγματος ή καννάβου. Στην πρόσφατη βιβλιογραφία, τα αποτελέσματα της θραύσης κυμάτων με προσομοιώσεις SPH είναι οπτικά εντυπωσιακά (Gómez-Gesteira et al., 2010b· Dalrymple and Rogers, 2006), όμως κατά κάποιο τρόπο εμφανίζουν έλλειψη ενδελεχούς επιβεβαίωσης αναφορικά με τα λεπτομερή χαρακτηριστικά της τυρβώδους ροής. Οι Shao and Ji (2006) έφεραν στο προσκήνιο ένα μοντέλο SPH με προσέγγιση τύπου LES, χρησιμοποιώντας ένα υποσωματιδιακή κλίμακας (Sub-Particle Scale, SPS) μοντέλο για το «κλείσιμο» της τύρβης. Παρήγαγαν αξιοσημείωτα αριθμητικά αποτελέσματα, όμως μόνο για τις μετατοπίσεις της ελεύθερης επιφάνειας και την ένταση της τύρβης. Οι Khayyer et al. (2005) έκαναν χρήση μιας μεθόδου διορθωμένης ασυμπίεστης μεθόδου SPH (Corrected Incompressible SPH, CISPH) για την ακριβή αναπαράσταση της στρέβλωσης της ελεύθερης επιφάνειας. Επέμειναν μόνο στην εκλέπτυνση της χωρικής ανάλυσης και προσπάθησαν να δικαιολογήσουν την σύγκλιση των αριθμητικών

αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα πειραματικά, βάσει όμως μόνο της τοπολογίας της καταδυόμενης φλέβας. Τα μεσοσταθμισμένα κατά τη φάση του κύματος πεδία ταχυτήτων, οι κυματογενείς μέσες ροές εντός της ΖΘ, οι συνεκτικές δομές της τύρβης, τα χαρακτηριστικά μορφώματα στροβιλότητας και άλλα τυρβώδη χαρακτηριστικά έχουν γενικά παραβλεφθεί ως τώρα στις ερευνητικές προσπάθειες με προσομοιώσεις SPH. Συνεπώς, η αυστηρή επικύρωση της μεθόδου SPH έναντι αξιόπιστων πειραματικών δεδομένων είναι επιτακτική ανάγκη.

Ως εκ τούτου, στην παρούσα διατριβή, παρέχονται χωρικά εκλεπτυσμένες αριθμητικές προσομοιώσεις τύπου SPS-SPH για μονοχρωματικά μη-γραμμικά θραυόμενα κύματα τύπου ασθενούς κατάδυσης πάνω από επίπεδο, σχετικά ήπια κεκλιμένο πυθμένα, αναπληρωμένες με όλα τα παραπάνω πολύπλοκα χαρακτηριστικά της τυρβώδους ροής. Όλες οι προηγούμενες προσομοιώσεις της θραύσης με τη μέθοδο SPH έχουν ασχοληθεί με θραύση τύπου έντονης κατάδυσης. Η τελευταία συνήθως δημιουργεί εκτοξευόμενες φλέβες νερού, οι οποίες είναι πιο πιθανό να διεισδύσουν στην ελεύθερη επιφάνεια στην περιοχή που προσκρούουν και κατά συνέπεια παράγουν μεγάλες ποσότητες κατακόρυφα κατανεμημένα τύρβης. Στην περίπτωση θραύσης ασθενούς ή μέσης κατάδυσης, η φλέβα σχεδόν ολοκληρωτικά ανακλάται όταν έρχεται σε επαφή με την εμπρόσθια κυματική κοιλία. Η καταδυόμενη φλέβα αναπηδά και πλαταγίζει αρκετές συνεχόμενες φορές, ενώ παράγει οριζόντια έκταση των σχετικών δινών και στροβιλωδών δομών (Christensen and Deigaard, 2001). Η βαθμονόμηση και η επιβεβαίωση ενός μοντέλου αιχμής τύπου SPH, αναφορικά με το αν δύναται να προβλέψει τις λεπτομέρειες ολόκληρης της διεργασίας της θραύσης παράκτιων κυματισμών, προέκυψε ως μείζον στόχος της έρευνας που παρουσιάζεται παρακάτω.

2.4. Συνεισφορά της παρούσας εργασίας

Συνεπώς με βάση την παραπάνω ανάλυση, η παρούσα εργασία στοχεύει στο να παρέχει ακριβή προσομοίωση της εξαιρετικά μη-γραμμικής διεργασίας της θραύσης τύπου ασθενούς κατάδυσης πάνω σε επίπεδο και σχετικά ήπιας κλίσης αδιαπέρατο πυθμένα. Επιπρόσθετα, επιχειρείται μια λεπτομερής περιγραφή των τυρβωδών χαρακτηριστικών μέσα στις ΖΘ και ΖΔ. Παρουσιάζεται επίσης εκτενής συγκριτική ανάλυση μεταξύ των αποτελεσμάτων του μοντέλου και των πειραματικών δεδομένων, ρίχνοντας φως στην ευρωστία της μεθόδου SPH και υποδεικνύοντας συγκεκριμένες αναβαθμίσεις για μελλοντική έρευνα. Για τη μοντελοποίηση των ανεπίλυτων από το ομοίωμα SPH συνιστωσών της τυρβώδους κίνησης, εισάγεται ένα μοντέλο SPS τύπου Smagorinsky στην παράδοση των προσεγγίσεων τύπου LES. Η παρούσα διατριβή

επικεντρώνεται εκτός από τα κλασικά κυματικά μεγέθη όπως το ύψος κύματος και εξέλιξή του σε όλη τη ΖΘ, οι χρονικά και δειγματικά μεσοσταθμισμένες ταχύτητες και η ελεύθερη επιφάνεια, σε πιο προχωρημένα τυρβώδη χαρακτηριστικά της ροής, όπως τα επαναλαμβανόμενα πρότυπα στροβιλότητας, οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές, η φασματική απεικόνιση κατά Fourier των τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας, η αποτύπωση των πεδίων της ΤΚΕ και των τάσεων Reynolds. Επίσης υπολογίζονται τα κυματογενή φαινόμενα εντός της ΖΘ, όπως οι μέσες ροές μεταφοράς μάζας εγκάρσια στην ακτή, η μέση ανύψωση της ΜΣΘ, και η αναρρίχηση στη ΖΔ. Για την επίτευξη των παραπάνω προτείνεται ο συνδυασμός ευρετικών μεθόδων προε-επεξεργασίας των δεδομένων της προσομοίωσης, με μια μέθοδο διαχείρισης των αποτελεσμάτων με κατάλληλους τελεστές ολοκληρωματικής συνέλιξης για τη μετατροπή τους από τύπου Lagrange σε τύπου Euler, και τέλος μια σύνθετη τεχνική μετα-επεξεργασίας των τελικών πεδίων για το διαχωρισμό των συνιστωσών της υπολειμματικής τύρβης από τις συνεκτικές δομές αυτής και τη διατεταγμένη (οργανωμένη) περιστροφική κίνηση λόγω της προέλασης των κυματισμών. Συνεπώς, τα πρωτότυπα και καινοτόμα στοιχεία της παρούσας διδακτορικής διατριβής, συγκεντρωτικά και επιγραμματικά, είναι:

- η λεπτομερής προσομοίωση της εξαιρετικά μη-γραμμικής διεργασίας της θραύσης παράκτιων κυματισμών με ειδικού τύπου μορφή ασθενούς κατάδυσης,
- η προ-επεξεργασία των προσομοιώσεων με βάση συγκεκριμένα μοντέλα και ενδελεχή ανάλυση των τυρβωδών κλιμάκων μήκους της ροής, η οποία οδηγεί στην επιλογή λεπτομερούς χωρικής ανάλυσης του υπολογιστικού πεδίου με βήμα διακριτοποίησης, που αγγίζει σε διαστάσεις το διαχωριστικό σημείο μεταξύ του εύρους των ολοκληρωματικών κλιμάκων (μέση ροή) και των αδρανειακών κλιμάκων Taylor (π.χ. στο 2D πεδίο γίνεται χρήση μέχρι και ~$1.5 \cdot 10^6$ σωματίδια),
- η σωστή χρήση και κατάλληλη βαθμονόμηση ενός υπο-σωματιδιακού μοντέλου (SPS) τύπου Smagorinsky για το κλείσιμο της τύρβης, σε συνδυασμό με τη μέθοδο SPH, στη λογική των προσεγγίσεων τύπου LES,
- η προχωρημένη μέθοδος μετα-επεξεργασίας των αριθμητικών αποτελεσμάτων, με βάση το συνδυασμό διαφόρων ευρετικών τεχνικών μετατροπής των διασκορπισμένων (σωματιδιακής διακριτοποίησης) δεδομένων τύπου Lagrange σε τύπου Euler, επί σταθερών περιοχών του υπολογιστικού πεδίου. Δηλαδή η ενσωμάτωση στην ανάλυση των συνελικτικών ολοκληρωμάτων παρεμβολής στο πεδίο μαζί με την τεχνική δειγματικής μεσοστάθμισης,
- η χρήση της τεχνικής δειγματικής μεσοστάθμισης, που είναι συνδυασμός ενός φίλτρου διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών μαζί με έναν τελεστή μεσοστάθμισης στη φάση του κύματος, για το διαχωρισμό των διατεταγμένων περιστροφικών

κινήσεων λόγω του κύματος από τις συνεκτικές τυρβώδεις δομές μεγάλης κλίμακας και την υπολειμματική τύρβη,

- η εκτενής συγκριτική ανάλυση μεταξύ των αποτελεσμάτων του μοντέλου και των διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων, που ρίχνει φως στην ευρωστία της μεθόδου SPH και υποδεικνύει συγκεκριμένες αναβαθμίσεις για μελλοντική έρευνα στα μοντέλα SPH,
- η ικανοποιητικής ακρίβειας αναπαραγωγή των μεσοσταθμισμένων ροών λόγω της θραύσης του κύματος εντός της ζώνης θραύσης,
- ο εντοπισμός και η ακριβής αναπαραγωγή των κυματογενών κινηματικών φαινομένων εντός της ζώνης θραύσης, όπως οι μέσες ροές μεταφοράς μάζας εγκάρσια στην ακτή, η μέση ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, και η αναρρίχηση,
- η αποτύπωση του φαινομένου της ανάστροφης ποταμηδόν ροής (streaming) στην οριακή στοιβάδα του πυθμένα, κάτω από το αντίρρευμα (undertow),
- ο εντοπισμός των συνεκτικών και έντονων διαλειπόντων συμβάντων της τύρβης εντός της ζώνης θραύσης και ο καθορισμός της σημαντικότητάς τους στη διαμόρφωση της κυματογενούς ροής, και συνεκδοχικά της αιώρησης και στερεομεταφοράς των ιζημάτων,
- η ταυτοποίηση των ιδιαίτερων μορφωμάτων, προτύπων ροής και μηχανισμών του φαινομένου της θραύσης των παράκτιων κυματισμών με μορφή ασθενούς κατάδυσης.

Ο συνδυασμός όλων των παραπάνω φαινομένων και η αναπαραγωγή τους από ένα σωματιδιακό μοντέλο ρευστοδυναμικής προσομοίωσης που τείνει στη λογική των LES, επιχειρείται για πρώτη φορά. Γενικός στόχος είναι η κάλυψη αυτού του κενού στη μέχρι τώρα έρευνα, αναφορικά με τις υπολογιστικές μεθόδους προσομοίωσης θραύσης παράκτιων κυματισμών εν γένει και ειδικά σε σχέση με τη μέθοδο SPH. Δευτερεύον, αλλά σημαντικό, στόχο αποτελεί και η προσπάθεια ανάλυσης και κατηγοριοποίησης των τυρβωδών διεργασιών στη ΖΘ και η αποτύπωση των ιδιαιτέρων μηχανισμών, που προκαλούν και προκύπτουν ως αποτέλεσμα της θραύσης παράκτιων κυμάτων τύπου ασθενούς κατάδυσης.

3. Η ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ SPH

3.1. Εισαγωγή στη μέθοδο SPH

Σε γενικές γραμμές μπορεί να ειπωθεί, ότι στην υπολογιστική (αριθμητική) μέθοδο προσομοίωσης Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), η δυναμική κατάσταση ενός συστήματος αντιπροσωπεύεται από ένα σύνολο σωματιδίων, τα οποία διαθέτουν διακριτές υλικές ιδιότητες και κινούνται σύμφωνα με τις εξισώσεις συνέχειας και διατήρησης της ορμής (Navier-Stokes) σε διατύπωση τύπου Lagrange. Από την εποχή της εφεύρεσης της μεθόδου για την επίλυση αστροφυσικών προβλημάτων στο 3D ανοιχτό διάστημα (Lucy, 1977· Gingold and Monaghan, 1977), η μέθοδος SPH έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς τόσο για τη δυναμική απόκριση στην Αντοχή Υλικών όσο και για την αναπαραγωγή δυναμικών ροών με μεγάλες παραμορφώσεις. Τα τελευταία 20 χρόνια όμως η μέθοδος SPH (Monaghan, 1994; 2005) έχει αποτελέσει μια από τις πιο γρήγορα διαδεδομένες σύγχρονες αριθμητικές μεθόδους για την προσομοίωση υδροδυναμικών ροών με ελεύθερη επιφάνεια. Είναι μια μη-πλεγματική σωματιδιακή μέθοδος, που κάνει χρήση προσέγγισης τύπου Lagrange για τις εξισώσεις Navier-Stokes, μέσω ολοκληρωματικών συναρτήσεων εξομάλυνσης (integral smoothing functions) για την παρεμβολή (interpolation) των παραμέτρων της ροής στα διακριτοποιημένα σημεία/κόμβους του πεδίου, τα οποία είναι τα σωματίδια SPH. Αυτός ο συνδυασμός επιτρέπει την απρόσκοπτη προσομοίωση των ροών με έντονες παραμορφώσεις στην ελεύθερη επιφάνεια, όπως η θραύση των κυματισμών (π.χ. τύπου κατάδυσης) ή η αλληλεπίδραση κυμάτων-κατασκευών σε παράκτιες περιοχές, όπως περιγράφεται από τους Rogers and Dalrymple (2004), Dalrymple and Rogers (2006) και Crespo et al. (2007a, 2008). Διεξοδική ανάλυση των χαρακτηριστικών της μεθόδου μπορεί να εντοπιστεί στα βιβλία των Liu and Liu (2003) και Violeau (2012), γι' αυτό στην παρούσα διατριβή γίνεται μόνο γενική αναφορά των καταστατικών ιδιοτήτων και των χαρακτηριστικών της μεθόδου, ενώ επιχειρείται εκτενέστερη ανάλυση μόνο για τις σχέσεις και τις παραδοχές που είναι κρίσιμες για την παρουσιαζόμενη έρευνα.

3.1.1. Ορισμός της μεθόδου SPH

Η SPH είναι μια σωματιδιακή αριθμητική μέθοδος προσομοίωσης ροών τύπου Lagrange, χωρίς τη χρήση υπολογιστικού πλέγματος με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Το κύριο πλεονέκτημα, σε σχέση με τις παραδοσιακές πλεγματικές αριθμητικές μεθόδους, είναι η αβίαστη προσαρμοστικότητα της μεθόδου σε οσοδήποτε πολύπλοκη ροή με ελεύθερη επιφάνεια. Αυτή η ιδιότητα είναι εγγενής στη μέθοδο, και εκδηλώνεται από τα

αρχικά στάδια της προσομοίωσης, καθώς βασίζεται στην προσέγγιση/εκτίμηση των τιμών των μεταβλητών του (υδροδυναμικού) πεδίου, σε κάθε χρονικό βήμα, με βάση την κατανομή του τρέχοντος τοπικού συνόλου των αυθαίρετα κατανεμημένων σωματιδίων. Η κύρια διατύπωση της μεθόδου SPH είναι ανεπηρέαστη από την τυχαιότητα της σωματιδιακής κατανομής στο χώρο. Συνεπώς, με τη μέθοδο SPH γίνεται εύκολη η αντιμετώπιση προβλημάτων με εξαιρετικά μεγάλες παραμορφώσεις του (υδροδυναμικού) πεδίου, και αυτή είναι η πιο ελκυστική ιδιαιτερότητα της μεθόδου. Ο μη-πλεγματικός χαρακτήρας της μεθόδου SPH οφείλεται στη χρήση των σωματιδίων για την αναπαράσταση του πεδίου, το οποίο ουσιαστικά αποτελεί το ευπροσάρμοστο σε παραμορφώσεις υπολογιστικό πλαίσιο για τις προσεγγίσεις των μεταβλητών του προβλήματος. Έτσι, η προσέγγιση SPH δεν απαιτεί κάποιο προκαθορισμένο πλέγμα για την εξασφάλιση οποιασδήποτε μορφής σύνδεσης (connectivity) των σωματιδίων κατά τη διεργασία των υπολογισμών. Η μη-πλεγματική φύση της μεθόδου SPH είναι πολύ ελκυστική για τα προβλήματα, στα οποία οι παραδοσιακές μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών και στοιχείων (FDM και FEM) αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην προσομοίωση. Εκτός της μη-πλεγματικής και της προσαρμοστικής φύσης της μεθόδου SPH, μια ακόμα συναρπαστική ιδιότητά της είναι ο αρμονικός συνδυασμός της διατύπωσης Lagrange με τη σωματιδιακού τύπου παρεμβολή και προσέγγιση στο υπολογιστικό πεδίο. Σε αντίθεση με άλλες μη-πλεγματικές μεθόδους, όπου οι υπολογιστικοί κόμβοι χρησιμοποιούνται μόνο ως κινούμενα σημεία παρεμβολής, τα σωματίδια SPH φέρουν υλικές ιδιότητες και μπορούν να κινούνται υπό την επίδραση των εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεων αλληλεπίδρασης. Όλη η ουσία της μεθόδου ενσωματώνεται στους τρεις όρους του ονόματος της μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics. Ο πρώτος όρος «Smoothed» αντανακλά τους τελεστές παρεμβολής (interpolants) τύπου εξομάλυνσης (smoothing) με τη χρήση συναρτήσεων σταθμισμένου μέσου όρου, επί των γειτονικών σωματιδίων για την εξασφάλιση της σταθερότητας της κίνησης των κόμβων του πεδίου. Ο δεύτερος όρος «Particle» αφορά στον ιδιαίτερο τρόπο διακριτοποίησης του υπολογιστικού πεδίου σε κινούμενους κόμβους τύπου Lagrange, με υλικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες, έτσι που να μοιάζουν με σωμάτια. Ο τρίτος όρος «Hydrodynamics» σχετίζεται με τη χρήση των εξισώσεων περιγραφής της Νευτώνειας κίνησης και της παραμόρφωσης του πεδίου υπό εξέταση, στη λογική των κλασικών εξισώσεων Navier-Stokes του επιστημονικού χώρου της Υδροδυναμικής. Η ελληνική εκδοχή του ονόματος της μεθόδου SPH θα μπορούσε να πει κανείς, όσο αδόκιμο και αν φαίνεται, ότι είναι η Υδροδυναμική Σωματιδίων (ή Σωματιδιακής) Εξομάλυνσης. Άλλοι ερευνητές, π.χ. ο Γ. Αναγνωστόπουλος (Επικ. Καθ. Μηχανολόγων Μηχ/κων ΕΜΠ), προτείνουν τον όρο Υδροδυναμική Ρεόντων

Σωματιδίων. Στην παρούσα διατριβή επιλέγεται κύρια η συντομογραφία «SPH» ή η αντίστοιχη πλήρης αγγλική ορολογία.

Η μέθοδος SPH εφευρέθηκε για την επίλυση αστροφυσικών προβλημάτων στο 3D ανοιχτό διάστημα (Lucy, 1977· Gingold and Monaghan, 1977) και ειδικά την προσομοίωση αστρικών μορφωμάτων που συμπεριφέρονται ως πολυτροπικά ρευστά. Καθώς η κίνηση των διαστημικών σωματιδίων, σε αυτά τα αστρικά μορφώματα, είναι σε μεγάλη κλίμακα παρόμοια με την κίνηση Νευτώνειων ρευστών, μπορεί να προσομοιωθεί από τις κλασικές εξισώσεις της Νευτώνειας υδροδυναμικής. Αναλυτική ανασκόπηση πάνω στη μέθοδο SPH μπορεί να βρεθεί στις εργασίες των Benz (1989, 1990), Monaghan (1992, 2005), Violeau and Issa (2006) και Liu and Liu (2010). Σε αντίθεση με την κλασική, σωματιδιακού τύπου μέθοδο PIC της δεκαετίας του 1960, η μέθοδος SPH δεν έχει ανάγκη καννάβου/πλέγματος για τον υπολογισμό των χωρικών διαφορικών. Τα σωματίδια είναι ικανά να κινούνται στο χώρο, φέρουν όλη την υπολογιστική πληροφορία, και συνεπώς διαμορφώνουν το δυναμικό και απρόσκοπτα παραμορφώσιμο υπολογιστικό πλαίσιο, για την επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν τους νόμους διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας του συνεχούς μέσου στη ρευστοδυναμική. Κατά μια έννοια, ο όρος Υδροδυναμική μπορεί να θεωρηθεί γενικά ως Μηχανική, ειδικά όταν η προσέγγιση SPH χρησιμοποιείται για τη δημιουργία σημειακά εξαρτώμενων συναρτήσεων παρεμβολής (shape functions).

Οι εφαρμογές της μεθόδου SPH σχετικά με την προσομοίωση ρευστοδυναμικών φαινομένων αφορά σε ελαστικές ροές, πολυφασικές ροές, ημι-ασυμπίεστες ροές, ρεύματα βαρύτητας (Monaghan, 1995), μετάδοση θερμότητας, ωστικά κύματα, υποβρύχιες εκρήξεις (Swegle and Attaway, 1995) κ.α. Η εφαρμογή της μεθόδου SPH σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων έχει οδηγήσει σε σημαντικές επεκτάσεις και βελτιώσεις της αρχικής εκδοχής της. Οι αριθμητικοί αλγόριθμοι έχουν βελτιωθεί σταδιακά, έχουν εντοπιστεί ορισμένα εγγενή μειονεκτήματα της μεθόδου, και έχουν προταθεί κατά καιρούς τροποποιημένες τεχνικές ή διορθωτικές μεταλλάξεις της μεθόδου. Κλασικά προβλήματα είναι η τανυστική αστάθεια ή αστάθεια εφελκυσμού ή αστάθεια υπό τάση (tensile instability) (Swegle et al., 1995), η σωματιδιακή ασυνέπεια (particle inconsistency) που μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλή ακρίβεια των λύσεων, και οι ιδιομορφές μηδενικής ενέργειας (zero-energy mode). Κατά τα τελευταία χρόνια, έχουν προταθεί διάφορες τροποποιήσεις ή διορθώσεις της μεθόδου για την αποκατάσταση της συνοχής και της ακρίβειας της μεθόδου SPH. Μερικές από αυτές είναι οι σχέσεις συμμετρικοποίησης με ή χωρίς κανονικοποίηση, η μέθοδος RKPM για καλύτερη ακρίβεια στην προσέγγιση των σωματιδιακών ιδιοτήτων, η διορθωμένη SPH (CSPM), η μέθοδος σημειακή τάσης σε πολυδιάστατο χώρο, η παραλλαγή της SPH με τη χρήση κινούμενων ελαχίστων τετραγώνων (MLSPH) (Dilts, 2000), η διόρθωση του πυρήνα

ολοκλήρωσης (Bonet and Kulasegaram, 2000) κ.α. Οι προκλήσεις για τη μέθοδο SPH αφορούν κύρια στην προσέγγιση των κατάλληλων μεθόδων αριθμητικής ανάλυσης και υπολογιστικών τεχνικών που να ταιριάζουν στη μη-πλεγματική σωματιδιακή φύση της. Ζητήματα που αφορούν στη σταθερότητα, στην ακρίβεια και στις ιδιότητες σύγκλισης των λύσεων της μεθόδου επιμένουν ακόμα και σήμερα, αν και υπάρχουν τεχνάσματα αποφυγής τους, για διάφορες εφαρμογές. Το κύριο ζήτημα είναι το πώς επηρεάζονται οι υπολογισμοί με SPH, όταν τα σωματίδια δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στο χώρο ή υπάρχουν μεγάλες και γρήγορες διαταραχές στο πεδίο που διαταράσσει έντονα την κατανομή τους. Υπάρχει ακόμα πολύς δρόμος, για να γίνει η μέθοδος SPH ευρέως εφαρμόσιμη, εύρωστη κάτω από κάθε συνθήκη και πρακτικά χρήσιμη, όπως οι παραδοσιακές μέθοδοι FEM και FDM. Αυτό οφείλεται κύρια στο γεγονός ότι απαιτείται ακόμα αρκετή δουλειά για την παγίωση των θεωρητικών θεμελίων της μεθόδου SPH και την αντιμετώπιση των εγγενών μειονεκτημάτων αριθμητικής προσέγγισης που εισάγει.

3.1.2. Βασική ιδέα της μεθόδου SPH

Η μέθοδος SPH ουσιαστικά παρέχει έναν τρόπο προσέγγισης των τιμών των συναρτήσεων του πεδίου και των διαφορικών τους σε κάθε σημείο του υπολογιστικού πεδίου. Αυτή η συναρτησιακή προσέγγιση εφαρμόζεται στις διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους (PDEs) για την παραγωγή ενός συνόλου συνήθων διαφορικών παραγώγων (ODEs) σε διακριτοποιημένη μορφή μόνο ως προς το χρόνο. Το σύνολο αυτό μπορεί να επιλυθεί με τυποποιημένες ρουτίνες ολοκλήρωσης της συμβατικής μεθόδου πεπερασμένων διαφορών. Στη μέθοδο SPH, οι ακόλουθες βασικές ιδέες χρησιμοποιούνται για την επίτευξη του ανωτέρω στόχου.

Το υπολογιστικό πεδίο αναπαρίσταται από ένα σύνολο τυχαία κατανεμημένων σωματιδίων. Καμία συνδεσιμότητα δεν είναι απαραίτητη για αυτά τα σωματίδια. Αυτό προσδίδει τη μη-πλεγματική φύση της μεθόδου SPH. Το βασικό πρόβλημα είναι πώς θα εξασφαλιστεί η σταθερότητα στην αριθμητική λύση, ειδικά όταν τα ακανόνιστα κατανεμημένα σωματίδια ή κόμβοι με συμπαγή πεδία υποστήριξης (αναλύονται παρακάτω) χρησιμοποιούνται για προβλήματα με συνοριακές συνθήκες τύπου Von Neumann (δηλ. με γνωστή παράγωγο). Η προσέγγιση των συναρτήσεων πεδίου γίνεται με τη μέθοδο της ολοκληρωματικής αναπαράστασης. Αυτό αποκαλείται, στη μέθοδο SPH, «προσέγγιση πυρήνα» (kernel approximation) και παρέχει το απαραίτητο μαθηματικό εργαλείο για τη σταθερότητα στους υπολογισμούς, καθώς η ολοκληρωματική απεικόνιση έχει ιδιότητες εξομάλυνσης και προσδίδει στις εξισώσεις ασθενή μορφή (weak form) αναπαράστασης, που διακρίνεται για την ευστάθειά της

κατά την αριθμητική ολοκλήρωση. Η προσέγγιση πυρήνα εξελίσσεται περαιτέρω με τη χρήση σωματιδιακής διακριτοποίησης και αυτό ονομάζεται σωματιδιακή προσέγγιση SPH. Γίνεται ευθέως με την αντικατάσταση των ολοκληρωματικών αναπαραστάσεων των συναρτήσεων πεδίου και των παραγώγων τους με αθροίσματα (σε κατάλληλα αναπτύγματα), για όλες τις αντίστοιχες τιμές των γειτονικών (εξηγείται παρακάτω) σωματιδίων, σε ένα τοπικό πεδίο του συνόλου των σωματιδίων, που ονομάζεται «πεδίο συμπαγούς υποστήριξης» (compact support domain). Αυτή η ιδιότητα παρέχει τη δυνατότητα σχηματισμού αραιών μητρώων (sparse matrices) συστήματος, το οποίο είναι εξαιρετικά σημαντικό όσον αφορά στην προσπάθεια υπολογισμού και του διαθέσιμου χρόνου για την προσομοίωση. Τα προβλήματα με μεγάλες παραμορφώσεις και τυρβώδεις συνθήκες ροής απαιτούν συνήθως έναν τεράστιο αριθμό (μπορεί και εκατομμύρια) σωματιδίων, οπότε οι υπολογιστικοί χρόνοι προσομοίωσης μπορεί να γίνουν απαγορευτικοί, ειδικά αν τα μητρώα είναι πλήρη. Σημειώνεται ότι η σωματιδιακή προσέγγιση αποτελεί ουσιαστικά και τη μέθοδο για την αριθμητική ολοκλήρωση. Για να εξασφαλιστεί η ακρίβεια της ολοκλήρωσης, και ως εκ τούτου η αριθμητική σταθερότητα, επαρκής αριθμός σωματιδίων πρέπει να χρησιμοποιείται στο άθροισμα (δηλ. το πεδίο υποστήριξης πρέπει να είναι επαρκώς μεγάλο). Στα σωματίδια προσδίδεται μάζα μετά την διακριτοποίηση, πράγμα που τα καθιστά στην πράξη κομμάτια (σώματα) του φυσικού υλικού (συνήθως νερό). Η προσέγγιση των σωματιδίων πραγματοποιείται σε κάθε χρονικό βήμα της προσομοίωσης και συνεπώς η χρήση των σωματιδίων εξαρτάται από την τρέχουσα τοπική κατανομή τους. Η προσαρμοστικότητα της μεθόδου SPH επιτυγχάνεται, αφού σε κάθε χρονικό βήμα γίνεται η ολοκληρωματική προσέγγιση με τελεστές εξομάλυνσης, με βάση την τυχαία κάθε φορά κατανομή των σωματιδίων στο τρέχον πεδίο υποστήριξης. Η απόδοση της μεθόδου δεν επηρεάζεται από το πόσο αυθαίρετα είναι κατανεμημένα τα σωματίδια στο χρόνο και συνεπώς η μέθοδος SPH μπορεί να χειριστεί με εύκολο τρόπο τα προβλήματα που εμφανίζουν εξαιρετικά μεγάλες παραμορφώσεις πεδίου. Η σωματιδιακή προσέγγιση πραγματοποιείται για όλους τους όρους, που σχετίζονται με τις συναρτήσεις περιγραφής του πεδίου στις PDEs, και έτσι παράγεται ένα σύνολο ODEs σε διακριτοποιημένη μορφή, μόνο ως προς το χρόνο (θεώρηση Lagrange). Οι ODEs επιλύονται συνήθως με τη χρήση ρητών (explicit) αλγορίθμων ολοκλήρωσης για την επίτευξη αποτύπωσης της χρονο-ιστορίας όλων των μεταβλητών του πεδίου, για όλα τα κινούμενα σωματίδια (δυναμική ιδιότητα).

Ο συνδυασμός των παραπάνω καθιστά τη μέθοδο SPH μια προσαρμοστική, υπολογιστικά ευσταθή, μη-πλεγματική μέθοδο επίλυσης (υδρο)δυναμικών προβλημάτων τύπου Lagrange. Οι αναλυτικές σχέσεις της μεθόδου SPH δίνονται παρακάτω.

3.2. Θεμελιώδεις σχέσεις και παραδοχές της μεθόδου SPH

Η τυπολογία της μεθόδου SPH μπορεί να χωριστεί σε δύο βασικά τμήματα. Το πρώτο είναι η ολοκληρωματική αναπαράσταση ή η λεγόμενη προσέγγιση πυρήνα για τις συναρτήσεις και τις παραγώγους τους στο πεδίο. Το δεύτερο είναι η σωματιδιακή προσέγγιση του πεδίου και η αναπαράσταση των εξισώσεων σε αυτή τη μορφή.

Στο πρώτο βασικό βήμα, η ολοκλήρωση του γινόμενου μιας/ενός αυθαίρετης/ου συνάρτησης/μεγέθους πεδίου και μιας (καμπανοειδούς) συνάρτησης εξομάλυνσης δίνει την προσέγγιση πυρήνα σε ασθενή (ολοκληρωματική) μορφή. Ακολούθως, το ολοκλήρωμα της συνάρτησης προσεγγίζεται αριθμητικά με κατάλληλο ανάπτυγμα σε μορφή αθροίσματος των τιμών για τα πλησιέστερα (γειτονικά) διακριτοποιημένα σωματίδια, από το κεντρικό κάθε φορά σημείο παρεμβολής. Στα παρακάτω ορίζονται οι προσεγγίσεις για τυχαία συνάρτηση πεδίου και τις παραγώγους της, οι προκύπτοντες τελεστές ολοκληρωματικής παρεμβολής (integral interpolants), οι τελεστές ολοκληρωματικής προσέγγισης (integral approximants), η ολοκληρωματική (ασθενής) προσέγγιση συναρτήσεων και εν τέλει οι χρησιμοποιούμενοι τελεστές SPH.

3.2.1. Ολοκληρωματική (ασθενής) προσέγγιση συναρτήσεων

Η ιδέα της ολοκληρωματικής αναπαράστασης μιας τυχαίας συνάρτησης, που χρησιμοποιείται από τη μέθοδο SPH, βασίζεται στην ακόλουθη ταυτότητα:

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\,\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')\,d\mathbf{x}' \qquad [20]$$

όπου $f(\mathbf{x})$ είναι μια συνάρτηση του 3D διανύσματος θέσης $\mathbf{x}$, Ω είναι ο όγκος ολοκλήρωσης που εμπεριέχει το χώρο $\mathbf{x}$, $\mathbf{x}'$ είναι η διανυσματική θέση των διακριτών σημείων του πεδίου Ω για ολοκλήρωση γύρω από την κεντρική θέση $\mathbf{x}$, και $\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$ είναι το δέλτα του Dirac που δίνεται στην απλή μορφή του από:

$$\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} = \mathbf{x}' \\ 0, & \mathbf{x} \neq \mathbf{x}' \end{cases} \qquad [21]$$

Συνεπώς κάθε συνάρτηση του πεδίου μπορεί να αναπαρασταθεί σε ολοκληρωματική μορφή. Για συνεχή συνάρτηση f στο Ω, αντικαθιστώντας το δέλτα του Dirac με μια συνάρτηση πυρήνα τύπου εξομάλυνσης $W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)$, η ολοκληρωματική απεικόνιση της $f(\mathbf{x})$ είναι ακριβής, αυστηρά ορισμένη, και δίνεται από:

$$f(\mathbf{x}) \doteq \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\,W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)\,d\mathbf{x}' \qquad [22]$$

όπου $W(\mathbf{x},h)$ είναι μια συνάρτηση παρεμβολής, αξονικής βάσης, και καμπανοειδούς τύπου για την εξομάλυνση του τυχαίου σήματος της f εν είδη συνελικτικού

ολοκληρώματος (convolution integral), που ονομάζεται συνάρτηση εξομάλυνσης πυρήνα (smoothing kernel function) είτε απλά πυρήνας εξομάλυνσης (smoothing kernel) ή συνάρτηση πυρήνα (kernel function) στη σχετική βιβλιογραφία για SPH. Το *h* είναι το μήκος εξομάλυνσης (smoothing length), το οποίο ορίζει την ακτίνα επιρροής της συνάρτησης πυρήνα ή αλλιώς την περιοχή επιρροής της συνάρτησης εξομάλυνσης *W.* Εφόσον η *W* δεν είναι η συνάρτηση Dirac, η ολοκληρωματική απεικόνιση της *f*(**x**) μπορεί να είναι μόνο μια προσέγγιση της (προσέγγιση πυρήνα). Η συνάρτηση εξομάλυνσης *W*(**x**,*h*) επιλέγεται συνήθως να είναι άρτια [$f(x)=f(-x), \forall x : x \le 2h$], και να εκπληρώνει μια σειρά απαιτήσεων (με όρους από θεωρία κατανομών), π.χ. την ολοκληρωματική κανονικοποίηση (μοναδιαία συνθήκη, unity condition) για τον πυρήνα, το συμπαγές υποστήριγμα (compact support condition), την προσέγγιση της συνάρτησης δέλτα του Dirac στο όριο όπου το *h* τείνει στο 0. Πιο λεπτομερής ανάλυση σχετικά με αυτές τις ιδιότητες παρουσιάζονται σε επόμενες παραγράφους. Εδώ απλά σημειώνεται, ότι το πεδίο ολοκλήρωσης *Ω* ταυτίζεται με το πεδίο υποστήριξης, με αποτέλεσμα το ολοκλήρωμα να τείνει στη μονάδα τοπικά και όχι σε ολόκληρο το πεδίο, γλιτώνοντας χρόνο υπολογισμού. Η προσέγγιση πυρήνα έχει δεύτερης τάξης ακρίβεια ως προς το μήκος εξομάλυνσης, δηλ. O(h^2) (Monaghan, 1992). Αυτό φαίνεται, αν γίνει επέκταση της *f*(**x΄**) σε σειρά Taylor με κατάλληλη περικοπή (truncation).

3.2.2. Ολοκληρωματική (ασθενής) προσέγγιση διαφορικών

Η προσέγγιση των διαφορικών τελεστών (χωρικές παράγωγοι οποιασδήποτε τάξης) για οποιαδήποτε συνάρτηση πεδίου, γίνεται με απλή αντικατάσταση της *f*(*x*) με π.χ. την απόκλισή της $\nabla \cdot f(\mathbf{x})$, το οποίο συνεπάγεται ότι ισχύει:

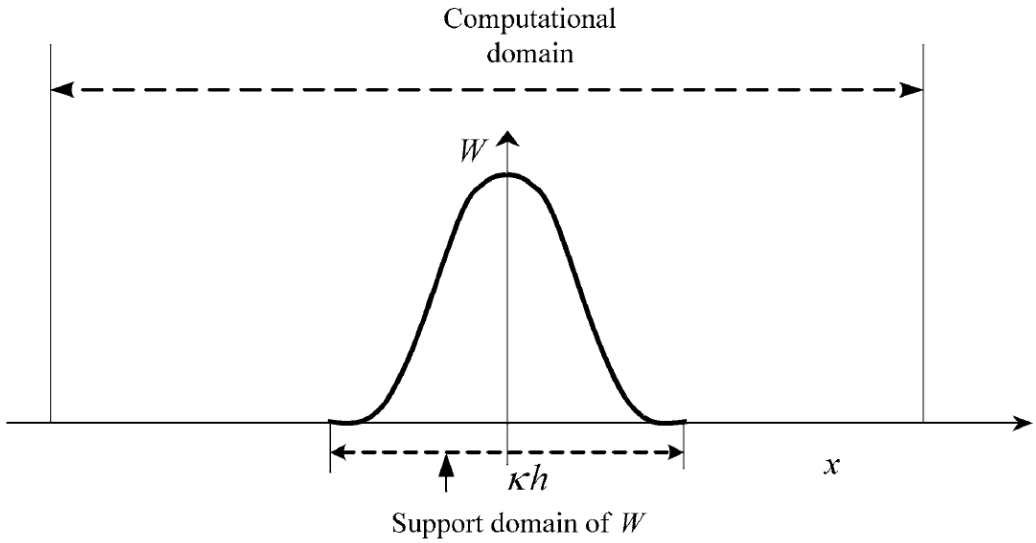
$$\nabla \cdot f(\mathbf{x}) \doteq \int_{\Omega} \left[\nabla \cdot f(\mathbf{x}')\right] W(\mathbf{x}-\mathbf{x}', h)\, d\mathbf{x}' \qquad [23]$$

όπου η απόκλιση στο ολοκλήρωμα γίνεται ως προς το **x΄**. Εφόσον γίνει επέκταση της απόκλισης της πεπλεγμένης συνάρτησης $\left[\nabla \cdot f(\mathbf{x}')\right] W(\mathbf{x}-\mathbf{x}', h)$ και χρησιμοποιηθεί το Θεώρημα Απόκλισης (Θεώρημα Gauss ή Ostrogradsky) από τη Διανυσματική Ανάλυση, τελικά προκύπτει (Liu and Liu, 2003):

$$\nabla \cdot f(\mathbf{x}) \doteq \int_{\mathbf{S}} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x}-\mathbf{x}', h) \cdot \vec{\mathbf{n}}\, dS - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x}-\mathbf{x}', h)\, d\mathbf{x}' \qquad [24]$$

όπου **n** είναι σε αυτή τη σχέση το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια *S* που καλύπτει (επιφανειακό όριο ολοκλήρωσης) τον όγκο ελέγχου *Ω*. Το πρώτο ολοκλήρωμα του δεξιού μέρους της παραπάνω εξίσωσης έχει προκύψει από τη χρήση του Θεωρήματος Gauss (ισάξιο του θεμελιώδους θεωρήματος του Διαφορικού

Λογισμού, εκδοχή του Θεωρήματος του Green σε 2D πεδίο και του γενικευμένου Θεωρήματος του Stokes για ν-διάστατο πεδίο), και αποτελεί ένα ολοκλήρωμα στην επιφάνεια *S* του πεδίου ολοκλήρωσης *Ω*. Αποτελεί έναν τρόπο συσχετισμού της ροής (flux) (με τη μαθηματική έννοια του όρου, όχι την πρακτική) ενός διανυσματικού πεδίου διαμέσου μιας προσανατολισμένης επιφάνειας με τη συμπεριφορά του εν λόγω διανυσματικού πεδίου μέσα στην προσανατολισμένη επιφάνεια. Ακριβέστερα, το Θεώρημα Απόκλισης αναφέρει, ότι η προς τα έξω ροή ενός διανυσματικού πεδίου διαμέσου μιας κλειστής επιφάνειας είναι ίση με το (τριπλό) ολοκλήρωμα όγκου της απόκλισης σε ολόκληρη την περιοχή που οριοθετείται από την επιφάνεια. Διαισθητικά και σε σχέση με τη σωματιδιακή προσέγγιση στη μέθοδο SPH, μπορεί να ειπωθεί ότι το άθροισμα όλων των σημειακών «πηγών» (σωματίδια με θετική απόκλιση ταχυτήτων) μείον το συνολικό ποσό όλων των «πηγαδιών» (σωματίδια με αρνητική απόκλιση ταχυτήτων) δίνει την καθαρή ροή έξω από την περιοχή ελέγχου (περιοχή ολοκλήρωσης για τις συναρτήσεις ή πεδίο υποστήριξης για τη σωματιδιακή προσέγγιση SPH).



Εικ. 18. Γραφική απεικόνιση του μονοδιάστατου πεδίου υποστήριξης (support domain) της συνάρτησης εξομάλυνσης *W*(**x**,*κh*) σε σχέση με το συνολικό υπολογιστικό πεδίο (computational problem domain). (Πηγή: Liu and Liu, 2003)

Εφόσον η συνάρτηση εξομάλυνσης *W* έχει οριστεί με συμπαγές υποστήριγμα, όταν αυτό βρίσκεται εξ ολοκλήρου μέσα στο υπολογιστικό πεδίο του προβλήματος (στα όρια δεν ισχύει αυτό, γιατί εκεί έχουμε κόλουρη εκδοχή των ολοκληρωμάτων), όπως φαίνεται στην Εικ. 18, το επιφανειακό ολοκλήρωμα στην Εξ. 24 είναι ίσο με μηδέν. Συνεπώς εν τέλει για τα σωματίδια με πεδίο υποστήριξης εντός του υπολογιστικού πεδίου, η τελική έκφραση για την ολοκληρωματική αναπαράσταση των παραγώγων τυχαίας συνάρτησης είναι:

$$\nabla \cdot f(\mathbf{x}) \doteq -\int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x}-\mathbf{x}', h)\, d\mathbf{x}' \qquad [25]$$

Από την παραπάνω εξίσωση συμπεραίνουμε ότι ο διαφορικός τελεστής μιας συνάρτησης/μεταβλητής του πεδίου μετατρέπεται σε διαφορικό τελεστή της συνάρτησης εξομάλυνσης. Με άλλα λόγια, στη μέθοδο SPH η ολοκληρωματική αναπαράσταση της παραγώγου μιας συνάρτησης πεδίου επιτρέπει τον καθορισμό της χωρικής κλίσης (διαφορικού τελεστή του διανυσματικού ή βαθμωτού πεδίου) από το γινόμενο των ιδίων τιμών της συνάρτησης με τις παραγώγους της συνάρτησης εξομάλυνσης ∇W αντί από αυτές καθαυτές τις παραγώγους της ίδιας της συνάρτησης. Αυτή η ιδιότητα της μεθόδου SPH είναι παρόμοια με την αντίστοιχη ιδιότητα σε όλες της μεθόδους ολοκληρωματικής απεικόνισης συναρτήσεων (με διατύπωση σε αδύναμη μορφή). Αυτές οι προσεγγίσεις έχουν μειωμένες απαιτήσεις συνέπειας των χρησιμοποιούμενων συναρτήσεων πεδίου και παράγουν σταθερές λύσεις για τις PDEs.

3.2.3. Αναπτύγματα εξισώσεων με τη χρήση αθροισμάτων

Κάθε αριθμητική προσέγγιση θα πρέπει να αντιπροσωπεύει όσο το δυνατόν πιστότερα την αντίστοιχη συνάρτηση πεδίου του φυσικού προβλήματος. Απαιτείται συνέπεια (consistency) του διακριτοποιημένου συστήματος των διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους για την ακριβή αναπαραγωγή τους στο όριο, όπου ο αριθμός των διακριτοποιημένων μονάδων (κελιών/στοιχείων/κόμβων/σωματιδίων) πλησιάζει πρακτικά στον απειρισμό και η τυπική διάσταση της χωρικής διακριτοποίησης πλησιάζει στο μηδέν. Μόνο έτσι επιτυγχάνεται σύγκλιση (convergence), αφού εξασφαλιστεί ευστάθεια του αριθμητικού σχήματος επίλυσης, με βάση το Θεώρημα Ισοδυναμίας των Lax-Richtmyer. Με τη χρήση των αναπτυγμάτων σε σειρές Taylor για την ολοκληρωματική αναπαράσταση της βασικής συνάρτησης και των παραγώγων της για τη μέθοδο SPH, μπορεί να αναλυθεί το κατά πόσο η προσέγγιση SPH αναπαραγάγει τις φυσικές εξισώσεις στο όριο μηδενισμού της σωματιδιακής τυπικής διάστασης. Η ανάλυση έχει καταδείξει ότι μερικές συγκεκριμένες συνθήκες πρέπει να ικανοποιούνται. Η τελική σχέση για τον τελεστή ολοκλήρωσης μετά από ανάπτυγμα σε σειρά Taylor είναι:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=0}^{n} A_k f^{(k)}(\mathbf{x}) + r_n\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}'}{h}\right),\ \mu\varepsilon\ A_k = \frac{(-1)^k h_k}{k!}\int_{\Omega}\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}'}{h}\right)^k W(\mathbf{x}-\mathbf{x}', h)\, d\mathbf{x}' \qquad [26]$$

όπου εδώ μόνο *k* είναι η τάξη της σειράς Taylor και r_n το υπόλοιπό της. Για ένα προς ένα αμφιμονοσήμαντη απεικόνιση και εξίσωση του αναπτύγματος με την πρωτογενή σχέση αθροισμάτων, που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε τα ολοκληρώματα με

διακριτοποιημένα αθροίσματα για την Εξ. 24, τότε προκύπτουν οι ακόλουθες συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται για οποιαδήποτε συνάρτηση εξομάλυνσης *W*:

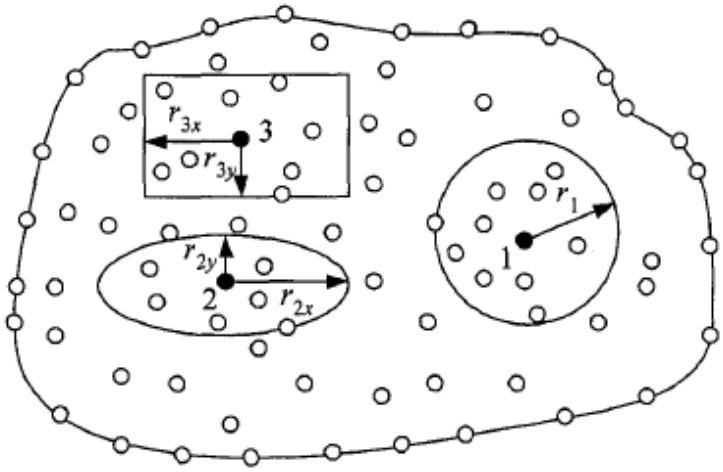
$$\left.\begin{aligned} A_0 &= \int_\Omega W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h\right)d\mathbf{x}' = 1 \\ A_1 &= -h\int_\Omega \left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}'}{h}\right) W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h\right)d\mathbf{x}' = 0 \\ A_2 &= \frac{h^2}{2}\int_\Omega \left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}'}{h}\right)^2 W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h\right)d\mathbf{x}' = 0 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ A_k &= \frac{(-1)^k h_k}{k!}\int_\Omega \left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}'}{h}\right)^k W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h\right)d\mathbf{x}' \end{aligned}\right\} \quad [27]$$

Αυτές οι συνθήκες είναι επίσης και οι *k*-ιοστές ροπές της συνάρτησης εξομάλυνσης M_k. Η πρώτη είναι η μοναδιαία συνθήκη, η δεύτερη η συμμετρική ιδιότητα (παρουσιάζεται παρακάτω), και η ικανοποίηση αυτών εξασφαλίζει συνέπεια πρώτης τάξης για την προσέγγιση πυρήνα κατά SPH για τυχαία συνάρτηση. Αντίστοιχες σχέσεις προκύπτουν και για όλες τις τάξεις παραγώγων (η μέγιστη είναι $2^{ης}$ τάξης για προβλήματα CFD) για οποιοδήποτε μέγεθος πεδίου, αν αντί για *W* θεωρηθεί το αντίστοιχης τάξης διαφορικό *W′* ή *W″*. Οι παραπάνω συνθήκες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή κατάλληλων συναρτήσεων εξομάλυνσης. Για την ακριβή αναπαραγωγή της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης, η συνάρτηση εξομάλυνσης θα πρέπει να έχει συμπαγές πεδίο υποστήριξης. Για την ακριβή αναπαραγωγή της δεύτερης παραγώγου, η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης εξομάλυνσης πρέπει επίσης να υποστηρίζεται συμπαγώς στο ίδιο πεδίο. Ως εκ τούτου, οι προηγούμενες απαιτήσεις σχετικά με τη συνάρτηση εξομάλυνσης εξασφαλίζουν στην πράξη την αναπαραγωγιμότητα των προσεγγίσεων του πυρήνα SPH για οποιοδήποτε μέγεθος πεδίου και τις χωρικές παραγώγους του.

3.2.4. Πεδία υποστήριξης και επιρροής

Βασική εννοιολογική προσέγγιση της μεθόδου SPH είναι, όπως αποκαλύπτεται και από τα προηγούμενα, το πεδίο υποστήριξης ή υποστήριγμα, δηλαδή το απαραίτητο πεδίο (σωματιδιακός χώρος) ορισμού και ολοκλήρωσης των κατανεμημένων τιμών των υδροδυναμικών μεγεθών ή/και συναρτήσεων που περιγράφουν τη δυναμική του. Σε συμπλήρωση αυτού, υπάρχει και η έννοια του πεδίου επιρροής (influence domain). Εξ ορισμού, το πεδίο υποστήριξης για ένα τυχαίο σημείο του πεδίου είναι το τμήμα του συνολικού χώρου του πεδίου, όπου η πληροφορία που φέρουν οι γειτονικές θέσεις του πεδίου μέσα στην ακτίνα του υποστηρίγματος χρησιμοποιείται για να καθορίσει την πληροφορία στο εν λόγω σημείο. Το πεδίο επιρροής είναι το ίδιο, αλλά αφορά αυστηρά

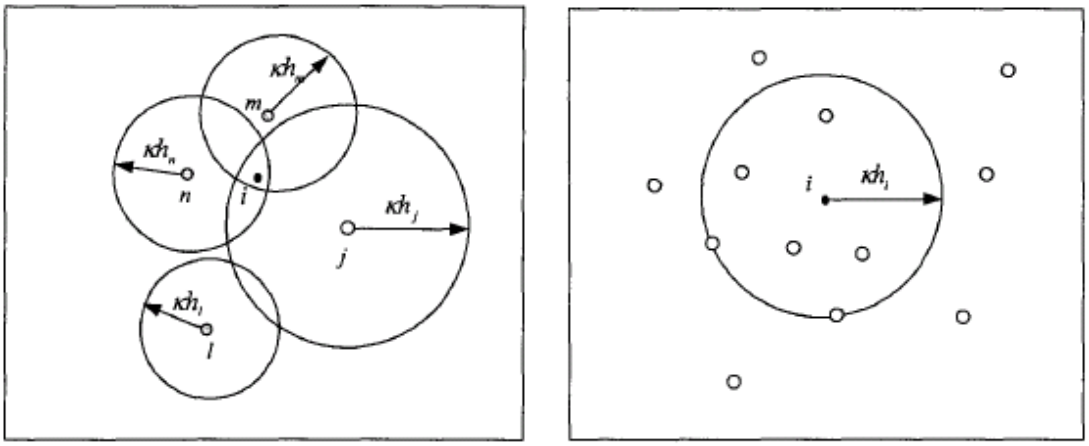
σε θέσεις που αντιστοιχούν σε σωματίδια. Για λόγους υπολογιστικής ισχύος και λογικών χρόνων προσομοίωσης το συνήθως απαραίτητο πεδίο υποστήριξης είναι πολύ μικρότερο σε μέγεθος από το συνολικό υπολογιστικό πεδίο, στο όριο που η επιρροή των υπολοίπων κόμβων/σωματιδίων του πεδίου εκτός του υποστηρίγματος είναι πρακτικά ασήμαντη. Οι διαστάσεις, η μορφή και το σχήμα του πεδίου υποστήριξης μπορεί να είναι διαφορετικά για διάφορα σωματίδια, π.χ. ελλειπτικά ή κυκλικά και ορθογώνια ή τετράγωνα (Εικ. 19). Το πεδίο υποστήριξης στα εσωτερικά σημεία του υπολογιστικού πεδίου είναι συνήθως συμμετρικό, εκτός των σημείων σε γειτνίαση με όρια, όπου γίνεται κατάλληλη παρεμβολή στο ασύμμετρο περιβάλλον του υποστηρίγματος με κόλουρη αναπαραγωγή της προσέγγισης πυρήνα εξομάλυνσης.



Εικ. 19. Γραφική απεικόνιση διαφόρων διαστάσεων, μορφών και σχημάτων του πεδίου υποστήριξης της συνάρτησης εξομάλυνσης. (Πηγή: Liu and Liu, 2003)

Στη μέθοδο SPH, οι έννοια του πεδίου υποστήριξης για ένα τυχαίο σωματίδιο συνδέεται στενά με το μήκος εξομάλυνσης *h*. Αυτό πολλαπλασιάζεται με ένα συντελεστή *κ* για τον τελικό καθορισμό του υποστηρίγματος, στο οποίο εφαρμόζεται η συνάρτηση εξομάλυνσης και οι παράγωγοί της. Το *h* μπορεί να ποικίλει τόσο χρονικά όσο και χωρικά. Προφανώς είναι βαθμωτό μέγεθος σε 1D, διάνυσμα σε 2D και μητρώο σε 3D (Owen et al, 1998). Στη μέθοδο SPH υπάρχουν δύο προσεγγίσεις αναφορικά με τον τρόπο ολοκλήρωσης, σχετιζόμενες με τη χρήση της έννοιας του πεδίου υποστήριξης ή επιρροής. Για το πρώτο ονομάζεται μοντέλο «συγκέντρωσης» (gather SPH model) και για το δεύτερο ονομάζεται μοντέλο «διασποράς» (scatter SPH model). Στην πρώτη περίπτωση η σωματιδιακή προσέγγιση για το σωματίδιο *i* πραγματοποιείται επί των σωματιδίων μέσα στην περιοχή υποστήριξης του σωματιδίου *i*, ενώ για τη δεύτερη η σωματιδιακή προσέγγιση για το σωμάτιο *i* διενεργείται στα σωματίδια των οποίων το πεδίο επιρροής καλύπτει το σωμάτιο *i*. Σχηματικά αυτή η

διαφοροποίηση δίνεται στην Εικ. 20. Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιείται η υπολογιστική προσέγγιση SPH με μοντέλο «συγκέντρωσης». Για την αποφυγή λαθών, όσον αφορά στην εφαρμογή του τρίτου νόμου του Νεύτωνα, δηλ. τα σωματίδια να αλληλεπιδρούν ανά δύο, λαμβάνεται κάποιος μεσοσταθμισμένος όρος για το *h* για κάθε αλληλεπιδρών ζεύγος σωματιδίων.



Εικ. 20. Γραφική απεικόνιση των διαφορετικών τύπων σωματιδιακής προσέγγισης κατά SPH. Μοντέλο «διασποράς» (αριστερά) και μοντέλο «συγκέντρωσης» (δεξιά). (Πηγή: Liu and Liu, 2003)

3.3. Τελεστές παρεμβολής στη μέθοδο SPH

Με βάση τις απαραίτητες συνθήκες λειτουργίας των αναλυτικών συναρτήσεων για τον πυρήνα εξομάλυνσης, έχουν προκύψει αρκετές σχέσεις στη σχετική βιβλιογραφία.

3.3.1. Συναρτήσεις στάθμισης - Πυρήνας εξομάλυνσης

Η απόδοση ενός μοντέλου SPH εξαρτάται σε αποφασιστικό βαθμό από την επιλογή των συναρτήσεων στάθμισης. Αυτές πρέπει να είναι μορφής τέτοιας, που να προκαλούν μονοτονική μείωση της τιμής τους με την αύξηση της απόστασης από το σωματίδιο. Επίσης πρέπει να συμπεριφέρονται ως συνάρτηση δέλτα (του Dirac), καθώς το μήκος εξομάλυνσης *h* τείνει στο μηδέν (Monaghan, 1992). Η συνάρτηση πυρήνα είναι εξ ορισμού συνάρτηση του μήκους εξομάλυνσης *h*, και της αδιάστατης απόστασης μεταξύ των σωματιδίων που δίνεται από τη σχέση $q=r/h$, όπου *r* είναι η απόσταση μεταξύ των τυχαίων σωματιδίων *i* και *j*, με τη συνάρτηση στάθμισης (παρεμβολής τύπου εξομάλυνσης) να παίρνει το σύμβολο W_{ij}. Έτσι η θεμελιώδης αρχή της μεθόδου SPH, που είναι η ολοκληρωματική παρεμβολή οποιασδήποτε συνάρτησης

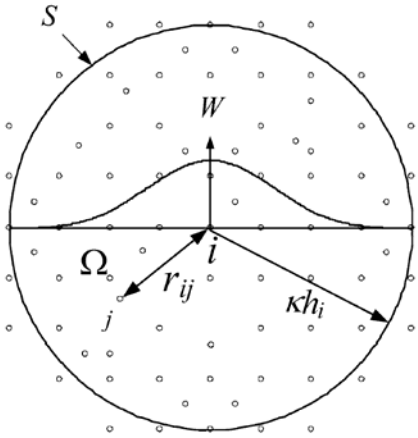
πεδίου $A(\mathbf{r})$ (για βαθμωτό, διανυσματικό ή τανυστικό μέγεθος) στο υπολογιστικό πεδίο, ως εξής (Monaghan, 2005):

$$A(\mathbf{r}) = \int A_j(\mathbf{r}')W(\mathbf{r}-\mathbf{r}',h)d\mathbf{r}' \qquad [28]$$

όπου $h=c_f[(dx)^2+(dz)^2]^{1/2}$ είναι η μορφή του μήκους εξομάλυνσης (για 2D), dx και dz είναι η οριζόντια και κατακόρυφη χωρική διακριτοποίηση αντίστοιχα, c_f είναι μια παράμετρος ρύθμισης της διαδικασίας εξομάλυνσης, $\mathbf{r}$ και $\mathbf{r}'$ είναι η θέση τυχαίου σωματιδίου και η θέση μεταξύ του και των τυχαίων υπολοίπων σωματιδίων με $r'\leq h$ αντίστοιχα, και $W(\mathbf{r},h)$ είναι η καμπανοειδής συνάρτηση στάθμισης (πυρήνας εξομάλυνσης). Για τυχαίο σωματίδιο i, η παραπάνω εξίσωση σε διακριτοποιημένη σωματιδιακή μορφή αθροίσματος, αλλά και η παράγωγος ∇A_i δίνονται από:

$$A_i(\mathbf{r}) = \sum_j A_j\left(\frac{m_j}{\rho_j}\right)W_{ij} \;\Rightarrow\; \nabla A_i = \sum_j A_j\left(\frac{m_j}{\rho_j}\right)\nabla_i W_{ij} \qquad [29]$$

όπου m_j και ρ_j είναι η μάζα και η πυκνότητα κάθε σωματιδίου j και W_{ij} είναι ο πυρήνας εξομάλυνσης σε σωματιδιακή μορφή. Η άθροιση αφορά σε όλα τα σωμάτια j μέσα στην περιοχή του πεδίου υποστήριξης της συνάρτησης πυρήνα για κάθε κεντρικό σωμάτιο i σε σχέση με την παρεμβολή SPH (Gómez-Gesteira et al., 2012a). Χαρακτηριστική απεικόνιση της διαδικασίας υπολογισμού των ιδιοτήτων του υδροδυναμικού πεδίου, μέσω τελεστή εξομάλυνσης SPH, δίνεται στην Εικ. 21.



Εικ. 21. Γραφική απεικόνιση της σωματιδιακής προσέγγισης κατά SPH και του αντίστοιχου πεδίου υποστήριξης Ω του πυρήνα εξομάλυνσης W, σε σχέση με το μήκος εξομάλυνσης h. (Πηγή: Liu and Liu, 2010)

Οι διάφορες απαιτήσεις ή ιδιότητες των συναρτήσεων εξομάλυνσης έχουν προταθεί και σχολιαστεί σε διάφορες εργασίες στη σχετική βιβλιογραφία. Οι πιο σημαντικές (βασικές) ιδιότητες του πυρήνα εξομάλυνσης συνοψίζονται και περιγράφονται στα

ακόλουθα. Η συνάρτηση εξομάλυνσης πρέπει να κανονικοποιείται σε μοναδιαία τιμή (unity condition) στο πεδίο υποστήριξης και αυτό εκφράζεται από την εξής σχέση:

$$\int_{\Omega} W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h\right)d\mathbf{x}'=1 \qquad [30]$$

Η συνάρτηση εξομάλυνσης πρέπει να έχει συμπαγές πεδίο υποστήριξης (compact support condition), δηλ.:

$$W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}'\right)=0,\ \gamma\iota\alpha\ \left|\mathbf{x}-\mathbf{x}'\right|>\kappa h \qquad [31]$$

Η τυπική διάσταση του πεδίου υποστήριξης ορίζεται με βάση το μήκος εξομάλυνσης *h* και έναν παράγοντα κλίμακας *κ*, που καθορίζει το όρισμα διασποράς της συνάρτησης. Η συνάρτηση εξομάλυνσης πρέπει να έχει θετική τιμή εντός του συμπαγούς πεδίου υποστήριξης (positivity condition), δηλ.:

$$W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}'\right)>0,\ \gamma\iota\alpha\ \left|\mathbf{x}-\mathbf{x}'\right|<\kappa h \qquad [32]$$

Η τιμή της συνάρτησης εξομάλυνσης, για οποιαδήποτε μορφή της, πρέπει να είναι μονότονη και φθίνουσα με την απόσταση από το κεντρικό σωματίδιο παρεμβολής (decay condition). Η συνάρτηση εξομάλυνσης πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη συνάρτησης του δέλτα του Dirac, καθώς το *h* τείνει στο μηδέν (Delta function property):

$$\lim_{h\to 0} W\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h\right)=\delta\left(\mathbf{x}-\mathbf{x}'\right) \qquad [33]$$

Ακόμα η συνάρτηση εξομάλυνσης θα έπρεπε να είναι άρτια (symmetric property) και σε ικανοποιητικό βαθμό ομαλή (smoothness), να μην επιδέχεται παρά μόνο έναν ορισμό για κάθε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής της.

Η πρώτη ιδιότητα (κανονικοποίηση) εξασφαλίζει ότι το ολοκλήρωμα της συνάρτησης εξομάλυνσης πάνω από την περιοχή υποστήριξης είναι μοναδιαίο. Μπορεί να αποδειχθεί, ότι εξασφαλίζει επίσης τη συνέπεια μηδενικής τάξης για την ολοκληρωματική αναπαράσταση μιας συνεχούς συνάρτησης. Η δεύτερη ιδιότητα μετατρέπει την προσέγγιση SPH από έναν καθολικό (global) τελεστή σε τοπικό (local). Αυτό οδηγεί σε αραιά διακριτοποιημένα μητρώα, και συνεπώς σε πιο συμφέροντες υπολογιστικούς χρόνους. Η τρίτη ιδιότητα αναφέρει, ότι η συνάρτηση εξομάλυνσης πρέπει να έχει μη αρνητικές τιμές στο πεδίο υποστήριξης της. Δεν είναι μαθηματικά αναγκαία ως προϋπόθεση για τη σύγκλιση της μεθόδου SPH, αλλά σημαντική για την εξασφάλιση της φυσικής σημασίας των φαινομένων υπό προσομοίωση. Οι αρνητικές τιμές της *W* μπορούν να οδηγήσουν σε ορισμένα αφύσικα αποτελέσματα, όπως αρνητική πυκνότητα και ενέργεια. Η τέταρτη ιδιότητα βασίζεται στη φυσική παραδοχή ότι περιοχές ρευστού, που βρίσκονται πλησιέστερα από άλλες, πρέπει να έχουν μεγαλύτερη αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Η πέμπτη ιδιότητα εξασφαλίζει ότι όσο το μήκος εξομάλυνσης τείνει στο μηδέν, η προσεγγιστική τιμή από την παρεμβολή στο πεδίο προσέγγιση πλησιάζει την ακριβή τιμή της συνάρτησης (ιδιότητα συνάρτησης

δέλτα του Dirac). Η έκτη ιδιότητα επιβάλει στα σωματίδια, που δρουν από ίδιες αποστάσεις, αλλά διαφορετικές θέσεις, να έχουν το ίδιο αποτέλεσμα σε ένα δεδομένο σωματίδιο. Το έβδομο κριτήριο έχει ως στόχο την αποκατάσταση καλύτερης προσέγγισης για τη συνάρτηση και τις παραγώγους της, δηλ. τη συνέχειά τους, ώστε να μη γίνεται ευαίσθητη η προσέγγιση εξομάλυνσης SPH σε διαταραγμένες χωρικές κατανομές των σωματιδίων στο πεδίο. Οποιαδήποτε συνάρτηση με τις παραπάνω ιδιότητες μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον τελεστή εξομάλυνσης κατά SPH. Παρακάτω παρουσιάζονται οι κλασικές συναρτήσεις για τον πυρήνα εξομάλυνσης, που έχουν παγιωθεί στη σχετική βιβλιογραφία.

3.3.2. Βασικοί τύποι πυρήνα εξομάλυνσης

Ο Monaghan (1992) δήλωσε ότι η φυσική ερμηνεία μιας εξίσωσης τύπου SPH είναι να μοιάζει σε Gauss-ιανή κατανομή. Οι Gingold and Monaghan (1977) στην πρώτη τους εργασία κάνουν χρήση της συνάρτησης πυρήνα κατά Gauss:

$$W(r_{ij},h) = a_D \exp\left(-q^2\right) \qquad [34]$$

όπου α_D είναι $1/(\pi h)^2$ σε 2D και $1/(\pi^{3/2}h^3)$ σε 3D. Αποτελεί αρκετά ομαλή επιλογή, ακόμη και για υψηλής τάξης παραγώγους και θεωρείται ως μια πολύ καλή επιλογή δεδομένου ότι είναι πολύ σταθερή και ακριβής, ειδικά για ακανόνιστες κατανομές σωματιδίων. Ωστόσο, δεν είναι πραγματικά συμπαγής, καθώς ποτέ δεν τείνει στο μηδέν θεωρητικά, εκτός εάν το r προσεγγίσει το άπειρο. Επειδή όμως πλησιάζει στο μηδέν πολύ γρήγορα αριθμητικά, θεωρείται πρακτικά συμπαγής. Σημειώνεται, ότι είναι υπολογιστικά πιο επαχθής, δεδομένου ότι μπορεί να απαιτήσει μεγαλύτερη απόσταση για τον πυρήνα εξομάλυνσης ώστε να πλησιάσει το μηδέν, ειδικά για τις παραγώγους ανώτερης τάξης. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε χωρικά μεγάλο πεδίο υποστήριξης με συμπερίληψη πολλών σωματιδίων για την προσέγγιση SPH.

Οι Johnson et al. (1996) χρησιμοποίησαν την ακόλουθη τετραγωνική συνάρτηση για την προσομοίωσης προβλημάτων βίαιης επαφής σε μεγάλες ταχύτητες:

$$W(r_{ij},h) = a_D\left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4}q + \frac{3}{16}q^2\right) \quad \gamma\iota\alpha \quad 0 \le q \le 2 \qquad [35]$$

όπου α_D είναι $2/(\pi h)^2$ σε 2D και $5/(4\pi h^3)$ σε 3D. Σε αντίθεση με άλλες συναρτήσεις εξομάλυνσης, το πρώτο διαφορικό της τετραγωνικής συνάρτησης εξομάλυνσης αυξάνει γνησίως, καθώς τα διακριτοποιημένα σωματίδια συγκλίνουν, ενώ μειώνεται μονοτονικά όσο απομακρύνονται μεταξύ τους. Αυτό χρησιμοποιήθηκε ως ανακούφιση του προβλήματος ασταθειών σε θλίψη.

Στο πρωτότυπο άρθρο περί SPH από τον Lucy (1977) έγινε χρήση της ακόλουθης κωδωνοειδούς συνάρτηση εξομάλυνσης (bell-shaped function):

$$W(r_{ij},h)=a_D\begin{cases}(1+3q)\cdot(1-q)^3 & για\ \ 0\le q\le 1\\ 0 & για\ \ 1\le q\le 2\end{cases} \qquad [36]$$

όπου α_D είναι $5/(\pi h)^2$ σε 2D και $105/(16\pi h^3)$ σε 3D. Μια ποικιλία από καμπανοειδείς συναρτήσεις βάρους τρίτης τάξης είναι διαθέσιμες στη βιβλιογραφία, όμως η πιο κλασική είναι τμηματική κυβική συνάρτηση εξομάλυνσης:

$$W(r_{ij},h)=a_D\begin{cases}1-\frac{3}{2}q^2+\frac{3}{4}q^3 & 0\le q\le 1\\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1\le q\le 2\\ 0 & q>2\end{cases} \qquad [37]$$

όπου α_D είναι $10/(7\pi h^2)$ σε 2D και $1/(\pi h^3)$ in 3D. Στην πράξη το πεδίο επιρροής του πυρήνα περιορίζεται σε ακτινική απόσταση ίση με $2h$. Με μια κατάλληλη τεχνική εντοπισμού όπως η «λίστα εγγύτερης γειτνίασης» χρησιμοποιείται για να ληφθούν υπόψη μόνο τα κοντινά στο σημείο ενδιαφέροντος σωματίδια. Μέχρι στιγμής, αποτελεί την πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη συνάρτηση εξομάλυνσης στη σχετική βιβλιογραφία για SPH, δεδομένου ότι μοιάζει στη Gauss-ιανή συνάρτηση, ενώ έχει ένα βραχύτερο πεδίο συμπαγούς υποστήριξης. Ωστόσο, η δεύτερη παράγωγός της είναι τμηματικά γραμμική συνάρτηση, και κατά συνέπεια, η σταθερότητά της μπορεί να είναι κατώτερη από εκείνη ομαλότερων πυρήνων εξομάλυνσης.

Ο Morris (1996) εισήγαγε τη συνάρτηση πυρήνα εξομάλυνσης τέταρτης τάξης σε σφηνοειδή μορφή (spline) που προσεγγίζει καλύτερα τη Gauss-ιανή συνάρτηση:

$$W(r_{ij},h)=a_D\begin{cases}(q+2.5)^4-5(q+1.5)^4+10(q+0.5)^4 & για\ \ 0\le q<0.5\\ (2.5-q)^4-5(1.5-q)^4 & για\ \ 0.5\le q<1.5\\ (2.5-q)^4 & για\ \ 1.5\le q<2.5\\ 0 & για\ \ q\ge 2.5\end{cases} \qquad [38]$$

Ο Wendland (1995) χρησιμοποίησε την εξής συνάρτηση πυρήνα εξομάλυνσης πέμπτης τάξης:

$$W(r_{ij},h)=a_D\,(1-q/2)^4\,(2q+1)\ \ για\ \ 0\le q\le 2 \qquad [39]$$

όπου α_D είναι $7/(4\pi h^2)$ σε 2D και $21/(16\pi h^3)$ in 3D.

3.3.3. Μήκος εξομάλυνσης και συμμετρία σωματιδιακής αλληλεπίδρασης

Το μήκος εξομάλυνσης *h* είναι πολύ σημαντικό για τη μέθοδο SPH, καθώς έχει άμεση επίδραση στην απόδοση του υπολογισμού και της ακρίβειας των λύσεων. Αν το *h* είναι πολύ μικρό, μπορεί να μην υφίστανται αρκετά σωματίδια στο πεδίο υποστήριξης της διάστασης *κh* για την άσκηση λογικών δυνάμεων στο κεντρικό σωματίδιο παρεμβολής, πράγμα που οδηγεί σε χαμηλή ακρίβεια. Από την άλλη, αν το μήκος εξομάλυνσης είναι πολύ μεγάλο, οι υπολογιζόμενες ιδιότητες των σωματιδίων ενδέχεται να εξομαλύνονται υπερβολικά, με αποτέλεσμα να πλήττεται και πάλι η ακρίβεια των προσεγγίσεων. Οι σωματιδιακές προσεγγίσεις στη μέθοδο παρεμβολής κατά SPH εξαρτώνται από την ύπαρξη οριακά επαρκούς και αναγκαίου αριθμού σωματιδίων στο πεδίο υποστήριξης. Ο υπολογιστικός φόρτος και/ή η ταχύτητα των υπολογισμών εξαρτάται επίσης από αυτόν τον αριθμό των σωματιδίων. Στις πρώτες εφαρμογές SPH χρησιμοποιήθηκε ένα καθολικό (global) σωματιδιακό μήκος εξομάλυνσης, το οποίο εξαρτάται από την αρχική μέση πυκνότητα του συστήματος σωματιδίων. Πιο πρόσφατα, επιχειρήθηκε βελτιστοποίηση του *h* για να αντιμετωπιστούν προβλήματα ανισομερούς παρεμβολής σε περιοχές, όπου το ρευστό διαστέλλεται ή συστέλλεται τοπικά, έτσι ώστε να διατηρείται σχετικά σταθερή ακρίβεια στην εξομάλυνση (Monaghan, 1992). Έτσι έχει προκύψει το δυναμικό μήκος εξομάλυνσης *h*, ώστε ο αριθμός των γειτονικών σωματιδίων να παραμένει σχετικά σταθερός σύμφωνα με τη μέση περιβάλλουσα πυκνότητα:

$$h = h_o \left(\rho_o / \rho \right)^{1/dim} \qquad [40]$$

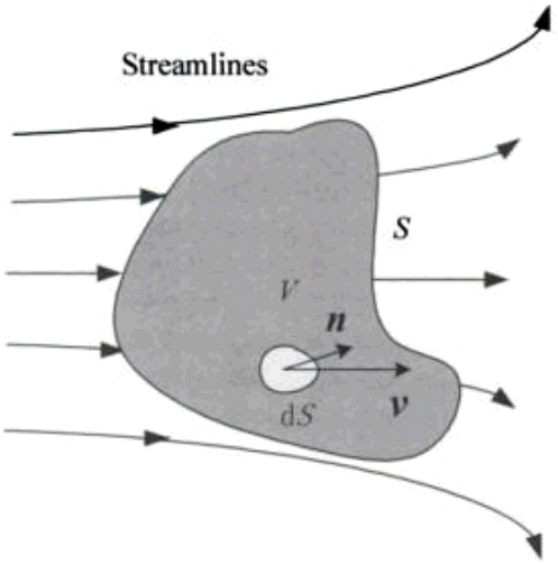
όπου ο δείκτης '$_o$' αντιστοιχεί σε αρχικές τιμές *h* και *ρ*, και *dim* είναι ο αριθμός των διαστάσεων του προβλήματος. Άλλοι ερευνητές έχουν προτείνει τη μεταβολή του *h*, με βάση τη χρονική μεταβολή μιας εξίσωσης για το *h* ανάλογη της εξίσωσης συνέχειας. Ο βασικός τρόπος για τη διατήρηση της συμμετρίας της σωματιδιακής αλληλεπίδρασης είναι η μεσοστάθμιση του μεταβαλλόμενου *h*, ως απλός αριθμητικός μέσος όρος $h_{ij}=(h_i+h_j)/2$ ή γεωμετρικός μέσος $h_{ij}=2(h_ih_j)/(h_i+h_j)$ ή ως μέγιστη τιμή του από ζεύγη σωματιδίων $h_{ij}=\max(h_i,h_j)$. Συνεπώς, η συμμετρική συνάρτηση πυρήνα σε σωματιδιακή διακριτοποίηση γίνεται $W_{ij}=W(r_{ij},h_{ij})$. Αλλιώς η διατήρηση της συμμετρίας της σωματιδιακής αλληλεπίδρασης γίνεται μέσω του πυρήνα εξομάλυνσης (Hernquist and Katz, 1989) χωρίς την επέμβαση στον υπολογισμό του *h*, ως $W_{ij}=[W(h_i)+W(h_j)]/2$.

3.4. Οι εξισώσεις Navier-Stokes για τη μέθοδο SPH

3.4.1. Διακριτοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes τύπου Lagrange

Οι βασικές εξισώσεις που διέπουν τη ρευστοδυναμική είναι οι τρεις θεμελιώδεις φυσικοί νόμοι διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας. Η μορφή των εξισώσεων για την περιγραφή της κίνησης του ρευστού μπορεί να είναι κατά Euler ή Lagrange. Η πρώτη είναι περιγραφή χωρικού τύπου, δηλ. εξετάζει τη χρονική μεταβολή των ρευστοδυναμικών ιδιοτήτων σε συγκεκριμένο σταθερό σημείο στο χώρο, ενώ η δεύτερη είναι υλικού τύπου, δηλ. ακολουθεί την κίνηση μέρους του ρευστού. Η βασική διαφορά των δύο μορφών περιγραφής της δυναμικής των ρευστών είναι ότι η κατά Lagrange περιγραφή χρησιμοποίει την ολική χρονική (ή αλλιώς υλική) παράγωγο *Df*/*Dt*, που αποτελεί συνδυασμό της τοπικής (ή αλλιώς μερικής) παραγώγου *∂f*/*∂t* με την παράγωγο συναγωγής (convection derivative) $\mathbf{u}\cdot\nabla f$, και έχει την εξής έκφραση για ένα τυχαίο βαθμωτό μέγεθος *f* του πεδίου ροής:

$$\frac{Df}{Dt}=\frac{\partial f}{\partial t}+\mathbf{u}\cdot\nabla f=\frac{\partial f}{\partial t}+u\frac{\partial f}{\partial x}+v\frac{\partial f}{\partial y}+w\frac{\partial f}{\partial z} \qquad [41]$$



Εικ. 22. Πεπερασμένος όγκος ελέγχου *V* κατά Lagrange με επιφάνεια ελέγχου *S*. (Πηγή: Liu and Liu, 2003)

Στην περιγραφή κατά Lagrange, αν θεωρηθεί κλειστός όγκος *V* με πεπερασμένες διαστάσεις σε τυχαία ροή, περιορισμένος από κλειστή επιφάνεια ελέγχου *S* (Εικ. 22), αυτός ο όγκος ελέγχου μπορεί να κινηθεί μαζί με τη ροή του υγρού, με τέτοιο τρόπο ώστε το υλικό (η μάζα) του ρευστού να παραμένει στο εσωτερικό του όγκου ελέγχου

καθ' όλη την κίνησή του. Ως εκ τούτου, αν και η ροή του υγρού μπορεί να οδηγήσει σε διόγκωση, συμπίεση και/ή οποιαδήποτε μορφή παραμόρφωσης τον όγκου ελέγχου κατά Lagrange, η μάζα του ρευστού που εμπεριέχεται σε αυτόν παραμένει αμετάβλητη. Η εφαρμογή των νόμων για τη διατήρηση της μάζας, της ορμής και της ενέργειας του ρευστού σε πεπερασμένους όγκους Lagrange μπορεί συνεπώς να οδηγήσει σε εξισώσεις με ολοκληρωματική μορφή.

Για έναν απειροστό διαφορικό όγκο *dV* τύπου Lagrange, η κίνηση του ρευστού μέσα του οδηγεί σε μεταβολή της επιφάνειας ελέγχου *S*, και στη συνέχεια του όγκου ελέγχου *V*. Συνεπώς η συνολική μεταβολή του όγκου ολόκληρου του όγκου ελέγχου Lagrange είναι το ολοκλήρωμα επί της επιφάνειας ελέγχου *S*, με βάση την εξίσωση:

$$\Delta V = \int_S \mathbf{u}\Delta t \cdot \mathbf{n} dS \qquad [42]$$

η οποία διαιρεμένη με *Δt* εκατέρωθεν της εξίσωσης και με τη χρήση του Θεωρήματος Απόκλισης οδηγεί σε:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{u} dV \qquad [43]$$

Αν ο όγκος ελέγχου κατά Lagrange υποβαθμιστεί σε απειροστό κελί ροής με όγκο Δ*V*, έτσι ώστε οι ιδιότητες της ροής μένουν αναλλοίωτες, η ακόλουθη εξίσωση προκύπτει:

$$\frac{D(\Delta V)}{Dt} = (\nabla \cdot \mathbf{u}) \int_V d(\Delta V) = (\nabla \cdot \mathbf{u}) \Delta V \qquad [44]$$

έτσι ώστε η απόκλιση του διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων να γίνεται:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{\Delta V} \frac{D(\Delta V)}{Dt} \qquad [45]$$

δηλ. η απόκλιση της ταχύτητας μπορεί να ερμηνευθεί φυσικά ως ο ρυθμός μεταβολής του όγκου ανά μοναδιαίο όγκο.

Εν ολίγοις, οι εξισώσεις της δυναμικής των ρευστών (Navier-Stokes) μπορεί να γραφτεί ως ένα σύνολο διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους σε περιγραφή Lagrange. Εάν οι εκθέτες $^{\alpha}$ και $^{\beta}$ αντιστοιχηθούν στις χωρικές διαστάσεις (κατευθύνσεις), οι επαναλαμβανόμενοι δείκτες δηλώνουν άθροισμα, και οι ολικές παράγωγοι στο χρόνο αντιστοιχούν στο κινούμενο σύστημα αναφοράς κατά Lagrange, οι εξισώσεις συνέχειας, διατήρησης ορμής και ενέργειας (στο σύνολό τους Navier-Stokes) μπορούν να γραφτούν ως εξής:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial u^{\beta}}{\partial x^{\beta}}, \quad \frac{Dv^{\alpha}}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^{\beta}}, \quad \frac{De}{Dt} = \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \frac{\partial u^{\alpha}}{\partial x^{\beta}} \qquad [46]$$

όπου **σ** είναι ο τανυστής των ολικών τάσεων, και αποτελείται από δύο μέρη, αυτό της ισοτροπικής πίεσης **P** και αυτό των συνεκτικών τάσεων λόγω διάτμησης **τ**:

$$\sigma^{\alpha\beta} = -\mathbf{P}\delta^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta},\ \tau^{\alpha\beta} = \mu\varepsilon^{\alpha\beta} = \mu\left(\frac{\partial u^{\beta}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial u^{\alpha}}{\partial x^{\beta}} - \frac{2}{3}(\nabla\cdot\mathbf{u})\delta^{\alpha\beta}\right) \quad [47]$$

για Νευτώνειο ρευστό και *μ* η δυναμική συνεκτικότητα του ρευστού. Οι διατμητικές τάσεις είναι ανάλογες της μεταβολής της τροπής **ε**.

3.4.2. Διακριτοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes κατά SPH

Εξίσωση συνέχειας (και υπολογισμού πυκνότητας)

Η προσέγγιση του μεγέθους της πυκνότητας είναι πολύ σημαντική στη μέθοδο SPH, δεδομένου ότι η πυκνότητα καθορίζει την κατανομή σωματιδίων και συνεπώς την εξέλιξη του μήκους εξομάλυνσης. Η πιο κλασική προσέγγιση είναι ο υπολογισμός της πυκνότητας ως άθροισης των διακριτών μαζών προς τον όγκο του πεδίου υποστήριξης, ως εξής:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{N} m_j W_{ij} \quad [48]$$

όπου *i* και *j* τα αλληλεπιδρώντα σωματίδια, και *N* το πλήθος των σωματιδίων εντός του πεδίου υποστήριξης. Η δεύτερη προσέγγιση, η συνέχεια της πυκνότητας, ακολουθεί τη λογική της εξίσωσης συνέχειας με τη χρήση των εννοιολογικών στοιχείων της μεθόδου SPH συν ορισμένους μετασχηματισμούς, που καταλήγει στην εξίσωση διατήρησης της μάζας σε σωματιδιακή μορφή (Monaghan, 1994):

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \mathbf{u}_{ij}\nabla_i W_{ij} \quad [49]$$

όπου $\mathbf{u}_i$ είναι το διάνυσμα της ταχύτητας του σωματιδίου *i* και $\mathbf{u}_{ij}=\mathbf{u}_i-\mathbf{u}_j$. Η δεύτερη επιλογή συνήθως προτιμάται γιατί αφορά σε σχετικές ταχύτητες σωματιδιακών ζευγών στο πεδίο υποστήριξης. Αν και η πρώτη προσέγγιση διατηρεί τη μάζα με ακρίβεια σε σχέση με τη δεύτερη, υποεκτιμά την πυκνότητα κοντά στα όρια και σε διεπιφάνειες. Ένας τρόπος για να βελτιωθεί η ακρίβεια της σωματιδιακής προσέγγισης αθροίσματος είναι η κανονικοποίηση του δεξιού μέρους της Εξ. 48, με το άθροισμα κατά SPH της ίδιας της συνάρτησης εξομάλυνσης:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{N} m_j \frac{W_{ij}}{\sum_{j=1}^{N}\frac{m_j}{\rho_j}W_{ij}} \quad [50]$$

Σε γενικές γραμμές για την προσομοίωση γενικών ροών, η μετασχηματισμένη προσέγγιση της άθροισης πυκνότητας δίνει καλύτερα αποτελέσματα, ενώ για ροές με έντονες ασυνέχειες, η προσέγγιση συνέχειας της πυκνότητας προτιμάται.

Εξίσωση ορμής (ποσότητας κίνησης)

Η εξίσωση διατήρησης της ορμής σε ένα συνεχές πεδίο δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla\mathbf{P} + \mathbf{g} + \mathbf{\Theta} \qquad [51]$$

όπου **Θ** είναι ο τανυστής των όρων διάχυσης (και απόσβεσης). Η τυποποίηση κατά SPH για τη σωματιδιακή προσέγγιση της εξέλιξης της ορμής είναι παρόμοια με την προσέγγιση της συνέχειας της πυκνότητας, μαζί με κάποιους μετασχηματισμούς, οι οποίοι εξασφαλίζουν τις διάφορες μορφές των προσεγγιστικών εξισώσεων (σε ανάπτυγμα αθροισμάτων κατά SPH) για τη διατήρηση της ορμής, με γραφή τύπου Einstein (οι εκθέτες *α*, *β* είναι οι δείκτες των χωρικών διαστάσεων):

$$\frac{D\mathbf{u}_i^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho_i}\sum_j m_j \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} \qquad [52]$$

Δηλ. για τη διεύθυνση κατά *x* (με ανάλογο τρόπο για *y* και *z*), η παραπάνω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = \frac{1}{\rho_i}\sum_j \frac{m_j}{\rho_j}\left[\left(\tau_j^{xx} - p_j\right)\frac{\partial W_{ij}}{\partial x} + \left(\tau_j^{xy}\right)\frac{\partial W_{ij}}{\partial y} + \left(\tau_j^{xz}\right)\frac{\partial W_{ij}}{\partial z}\right] \qquad [53]$$

Σε αναλογία με την εξίσωση συνέχειας, η συμμετρικοποιημένη μορφή της εξίσωσης ορμής οδηγεί σε ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων, και γράφεται ως εξής:

$$\frac{D\mathbf{u}_i^\alpha}{Dt} = \sum_j m_j \frac{\sigma_i^{\alpha\beta} + \sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_i\rho_j}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} \qquad [54]$$

Αυτή είναι άλλη μια πολύ δημοφιλής μορφή για την εξέλιξη της ορμής, συχνά απαντώμενη στη σχετική βιβλιογραφία. Εναλλακτικά, η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφεί κατ' αναλογία με την προηγούμενη ανάλυση ως:

$$\frac{D\mathbf{u}_i^\alpha}{Dt} = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^{\,2}} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^{\,2}}\right)\frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} \qquad [55]$$

Συνεπώς, η εξίσωση διατήρησης της ορμής με σωματιδιακή προσέγγιση SPH, χωρίς καμιά θεώρηση για τη μοντελοποίηση της τύρβης και των συνεκτικών τάσεων μπορεί να γραφεί σύμφωνα με τον Monaghan (1994) ως εξής:

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{\mathbf{P}_i}{\rho_i^{\,2}} + \frac{\mathbf{P}_j}{\rho_j^{\,2}}\right)\cdot\nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \sum_j m_j \left(\frac{4\nu\mathbf{r}_{ij}\mathbf{u}_{ij}}{\left(\rho_i+\rho_j\right)\left|\mathbf{r}_{ij}\right|^2}\right)\nabla_i W_{ij} \qquad [56]$$

όπου ο τρίτος όρος του δεξιού μέρους της εξίσωσης αντιστοιχεί στον όρο διάχυσης στρωτής συνεκτικής ροής με βάση τον τελεστή Laplace (Λαπλασιανή, ∇^2) του πεδίου της ταχύτητας **u**, $\nu\nabla^2\mathbf{u}$, το **g**=(0,0,9.81) m/sec^2 είναι το διάνυσμα της επιτάχυνσης της βαρύτητας, και ν=10^{-6} m^2/sec είναι το κινηματικό ιξώδες του νερού. Διαφορετικές προσεγγίσεις, που βασίζονται σε διάφορες υπάρχουσες τυποποιήσεις του όρου

διάχυσης με αντίστοιχη προσθήκη περαιτέρω όρων, μπορούν να θεωρηθούν κατά την εφαρμογή της μεθόδου SPH για την περιγραφή της εξίσωσης της ορμής. Τρεις διαφορετικές επιλογές για τη διάχυση συνήθως χρησιμοποιούνται: (i) τεχνητή συνεκτικότητα (artificial viscosity), (ii) στρωτή συνεκτικότητα (laminar viscosity), συνήθως σε μοντέλα SPH στη λογική των DNS, και (iii) στρωτή συνεκτικότητα μαζί με υπο-σωματιδιακής κλίμακας (SPS) τυρβώδεις τάσεις (διατμητικές τάσεις), συζευγμένο μαθηματικό ομοίωμα SPS-SPH με κάποιο μοντέλο τύπου Smagorinsky. Ολόκληρο το σχετικό τυπολόγιο δίνεται αναλυτικά σε παρακάτω κεφάλαιο, αναφορικά με τη διάχυση, τη διάτμηση και το «κλείσιμο» της τύρβης.

Εξίσωση (θερμικής) ενέργειας

Ομοίως με τις παραπάνω εξισώσεις η εσωτερική (θερμική) ενέργεια σχετιζόμενη με κάθε σωματίδιο μπορεί να υπολογιστεί με την έκφραση (Monaghan, 1994):

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2}\sum_j \left[m_j \left(\frac{\mathbf{P}_i}{{\rho_i}^2} + \frac{\mathbf{P}_j}{{\rho_j}^2} \right) \mathbf{u}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \right] + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \qquad [57]$$

ή

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2}\sum_j \left[m_j \left(\frac{\mathbf{P}_i + \mathbf{P}_j}{\rho_i \rho_j} \right) \mathbf{u}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \right] + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \qquad [58]$$

όπου ο ρυθμός μεταβολής της τροπής σε τυποποίηση κατά Einstein $\boldsymbol{\varepsilon}_i^{\alpha\beta}$ είναι:

$$\varepsilon_i^{\alpha\beta} = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} u_{ji}^{\alpha} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^{\beta}} + \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} u_{ji}^{\beta} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{2}{3}\left(\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{u}_{ji} \nabla W_{ij} \right) \delta^{\alpha\beta} \qquad [59]$$

Σημειώνεται, ότι για την περίπτωση των εξισώσεων π.χ. κατά τη διεύθυνση *x*, ο τρίτος όρος της παραπάνω εξίσωσης είναι εξ ορισμού ίσος με το μηδέν για τους όρους ε_i^{xy} και ε_i^{xz} και παίρνει τιμές μόνο για τον ε_i^{xx}. Επίσης το γινόμενο $\varepsilon_i^{\alpha\beta}\varepsilon_i^{\alpha\beta}$ για τη διεύθυνση *x* δίνεται από τη σχέση:

$$\left. \varepsilon_i^{\alpha\beta} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \right|_{\alpha \equiv x} = \varepsilon_i^{xx}\varepsilon_i^{xx} + 2\varepsilon_i^{xy}\varepsilon_i^{xy} + 2\varepsilon_i^{xz}\varepsilon_i^{xz} + \varepsilon_i^{yy}\varepsilon_i^{yy} + 2\varepsilon_i^{yz}\varepsilon_i^{yz} + 2\varepsilon_i^{zz}\varepsilon_i^{zz} \qquad [60]$$

Κινηματική εξίσωση σωματιδίων

Τα σωματίδια χειραγωγούνται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να κινούνται με περίπου την ίδια ταχύτητα όπως ο μέσος όρος των ταχυτήτων των γειτονικών τους σωματιδίων, εμποδίζοντάς τα να καταλαμβάνουν ίδιες θέσεις στην εξέλιξη της κίνησής τους στο χρόνο. Αυτό επιτυγχάνεται με τη λεγόμενη διόρθωση XSPH (Monaghan, 1989), η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{u}_i + \varepsilon_e \sum_j m_j \left(\frac{\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j}{\bar{\rho}_i} \right) W_{ij} \qquad [61]$$

όπου η μέση σωματιδιακή πυκνότητα δίνεται από $\bar{\rho}_i = \left(\rho_i + \rho_j\right)/2$, και $0<\varepsilon_e<1$ είναι ένας εμπειρικός όρος. Αυτή η τεχνική σύζευξης ταχύτητας-πίεσης/πυκνότητας σχετίζεται με την αριθμητική μέθοδο προβολής (projection method). Η τεχνική XSPH, όταν εφαρμόζεται σε ασυμπίεστες ροές, μπορεί να κρατήσει τα σωματίδια σε πιο εύτακτες κατανομές, ενώ όταν εφαρμόζεται σε συμπιεστές ροές, μπορεί να μειώσει αποτελεσματικά την αφύσικη διείσδυση μεταξύ των σωματιδίων που προσεγγίζονται μεταξύ τους. Στις περισσότερες περιπτώσεις η τιμή ε_e=0.3 φαίνεται να είναι μια καλή επιλογή για την προσομοίωση ασυμπίεστων ροών. Στην περίπτωση εξαιρετικά βίαιων φαινομένων (όπως π.χ. υποβρύχιες εκρήξεις) μπορεί να χρησιμοποιηθεί μεγαλύτερη τιμή, δηλ. ε_e=0,5.

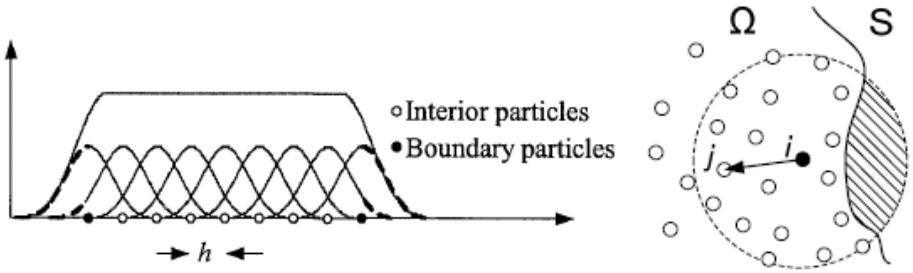
Σημειώνεται ότι κάποιοι ερευνητές στο πεδίο της μεθόδου SPH έχουν αποδείξει, ότι οι παραπάνω εξισώσεις είναι Γαλιλαϊκά αναλλοίωτες (Violeau, 2012).

3.5. Οριακές συνθήκες στη μέθοδο SPH

Εξαιτίας της φύσης της μεθόδου, δεν απαιτείται καμία παραμετροποίηση της οριακής συνθήκης ελεύθερης επιφάνειας ή γενικά του ελεύθερου ορίου, καθώς τα σωματίδια σε αυτά τα όρια κινούνται ελεύθερα σύμφωνα με τις διαμορφωμένες κατά Lagrange εξισώσεις Navier-Stokes με προσέγγιση SPH. Ζητήματα προς επίλυση προκύπτουν μόνο για τα σωματίδια, που βρίσκονται κοντά ή επί των στερεών ορίων, για τα οποία προκύπτει περικοπή της ολοκλήρωσης, λόγω της ύπαρξης του ορίου (Εικ. 23). Αυτό συμβαίνει, γιατί μόνο τα σωματίδια μέσα από το όριο συμβάλλουν στο άθροισμα προσέγγισης κατά SPH, ενώ το πεδίο υποστήριξης έξω και πέρα από το όριο είναι κόλουρο, δημιουργώντας προβλήματα στη διαδικασία της ολοκληρωματικής παρεμβολής. Στο στερεό όριο, παρόλο που η ταχύτητα είναι μηδενική, άλλες μεταβλητές του πεδίου, όπως η πυκνότητα δεν μειώνονται απαραίτητα, πόσο μάλλον να παίρνουν τιμές κοντά στο μηδέν.

Για την αντιμετώπιση των εν λόγω προβληματικών οριακών συνθηκών ο Monaghan (1994) έκανε χρήση μιας σειράς φασματικών (ghost) ή εικονικών (virtual) ψευδο-σωματιδίων επί του στερεού ορίου για την παραγωγή ιδιαίτερα έντονων απωστικών δυνάμεων στα σωματίδια, που αντιστοιχούν σε ρευστό και βρίσκονται κοντά στο όριο, με στόχο την αποτροπή της αφύσικης διαρροής τους έξω από το υπολογιστικό πεδίο, διαμέσου του (στερεού) ορίου. Οι Randles and Libersky (1996) πρότειναν μια πιο γενική μέθοδο διαχείρισης της οριακής συνθήκης σε στερεά όρια με την ανάθεση της ίδιας οριακής τιμής για μια μεταβλητή του πεδίου υποστήριξης σε όλα τα ψευδο-σωματίδια, και στη συνέχεια με ειδική παρεμβολή εξομάλυνσης. Σε γενικές γραμμές οι

βασικές τεχνικές για την επιβολή οριακών συνθηκών σωματιδιακής προσέγγισης χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες, τα κατοπτρικά ψευδο-σωματίδια, τα δυναμικά σωματίδια και τα σωματίδια συνοριακών απωστικών δυνάμεων.



Εικ. 23. Σχηματική αναπαράσταση των προσεγγίσεων πυρήνα εξομάλυνσης SPH για σωματίδια στο εσωτερικό του υπολογιστικού πεδίου και σε επαφή με στερεό όριο (αριστερά) και της αποκοπής του πεδίου υποστήριξης σε 2D (δεξιά). (Πηγές: Liu and Liu, 2003 και Κουκουβίνης, 2012)

Τα κατοπτρικά σωματίδια αποτελούν ψευδοσωμάτια που τοποθετούνται συμμετρικά ως προς το όριο σε σχέση με τα σωματίδια διακριτοποίησης του ρευστού εντός του πεδίου, με ίδια τιμή πίεσης και πυκνότητας. Οι κάθετες στο όριο ταχύτητες είναι ίσες σε μέτρο και αντίθετης φοράς από αυτήν του αντίστοιχου σωματιδίου εντός πεδίου, ενώ οι παράλληλες ταχύτητες είναι ίσες, για την περίπτωση ολισθαίνοντος τοιχώματος (slip condition), και αντίθετες για τοιχώματα που δεν επιτρέπουν την ολίσθηση επί αυτών (no-slip condition). Με τέτοια προσέγγιση αποφεύγονται οι πολύπλοκες γεωμετρίες και τα απολύτως αδιαπέρατα όρια, και η χρήση της γίνεται κύρια σε περίπτωση συνθηκών συμμετρίας στο όριο. Τα δυναμικά σωματίδια αποτελούν ψευδοσωμάτια που τοποθετούνται σε κατάλληλη διάταξη πέρα από το στερεό όριο, με καθορισμό των ιδιοτήτων τους μέσω της εξίσωσης συνέχειας και προκαθορισμένης κίνησης. Τα απωστικά σωματίδια αποτελούν πραγματικά συνοριακά σωματίδια, που εμποδίζουν τα σωματίδια που αντιπροσοπεύουν το ρευστό, να διαπεράσουν το τοίχωμα, εφαρμόζοντας απωστικές δυνάμεις τύπου Lennard-Jones (1924) [δανεισμένες από τη μοριακή φυσική] σε αυτά, σε μορφή αξονικής δύναμης ανά ζεύγος κατά μήκος της κεντρικής γραμμής που ενώνει νοητά το κέντρο των δύο αυτών σωματιδίων:

$$\mathbf{f}_{ij}^{R} = \begin{cases} D\left[\left(\dfrac{r_0}{\|\mathbf{r}_{ij}\|}\right)^{12} - \left(\dfrac{r_0}{\|\mathbf{r}_{ij}\|}\right)^{4}\right]\dfrac{\mathbf{x}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ij}\|^2}, & \dfrac{r_0}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \le 1 \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad , & \dfrac{r_0}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} > 1 \end{cases} \qquad [62]$$

όπου *D* είναι μια παράμετρος που εξαρτάται από το πρόβλημα υπό εξέταση και θα πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε να είναι στην ίδια κλίμακα με το τετράγωνο της μεγαλύτερης ταχύτητας εντός του πεδίου. Η μεταβλητή r_0 είναι η απόσταση αποκοπής (cut-off distance) και πολύ σημαντική στην προσομοίωση. Στην πράξη, η r_0 επιλέγεται συνήθως περίπου κοντά στην αρχική απόσταση των σωματιδίων Δx. Η $\mathbf{f}_{ij}^R$ προστίθεται στην εξίσωση της ορμής και έτσι υπολογίζεται η ολική δύναμη που ασκείται στο στερεό όριο. Αυτή η μέθοδος είναι κατάλληλη για πολύπλοκες γεωμετρίες στερεών ορίων. Η παραπάνω εξίσωση σε σωματιδιακή μορφή τύπου SPH γράφεται ως εξής:

$$\mathbf{f}_{ij}^R = -\sum_j m_j D \left[\left(\frac{r_0}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \right)^{12} - \left(\frac{r_0}{\|\mathbf{r}_{ij}\|} \right)^{4} \right] \frac{\mathbf{x}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ij}\|^2} \qquad [63]$$

3.6. Τεχνητή συμπιεστότητα στη μέθοδο SPH

Προκειμένου να συσχετισθεί η πίεση με την πυκνότητα του ρευστού, η εννοιολογική προσέγγιση της τεχνητής συμπιεστότητας (artificial compressibility) ενσωματώνεται σε μοντέλα SPH, θεωρώντας (ελαφρά) συμπιεστό ρευστό, δίνοντας έτσι το πλεονέκτημα της χρήσης μιας καταστατικής εξίσωσης αντί της απαίτησης να λυθεί μια επιπλέον εξίσωση τύπου Poisson για την πίεση, η οποία περιγράφει τις ροές σε ασυμπίεστο ρευστό. Ωστόσο, η θεώρηση της ελαφράς συμπιεστότητας με τεχνητό τρόπο ρυθμίζεται έτσι ώστε να επιβραδύνει τεχνητά την ταχύτητα του ήχου, για να επιτευχθεί η επιλογή λογικής τιμής για το χρονικό βήμα ολοκλήρωσης με βάση το κριτήριο Courant. Ένας άλλος περιορισμός σχετικά με τη συμπιεστότητα επιβάλλεται από το γεγονός ότι η ταχύτητα του ήχου θα πρέπει να είναι περίπου δέκα φορές πιο μεγάλη (γρήγορη) από τη μέγιστη ταχύτητα που παρατηρείται στο ροϊκό πεδίο, διατηρώντας έτσι τις διακυμάνσεις της πυκνότητας σε λιγότερο από 1%. Στην καθιερωμένη μορφή της μεθόδου SPH όπου επιλύονται (ελαφρά) συμπιεστές ροές, η κίνηση των σωματιδίων καθοδηγείται από την κλίση της πίεσης, ενώ η πίεση των σωματιδίων υπολογίζεται από την τοπική πυκνότητα των σωματιδίων και την εσωτερική ενέργεια, μέσω κατάλληλης καταστατικής εξίσωσης. Για την περίπτωση ασυμπίεστων ροών, ο φόρτος των προσομοιώσεων μπορεί να οδηγήσει σε απαγορευτικούς υπολογιστικούς χρόνους.

3.6.1. Καταστατική εξίσωση για την πίεση

Ο στόχος της χρήσης της εννοιολογικής προσέγγισης, που βασίζεται στην τεχνητή συμπιεστότητα είναι ο υπολογισμός της χρονικής παραγώγου της πίεσης. Ο Monaghan

(1994), με βάση τον Batchelor (1974), έχει δώσει την ακόλουθη έκφραση για τον υπολογισμό της πίεσης των σωματιδίων για ροές με ελεύθερη επιφάνεια:

$$P = B\left[\left(\rho/\rho_o\right)^{\gamma} - 1\right] \qquad [64]$$

όπου $B=c_{s,o}^2\rho_o/\gamma$, γ=7, η πυκνότητα αναφοράς είναι ρ_o=1000 kgr/m^3, η ταχύτητα του ήχου μέσα στο νερό για την πυκνότητα αναφοράς είναι $c_{s,o}=c(\rho_o)=\partial P/\partial\rho|_{\rho o}\approx c_B\cdot U_{max}$, c_B είναι ένας συντελεστής ρύθμισης της τεχνητής συμπιεστότητας, και U_{max} η μεγαλύτερη παρατηρούμενη ταχύτητα στο πεδίο. Αλλάζοντας την τιμή του c_B, μπορεί κανείς να προσαρμόσει την ταχύτητα του ήχου c_s σε τιμή δέκα ή και περισσότερες φορές μεγαλύτερη από τη μέγιστη τιμή της χαρακτηριστικής του υπολογιστικού πεδίου, π.χ. της φασικής ταχύτητας του κύματος c_{max} υπό εξέταση. Έτσι, η ταχύτητα του ήχου καταλήγει να είναι πολύ χαμηλότερη από την πραγματική της αξία, όμως αυτό κάνει τους υπολογισμούς πολύ πιο γρήγορους. Αυτό συμβαίνει, γιατί ο υπολογιστικός αριθμός Mach είναι της τάξης $M=c_{max}/c_s$=0.1, γεγονός το οποίο εξασφαλίζει ότι η βαθμίδα πυκνότητας του ρευστού είναι σχεδόν 1% ή και λιγότερο, καθώς η επίδραση της είναι της τάξης $O(M^2)$, σύμφωνα με τον κανόνα ή μετασχηματισμό των Prandtl-Glauert (Glauert, 1928). Ο κανόνας αυτός συσχετίζει τους συμπιεστούς με τους ασυμπίεστους διορθωτικούς συντελεστές K_c και K_i αντίστοιχα, ως εξής:

$$\frac{K_c}{K_i} = \frac{1}{\sqrt{1-M^2}} \qquad [65]$$

Με βάση τα παραπάνω φαίνεται ότι μικρή διακύμανση στην πυκνότητα μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλη διακύμανση της πίεσης. Μια άλλη πιθανή επιλογή της τεχνητής καταστατικής εξίσωσης συσχέτισης πυκνότητας-πίεσης (Morris et al., 1997), σε σωματίδια με αδιαβατικά υπολογιζόμενη παράγωγο $\partial P/\partial\rho$ και σταθερή εντροπία, είναι:

$$P = c_s^2\rho \qquad [66]$$

για την προσομοίωση ασυμπίεστων ροών με χαμηλούς αριθμούς *Re*.

3.6.2. Τεχνητή υπολογιστική ταχύτητα του ήχου

Στην τεχνική της τεχνητής συμπιεστότητας, η ταχύτητα του ήχου είναι ένας βασικός παράγοντας που χρήζει προσεκτικής εξέτασης. Εάν χρησιμοποιηθεί η πραγματική ταχύτητα του ήχου (π.χ. c_s=343 m/sec ή 1234 Km/hr για το νερό υπό κανονική πίεση και θερμοκρασία), η προσομοίωση προσεγγίζει το πραγματικό ρευστό, το οποίο είναι ασυμπίεστο, για θεώρηση ιδεατού ρευστού. Σύμφωνα με τον Monaghan (1994), η διακύμανση της πυκνότητας δίνεται από:

$$d\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho_o} = \frac{\left|\rho-\rho_o\right|}{\rho_o} = \frac{V_b^2}{c_s^2} = M^2 \qquad [67]$$

όπου V_b και M είναι η τυπική ταχύτητα της χονδρικής κίνησης του ρευστού και ο αδιάστατος αριθμός Mach αντίστοιχα. Ο M αντιπροσωπεύει τη σχέση της ταχύτητας ενός αντικειμένου που κινείται μέσα σε ένα ρευστό και την τοπική ταχύτητα του ήχου.

Δεδομένου ότι η ταχύτητα του ήχου έχει πολύ μεγάλη τιμή στην πραγματικότητα, ο αντίστοιχος αριθμός M είναι πολύ μικρός και η διακύμανση της πυκνότητας $d\rho$ είναι σχεδόν αμελητέα. Συνεπώς, προκειμένου να προσομοιωθεί το πραγματικό ασυμπίεστο ρευστό ως τεχνητά συμπιεστό ρευστό, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια πολύ μικρότερη τιμή από την πραγματική ταχύτητα του ήχου, η οποία θα έχει όμως αρκετά μεγάλη τιμή (π.χ. μια τάξη μεγέθους ή 10 φορές μεγαλύτερη από τη χαρακτηριστική ταχύτητα στο πεδίο), έτσι ώστε η συμπεριφορά του τεχνητά συμπιεστού ρευστού να είναι επαρκώς κοντά σε αυτή του πραγματικού ρευστού. Από την άλλη πλευρά, θα πρέπει να είναι αρκετά μικρή έτσι το χρονικό βήμα ολοκλήρωσης της προσομοίωσης να αυξάνεται σε μια αποδεκτή τιμή από άποψη υπολογιστικού κόστους. Λαμβάνοντας υπόψη το ισοζύγιο του χρονικού βήματος της προσομοίωσης και την ανάγκη για συμπεριφορά του τεχνητά συμπιεστού ρευστού ως περίπου ασυμπίεστο, θα πρέπει να βρίσκεται μια βέλτιστη τιμή για την τεχνητή ταχύτητα του ήχου στο υπολογιστικό πεδίο. Από την προηγούμενη εξίσωση, φαίνεται ότι για την προσομοίωση ενός πραγματικού ρευστού ως τεχνητό συμπιεστό ρευστό, η ταχύτητα του ήχου πρέπει να είναι συγκρίσιμη με την ταχύτητα του κύριου όγκου της ροής, αλλά και το πεδίο των πιέσεων πρέπει να έχει εκτιμηθεί κατάλληλα. Οι Morris et al. (1997), μετά από εξέταση της ισορροπίας μεταξύ της πίεσης, των συνεκτικών τάσεων και των δυνάμεων εφαρμογής πάνω στο σώμα του νερού, πρότειναν μια εκτίμηση για την ταχύτητα του ήχου. Συγκεκριμένα υποστήριξαν ότι το τετράγωνο της ταχύτητας του ήχου πρέπει να έχει συγκρίσιμη τιμή με τη μεγαλύτερη τιμή των εξής όρων:

$$c_s^2 = \max\left(\frac{V_b^2}{\delta}, \frac{\nu V_b}{\delta L}, \frac{FL}{\delta}\right) \qquad [68]$$

όπου $\nu=\mu/\rho$ είναι η κινηματική συνεκτικότητα, F είναι το μέγεθος των δυνάμεων που εξασκούνται στο σώμα, και L είναι μια χαρακτηριστική κλίμακα μήκους.

3.7. Αλγόριθμοι και βήμα επίλυσης στο χρόνο για τη μέθοδο SPH

Τα τυπικά αριθμητικά σχήματα που χρησιμοποιούνται για την ολοκλήρωση των εξισώσεων στη μέθοδο SPH είναι το σχήμα πρόβλεψης – διόρθωσης (predictor – corrector) τύπου Euler, το κλασικό σχήμα Verlet, το σχήμα θέσης-ταχύτητας τύπου Verlet (ενός και δύο βημάτων), το σχήμα Runge-Kutta, ο αλγόριθμος Leap-Frog, το σχήμα Beeman (με και χωρίς τεχνική πρόβλεψης – διόρθωσης), το σχήμα Adams – Bashforth – Moulton μέχρι και τρίτης τάξης κλπ. Τα αριθμητικά σχήματα και οι τεχνικές,

που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή παρουσιάζονται αναλυτικά και με το κατάλληλο τυπολόγιο στο κεφάλαιο 5.

Σημειώνεται, ότι σε περιπτώσεις που τα μήκη εξομάλυνσης *h* και η χωρική διακριτοποίηση *Δx* είναι πολύ μικρή, το χρονικό βήμα *Δt* μπορεί να γίνει πολύ μικρό και υπολογιστικά απαγορευτικό. Στην περίπτωση αυτή, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ένα μεταβαλλόμενο χρονικό βήμα, που προσαρμόζεται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η εκτίμηση του σφάλματος στην ολοκλήρωση εντός ορισμένων ορίων ανοχής. Στην πράξη αποδεικνύεται ότι αυτό το χρονικό βήμα μπορεί να είναι μεγαλύτερο από εκείνο, που υποχρεωτικά υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη συνθήκη Courant - Friedrichs - Lewy (*CFL*). Η *CFL* ονομάζεται αλλιώς και κριτήριο Courant και εκφράζει την αναλογία των τυπικών τιμών της ταχύτητας *u* του προβλήματος υπό προσομοίωση προς τη θεωρητική υπολογιστική ταχύτητα που προκύπτει από το λόγο του χωρικού βήματος προς το χρονικό βήμα *Δx/Δt*:

$$CFL = \frac{u}{\Delta x/\Delta t} = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \le CFL_{\max} \qquad [69]$$

Σκοπός της χρήσης και τήρησης του κριτηρίου είναι η υπολογιστική ευστάθεια. Ως συνέπεια του *CFL*, το υπολογιστικό χρονικό βήμα της προσομοίωσης πρέπει να είναι μικρότερο από συγκεκριμένες χρονικές κλίμακες των ρητών προοδευτικών στο χρόνο προσομοιώσεων, αλλιώς οι προσομοιώσεις θα δίνουν λανθασμένα αποτελέσματα. Δηλαδή το CFL_{max}=1 και συνήθως το κριτήριο πρέπει να παίρνει τιμές $CFL \le 0.4$. Ουσιαστικά το κριτήριο *CFL* δηλώνει, ότι το υπολογιστικό πεδίο εξάρτησης σε μια αριθμητική προσομοίωση οφείλει να περιλαμβάνει το φυσικό πεδίο εξάρτησης, ή αλλιώς η μέγιστη ταχύτητα αριθμητικής προέλασης πρέπει να υπερβαίνει τη μέγιστη ταχύτητα της προέλασης του φαινομένου που καταγράφεται στο φυσικό πεδίο (Anderson, 1995 και Hirsch, 1988). Για τη μέθοδο SPH, η συνθήκη *CFL* επιβάλει το *Δt* να είναι ανάλογο της μικρότερης δυνατής σωματιδιακής χωρικής ανάλυσης, που για τις εφαρμογές SPH σχετίζεται με το μικρότερο μήκος εξομάλυνσης *h*, ως εξής:

$$\Delta t_{\min} = \min\left(\frac{h_i}{c}\right) \qquad [70]$$

Το χρονικό βήμα στις εφαρμογές SPH σχετίζεται άμεσα με τη φύση της διεργασίας υπό προσομοίωση. Ο Monaghan (1992) έχει δώσει τρεις εκφράσεις για το *Δt*, όταν είναι να ληφθεί υπόψη η απόσβεση λόγω επίδρασης της συνεκτικότητας (viscous dissipation) [Δt_{VD}], οι εξωτερικές δυνάμεις (external forces) [Δt_F], και η ιξώδης διάχυση [Δt_v]:

$$\Delta t_{\min} = \begin{cases} \Delta t_{VD} = 0.4 \cdot \min\left(\dfrac{h_i}{c_i + 0.6\left(\alpha_{\Pi} c_i + \beta_{\Pi} \max\left(\varphi_i\right)\right)} \right) \\ \Delta t_F = 0.25 \cdot \min\left(\dfrac{h_i}{f_i} \right)^{1/2} \\ \Delta t_{\nu} = 0.125 \cdot \min\left(\dfrac{h_i^2}{\nu} \right) \end{cases} \quad [71]$$

όπου *f* είναι το μέγεθος της δύναμης ανά μονάδα μάζας, δηλ. η επιτάχυνση. Πρέπει όμως να επισημανθεί, ότι παρά τη χρήση βέλτιστων τιμών για την τεχνητή ταχύτητα του ήχου και το χρονικό βήμα αριθμητικής επίλυσης, οι κατανομές της πυκνότητας και της πίεσης εμφανίζουν διακυμάνσεις, οι οποίες οφείλονται κατά κύριο λόγο στη χρήση της καταστατικής εξίσωσης για τις πιέσεις, καθώς όπως έχει προαναφερθεί έστω και μικρές μεταβολές της πυκνότητας προκαλούν μεγάλες διακυμάνσεις της πίεσης. Στην προσομοίωση των κυματισμών με τη μέθοδο SPH, αυτό αντιμετωπίζεται με κατάλληλα φίλτρα πυκνότητας (παρουσιάζονται παρακάτω) ή επίλυση της συνθήκης Poisson για ασυμπίεστο ρευστό και σε διάφορα άλλα μοντέλα, π.χ. προσομοίωσης μακρών κυμάτων, με χρήση επιλυτών Riemann (Delis et al., 2008). Τα δύο τελευταία δεν αφορούν στην παρούσα ανάλυση. Η πρώτη περίπτωση της ασυμπίεστης ροής αποκλείεται, καθώς αυξάνει υπερβολικά τους απαραίτητους χρόνους προσομοίωσης, οι οποίοι, όπως δείχνεται στα παρακάτω, είναι ήδη πολύ μεγάλοι λόγω των υψηλών απαιτήσεων για λεπτομέρεια στη χωρική ανάλυση. Η δεύτερη περίπτωση των επιλυτών Riemann σε προσομοιώσεις SPH (βλ. κατάλληλα χωρία στα κείμενα διαφόρων ερευνητών σε μοντέλα SPH, π.χ. Κουκουβίνης, 2012· Gómez-Gesteira et al., 2010a) αποκλείεται, αφούη εν λόγω προσέγγιση, λόγω της φύσης της, απαγορεύει την ταυτόχρονη χρήση ενός μοντέλου υπολογισμού των τυρβωδών τάσεων μικρής κλίμακας για το «κλείσιμο» της τύρβης στη λογική των μεθόδων LES. Το τελευταίο είναι κρίσιμο για την ανάλυση, που παρουσιάζεται στην παρούσα διατριβή.

3.8. Εγγενή σφάλματα της μεθόδου SPH

3.8.1. Ιδιάζουσες τιμές μηδενικής ενέργειας (zero-energy mode)

Στις μεθόδους FDM και FEM είναι γνωστό, ότι έχουν παρατηρηθεί ψευδείς καταστάσεις μηδενικής ενέργειας (zero-energy modes), για τις οποίες η παράγωγος σε συγκεκριμένα σημεία/κόμβους του καννάβου μηδενίζονται, και παρατηρούνται κατανομές τιμών με πριονωτή μορφή (sawtooth pattern). Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται συνήθως με τη χρήση πρόσθετων έκκεντρων καννάβων, έτσι ώστε π.χ. η πίεση και η

ταχύτητα να υπολογίζονται σε άλλους κόμβους από τις υπόλοιπες μεταβλητές του συστήματος. Ειδικά στις μεθόδους FEM, το φαινόμενο της κλεψύδρας (hourglass phenomenon) συναντάται συχνά, κατά το οποίο το πεδίο των ταχυτήτων εμφανίζει ψευδείς ιδιοτιμές χωρίς μεταβολή στην τροπή και στον όγκο των πεπερασμένων στοιχείων του πλέγματος, με αντίστοιχη αφύσικη παραμόρφωση του τελευταίου σε μορφή κλεψύδρας. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, συνήθως χρησιμοποιείται μια ψευδο-συνεκτικότητα «κλεψύδρας» για να προσδώσει τεχνητή ακαμψία στο πλέγμα. Αντίστοιχα στη μέθοδο SPH μπορεί να εμφανιστεί το ίδιο ζήτημα κατά τον υπολογισμό των παραγώγων. Οι Dyka et al. (1997) και οι Randles and Libersky (2000) πρότειναν το διαχωρισμό του σωματιδιακού πεδίου σε δύο διακριτά συγγενή υπο-πεδία σε έκκεντρη παράθεση, με ξεχωριστούς κόμβους για τον υπολογισμό των ταχυτήτων και των τάσεων. Βέβαια για τη μέθοδο SPH, το εν λόγω πρόβλημα δεν είναι τόσο σοβαρό όσο στις άλλες μεθόδους, καθώς η κατανομή των σωματιδίων είναι συνήθως ακανόνιστη και ασύμμετρη, λόγω της κίνησης κατά Lagrange των ίδιων των κόμβων παρεμβολής του πεδίου.

3.8.2. Τανυστική αστάθεια

Ένα από τα πιο γνωστά εγγενή προβλήματα της μεθόδου SPH είναι η ονομαζόμενη τανυστική αστάθεια (tensile instability) (Swegle et al., 1995). Άλλη ονομασία του προβλήματος είναι ο όρος «αστάθεια υπό τάση» (Κουκουβίνης, 2012) είτε αστάθεια υπό τάνυση ή εφελκυσμό (συχνότερα εμφανιζόμενη εντατική κατάσταση). Πρόκειται για την περίπτωση κατά την οποία τα σωματίδια, υπό την επίδραση εφελκυστικών τάσεων, διάγουν ασταθείς κινήσεις που μπορούν να οδηγήσουν είτε σε συσσώρευση (ή καλύτερα συσσωμάτωση) ή σε έκρηξη (αφύσικα απότομη διασπορά) των σωματιδίων με κατάρρευση των υπολογισμών. Ένα κριτήριο για ανάπτυξη των ασταθειών, που συσχετίζει τη δεύτερη παράγωγο του W, d^2W/dx^2, με τις τάσεις στο πεδίο, χρησιμοποιώντας σήμανση κατά Einstein είναι:

$$W_{\alpha\alpha}\sigma^{\alpha\alpha} > 0 \qquad [72]$$

Πολλές μέθοδοι αντιμετώπισης έχουν προταθεί για τη βελτίωση ή την αποφυγή τέτοιων καταστάσεων συσσωμάτωσης, όπως αυτές που προκαλούνται από την αστάθεια σε εφελκυστικές τάσεις. Ο Morris (1996) πρότεινε τη χρήση ειδικών συναρτήσεων εξομάλυνσης, με τα δεύτερης τάξης διαφορικά τους να τείνουν στο μηδέν, δεδομένου ότι η αστάθεια υπό τάση είναι στενά συνδεδεμένη με τη δεύτερη παράγωγο της συνάρτησης εξομάλυνσης. Αν και επιτυχείς σε ορισμένες περιπτώσεις, δεν αποφέρει πάντοτε ικανοποιητικά αποτελέσματα γενικά, καθώς είναι επιρρεπείς σε

ατάκτως κατανεμημένα σωματίδια. Ο Monaghan (2000) πρότεινε τη χρήση μιας τεχνητής μικρής σε μέγεθος απωστικής δύναμης για τη σταθεροποίηση των υπολογισμών. Σημειώνεται, ότι το πρόβλημα της τανυστικής αστάθειας έχει τις ρίζες του κυρίως στην προσέγγιση των σωματιδίων, που μετατρέπει την ολοκλήρωση επί του πεδίου υποστήριξης σε μια άθροιση μόνο για έναν πεπερασμένο αριθμό σωματιδίων. Αυτή η κατάσταση είναι παρόμοια με τη λεγόμενη "ολοκλήρωση στον κόμβο" της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων χωρίς θεώρηση Galerkin (Element Free Galerkin, EFG) (Beissel and Belytschko, 1996). Αυτό το είδος της ανεπαρκούς σημειακής δειγματοληψίας για τη διαδικασία της ολοκλήρωσης (ή αριθμητικά της άθροισης) μπορεί να οδηγήσει σε πρόβλημα αριθμητικής αστάθειας (Liu and Liu, 2003). Ένας τρόπος επίλυσης του προβλήματος είναι να κάνει κανείς σίγουρο, ότι η πληροφορία από τα υπόλοιπα σωματίδια του πεδίου υποστήριξης θα ληφθεί υπόψη στη διαδικασία υπολογισμού (Dyka et al., 1997), χρησιμοποιώντας επιπρόσθετα σημεία τάσεων, ειδικά για προβλήματα προέλασης κυματισμών.

3.9. Τεχνικές διόρθωσης της μεθόδου SPH

Τα διάφορα εγγενή μειονεκτήματα της μεθόδου SPH και οι διάφορες εγγενείς προβληματικές συμπεριφορές των προσομοιώσεων τύπου SPH (αστάθεια, ασυνέπεια κλπ), που προκύπτουν εξαιτίας των απαραίτητων παραδοχών για τη λειτουργία της μεθόδου, έχουν αντιμετωπιστεί στο παρελθόν με επιτυχία με τη χρήση ευρετικών και άλλων αριθμητικών τεχνασμάτων και/ή διορθώσεων στην υπολογιστική διαδικασία. Υπενθυμίζεται π.χ. η χρήση της ιδιαίτερης κινηματικής εξίσωσης για τον υπολογισμό της ταχύτητας κάθε σωματιδίου κατά XSPH, όπως περιγράφεται από την Εξ. 61.

3.9.1. Μέθοδοι επαναπροσδιορισμού της πυκνότητας

Ενώ το υδροδυναμικό πεδίο στις προσομοιώσεις SPH είναι σε γενικές γραμμές ρεαλιστικό, το πεδίο της πίεσης των σωματιδίων παρουσιάζει αφύσικα μεγάλες διακυμάνσεις. Οι προσπάθειες για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα έχουν επικεντρωθεί σε διάφορες προσεγγίσεις, όπως η επέμβαση στους υπολογισμούς για τη διόρθωση του πυρήνα εξομάλυνσης και της παραγώγου του (Bonet and Lok, 1999), και την ανάπτυξη προσεγγίσεων επίλυσης της ασυμπίεστης ροής. Μια από τις πιο απλές και λιγότερο δαπανηρές υπολογιστικά προσεγγίσεις είναι η εφαρμογή ενός φίλτρου για την πυκνότητα των σωματιδίων και η επανεκκίνηση της τιμής της πυκνότητας για κάθε σωματίδιο (Colagrossi and Landrini, 2003). Για το φίλτρο αυτό υπάρχουν δύο επίπεδα διόρθωσης, ένα μηδενικής τάξης και ένα πρώτης τάξης.

Φίλτρο Shepard (μηδενικής τάξης)

Το φίλτρο του Shepard είναι μια γρήγορη και απλή διόρθωση του πεδίου πυκνότητας, μηδενικής τάξης, η οποία εφαρμόζεται π.χ. κάθε 30 χρονικά βήματα, και εκφράζεται ως:

$$\rho_i^{new} = \sum_j \rho_j \widetilde{W}_{ij} \frac{m_j}{\rho_j} = \sum_j m_j \frac{W_{ij}}{\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij}} \qquad [73]$$

Φίλτρο κινούμενων ελάχιστων τετραγώνων (MLS) (πρώτης τάξης)

Η προσέγγιση των κινούμενων ελαχίστων τετραγώνων (MLS) αναπτύχθηκε από τον Dilts (1999) και εφαρμόστηκε με επιτυχία από τους Colagrossi and Landrini (2003) και Panizzo (2004), ως μια διορθωτική παρέμβαση πρώτης τάξης, έτσι ώστε η γραμμική ($1^{ης}$ τάξης) διακύμανση του πεδίου πυκνότητας να αναπαραχθεί επακριβώς:

$$\rho_i^{new} = \sum_j \rho_j W_{ij}^{MLS} \frac{m_j}{\rho_j} = \sum_j m_j W_{ij}^{MLS} \qquad [74]$$

όπου ο πυρήνας εξομάλυνσης κατά MLS δίνεται από :

$$W_{ij}^{MLS} = \left(\beta_0 + \beta_x x_{ij} + \beta_y y_{ij} + \beta_z z_{ij}\right) W_{ij} \qquad [75]$$

τα στοιχεία του διανυσματικού τελεστή διόρθωσης κατά MLS δίνονται από:

$$\boldsymbol{\beta}(\mathbf{r}_{ij}) = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \mu\varepsilon \ \ \mathbf{A} = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij} \tilde{\mathbf{A}} \qquad [76]$$

και ο πίνακας **A** για 3D προσομοιώσεις είναι 4x4, με τα στοιχεία του $\tilde{\mathbf{A}}$ ως εξής:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & x_{ij} & y_{ij} & z_{ij} \\ x_{ij} & x_{ij}^2 & x_{ij}y_{ij} & x_{ij}z_{ij} \\ y_{ij} & x_{ij}y_{ij} & y_{ij}^2 & y_{ij}z_{ij} \\ z_{ij} & x_{ij}z_{ij} & y_{ij}z_{ij} & z_{ij}^2 \end{bmatrix} \qquad [77]$$

Η αντιστροφή του πίνακα **A** απαιτεί προσοχή για μονήρη σωματίδια, απομακρυσμένα από τα υπόλοιπα στο πεδίο, για τα οποία ο $\tilde{\mathbf{A}}$ τείνει στο μηδενικό πίνακα, και συνεπώς η διόρθωση κατά MLS μπορεί να είναι ισοπεδωτικά μεγάλη. Παρόμοια με το φίλτρο κατά Shepard, η διόρθωση εφαρμόζεται σε τακτά χρονικά διαστήματα π.χ. κάθε 30 χρονικά βήματα.

3.9.2. Επανακανονικοποίηση του πυρήνα εξομάλυνσης

Μια περιοδική διόρθωση της συνάρτησης του πυρήνα εξομάλυνσης είναι απαραίτητη στους υπολογισμούς SPH για υδραυλικές προσομοιώσεις, ιδιαίτερα όταν το υπολογιστικό πεδίο είναι πεπερασμένο με στερεά όρια και ελεύθερη επιφάνεια. Τα σωματίδια που βρίσκονται κοντά σε όρια και στην ελεύθερη επιφάνεια παρουσιάζουν ασυμμετρία στο υποστήριγμα της συνάρτησης εξομάλυνσης (κόλουρος πυρήνας), λόγω της απουσίας γειτονικών σωματιδίων σε όλες τις γειτονικές πλευρές. Οι συνθήκες συνέπειας και κανονικοποίησης δεν καλύπτονται σε αυτές τις περιπτώσεις. Ωστόσο, αυτές οι ιδιάζουσες περιπτώσεις προλαμβάνονται με διόρθωση του υπολογισμού του πυρήνα εξομάλυνσης και της χωρικής παραγώγου του.

Διόρθωση πυρήνα εξομάλυνσης

Η μέθοδος (Bonet and Lok, 1999) αφορά στην τροποποίηση του πυρήνα για την εξασφάλιση της ακριβούς παρεμβολής μέχρι μια ορισμένη τάξη για την πολυωνυμική συνάρτηση. Παρ' όλα αυτά, η πρώτης τάξης (γραμμική) διόρθωση είναι ακατάλληλη για υπολογιστικούς λόγους, έτσι οι συγγραφείς πρότειναν τη χρήση σταθερής (μηδενικής τάξης) διόρθωσης. Για μια τυχαία διανυσματική μεταβλητή ($\mathbf{f}_i$) η έκφραση είναι:

$$\mathbf{f}_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{f}_j W_{ij} \Big/ \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij} \qquad [78]$$

Διόρθωση χωρικού διαφορικού του πυρήνα εξομάλυνσης

Η διορθωμένη παράγωγος του πυρήνα εξομάλυνσης $\widetilde{\nabla W_{ij}}$ χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των δυνάμεων στην εξίσωση της ορμής αντί της κλασικής μορφής του πυρήνα εξομάλυνσης ∇W_{ij}:

$$\widetilde{\nabla W_{ij}} = \mathbf{L}_j \cdot \nabla W_{ij} \Rightarrow \begin{bmatrix} \widetilde{dW/dx} \\ \widetilde{dW/dy} \\ \widetilde{dW/dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{xx} & L_{xy} & L_{xz} \\ L_{yx} & L_{yy} & L_{yz} \\ L_{zx} & L_{yz} & L_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dW/dx \\ dW/dy \\ dW/dz \end{bmatrix} \qquad [79]$$

όπου το μητρώο $\mathbf{L}_j$ είναι ο αντίστροφος πίνακας του $\mathbf{M}_i$ ($\mathbf{L}_j=\mathbf{M}_i^{-1}$):

$$\mathbf{M}_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \nabla W_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij} \qquad [80]$$

με αναλυτικά στοιχεία του μητρώου **M**:

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(x_j-x_i)\frac{dW}{dx} & \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(x_j-x_i)\frac{dW}{dy} & \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(x_j-x_i)\frac{dW}{dz} \\ \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(y_j-y_i)\frac{dW}{dx} & \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(y_j-y_i)\frac{dW}{dy} & \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(y_j-y_i)\frac{dW}{dz} \\ \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(z_j-z_i)\frac{dW}{dx} & \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(z_j-z_i)\frac{dW}{dy} & \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}(z_j-z_i)\frac{dW}{dz} \end{bmatrix} \quad [81]$$

Τα παραπάνω ισχύουν για σωματίδια μακριά από τα όρια ή την ελεύθερη επιφάνεια. Αντί για το μητρώο $\mathbf{L}_j$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο μέσος όρος του μητρώου για τα αλληλεπιδρώντα σωματίδια $\mathbf{L}_{av}=(\mathbf{L}_i+\mathbf{L}_j)/2$.

3.9.3. Διόρθωση τανυστικής αστάθειας

Η σωματιδιακή αστάθεια των υπολογισμών υπό την επίδραση της τάνυσης αντιμετωπίζεται με την ενσωμάτωση μιας μικρής απωστικής δύναμης μέσα στην εξίσωση διατήρησης της ορμής κατά SPH, στη θέση της βαθμίδας των πιέσεων:

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt}=-\sum_j m_j\left(\frac{\mathbf{P}_i}{\rho_i{}^2}+\frac{\mathbf{P}_j}{\rho_j{}^2}+R_{ij}f_{ij}\right)\cdot\nabla_i W_{ij}+\ldots \quad [82]$$

όπου $R_{ij}=R_i+R_j$, $R_i=\max(-\varepsilon P_i/\rho_i^2,0)$, ε=~0.2 και f_{ij} μια παράμετρος, που υπολογίζεται ως το κλάσμα του πυρήνα εξομάλυνσης W μεταξύ του σωματιδίου i και των υπολοίπων j του πεδίου υποστήριξης, και της τιμής της συνάρτησης πυρήνα εξομάλυνσης για μια απόσταση ίση με το χωρικό βήμα διακριτοποίησης Δx:

$$f_{ij}=\frac{W_{ij}}{W(\Delta x)} \quad [83]$$

Αυτός ο τρόπος διαχείρισης αντιμετωπίζει τη συσσωμάτωση των σωματιδίων σε χαρακτηριστικές διευθύνσεις. Η μικρή απωστική δύναμη, που εισάγεται με αυτόν τον τρόπο, μπορεί να βοηθήσει στην αποφυγή της συσσώρευσης των σωματιδίων σε ορισμένες περιπτώσεις, χωρίς την προσθήκη μιας σημαντικής αφύσικης συμβολής στην προσομοίωση, αφού η επιρροή της είναι μικρότερη από 1%.

3.10. Συνεκτικότητα στη μέθοδο SPH

Ιστορικά οι πρώτες εφαρμογές της μεθόδου SPH αφορούσαν στην επίλυση της εξίσωσης Euler, η οποία περιορίζεται σε μη συνεκτικές ροές. Ο λόγος είναι η δυσκολία έκφρασης των δεύτερων παραγώγων κατά SPH για συνεκτικά ρευστά στη γενική μορφή των εξισώσεων Navier-Stokes. Ο Monaghan (1995) χρησιμοποίησε μια τεχνητή θεώρηση για την προσέγγιση της συνεκτικότητας με έναν όρο ιξώδους στο άθροισμα

της πίεσης (στην προσέγγιση SPH για τη Λαπλασιανή του πεδίου ταχυτήτων), για την προσομοίωση ροών με θερμική αγωγιμότητα. Σε αυτήν την προσέγγιση, προστίθεται ένας επιπλέον όρος στην εξίσωση διατήρησης της ορμής, ως εξής:

$$\frac{Du_i^\alpha}{Dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{\mathbf{P}_i}{{\rho_i}^2} + \frac{\mathbf{P}_j}{{\rho_j}^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \sum_j m_j \left(\frac{\mu_i + \mu_j}{\rho_i \rho_j} \right) \mathbf{u}_{ij}^\beta \left(\frac{1}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \right) \qquad [84]$$

Η χρήση της τελευταίας σχέσης παρέχει τη δυνατότητα αντιμετώπισης προβλημάτων διφασικής ροής, μη Νευτώνειων ρευστών, αλλά και φαινομένων τύρβης.

Για την επίλυση όμως προβλημάτων ωστικών κυμάτων ή έντονων και πολύ γρήγορων παραμορφώσεων στο υδροδυναμικό πεδίο, όπως η θραύση κυματισμών ή οι πάσης φύσεως τυρβώδεις εκσπάσεις, οι Monaghan and Gingold (1983) και ο Monaghan (1989) πρότειναν την τεχνική του τεχνητού ιξώδους. Σε αυτήν την προσέγγιση, εισάγεται ένας πρώτος όρος για τη διάτμηση και τη χονδροειδή εκτίμηση της συνεκτικότητας και ένας δεύτερος όρος, που είναι παρόμοιος με τη συνεκτικότητα κατά Von Neumann and Richtmyer (1950). Ο τελευταίος όρος είναι πολύ σημαντικός για την πρόληψη της αφύσικης δια-διείσδυσης των σωματιδίων, ειδικά σε περιπτώσεις που τα σωματίδια πλησιάζουν το ένα το άλλο με μεγάλη ταχύτητα και κατά μέτωπο. Αυτή η εμπειρική προσέγγιση τεχνητής συνεκτικότητας (Monaghan, 1992) είναι από τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες, λόγω της απλότητάς της. Η προκύπτουσα εξίσωση της ορμής με σήμανση SPH γράφεται ως εξής:

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{\mathbf{P}_i}{{\rho_i}^2} + \frac{\mathbf{P}_j}{{\rho_j}^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} \qquad [85]$$

Ο όρος Π_{ij} αντιστοιχεί στη σύμβαση για την τεχνητή συνεκτικότητα και είναι:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \dfrac{-\alpha_\Pi \bar{c}_{ij} \varphi_{ij} + \beta_\Pi \varphi_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}}, & \gamma\iota\alpha \;\; u_{ij} \cdot x_{ij} < 0 \\ 0 \qquad\qquad\quad , & \gamma\iota\alpha \;\; u_{ij} \cdot x_{ij} \geq 0 \end{cases} \qquad [86]$$

όπου η άνω παύλα αντιστοιχεί σε σωματιδιακούς μέσους όρους μεταξύ *i* και *j* σωματιδίων, α_Π και β_Π είναι σταθερές περίπου ίσες με 1, $h_{ij}=(h_i+h_j)/2$ ο μέσος όρος του μήκους εξομάλυνσης για τα αλληλεπιδρώντα σωματίδια, $c=c_o(\rho/\rho_o)^{[(\gamma-1)/2]}$ είναι η ταχύτητα του ήχου με καταστατική προσέγγιση Tait (1888) και ο όρος φ_{ij} δίνεται από:

$$\varphi_{ij} = \frac{h_{ij} \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\left\| \mathbf{r}_{ij} \right\|^2 + 0.01 {h_{ij}}^2} \qquad [87]$$

Συνολικά μπορεί να πει κανείς, ότι ο όρος της τεχνητής συνεκτικότητας συνήθως προστίθεται καταχρηστικά στο φυσικό όρο των πιέσεων, για να βοηθήσει στη διάχυση και απόσβεση των απότομων μεταβολών της ροής, αλλά και στην ενεργειακή απόσβεση των υψίσυχνων αρμονικών της κίνησης. Η διατύπωση όμως και τα χαρακτηριστικά των όρων για την τεχνητή συνεκτικότητα έχουν υποστεί τα τελευταία

χρόνια έντονη κριτική για την εγγενή και πολλές φορές αφύσικη ή υπερβολικά αποσβεστική δράση τους. Στο επόμενο κεφάλαιο περιγράφονται πιο προχωρημένα μοντέλα τύρβης για τη μέθοδο SPH.

3.11. Κριτική της μεθόδου SPH

Ανακεφαλαιώνοντας, μπορεί να ειπωθεί ότι η μέθοδος SPH είναι μια αριθμητική προσέγγιση για την προσομοίωση υδροδυναμικών ροών (με ελεύθερη επιφάνεια και σε επαφή με στερεά όρια), τύπου Lagrange, με σωματιδιακής φύσης χωρική διακριτοποίηση, χωρίς τη χρήση υπολογιστικού πλέγματος ή καννάβου. Είναι ιδιαίτερα ελκυστική για τη μοντελοποίηση βίαιων ροών με έντονες παραμορφώσεις της ελεύθερης επιφάνειας και του υδροδυναμικού πεδίου εν γένει, κύρια για (ελαφρά) συμπιεστές ροές, για τις οποίες η πυκνότητα είναι μια μεταβλητή πεδίου στο σύστημα των εξισώσεων. Συνοψίζοντας τα όσα παρουσιάστηκαν στο τρέχον κεφάλαιο, μπορούν να γίνουν οι ακόλουθες παρατηρήσεις.

Η πρωτοτυπία της μεθόδου SPH είναι, ότι χρησιμοποιεί υλικά σωματίδια, αντί για απλούς υπολογιστικούς κόμβους, τα οποία αποτελούν τις μονάδες διακριτοποίησης του υπολογιστικού πλαισίου, χωρίς καμία ανάγκη προκαθορισμένης συνδεσιμότητας μεταξύ των σωματιδίων. Το κύριο που απαιτείται είναι ο αυστηρός καθορισμός της αρχικής χωρικής κατανομής των σωματιδίων. Η προσέγγιση SPH, στο σύνολό της, αποτελεί συνδυασμό της προσέγγισης πυρήνα, για την παρεμβολή τύπου συνελικτικού ολοκληρώματος (φιλτράρισμα διεσπαρμένης πληροφορίας στο πεδίο), με τη σωματιδιακή προσέγγιση, για την κίνηση του ρευστού κατά Lagrange. Η προσέγγιση του πυρήνα εξομάλυνσης για μια τυχαία συνάρτηση και/ή (διανυσματική ή βαθμωτή) μεταβλητή και των χωρικών παραγώγων λαμβάνουν χώρα στο συνεχές πεδίο ορισμού, ενώ οι υπολογιστικές προσεγγίσεις με την κατάλληλη έκφραση των εξισώσεων σε αθροίσματα αφορούν το διακριτοποιημένο σε σωματίδια πεδίο. Κάθε σωματίδιο στη μέθοδο SPH συνδέεται με έναν πεδίο συμπαγούς υποστήριξης, στο οποίο λαμβάνει χώρα η μεσοστάθμιση των γειτονικών σε αυτό τιμών μέσω ολοκληρωτικών τελεστών. Έτσι η μέθοδος SPH αποφεύγει τη χρήση καταγραφής ή υπολογισμών σε συζυγές πλαίσιο τύπου Euler, και συνακόλουθα αποτελεί μια ακραιφνή μέθοδο προσομοίωσης τύπου Lagrange. Σημειώνεται δε, ότι το σύνολο των εξισώσεων SPH, που περιγράφουν τις αρχές διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας, μπορούν να προκύψουν με κατάλληλους μετασχηματισμούς άμεσα από την αρχή ελάχιστου δυνατού έργου (least action principle) για τυχαίο σωματίδιο ρευστού, είτε με θεώρηση κατά Lagrange ή κατά Hamilton, χωρίς την ανάγκη χρήσης της συνεχούς εξίσωσης Euler για την κίνηση (Violeau, 2012). Αυτό επιτυγχάνεται, αν οριστεί η Λαγκραντζιανή

λ ενός συστήματος σωματιδίων, με βάση την κινητική ενέργεια, την εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας $e_{int,j} \equiv E_{int,j}/m_j$ και το δυναμικό της βαρυτικής δύναμης, που εν τέλει για τυχαίο σωμάτιο j εκφράζεται ως:

$$\lambda = \sum_j \frac{1}{2} m_j u_j^2 - \sum_j \frac{1}{2} m_j e_{\text{int},j}\left(\{\mathbf{r}_i\}\right) - \sum_j m_j g z_j \qquad [88]$$

η οποία είναι η διακριτοποιημένη προσέγγιση της συνεχούς Λαγκραντζιανής για ιδεατό ρευστό. Αντίστοιχα, αν οριστεί ως $E_{p,j}$ το ολικό δυναμικό των εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεων του συστήματος, η Χαμιλτονιανή $\hbar$ δίνεται από:

$$\hbar = \sum_j \frac{1}{2} m_j u_j^2 + \sum_j \frac{1}{2} m_j e_{\text{int},j}\left(\{\mathbf{r}_i\}\right) + \sum_j m_j g z_j = \sum_j \frac{1}{2} m_j u_j^2 + \sum_j \frac{1}{2} E_{p,j}\left(\{\mathbf{r}_i\}\right) \qquad [89]$$

Έτσι η διακριτοποιημένη εξίσωση της κίνησης για κάθε σωματίδιο μπορεί να δοθεί από την εξίσωση Lagrange:

$$\forall i,\ \frac{d}{dt}\frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{u}_i} = \frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{r}_i} \qquad [90]$$

Με κατάλληλους μετασχηματισμούς και πράξεις (π.χ. διαίρεση με τη μάζα m_i σωματιδίου i) προκύπτει η εξίσωση ορμής, όπως έχει προκύψει από την προηγούμενη ανάλυση περί σωματιδιακής προσέγγισης και ολοκληρωματικής παρεμβολής, και έχει παρουσιαστεί στα παραπάνω:

$$\forall i,\ \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{\rho_j^{2k}\mathbf{P}_i + \rho_i^{2k}\mathbf{P}_j}{\left(\rho_i \rho_j\right)^{k+1}} \right) \nabla_i W_{ij} \mathbf{e}_{ij} + \mathbf{g} \qquad [91]$$

Αν και η μέθοδος SPH υποφέρει από κάποια εγγενή προβλήματα, κύρια αριθμητικής υφής, όπως η αστάθεια υπό τάνυση, η σωματιδιακή ασυνέπεια, η αστάθεια υπολογισμού της πυκνότητας και του πεδίου της πίεσης, με αποτέλεσμα σε ορισμένες περιπτώσεις να παράγει αποτελέσματα με υπολογιστικά σφάλματα μεγαλύτερα από τα συνήθη σφάλματα άλλων μεθόδων, η ακρίβειά της μπορεί να βελτιωθεί με διάφορα σχήματα διόρθωσης και αριθμητικά τεχνάσματα. Συνεπώς, πρέπει πάντοτε να επιλέγεται η ισορροπία μεταξύ της ακρίβειας και της αποτελεσματικότητας των προσομοιώσεων, καθώς και να λαμβάνεται υπόψη η προσαρμοστικότητα της μεθόδου και των διάφορων διορθωτικών παραλλαγών της.

Οι εφαρμογές της μεθόδου SPH ποικίλουν από πολύ μικρής κλίμακας (υδροδυναμικά προβλήματα εργαστηριακής κλίμακας) σε πολύ μεγάλης κλίμακας (αστροφυσικές προσομοιώσεις νεφών και γαλαξιών) προβλήματα, εφόσον το επιτρέπουν οι διαθέσιμοι υπολογιστικοί πόροι. Συνεκδοχικά, η μέθοδος SPH μπορεί να κωδικοποιηθεί σε εξαιρετικά ευέλικτα και σχετικά εύρωστα μοντέλα προσομοίωσης, που έχουν τη δυνατότητα χειρισμού προβλημάτων με ιδιαίτερα ακανόνιστες και δυναμικές γεωμετρίες, καθώς και προβλημάτων με έντονες παραμορφώσεις και ωστικά

φαινόμενα, παρέχοντας έτσι μια προσέγγιση για να ξεπεραστούν οι δυσκολίες των υπόλοιπων κλασικών πλεγματικών μεθόδων.

Μια σειρά ελέγχων της πιστότητας της μεθόδου, πάνω στην προσομοίωση βασικών υδροδυναμικών προβλημάτων και προτύπων ροών, έχει γίνει κατά καιρούς από πολλούς ερευνητές (Lam et al., 2000· Liu and Liu, 2003· Violeau, 2012· Κουκουβίνης, 2012). Οι εφαρμογές αφορούν π.χ. σε ασυμπίεστες ροές, ροή Poiseuille, ροή Couette, πρόβλημα σπηλαίωσης λόγω διάτμησης, εφαρμογές σε ροές με ελεύθερη επιφάνεια, ζητήματα παφλασμού σε θραυόμενα κύματα, εκροή νερού από ακροφύσια, κατάρρευση φράγματος (στήλης νερού), ροές σε υδρομηχανές, υποβρύχιες εκρήξεις και ωστικά κύματα κλπ. Συνεπώς, η μέθοδος SPH με τις διάφορες παραλλαγές της είναι ικανή να προσομοιώσει διαφόρων τύπων δυναμικές ροές και προβλήματα συνεκτικών και μη ροών, για συμπιεστά ή ασυμπίεστα, νευτώνεια και μη ρευστά.

4. ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΥΡΒΗΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ SPH

4.1. Διάχυση και διάτμηση στη μέθοδο SPH

Η προσέγγιση των όρων διάχυσης και τριβής (διάτμησης) στη μέθοδο SPH, έχει συζητηθεί αρκετά τα τελευταία χρόνια, και οι προσεγγίσεις είναι ανάλογες με αυτές των υπολοίπων αριθμητικών μεθόδων, δηλ. κατάλληλη διαμόρφωση της Λαπλασιανής σε σωματιδιακού τύπου διακριτοποίηση για στρωτή ροή, εφόσον οι κλίμακες χωρικής διακριτοποίησης είναι εξαιρετικά λεπτομερείς (σε επίπεδο χωρικής ανάλυσης DNS), κλασικές προσεγγίσεις «κλεισίματος» της τύρβης *k-ε* και *k-ω* στη λογική των μοντέλων RANS, υποσωματιδιακής κλίμακας (SPS) μοντέλα τύρβης στη λογική των μοντέλων τάσεων SGS με αντίστοιχη θεώρηση κατά Smagorinsky, προσέγγιση τεχνητής συνεκτικότητας, κλπ. Ειδικά για την τελευταία, οι Dalrymple and Rogers (2006) συζήτησαν τη χρήση του τεχνητού όρου ιξώδους του Monaghan (1992), ο οποίος χρησιμοποιείται για την ενεργειακή απόσβεση με ταυτόχρονη εμπόδιση της αλληλοδιείσδυσης των σωματιδίων, και αναπαράγει την επίδραση του ιξώδους ώστε να προσδώσει αριθμητική σταθερότητα σε προβλήματα ροών με ελεύθερη επιφάνεια. Έχει παρατηρηθεί, ότι η συγκεκριμένη προσέγγιση επηρεάζει αρνητικά τη διάτμηση στο ρευστό για ροές σε επαφή με στερεά όρια, καθώς εισάγει πολύ έντονες δομές σκέδασης και απόσβεσης στο αριθμητικό σχήμα επίλυσης, γεγονός ιδιαίτερα σημαντικό στην περίπτωση που επιχειρείται η περιγραφή συνεκτικών δομών της τύρβης.

4.1.1. Χωρική διακριτοποίηση - Αριθμητικά επιλυόμενες κλίμακες

Με βάση την επιτάχυνση της επεξεργαστικής δύναμης των ηλεκτρονικών υπολογιστών τα τελευταία χρόνια, η συνηθέστερη επιλογή στα μοντέλα SPH είναι το μοντέλο SPS για το κλείσιμο της τύρβης. Αυτό αφορά στις ανεπίλυτες από την προσέγγιση SPH χωρικές κλίμακες, ενώ οι δίνες και οι στροβιλώδεις κινήσεις μεγαλύτερης κλίμακας μπορούν να αναπαραχθούν άμεσα από την διαμόρφωση του μοντέλου SPH για στρωτή ροή, αρκεί να επιτυγχάνεται κατάλληλη χωρική ανάλυση.

Η χαρακτηριστική κλίμακα μήκους των μεγάλων δινών λ_{ti}, η οποία φέρει σημαντικό ποσοστό της τυρβώδους ενέργειας, είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με το τοπικό βάθος του νερού και κάθε μοντέλο τύρβης με προσέγγιση τυρβώδους συνεκτικότητας, που αναφέρεται σε ίσες ή μεγαλύτερες με αυτήν κλίμακες, χάνει την ισχύ του. Η λ_{ti} συνήθως προσδιορίζεται πειραματικά για κάθε τύπο ροής και προβλήματος, και θεωρητικά είναι:

$$\lambda_{ti} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} \Big/ \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial y^2} >> \lambda_T \qquad [92]$$

όπου λ_T είναι η αδρανειακή κλίμακα Taylor. Για τα πρότυπα μοντέλα τύρβης τύπου *k-ε*, η τυρβώδης κλίμακα μήκους, που περιγράφει το μέγεθος των μεγάλων δινών, οι οποίες αντιστοιχούν στην ολοκληρωτική κλίμακα και φέρουν το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας, δίνεται από τη σχέση $\lambda_{ti}=C_\mu k^{3/2}/\varepsilon$, όπου ε η απόσβεση και $C_\mu \approx 0.09$.

Με βάση το νόμο κλίμακας κατά Kolmogorov, η μικρο-κλίμακα μήκους απόσβεσης της τύρβης η σχετίζεται με τις χαρακτηριστικές διαστάσεις της κλίμακας μήκους των μεγάλων δινών λ_{ti}, με βάση τον αριθμό *Re* της ολοκληρωματικής κλίμακας της ροής:

$$\frac{\eta}{\lambda_{ti}} = \mathrm{Re}_{\lambda}^{-3/4} \qquad [93]$$

Για τυπικές εργαστηριακές διατάξεις σε πειράματα αποτύπωσης της τυρβώδους ροής εντός της ΖΘ, οι μικρο-κλίμακες μήκους της τύρβης η εκτιμώνται ότι είναι μικρότερες από 10^{-4} m, για χαρακτηριστικές τιμές ταχύτητας και χωρικών διαστάσεων του προβλήματος συγκρίσιμων με τις διαστάσεις του πειραματικού ή υπολογιστικού καναλιού. Συνεπώς, για κάθε προσέγγιση μοντελοποίησης της τύρβης η απαραίτητη χωρική διακριτοποίηση πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με ή αρκετά μικρότερη από τις χαρακτηριστικές μακρο-κλίμακες μήκους των μεγάλων δινών και των στροβιλωδών κινήσεων, $\Delta x \le \lambda_{ti}$.

4.1.2. Τελεστής Laplace για το πεδίο των ταχυτήτων (συνεκτική στρωτή ροή)

Στην περίπτωση που η χωρική διακριτοποίηση για τα μοντέλα SPH είναι $\lambda_T < \Delta x \le \eta$ μπορεί να επιχειρηθεί προσομοίωση με βάση την ακόλουθη μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \mathbf{g} + \nu\nabla^2\mathbf{u} \qquad [94]$$

Η διαχείριση του τελευταίου όρου της εξίσωσης, δηλ. του τελεστή Laplace για το πεδίο των ταχυτήτων ή αλλιώς του όρου τάσεων για στρωτή ροή σε μορφοποίηση SPH, δίνεται από Lo and Shao (2002):

$$\left(\nu\nabla^2\mathbf{u}\right)_i = \sum_j m_j \left(\frac{4\nu \mathbf{r}_{ij}\nabla_i W_{ij}}{\left(\rho_i + \rho_j\right)\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|^2} \right)\mathbf{u}_{ij} \qquad [95]$$

όπου $\nu = 10^{-6}$ m^2/sec η κινηματική συνεκτικότητα του νερού, και συνεπώς η ολοκληρωμένη εξίσωση διατήρησης της ορμής για στρωτή ροή, χωρίς διατμητικές τάσεις για τις τριβές, σε μορφοποίηση SPH, γράφεται ως εξής:

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{\mathbf{P}_i}{\rho_i^{\,2}} + \frac{\mathbf{P}_j}{\rho_j^{\,2}} \right)\cdot\nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \sum_j m_j \left(\frac{4\nu \mathbf{r}_{ij}\mathbf{u}_{ij}}{\left(\rho_i+\rho_j\right)\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|^2} \right)\nabla_i W_{ij} \qquad [96]$$

Σε αυτήν την εξίσωση προστίθεται ένας όρος τάσεων Reynolds με προσέγγιση τυρβώδους συνεκτικότητας κατά την παραδοχή Boussinesq, που περιγράφεται παρακάτω.

4.1.3. Διατμητικές τάσεις με προσέγγιση τυρβώδους συνεκτικότητας

Το 1877 ο Boussinesq παρέθεσε το αξίωμα, ότι η μεταφορά της ορμής που προκαλείται από τις τυρβώδεις δίνες μπορεί να εκφραστεί με ένα νέου είδους ιξώδες ανάλογο της δυναμικής συνεκτικότητας $\mu=\nu\rho$, την τυρβώδη συνεκτικότητα ν_t. Αυτή η παραδοχή είναι ευθέως ανάλογη με το πώς η μεταφορά ορμής, που προκαλείται από την μοριακή κίνηση π.χ. σε ένα αέριο, μπορεί να περιγραφεί από το μοριακό ιξώδες. Η παραπάνω παραδοχή είναι γνωστή και ως «υπόθεση Boussinesq» ή «προσέγγιση Boussinesq» και ουσιαστικά αναφέρει ότι ο τανυστής των τάσεων Reynolds $\boldsymbol{\tau}_{ij}$ είναι ευθέως ανάλογος προς τον (χωρίς ίχνος) τανυστή του μέσου ρυθμού μεταβολής της τροπής $\mathbf{S}_{ij}^{*}$ και μπορεί να γραφτεί, σε μορφοποίηση κατά Einstein, ως εξής:

$$\boldsymbol{\tau}_{ij} = 2\nu_t \mathbf{S}_{ij}^{*} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \qquad [97]$$

όπου k είναι η ΤΚΕ, που σε αυτήν την εξίσωση δίνεται από $k = \overline{u_i' u_i'}/2$, και τα τονούμενα μεγέθη είναι οι τυρβώδεις συνιστώσες των ταχυτήτων. Η ίδια εξίσωση μπορεί να γραφτεί με ρητό τρόπο, ως εξής:

$$-\rho\overline{u_i' u_j'} = \nu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \qquad [98]$$

Σημειώνεται, ότι για ασυμπίεστο ρευστό ισχύει η σχέση $\partial u_k/\partial x_k=0$. Ο Boussinesq ήταν ο πρώτος ειδικός, που πρότεινε τη μοντελοποίηση των τάσεων Reynolds, μέσω της συσχέτισης των τυρβωδών τάσεων με τη μέση ροή για το «κλείσιμο» του συστήματος των εξισώσεων. Όλα τα ομοιώματα, που χρησιμοποιούν αυτήν την καινούρια σταθερά αναλογίας $\nu_t>0$, την τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα, λέγονται μοντέλα τυρβώδους συνεκτικότητας.

4.1.4. Μοντέλα «κλεισίματος» της τύρβης τύπου LES

Η μεσοσταθμισμένη προσέγγιση κατά Reynolds είναι ελκυστική, επειδή αναπαριστά την κίνηση μέσω σταθερών, εξομαλυμένων υδροδυναμικών πεδίων. Ωστόσο, τα μεσοσταθμισμένα πεδία συχνά δεν είναι επαρκή πια για ερευνητικούς σκοπούς στο επιστημονικό πεδίο της μηχανικής, που η σχετική πληροφορία με τις κυμαινόμενες (τυρβώδεις) ποσότητες μπορεί να είναι χρήσιμη, προκειμένου να αντιμετωπιστούν μια

σειρά από πρακτικά προβλήματα. Η ανάλυση Kolmogorov καθιστά δυνατή την εκτίμηση των χαρακτηριστικών κλιμάκων, μέσω διαφόρων ποσοτήτων (κινητική ενέργεια, ρυθμός απόσβεσης), που μπορούν να προσδιοριστούν με ακρίβεια από τις κλασικές πια προσεγγίσεις *k-ε* και *k-ω* για τα μοντέλα RANS. Όμως η ανισοτροπική φύση των μεγάλων τυρβωδών δομών και κινήσεων, καθώς και η ανάγκη για λεπτομερή καταγραφή των τυρβωδών διακυμάνσεων της ροής σε μικρο-κλίμακες π.χ. κατά Taylor, έχει οδηγήσει στην ανάγκη για μοντέλα υψηλότερης τάξης σε ακρίβεια, που να μη λαμβάνουν υπόψη μόνο τις μεσοσταθμισμένες ποσότητες.

Εκτός αυτού, έχει ήδη αναφερθεί η πρακτική αδυναμία ακριβούς προσομοίωσης όλων των τυρβωδών δομών μέσω ενδελεχούς αριθμητικής προσομοίωσης των εξισώσεων Navier-Stokes, λόγω των πολύ μεγάλων απαιτήσεων σε λεπτομέρεια αναφορικά με τη χωρο-χρονική ανάλυση στις προσεγγίσεις τύπου DNS. Παρά την αύξηση της ικανότητας υπολογισμού των επεξεργαστών στις σύγχρονες υπολογιστικές μονάδες και συστοιχίες υπερ-υπολογιστών, μια ενδιάμεση μέθοδος μεταξύ των DNS και RANS αναπτύχθηκε στη δεκαετία του 1980 (αν και τα θεμέλιά της χρονολογούνται από τη δεκαετία του 1960), η μέθοδος προσομοίωσης μεγάλων δινών (LES). Η μέθοδος LES προσφέρει δύο πλεονεκτήματα, ότι είναι πιο ακριβής σε ανάλυση από τη RANS, και ότι δεν απαιτεί απαγορευτικά πολλούς υπολογιστικούς πόρους, πρακτικά ανέφικτους υπολογιστικούς χρόνους και τεράστιους χώρους αποθήκευσης. Βασικός στόχος της μεθόδου LES είναι η ρητή αναπαραγωγή μέσω προσομοίωσης των μεγάλων τυρβωδών/στροβιλωδών δομών με τη χρήση μεγάλης χωρικής ανάλυσης (δηλ. πολύ μικρής κλίμακας διαστάσεις για τη χωρική διακριτοποίηση Δx). Για τις μικρότερες από αυτήν κλίμακες της ροής, η μέθοδος LES κάνει χρήση των εξισώσεων για τις διατμητικές τάσεις με προσέγγιση τυρβώδους συνεκτικότητας, εισάγοντας έτσι μια πρότυπη μοντελοποίηση για το «κλείσιμο» της επιρροής της τύρβης και τις τυρβώδεις δομές που αναπτύσσονται σε χωροχρονικές μικρο-κλίμακες. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι βασικές εννοιολογικές προσεγγίσεις της μεθόδου LES, εστιάζοντας ιδιαίτερα σε ελαφρώς συμπιεστές ροές, που αφορά και στο αντικείμενο της παρούσας διατριβής. Για λεπτομερή περιγραφή και επισκόπηση της προσομοίωσης των τυρβωδών ροών με τη μέθοδο LES, ο αναγνώστης καλείται να εντρυφήσει στα πολύ επεξηγηματικά βιβλία των Pope (2000), και Rodi et al. (2013).

Η μέθοδος LES λειτουργεί με στόχο να εντοπίσει υπολογιστικά τις διακυμάνσεις των μεγαλύτερων δομών από τα παραγόμενα σήματα του πεδίου των ταχυτήτων κα των πιέσεων, με τη χρήση κατάλληλου φίλτρου. Συνεπώς για κάθε πεδίο A υπάρχει μια συσχέτιση ή συνάρτηση ή απεικόνιση με ένα μεταλλαγμένο πεδίο $\tilde{A}$ με βάση τον ακόλουθο τελεστή:

$$\tilde{A}(\mathbf{r},t) \doteq \int_{\Omega} A(\mathbf{r}',\tau)\, G_{\Delta}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\, d^3\mathbf{r}' \qquad [99]$$

όπου *Ω* είναι το υπολογιστικό πεδίο. Η συνάρτηση φίλτρου G_{Δ} μπορεί να λάβει τη μορφή μιας Gauss-ιανής με χαρακτηριστική διάσταση *Δ* ή μια ορθογώνια συνάρτηση με πλάτος *Δ*. Κατά κανόνα η *Δ* είναι μια κλίμακα φίλτρου, που αντιπροσωπεύει το τυπικό μέγεθος των μικρότερων δομών της ροής υπό προσομοίωση, και συνεπώς είναι τάξης μεγέθους αντίστοιχης της χωρικής ανάλυσης του μοντέλου. Για πρακτικές εφαρμογές (όχι θεωρητικές αναλύσεις της τύρβης), απαιτείται ένα περιορισμένο συμπαγές υποστήριγμα με τυπική διάσταση *Δ*, για το οποίο πρέπει να ικανοποιείται η ακόλουθη συνθήκη κανονικοποίησης για τη συνάρτηση φίλτρου:

$$\forall \mathbf{r},\ \int_{\Omega} G_{\Delta}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\, d^3\mathbf{r}' = 1 \qquad [100]$$

η οποία πρακτικά αναφέρεται στην περίπτωση φιλτραρίσματος στο πεδίο υποστήριξής της, εξαρτώμενου μόνο από τη χωρική απόσταση του σημείου αναφοράς της παρεμβολής προς όλα τα γειτονικά σημεία μέσα στο πεδίο:

$$G_{\Delta}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = G_{\Delta}\left(\left\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right\|\right) \qquad [101]$$

Σε 1D προσέγγιση η συνάρτηση φίλτρου και η τυπική διάσταση παρεμβολής μπορούν να έχουν τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$G_{\Delta}(r) = \frac{1}{\pi r}\sin\left(\frac{K_{\Delta} r}{2}\right),\ \mu\varepsilon\ \ K_{\Delta} \doteq \frac{2\pi}{\Delta} \qquad [102]$$

Σε γενικές γραμμές, το φίλτρο έχει διαστάσεις αντίστροφου όγκου, και ο τελεστής είναι σε μορφή συνελικτικού ολοκληρώματος, με αποτέλεσμα οι μετασχηματισμοί Fourier (σημειώνονται με σύμβολο «καπελάκι», π.χ. $\hat{A}$) του αρχικού και του φιλτραρισμένου πεδίου να συσχετίζονται ως εξής:

$$\hat{\tilde{A}}(\mathbf{K},t) = \hat{A}(\mathbf{K},t)\,\widehat{G_{\Delta}}(\mathbf{K}) \qquad [103]$$

όπου $\widehat{G_{\Delta}}$ είναι ο μετασχηματισμός του φίλτρου G_{Δ}, που είναι (τετραγωνική) συνάρτηση πύλης (βλ. συνάρτηση «Πι» ή παραθύρου), που εξαρτάται από τη νόρμα (ή την ορίζουσα) του μητρώου **K**:

$$\widehat{G_{\Delta}}(\mathbf{K}) = \begin{cases} 1\ ,\ \alpha\nu\ \ |K| \le \dfrac{K_{\Delta}}{2} \\ 0\ ,\ \alpha\nu\ \ |K| > \dfrac{K_{\Delta}}{2} \end{cases} \qquad [104]$$

Συνεπώς, με βάση τα παραπάνω, το φίλτρο LES αποσβένει όλες τις ιδιομορφές ταλάντωσης, των οποίων ο κυματάριθμος ξεπερνά το κατώφλι K_{Δ}. Κατά κανόνα αυτή η συλλογιστική δείχνει, ότι η συνάρτηση G_{Δ} συμπεριφέρεται ως φίλτρο διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών, κρατώντας μόνο τους μικρούς κυματάριθμους της κίνησης του ρευστού, που αντιστοιχούν στις μεγαλύτερες τυρβώδεις δομές της ροής. Το

υπολειπόμενο πεδίο ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ του πραγματικού πεδίου και του φιλτραρισμένου πεδίου:

$$A'' \doteq A - \tilde{A} \qquad [105]$$

Σημειώνεται ότι η φιλτραρισμένη τιμή του υπολειπόμενου πεδίου είναι μη μηδενική:

$$\widetilde{A''} \neq 0 \qquad [106]$$

Ανάλογα με τις εξισώσεις στατιστικής μεσοστάθμισης RANS, ο όρος μεταφοράς λόγω μη γραμμικότητας, μετασχηματίζεται με την εφαρμογή του φίλτρου και παράγει ένα πρόσθετο όρο στην εξίσωση της κίνησης, βάσει της απόκλισης του τανυστή του υπολειπόμενου πεδίου της ταχύτητας (residual tensor):

$$\boldsymbol{\tau}_R \doteq \widetilde{\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}} \otimes \tilde{\mathbf{u}} \qquad [107]$$

Η γενική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής των φιλτραρισμένων πεδίων, κατά LES, γράφεται ως εξής:

$$\frac{\widetilde{D}}{Dt}(\tilde{\mathbf{u}}) = \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} + \mathbf{grad}(\tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\mathbf{u}}) = -\frac{1}{\rho}\mathbf{grad}\left(\tilde{p}^*\right) + \nu\nabla^2\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{div}\left(\boldsymbol{\tau}_R\right) \qquad [108]$$

Ο τανυστής $\boldsymbol{\tau}_R$ αναπαράγει την επίδραση των υπολειπόμενων δομών του φιλτραρισμένου πεδίου, και σκοπός είναι η μοντελοποίηση του. Όταν οι δίνες αποσβένουν την ενέργειά τους μέσω της διεργασίας καταβιβασμού κλίμακας κατά Kolmogorov, σταδιακά εισάγονται σε ισοτροπικό καθεστώς ροής. Συνεπώς αν το Δ είναι αρκετά μικρό, οι υπολειπόμενες δομές (residual structures) μπορούν να θεωρηθούν ως ισοτροπικές, και άρα πρέπει να τοποθετείται στην αδρανειακή κλίμακα Taylor της τύρβης (inertial range) ή τουλάχιστον στο όριο μεταξύ ολοκληρωτικής και αδρανειακής κλίμακας. Αυτό πρέπει να ισχύει, ώστε το Δ να είναι αρκετά μικρότερο από το χαρακτηριστικό μέγεθος των μεγάλων δινών, ως εξής:

$$\Delta << \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} = \frac{\lambda_{ti}}{C_\mu^{3/4}} \qquad [109]$$

Συνεκδοχικά, στην κλίμακα των δινών με μέγεθος παρόμοιο του Δ, εντοπίζεται συγκριτικά ήπια, ισοτροπική τύρβη σε ημι-ισορροπία, η οποία επιτρέπει την επίκληση ενός μοντέλου στη λογική της προσέγγισης Boussinesq, για το «κλείσιμο» της τύρβης με ένα σχήμα τύπου «μήκους ανάμιξης», ως εξής:

$$\boldsymbol{\tau}_R = \frac{2}{3}k_R\delta - 2\nu_s\tilde{\mathbf{S}} \qquad [110]$$

όπου $\nu_s = L_s\tilde{S}$ είναι η μοντελοποιημένη υπο-πλεγματική (υπο-σωματιδιακή για μοντέλα SPH) συνεκτικότητα και k_R είναι η υπολειμματική ΤΚΕ, $\tilde{\mathbf{S}}$ ο φιλτραρισμένος τανυστής του ρυθμού μεταβολής της τροπής και $\tilde{S}$ είναι η δεύτερης τάξης αναλλοίωτη

(φιλτραρισμένος βαθμωτός ρυθμός μεταβολής της τροπής), που δίνονται από το εξής τυπολόγιο (Violeau, 2012):

$$k_R \doteq \frac{1}{2} tr\left(\boldsymbol{\tau}_R\right) \quad [111]$$

$$\tilde{\mathbf{S}} \doteq \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right)\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \quad [112]$$

$$\tilde{S} \doteq \sqrt{2 \cdot \tilde{\mathbf{S}} : \tilde{\mathbf{S}}} \quad [113]$$

Έτσι η υπο-πλεγματική συνεκτικότητα v_s αντικαθιστά στις εξισώσεις LES την τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα v_t των αντίστοιχων εξισώσεων RANS. Αυτό το μέγεθος αντιπροσωπεύει την επίδραση της διάχυσης και της απόσβεσης της τύρβης, που λαμβάνει χώρα στις ανεπίλυτες χωρικές κλίμακες από το ομοίωμα LES, δηλ. τις υπολειπόμενες τυρβώδεις δομές το μέγεθος των οποίων είναι μικρότερο από *Δ*. Έτσι, το μήκος L_s ουσιαστικά αντιπροσωπεύει μία αριθμητική τιμή για τη χωρική κλίμακα (μήκος) ανάμιξης ή μια υπο-πλεγματική κλίμακα που χαρακτηρίζει αυτές τις δομές, με την ακόλουθη μορφή (Smagorinsky, 1963):

$$L_s = C_s \Delta \quad [114]$$

όπου $\lambda_{ti}<\Delta<L_s<\eta$ και C_s είναι η σταθερά του Smagorinsky, και το ισοζύγιο παραγωγής-απόσβεσης *pr-ε* της ΤΚΕ, με μεσοστάθμιση κατά Reynolds, οδηγεί στην εξής σχέση:

$$\varepsilon \approx \overline{\nu_s \tilde{S}^2} = L_s^2 \overline{\tilde{S}^3} \quad [115]$$

Χρησιμοποιώντας το φάσμα Fourier του πραγματικού πεδίου της τυρβώδους συνιστώσας των ταχυτήτων στην αδρανειακή υπο-κλίμακα, μπορεί κανείς να καταλήξει στην ακόλουθη σχέση (Smagorinsky, 1963 και Violeau, 2012):

$$C_s = \frac{1}{\pi}\left(\frac{2}{3C_K}\right)^{3/4}\left(\frac{\overline{\tilde{S}^2}^{1/2}}{\overline{\tilde{S}^3}^{1/3}}\right)^{3/2} \quad [116]$$

όπου C_K είναι η σταθερά του Kolmogorov με C_K=1.5. Ο Lilly (1992) έχει σχολιάσει το παραπάνω μοντέλο υπολογισμού του C_s και έκανε την υπόθεση, ότι ο τελευταίος όρος του δεξιού μέρους της παραπάνω εξίσωσης είναι ίσος με τη μονάδα. Για την ορολογία των στατιστικών μαθηματικών, ο εν λόγω όρος αποτελεί τον αντίστροφο κύβο (τρίτη δύναμη) μιας ποσότητας, που αναφέρεται ως «ασυμμετρία» του φάσματος. Αν ισχύσει αυτή η παραδοχή, η τελική τιμή της σταθεράς του Smagorinsky προκύπτει C_s=0.17. Άλλες προσεγγίσεις για το φίλτρο παρεμβολής δίνουν παρόμοιες τιμές της τάξης μεγέθους O(C_s)=~0.2, για προσομοιώσεις τύπου LES (Pope, 2000).

Η απλότητα των καθιερωμένων μοντέλων τύπου LES είναι πολύ σημαντική για την υπολογιστική ικανότητα αυτών των προσεγγίσεων, καθώς η εξίσωση ρύθμισης της λειτουργίας του μοντέλου είναι το καλά ορισμένο μοντέλο μήκους ανάμιξης (mixing

length model). Γι' αυτό το λόγο, η μέθοδος LES χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο στην εφαρμοσμένη έρευνα υδροδυναμικών ροών σε περιβαλλοντικές επιστήμες (ακόμη και για βιομηχανικούς σκοπούς), αν και είναι ακόμη επαχθής υπολογιστικά και απαιτεί μεγάλους χρόνους προσομοίωσης λόγω της απαίτησης για πολύ λεπτομερή χωρική διακριτοποίηση. Πάνω απ' όλα, θεωρητικά μπορεί να λειτουργήσει μόνο σε τρεις διαστάσεις, ωστόσο μερικές φορές χρησιμοποιείται και σε δύο διαστάσεις, καθώς οι δισδιάστατες προσομοιώσεις έχουν δώσει καλά αποτελέσματα σε σύγκριση με 3D πειράματα. Έτσι η 2D μέθοδος LES μπορεί σε κάποιο βαθμό να θεωρηθεί μια εναλλακτική λύση για το συμβατικό μοντέλο μήκους ανάμιξης, το οποίο είναι γνωστό και σταθερό.

Μία από τις δυσκολίες με το LES έγκειται στο ότι, για πολλές εφαρμογές, ο ερευνητής θα πρέπει να έχει πρόσβαση στις μέσες ποσότητες μετά την προσομοίωση. Στη γενική περίπτωση, αυτές οι τιμές μπορούν να παραχθούν με στατιστική μεσοστάθμιση ανάλογη των μοντέλων RANS (συζητείται αναλυτικότατα στα παρακάτω). Αυτή η κατάσταση κάνει τη μετα-επεξεργασία των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων LES να μοιάζει με την αντίστοιχη διαδικασία μετά από μετρήσεις αποτύπωσης σε εργαστηριακής κλίμακας φυσικά πειράματα. Παρ' όλο που αυτή η προσέγγιση είναι προφανώς χρονοβόρα και δαπανηρή, για την περίπτωση των στατιστικά ευσταθών ροών η χρονική μεσοστάθμιση των ποσοτήτων για αρκετές περιόδους επανάληψης του φαινομένου αρκεί για την αποτύπωση των αριθμητικών τυρβωδών δομών. Η κατάλληλη επιλογή του όρου *Δ* για τις προσομοιώσεις, μπορεί να γίνει μόνο μέσω παρατηρήσεων πεδίου (π.χ. μοντέλα ωκεανογραφικής ή μετεωρολογικής κλίμακας) ή με ρητά μοντέλα, που έχουν προκύψει από εργαστηριακά πειράματα για το μήκος ανάμιξης, τις χαρακτηριστικές χωρικές διαστάσεις των μεγάλων στροβιλωδών κινήσεων και τις ολοκληρωτικές κλίμακες της τύρβης. Άλλη εναλλακτική είναι η επιλογή του όρου *Δ*, μετά από πολλές υπολογιστικές δοκιμές.

4.2. Μοντέλο τύρβης υπο-σωματιδιακής κλίμακας για τη μέθοδο SPH

Με βάση την παραπάνω ανάλυση για τη λογική των μοντέλων τύπου LES, παρουσιάζεται ακολούθως μια σύντομη επισκόπηση του υπο-σωματιδιακής κλίμακας μοντέλου προσομοίωσης της τύρβης για τη μέθοδο SPH, με προσέγγιση παρόμοια προς τις μεθόδους LES. Τα παρακάτω έχουν ως βασική πηγή έμπνευσης την πρωτοποριακή ερευνητική εργασία των Lo and Shao (2002). Για σωματιδιακές μεθόδους, χωρίς τη χρήση υπολογιστικού πλέγματος, η κύρια ιδέα των μοντέλων LES είναι, ότι οι μεγαλύτερες κλίμακες της τυρβώδους ροής επιλύονται ρητά από τις εξισώσεις Navier-Stokes στο διακριτοποιημένο σε σωματίδια υπολογιστικό πεδίο, ενώ

οι στροβιλώδεις κινήσεις που αντιστοιχούν σε κλίμακες μικρότερες από τη χαρακτηριστική διάσταση των σωματιδίων μοντελοποιούνται μέσω ενός μοντέλου SPS για το «κλείσιμο» της τύρβης. Η φυσική αιτιολόγηση πίσω από αυτήν την προσέγγιση είναι και πάλι ότι το μεγαλύτερο ποσοστό της τυρβώδους ενέργειας εκδηλώνεται σε χωρικές κλίμακες συγκρίσιμες προς όλη την έκταση της ροής, ενώ οι μικρότερες κλίμακες απόσβεσης της ενέργειας είναι πιο άμεσα χαρακτηρισμένες σε όρους απόσβεσης της TKE. Έτσι ενώ αποφεύγεται η επαχθής χρήση της προσέγγισης DNS για SPH, παρ' όλα αυτά υπάρχουν και πάλι ελάχιστες απαιτήσεις, π.χ. ότι οι υπολογισμοί SPH-LES πρέπει να επιλύουν περίπου το 80% της ροής (Pope 2000).

Συγκρίνοντας τις βασικές εξισώσεις της μεθόδου SPH (Εξ. 22) και της θεώρησης LES (Εξ. 99), μπορεί να εντοπίσει κανείς τεράστιες αναλογίες και ομοιότητες στην προσέγγιση της χρήσης χωρικών φίλτρων (τύπου συνελικτικής ολοκλήρωσης) στο γειτονικό πεδίο από το σημείο παρεμβολής, όπως έχει παρατηρηθεί από αρκετούς ερευνητές στο παρελθόν (Pope 2000, Issa 2004, κλπ). Έτσι, μπορεί κανείς να αποσυνθέσει το πεδίο των ταχυτήτων **u** σε ένα άθροισμα ενός τύπου χωρικού μέσου και μιας χωρικής διακύμανσης από τη μεσοσταθμισμένη τιμή, που σε γενικές γραμμές, γράφεται ως εξής:

$$\mathbf{u} \approx \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}', \ \text{όπου} \ \overline{\mathbf{u}'} \neq 0 \qquad [117]$$

Για την παραδοχή ελαφρά συμπιεστού ρευστού στη μέθοδο SPH οι εξισώσεις Navier-Stokes στη λογική της προσέγγισης LES και χρησιμοποιώντας τον πρότυπο τρόπο γραφής των τανυστών με σήμανση δεικτών *i* και *j* για τις χωρικές διευθύνσεις, προκύπτει:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j\right) = 0 \\ &\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_i\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j + p\delta_{ij} - \sigma_{ij}\right) = f_i \\ &\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho E_i\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j E - \sigma_{ij} u_i + q_j\right) = f_j u_j \end{aligned} \qquad [118]$$

όπου *E* είναι η ολική ενέργεια, *f* η συνισταμένη των δυνάμεων, *q* είναι η ροή της θερμότητας και φυσικά ο τανυστής των τάσεων $\boldsymbol{\sigma}=[\sigma_{ij}]$ δίνεται από:

$$\sigma_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu\delta_{ij}S_{kk} \qquad [119]$$

με τον τανυστή του ρυθμού μεταβολής της τροπής $\mathbf{S}=[S_{ij}]$ να δίνεται από:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad [120]$$

Σε αυτή τη φάση, εφαρμόζεται το φίλτρο LES της Εξ. 99 σε κάθε μια από τις Εξ. 118. Καθώς δε αυτές είναι οι εξισώσεις Navier-Stokes για συμπιεστό ρευστό, δε γίνεται

χρήση μεσοστάθμισης κατά Reynolds, αλλά κατά Favré, για την αποφυγή της δημιουργίας ξεχωριστών όρων SPS στη φιλτραρισμένη εξίσωση συνέχειας. Η μεσοστάθμιση κατά Favré λαμβάνει υπόψη τις μεταβολές στην πυκνότητα του ρευστού, και για τυχαίο μέγεθος *f* δίνεται από την ακόλουθη σχέση, όπου η άνω παύλα υποδηλώνει τυχαία χωρική μεσοστάθμιση τύπου επίπεδης στέψης (flat-top arbitrary spatial filtering), με βάση τους Rogers and Dalrymple (2004):

$$\tilde{f} = \overline{\rho f}/\overline{\rho} = \frac{1}{T}\int_T \rho(t) f(t) dt \Big/ \frac{1}{T}\int_T \rho(t) dt \qquad [121]$$

Σημειώνεται, ότι η μεσοστάθμιση κατά Reynolds του μεσοσταθμισμένου κατά Favré πεδίου έχει τιμή (δεν είναι μηδενική), $\overline{\tilde{f}} \neq 0$, και η συνάρτηση μεσοστάθμισης πρέπει να έχει τέτοιο παράθυρο τιμών που να παρουσιάζει επίπεδη στέψη (flat-top filter function), όταν καταγράφεται ή αποτυπώνεται στο χώρο των φάσεων. Για την εξίσωση συνέχειας και διατήρησης της ορμής, τελικά προκύπτει:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{u}_j\right) = 0 \\ &\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{\rho}\tilde{u}_i\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j + \overline{p}\delta_{ij} - \tilde{\sigma}_{ij}\right) = -\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \qquad [122]$$

όπου τ_{ij} είναι ο τανυστής (με σήμανση Einstein) των SPS διατμητικών τάσεων, που προκύπτει από τη διεργασία φιλτραρίσματος και αντιπροσωπεύει φυσικά την τυρβώδη κίνηση, που λαμβάνει χώρα σε χωρικές κλίμακες μικρότερες από τη σωματιδιακή διακριτοποίηση *Δx*, και γράφεται ως εξής:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho}\left(\tilde{u}_i\tilde{u}_j - \widetilde{u_i u_j}\right) \qquad [123]$$

Το «κλείσιμο» της τύρβης γίνεται με τη χρήση του μοντέλου SPS, το οποίο οδηγεί την προηγούμενη εξίσωση στην ακόλουθη γενική έκφραση:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho}\left(\tilde{u}_i\tilde{u}_j - \widetilde{u_i u_j}\right) \simeq -\overline{\rho}\nu_t\left(2\tilde{S}_{ij} - \frac{2}{3}\tilde{S}_{kk}\delta_{ij}\right) - \frac{2}{3}\overline{\rho}C_I\Delta^2\delta_{ij}\left|\tilde{S}_{ij}\right|^2 \qquad [124]$$

Σημειώνεται, ότι το σύμβολο '~' δεν αντιπροσωπεύει τις τυρβώδεις τάσεις, αλλά τις φιλτραρισμένες συνιστώσες των στρωτών τάσεων. Επίσης ως *Δ* θεωρείται η ελάχιστη τυπική χωρική διάσταση καθορισμού της διακριτοποίησης, για προσομοίωση ικανή να αναπαράγει υπολογιστικά με ρητό τρόπο τις μεγάλες στροβιλώδεις κινήσεις της ολοκληρωτικής κλίμακας της τύρβης. Στην περίπτωση των μοντέλων SPH, το *Δ* δεν μπορεί παρά να είναι η τυπική διάσταση μεταξύ δύο αλληλεπιδρώντων σωματιδίων *Δl*. Το σημείο «κλειδί» για κάθε μοντέλο τύπου LES είναι να προσδώσει κανείς τιμή στην τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα ν_t, που για ένα μη-δυναμικό μοντέλο τύπου Smagorinsky είναι:

$$\nu_t = \left(C_s \Delta\right)^2 \left|\tilde{S}_{ij}\right| \qquad [125]$$

Ο συντελεστής Smagorinsky C_s παίρνει τυπικά τιμές C_s=0.1~0.2, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της διακριτοποίησης και το πόσο τυρβώδης είναι η ροή υπό εξέταση. Προφανώς για πολύ μικρές τιμές της αρχικής διάστασης των σωματιδίων Δx, κοντά στις κλίμακες Kolmogorov, η ρύθμισή του χάνει τη σημαντικότητά της.

4.2.1. Κλασικό μοντέλο τύπου Smagorinsky

Όπως προαναφέρθηκε, ο φορμαλισμός της μεθόδου SPH ταιριάζει επακριβώς στη λογική των μοντέλων LES, μόνο που αφορά σε διακριτοποιημένα σε σωματίδια (ασυνεχή) ρευστά (Issa et al., 2005 και Dalrymple and Rogers, 2006). Έτσι ο τελεστής SPH μπορεί να θεωρηθεί πρακτικά, ότι αποτελεί ένα καλά ορισμένο τρόπο φιλτραρίσματος του σωματιδιακού υπολογιστικού πεδίου για τον υπολογισμό τυχαίων συναρτήσεων στο πεδίο, μεταβλητών της ροής, υδροδυναμικών μεγεθών και των παραγώγων τους. Το φίλτρο στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι ο πυρήνας εξομάλυνσης, και το χαρακτηριστικό μέγεθος Δ αντιστοιχείται στο μήκος εξομάλυνσης h. Συνεπώς η υπο-σωματιδιακή (SPS) κινηματική συνεκτικότητα ν_s δίνεται σε αναλογία με την παραπάνω ανάλυση από την εξής σχέση (Violeau and Issa, 2006):

$$\nu_s = \left(C_s h\right)^2 \left|\tilde{S}_{ij}\right| \qquad [126]$$

Αυτό το μοντέλο έχει το πλεονέκτημα να είναι απλό, και μοιάζει με ένα τυπικό μοντέλο μήκους ανάμιξης για τύρβη σε συνεχές ρευστό. Ωστόσο, οι απαιτήσεις αυτής της προσέγγισης είναι, ότι ο υπολογισμός θα πρέπει να είναι τρισδιάστατος και η χωρική διακριτοποίηση της ολοκληρωματικής παρεμβολής φιλτραρίσματος στο πεδίο Δ=h πρέπει να πληροί την προϋπόθεση της Εξ. 109. Δεδομένου ότι σε εργαστηριακές ροές το μέγεθος των μεγάλων δινών είναι περίπου το ένα δέκατο της χωρικής κλίμακας ολόκληρης της ροής L_{xyz} προκύπτει η ακόλουθη σχέση για το μήκος εξομάλυνσης, ως άνω όριο για την εφαρμογής του τελεστή SPH (για κλασικές τιμές του C_μ≈0.105~0.09):

$$\frac{h}{L_{xyz}} << \frac{1}{10 C_\mu^{3/4}} \approx 0.61 \sim 0.54 \qquad [127]$$

Αφού γίνει κατάλληλη επιλογή του χωρικού βήματος Δx της προσομοίωσης και του μήκους εξομάλυνσης h (αναλύεται με λεπτομέρεια σε παρακάτω κεφάλαιο), μπορεί να εφαρμοστεί με σχετική ασφάλεια και σιγουριά για την ακρίβεια των αποτελεσμάτων της συζευγμένης μεθόδου SPS-SPH για την προσομοίωση των τυρβωδών χαρακτηριστικών της ροής κατά τη θραύση παράκτιων κυματισμών σύμφωνα με την εργασία των Gotoh et al. (2004). Η τεχνική μεσοστάθμισης κατά Favré χρησιμοποιείται, προκαλώντας αντίστοιχες μεταβολές στην εξίσωση της διατήρησης της ορμής με

φορμαλισμό SPH, όπως στο κείμενο των Gómez-Gesteira et al. (2010a). Ο επιπρόσθετος όρος, που προκύπτει ως αποτέλεσμα αυτής της θεώρησης, αντιστοιχεί σε διεργασίες εσωτερικών τριβών (διατμητικών τάσεων), έχει τη γενική έκφραση $\left(\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^* / \overline{\rho}\right)$ και μπαίνει στο δεξί μέρος της Εξ. 56, σε διακριτοποιημένη μορφή σωματιδιακού τύπου (Gómez-Gesteira et al., 2010a). Αφορά στον τανυστή των τάσεων SPS **τ*** όμοια με τα μοντέλα LES-SGS, με στοιχεία σε τυποποίηση κατά Einstein, ως:

$$\tau_{ij}^* = \overline{\rho}\left(2\nu_t \tilde{S}_{ij} - \frac{2}{3}\nu_t k_{SPS}\delta_{ij} - \frac{2}{3}C_l \Delta l^2 \delta_{ij}\left|\tilde{S}_{ij}\right|^2\right) \qquad [128]$$

όπου ν_t είναι η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα υπο-σωματιδιακής κλίμακας (SPS), C_l=0.0066 (Blinn et al., 2002), Δl είναι η χαρακτηριστική δια-σωματιδιακή απόσταση, δ_{ij} είναι το δέλτα του Kronecker για σωματίδια, k_{SPS} είναι η υπο-σωματιδιακή (SPS) ΤΚΕ $k_{SPS} \doteq \overline{u_i' u_i'}/2$, $\left|\tilde{S}_{ij}\right| = \left(2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}\right)^{1/2}$ είναι το μέτρο του τοπικού ρυθμού μεταβολής της τροπής, το οποίο μπορεί να υπολογιστεί από τις επιλυόμενες μεταβλητές, S_{ij} είναι τα στοιχεία του τανυστή του μέσου ρυθμού μεταβολής της τροπής $\mathbf{S}_{ij}$, και $\tilde{S}_{ij}$ είναι η δεύτερης τάξης αναλλοίωτη του φιλτραρισμένου κατά Favré τανυστή του ρυθμού μεταβολής της τροπής $\tilde{\mathbf{S}}_{ij}$ που δίνεται από την εξίσωση:

$$\tilde{S}_{ij} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right) \qquad [129]$$

Με βάση την υπόθεση Boussinesq η μεταφορά της ορμής, που σχετίζεται με τις τυρβώδεις δίνες μπορεί να προσομοιωθεί μέσω της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας ν_t, που επιτρέπει στον τανυστή των τάσεων Reynolds $\boldsymbol{\tau}_{ij}$ να είναι ευθέως ανάλογος στο φιλτραρισμένο κατά Favré τανυστή του ρυθμού μεταβολής της τροπής $\tilde{\mathbf{S}}_{ij}$ τα στοιχεία του οποίου δίνονται από την παραπάνω σχέση. Έτσι η υπόθεση τυρβώδους συνεκτικότητας (προσέγγιση Boussinesq) χρησιμοποιείται στα πλαίσια ενός τυπικού, μη-δυναμικού μοντέλου τύπου Smagorinsky για τον υπολογισμό της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας $\nu_t = \left[\min\left(C_s \Delta l\right)\right]^2 \left|\tilde{S}_{ij}\right|$ (Smagorinsky, 1963) για σωματιδιακή διακριτοποίηση κατά SPH. Ο συντελεστής του Smagorinsky C_s συντηρείται σταθερός στο χώρο και το χρόνο. Οι τιμές του, που κυρίως χρησιμοποιήθηκαν στην εν λόγω διατριβή, είναι μεταξύ C_s=0.12 (Gómez-Gesteira et al., 2010a) και C_s=0.17 (Violeau, 2012), εντός δηλ. των ορίων από 0.1 έως 0.24 που προτείνουν οι Rogallo and Moin (1984). Αυτή η προσέγγιση παράγει την τελική μορφή του τανυστή των τάσεων SPS σε συμμετρική μορφοποίηση για σωματιδιακή διακριτοποίηση τύπου SPH κατά Lo and Shao (2002):

$$\frac{1}{\rho}\nabla_i \boldsymbol{\tau}_{ij}^{*} = \sum_j m_j \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_i^{*}}{{\rho_i}^2} + \frac{\boldsymbol{\tau}_j^{*}}{{\rho_j}^2} \right) \cdot \nabla_i W_{ij} \qquad [130]$$

Σημειώνεται, ότι το σύμβολο της περισπωμένης '~' αναπαριστά, στις προαναφερθείσες εξισώσεις, τις φιλτραρισμένες τιμές από τη στρωτή ροή, π.χ. των συνιστωσών της τροπής. Προσθέτοντας την τελευταία σχέση στην εξίσωση της κίνησης, η τελική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της ορμής για SPH μπορεί να γραφτεί με σωματιδιακή μορφοποίηση (Dalrymple and Rogers, 2006):

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = & -\sum_j m_j \left(\frac{\mathbf{P}_i}{{\rho_i}^2} + \frac{\mathbf{P}_j}{{\rho_j}^2} \right) \cdot \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g} + \\ & + \sum_j m_j \left(\frac{4\nu \mathbf{r}_{ij} \mathbf{u}_{ij}}{\left(\rho_i + \rho_j\right) \left|\mathbf{r}_{ij}\right|^2} \right) \nabla_i W_{ij} + \sum_j m_j \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_j}{\rho_j^2} + \frac{\boldsymbol{\tau}_i}{\rho_i^2} \right) \cdot \nabla_i W_{ij} \end{aligned} \qquad [131]$$

Όλα τα παραπάνω συνθέτουν μια εύρωστη μέθοδο «κλεισίματος» της τύρβης για της ανεπίλυτες κλίμακες της ροής από το μοντέλο SPH, δηλ. για μικρότερες χωρικές κλίμακες από τη χωρική (σωματιδιακή) διακριτοποίηση *Δx*.

4.2.2. Προσομοίωση μεγάλων δινών LES με τη μέθοδο SPH

Σε γενικές γραμμές, ενδέχεται να υπάρχουν θέματα σχετικά με τις υπολογιστικές απαιτήσεις σε χώρους αποθήκευσης και ικανούς χρόνους προσομοίωσης για την εκπλήρωση της προϋπόθεσης, ότι η προσέγγιση LES πρέπει να επιλύει ρητά σχεδόν το 80% της συνολικής ροής (Pope, 2000). Συγκεκριμένα, για να λειτουργήσει σωστά το μοντέλο SPS-SPH ή έστω να κινηθεί η έρευνα στη μέθοδο SPH προς μια προσέγγιση τύπου LES, θα πρέπει πρώτα να ολοκληρώνεται η σωστή βαθμονόμηση της χωρικής ανάλυσης. Ως εκ τούτου, η χωρική διακριτοποίηση *Δx* των σωματιδίων πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση ή ακόμα καλύτερα μικρότερη σε απόλυτο μέγεθος από συγκεκριμένες κλίμακες μήκους της πραγματικής τυρβώδους ροής, π.χ. από τις ολοκληρωματικές κλίμακες μήκους της τύρβης. Ο τύπος ροής υπό έρευνα στην παρούσα διατριβή, δηλ. η μικρής κλίμακας εργαστηριακή ροή θραύσης κυμάτων σε κατάλληλο κανάλι, χαρακτηρίζεται από τρία καθεστώτα ροής, τις καταστάσεις παλίνδρομων κινήσεων με χαρακτηριστικά σχεδόν αστρόβιλης ροής, μια περιοχή μεταβατικής ροής, και την απότομη εκδήλωση έντονης τύρβης κατά τη θραύση, η οποία επιμένει για χρόνους μικρότερους από μια κυματική περίοδο. Οι σχετικές τιμές των μηκών κλίμακας της ολοκληρωματικής τύρβης μπορούν να προέρθουν από διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα και μοντέλα υπολογισμού, τα οποία αναλύονται διεξοδικά παρακάτω. Οι μεγάλες τυρβώδεις ή τυχαίες κινήσεις, με κλίμακες μήκους μεγαλύτερες από την τιμή της διακριτοποίησης *Δx*, επιλύονται ρητά από το τμήμα του μοντέλου SPH για στρωτή

ροή, σε σχετικά λογικούς χρόνους προσομοίωσης. Παρ' όλα αυτά, η ανάγκη για πολύ λεπτομερή χωρική ανάλυση οδηγεί σε εξαιρετικά μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους για «σειριακές» (μη παράλληλες) εκδοχές υπολογιστικών κωδίκων στα μοντέλα τύπου SPH. Επίσης αν και η τυρβώδης ροή είναι ένα ξεκάθαρα τρισδιάστατο φαινόμενο, δισδιάστατες προσεγγίσεις είναι δυνατές π.χ. για τη μελέτη ιδιαίτερα επίπεδων ροών, όπως η ατμοσφαιρική κυκλοφορία ή τα θαλάσσια ρεύματα στην ηπειρωτική υφαλοκρηπίδα. Στο παρελθόν, αρκετές εργασίες (π.χ. Robinson, 2009) έχουν δείξει, ότι η μέθοδος SPH μπορεί να προβλέψει ικανοποιητικά τα στατιστικά χαρακτηριστικά και τη φασματική συμπεριφορά των τυρβωδών συνιστωσών των ταχυτήτων σε ανάλογο 2D πλαίσιο, αν και αυτή η θεώρηση μπορεί να οδηγήσει σε υπερεκτίμηση της τυρβώδους διάχυσης και της ενεργειακής απόσβεσης για τις μικρότερες κλίμακες.

5. Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ SPHYSICS

Για να επαληθευτεί η ικανότητα της μεθόδου SPH να προβλέψει τις λεπτομέρειες όλης της διεργασίας της θραύσης κυματισμών, χρησιμοποιήθηκε το αριθμητικό μοντέλο του ακαδημαϊκού πηγαίου κώδικα SPHysics v.2, ο οποίος βασίζεται στη λογική του «ανοικτού λογισμικού» (Gómez-Gesteira et al., 2012b) ελεύθερα διαθέσιμου στην επιστημονική κοινότητα. Ο κώδικας SPHysics έχει αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια από μια ομάδα ερευνητών σε διάφορα Πανεπιστήμια από Ευρώπη και Αμερική, με την βασική προέλευσή του από το Johns Hopkins University (Βαλτιμόρη, ΗΠΑ) και την ομάδα του Καθ. R. Dalrymple. Τα υπόλοιπα ιδρύματα είναι το Univ. of Manchester (Αγγλία) με τον Dr. B. Rogers, το Univ. de Vigo (Ισπανία) με τον Καθ. M. Gómez-Gesteira και τον Dr. A. Crespo, το Univ. of Rome (La Sapienza, Ιταλία) με τον Dr. A. Panizzo, και από το Johns Hopkins University δύο ακόμη ερευνητές είναι οι Dr. M. Narayanaswamy και Dr. S. Zou.

Γενικά σε σχέση με την ανάλυση της μεθόδου SPH, που παρουσιάστηκε στο προηγούμενα κεφάλαια, μπορεί να παρατηρηθεί ότι τα εγγενή προβλήματα της μεθόδου SPH με τεχνολογία αιχμής (state-of-the-art) αντιμετωπίζονται με τους κλασικούς τρόπους διορθώσεων, που παρουσιάστηκαν ήδη. Ειδικά η διόρθωση της τανυστικής αστάθειας (Monaghan, 2000) ενεργοποιείται αυτόματα με τη χρήση συναρτήσεων πυρήνα με πρώτες παραγώγους να τείνουν στο μηδέν καθώς μειώνεται η απόσταση μεταξύ δύο σωματιδίων. Επίσης παρέχεται η δυνατότητα χρήσης τόσο σταθερού όσο και μεταβαλλόμενου χρονικού βήματος για τις προσομοιώσεις, σύμφωνα με το τυπολόγιο της αντίστοιχης παραγράφου στα παραπάνω και το κριτήριο *CFL*. Μερικές από τις υπόλοιπες κρίσιμες παραδοχές που γίνονται, ώστε να λειτουργεί απρόσκοπτα ο κώδικας SPHysics, παρουσιάζονται στα επόμενα.

5.1. Αριθμητικές τεχνικές ολοκλήρωσης

Διάφορα αριθμητικά σχήματα είναι διαθέσιμα στα πλαίσια του κώδικα SPHysics, και παρουσιάζονται λεπτομερώς από τους Gómez-Gesteira et al. (2010a). Τα πιο κλασικά είναι το σχήμα πρόβλεψης-διόρθωσης (predictor-corrector) (Monaghan, 1989), ο αλγόριθμος του Verlet (Verlet, 1967), ο αλγόριθμος του Beeman (Beeman, 1976) και μια τεχνική ολοκλήρωσης στο χρόνο με συμπλεκτικό (symplectic) αλγόριθμο (Leimkuhler et al., 1996). Το τελευταίο προτιμήθηκε κατά κόρον στις τελικές προσομοιώσεις της παρούσας διατριβής, λόγω της μεγάλης ταχύτητας σε υπολογιστικό χρόνο και τη ταυτόχρονη ευστάθεια σε απόδοση ποιοτικών αποτελεσμάτων. Σε γενικές γραμμές, η συνολική ενέργεια στο υδροδυναμικό πεδίο

διατηρήθηκε εντός των ορίων, που προτείνονται στη σχετική βιβλιογραφία (Monaghan, 1994), με 0,1% απώλεια ενέργειας για κάθε ~400 χρονικά βήματα, όπως αναφέρουν και οι συντάκτες του κώδικα. Αυτό αντιστοιχεί σε 5 έως 20 msec κανονικού χρόνου (π.χ. 1‰ της κυματικής περιόδου). Το χρονικό βήμα *Δt* ήταν συνήθως μεταβλητό σε όλες τις προσομοιώσεις, αλλά αρκετά μικρό για να διασφαλίζεται το κριτήριο του Courant (*CFL*), σε σύνθεση με τα κριτήρια για τη δύναμη ανά μονάδα μάζας $\mathbf{f}_i$ και για τους συνεκτικούς όρους διάχυσης (Monaghan, 1989). Το μεταβλητό χρονικό βήμα *Δt* στον κώδικα SPHysics υπολογίζεται από τη σχέση (Monaghan and Kos, 1999):

$$\Delta t = 0.3 \cdot \min\left(\Delta t_f, \Delta t_{cv}\right), \ \text{όπου} \ \begin{cases} \Delta t_f = \min_i \left(\sqrt{h/|\mathbf{f}_i|}\right) \\ \Delta t_{cv} = \min_i \left(h \Big/ \left(c_s + \max_j \left|h\mathbf{u}_{ij}\mathbf{r}_{ij} \Big/ \mathbf{r}_{ij}^2\right|\right)\right) \end{cases} \qquad [132]$$

Για λεπτομερή ανάλυση των μεγεθών, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο υποκεφάλαιο §3.7 της παρούσας διατριβής, θεωρώντας σύντομη γραφή των εξισώσεων ορμής, πυκνότητας (συνέχειας), θέσης (κινηματική) και ενέργειας, ως εξής για τυχαίο σωματίδιο *α*:

$$\frac{d\mathbf{u}_\alpha}{dt} = \mathbf{F}_\alpha, \ \frac{d\rho_\alpha}{dt} = D_\alpha, \ \frac{d\mathbf{r}_\alpha}{dt} = \mathbf{U}_\alpha, \ \frac{de_\alpha}{dt} = E_\alpha \qquad [133]$$

όπου $\mathbf{F}_\alpha$, D_α, $\mathbf{U}_\alpha$, E_α οι δυνάμεις, η πυκνότητα, η ταχύτητα και η ενέργεια αντίστοιχα όπως υπολογίζονται από τον τελεστή SPH, και οι όροι στην αριστερή πλευρά των εξισώσεων αφορούν στις τιμές της χρονικής ολοκλήρωσης.

5.1.1. Αριθμητικό σχήμα πρόβλεψης - διόρθωσης τύπου Euler

Το αριθμητικό σχήμα πρόβλεψης - διόρθωσης (predictor - corrector) τύπου Euler, κατά πρώτον προβλέπει την εξέλιξη της δυναμικής στο χρόνο με τον εξής τρόπο:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\alpha^{n+1/2} &= \mathbf{u}_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{F}_\alpha^n, \ \rho_\alpha^{n+1/2} = \rho_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}D_\alpha^n \\ \mathbf{r}_\alpha^{n+1/2} &= \mathbf{r}_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{U}_\alpha^n, \ e_\alpha^{n+1/2} = e_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}E_\alpha^n \end{aligned} \qquad [134]$$

που οδηγεί στον υπολογισμό της πίεσης από $P_\alpha^{n+1/2}=f(\rho_\alpha^{n+1/2})$ με βάση την καταστατική εξίσωση συσχέτισης της πίεσης με την πυκνότητα. Στη συνέχεια οι τιμές διορθώνονται κάνοντας χρήση των δυνάμεων στο ήμισυ του χρονικού βήματος:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\alpha^{n+1/2} &= \mathbf{u}_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{F}_\alpha^{n+1/2}, \ \rho_\alpha^{n+1/2} = \rho_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}D_\alpha^{n+1/2} \\ \mathbf{r}_\alpha^{n+1/2} &= \mathbf{r}_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{U}_\alpha^{n+1/2}, \ e_\alpha^{n+1/2} = e_\alpha^n + \frac{\Delta t}{2}E_\alpha^{n+1/2} \end{aligned} \qquad [135]$$

Εν τέλει, οι τιμές υπολογίζονται στο πέρας του χρονικού βήματος ακολουθώντας τις εξής σχέσεις:

$$\mathbf{u}_\alpha^{n+1} = 2\mathbf{u}_\alpha^{n+1/2} - \mathbf{u}_\alpha^n,\ \rho_\alpha^{n+1} = 2\rho_\alpha^{n+1/2} - \rho_\alpha^n$$
$$\mathbf{r}_\alpha^{n+1} = 2\mathbf{r}_\alpha^{n+1/2} - \mathbf{r}_\alpha^n,\ e_\alpha^{n+1} = 2e_\alpha^{n+1/2} - e_\alpha^n \quad [136]$$

και η πίεση υπολογίζεται από την πυκνότητα με τη χρήση της $P_\alpha^{n+1}=f(\rho_\alpha^{n+1})$.

5.1.2. Αριθμητικό σχήμα Verlet

Η τεχνική αριθμητικής ολοκλήρωσης κατά Verlet, για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων Navier-Stokes, χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο οι μεταβλητές υπολογίζονται σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$\mathbf{u}_\alpha^{n+1} = \mathbf{u}_\alpha^{n-1} + 2\Delta t\mathbf{F}_\alpha^n,\ \rho_\alpha^{n+1} = \rho_\alpha^{n-1} + 2\Delta t D_\alpha^n$$
$$\mathbf{r}_\alpha^{n+1} = \mathbf{r}_\alpha^n + \Delta t\mathbf{U}_\alpha^n + 0.5\Delta t^2\mathbf{F}_\alpha^n,\ e_\alpha^{n+1} = e_\alpha^{n-1} + 2\Delta t E_\alpha^n \quad [137]$$

ενώ για το δεύτερο, μία φορά κάθε *M* χρονικά βήματα (*M* της τάξεως των 50), οι μεταβλητές υπολογίζονται σύμφωνα με:

$$\mathbf{u}_\alpha^{n+1} = \mathbf{u}_\alpha^n + \Delta t\mathbf{F}_\alpha^n,\ \rho_\alpha^{n+1} = \rho_\alpha^n + \Delta t D_\alpha^n$$
$$\mathbf{r}_\alpha^{n+1} = \mathbf{r}_\alpha^n + \Delta t\mathbf{U}_\alpha^n + 0.5\Delta t^2\mathbf{F}_\alpha^n,\ e_\alpha^{n+1} = e_\alpha^n + \Delta t E_\alpha^n \quad [138]$$

Αυτό γίνεται για να σταματήσει η αποκλίνουσα συμπεριφορά της ολοκλήρωσης στο χρόνο, δεδομένου ότι οι εξισώσεις δεν είναι συζευγμένες.

5.1.3. Αριθμητικό σχήμα Beeman

Αυτός ο αλγόριθμος ολοκλήρωσης στο χρόνο χρησιμοποιεί ένα βήμα πρόβλεψης κατά Beeman και ένα βήμα διόρθωσης κατά Adams-Bashforth-Moulton. Η μέθοδος είναι ακριβής σε τάξη μεγέθους ανάλογη της τέταρτης δύναμης του χρονικού βήματος *Δt*, $O(\Delta t^4)$. Το βήμα πρόβλεψης εκπληρούται μέσω μιας μεθόδου Beeman, σύμφωνα με τους Capone et al. (2007):

$$\mathbf{u}_\alpha^{n+1/2} = \mathbf{u}_\alpha^n + 1.5\Delta t\mathbf{F}_\alpha^n - 0.5\Delta t\mathbf{F}_\alpha^{n-1},\ \rho_\alpha^{n+1/2} = \rho_\alpha^n + 1.5\Delta t D_\alpha^n - 0.5\Delta t D_\alpha^{n-1}$$
$$\mathbf{r}_\alpha^{n+1/2} = \mathbf{r}_\alpha^n + \Delta t\mathbf{U}_\alpha^n + \frac{2}{3}\Delta t^2 F_\alpha^n - \frac{1}{6}\Delta t^2 F_\alpha^{n-1},\ e_\alpha^{n+1/2} = e_\alpha^n + 1.5\Delta t E_\alpha^n - 0.5\Delta t E_\alpha^{n-1} \quad [139]$$

που οδηγεί στον υπολογισμό της πίεσης από $P_\alpha^{n+1/2}=f(\rho_\alpha^{n+1/2})$, με το βήμα διόρθωσης να δίνεται από:

$$\mathbf{u}_\alpha^{n+1} = \mathbf{u}_\alpha^n + \frac{5}{12}\Delta t\mathbf{F}_\alpha^{n+1/2} + \frac{8}{12}\Delta t\mathbf{F}_\alpha^n - \frac{1}{12}\Delta t\mathbf{F}_\alpha^{n-1}$$
$$\rho_\alpha^{n+1/2} = \rho_\alpha^n + \frac{5}{12}\Delta t D_\alpha^{n+1/2} + \frac{8}{12}\Delta t D_\alpha^n - \frac{1}{12}\Delta t D_\alpha^{n-1}$$
$$\mathbf{r}_\alpha^{n+1} = \mathbf{r}_\alpha^n + \Delta t\mathbf{U}_\alpha^n + \frac{1}{6}\Delta t^2 F_\alpha^{n+1/2} + \frac{1}{3}\Delta t^2 F_\alpha^n \quad [140]$$
$$e_\alpha^{n+1} = e_\alpha^n + \frac{5}{12}\Delta t E_\alpha^{n+1/2} + \frac{8}{12}\Delta t E_\alpha^n - \frac{1}{12}\Delta t E_\alpha^{n-1}$$

και οδηγεί τελικά στον υπολογισμό της πίεσης με βάση την πυκνότητα από τη σχέση $P_\alpha^{n+1}=f(\rho_\alpha^{n+1})$.

5.1.4. Συμπλεκτικός αλγόριθμος

Οι αλγόριθμοι ολοκλήρωσης συμπλεκτικού τύπου είναι αναστρέψιμοι στο χρόνο όταν υπάρχει απουσία των τριβών ή της επίδρασης του ιξώδους (Leimkuhler and Patrick, 1996) και ως εκ τούτου αποτελούν μια πολύ ελκυστική επιλογή για τα αριθμητικά σχήματα σωματιδιακού τύπου. Σε αυτή την περίπτωση, υπολογίζονται πρώτα οι τιμές της πυκνότητας και της επιτάχυνσης στο μέσον του χρονικού βήματος προσομοίωσης με βάση τις σχέσεις:

$$\rho_\alpha^{n+1/2}=\rho_\alpha^n+\frac{\Delta t}{2}\frac{d\rho_\alpha^n}{dt},\ \mathbf{r}_\alpha^{n+1/2}=\mathbf{r}_\alpha^n+\frac{\Delta t}{2}\frac{d\mathbf{r}_\alpha^n}{dt} \qquad [141]$$

όπου ο εκθέτης n υποδηλώνει τον αριθμό του χρονικού βήματος και ο χρόνος δίνεται από $t=n\Delta t$. Η τιμή της πίεσης στο χρονικό βήμα $P_\alpha^{n+1/2}$= υπολογίζεται με τη χρήση της καταστατικής εξίσωσης του Tait. Στο δεύτερο στάδιο ο όρος $\mathrm{d}(\omega_\alpha\rho_\alpha u_\alpha)^{n+1/2}/dt$ δίνει την ταχύτητα και συνεπώς και τη θέση των σωματιδίων στο πέρας του χρονικού βήματος:

$$\left(\omega_\alpha\rho_\alpha\mathbf{u}_\alpha\right)^{n+1}=\left(\omega_\alpha\rho_\alpha\mathbf{u}_\alpha\right)^{n+1/2}+\frac{\Delta t}{2}\frac{d\left(\omega_\alpha\rho_\alpha\mathbf{u}_\alpha\right)^{n+1/2}}{dt},\ \mathbf{r}_\alpha^{n+1}=\mathbf{r}_\alpha^{n+1/2}+\frac{\Delta t}{2}\mathbf{u}_\alpha^{n+1} \qquad [142]$$

Στο τέλος του χρονικού βήματος ο όρος $\mathrm{d}\rho_\alpha^{n+1}/dt$ υπολογίζεται με τη χρήση των ενημερωμένων τιμών της $\mathbf{u}_\alpha^{n+1}$ και της $\mathbf{r}_\alpha^{n+1}$ (Monaghan, 2005).

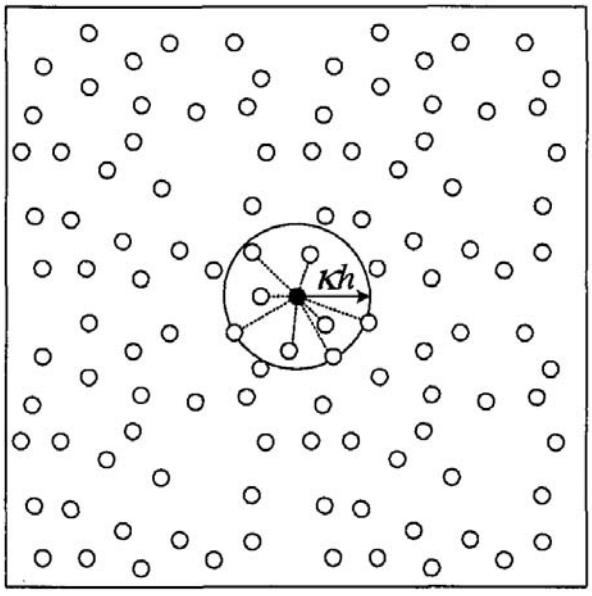
5.2. Υπολογιστική λειτουργικότητα

Ένα από το πιο σημαντικά ζητήματα, όσο αφορά στη λειτουργικότητα της μεθόδου SPH, είναι ο κατάλληλος τρόπος συσχέτισης των διακριτοποιημένων σωματιδίων μεταξύ τους, με τέτοιο τρόπο ώστε να μη γίνονται επικαλύψεις ή παραλείψεις υπολογισμών. Στη μέθοδο SPH, εφόσον η συνάρτηση εξομάλυνσης ορίζεται σε ένα πεδίο συμπαγούς υποστήριξης, τότε μόνο ένας πεπερασμένος αριθμός των σωματιδίων στο εγγύς περιβάλλον του βρίσκεται εντός του πεδίου υποστήριξης, το οποίο έχει διάσταση κh. Τα σωματίδια αυτά αναφέρονται γενικά ως «σωματίδια εγγύτερης γειτνίασης» ή «πλησιέστερα γειτονικά σωματίδια» (nearest neighboring particles, NNPs). Η διαδικασία εντοπισμού των NNPs είναι συνήθως ένας υπολογιστικός αλγόριθμος εύρεσης γειτονικών κόμβων/σωματιδίων για κάθε σωματίδιο στο οποίο επιχειρείται η παρεμβολή SPH. Σε αντίθεση με μια πλεγματική αριθμητική μέθοδο, όπου οι θέσεις των γειτονικών κελιών του υπολογιστικού πλέγματος ορίζονται ρητά από τη θέση του πλέγματος, ο αριθμός και η θέση των πλησιέστερων γειτονικών

σωματιδίων στη μέθοδο SPH για ένα τυχαίο σωματίδιο μπορεί να ποικίλει με το χρόνο. Δύο προσεγγίσεις για την αναζήτηση NNPs είναι οι πιο δημοφιλείς σε εφαρμογές τύπου SPH, ο αλγόριθμος αναζήτησης (όλων) των ζευγών (χωρίς) με λίστα συσχέτισης (linked-list search algorithm) και ο δενδροειδής αλγόριθμος αναζήτησης (tree search algorithm).

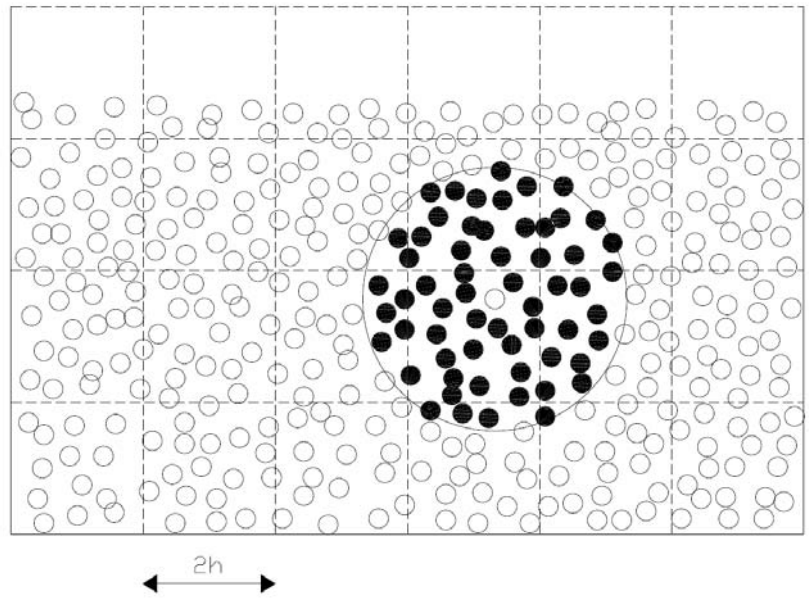
5.2.1. Αλγόριθμος συσχέτισης σωματιδίων εγγύτερης γειτνίασης

Ένας άμεσος και απλός αλγόριθμος αναζήτησης γειτονικών σωματιδίων είναι η σύγκριση της απόστασης όλων των σωματιδίων από το κεντρικό σωματίδιο παρεμβολής με την απόσταση που καλύπτει το πεδίο υποστήριξης, όπως φαίνεται στην Εικ. 24. Οπότε για ένα δεδομένο σωματίδιο *i*, αυτή η προσέγγιση ενέχει την εμπλοκή αναζήτησης για όλα τα σωματίδια με αύξοντα αριθμό *j*=1, 2, …, *N*, όπου *N* είναι ο συνολικός αριθμός των σωματιδίων στο υπολογιστικό πεδίο του προβλήματος. Γίνεται χρήση του συμμετρικού μήκους εξομάλυνσης μεταξύ *i* και *j* σωματιδίων και είναι προφανές, ότι η πολυπλοκότητα (ως όρος της Πληροφορικής) της προσέγγισης αναζήτησης όλων των ζευγών είναι της τάξης $O(N^2)$. Σημειώνεται ότι η διαδικασία αναζήτησης είναι απαραίτητη σε όλα τα χρονικά βήματα, και έτσι ο υπολογιστικό χρόνος γίνεται πάρα πολύ μεγάλος, και η προσομοίωση γίνεται ιδιαίτερα επαχθής ειδικά για τις περιπτώσεις που απαιτούν την ύπαρξη μεγάλου αριθμού σωματιδίων.



Εικ. 24. Γραφική απεικόνιση του αλγόριθμου αναζήτησης γειτονικών σωματιδίων στο δισδιάστατο χώρο για όλα τα ζεύγη του πεδίου. Για κάθε σωματίδιο, η απόσταση από όλα τα υπόλοιπα σωματίδια συγκρίνεται με την τυπική διάσταση του πεδίου υποστήριξης του σωματιδίου *κh*. (Πηγή: Liu and Liu, 2003)

Για τη μείωση του χρόνου σε λογικά πλαίσια, ο κώδικας SPHysics χρησιμοποιεί ένα βοηθητικό τετραγωνικό κάνναβο με πλευρά κελιών διάστασης 2*h* (Εικ. 25), με βάση τους Monaghan and Lattanzio (1985). Σημειώνεται ότι ο εν λόγω κάνναβος δεν χρησιμοποιείται για υπολογισμούς του μοντέλου SPH, αλλά μόνο για τον εντοπισμό και την κατηγοριοποίηση των σωματιδίων. Συνεπώς για ένα σωμάτιο εντός τυχαίου κελιού, μόνο οι αλληλεπιδράσεις με σωματίδια σε γειτονικά κελιά λαμβάνονται υπόψη. Με αυτόν τον τρόπο ο αριθμός των υπολογισμών ανά χρονικό βήμα, και συνεκδοχικά όλος ο υπολογιστικός χρόνος μειώνεται δραστικά, από N^2 πράξεις σε $N\log N$. Με αυτόν τον τρόπο διευκολύνεται και η χρήση ενός υπολογιστικού πρωτοκόλλου αποφυγής διπλών υπολογισμών, που π.χ. για 3D υπολογισμούς, μειώνει το διάβασμα όλων των σωματιδίων, καθώς μόνο 13 από τα 26 πιθανά γειτονικά κελιά λαμβάνονται υπόψη, αφού τα υπόλοιπα έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στην παρεμβολή προηγούμενων κελιών.

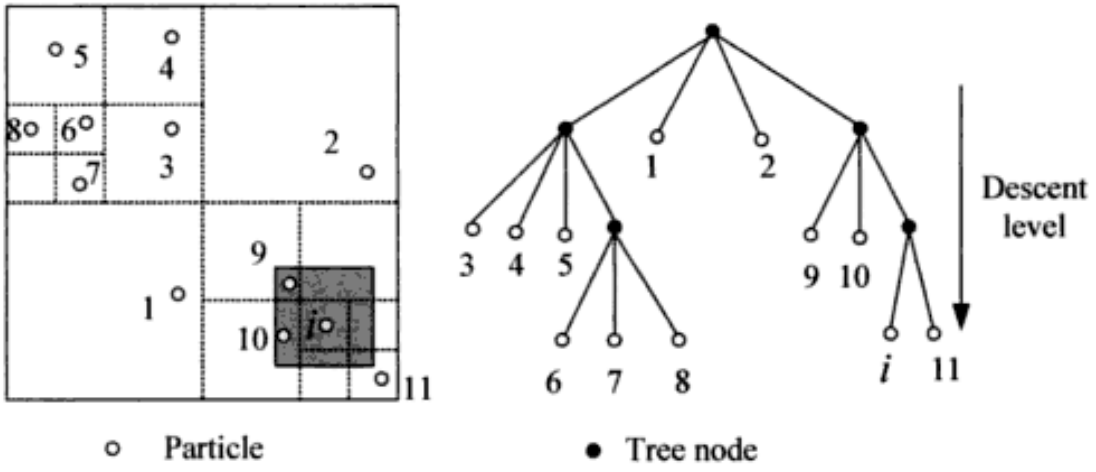


Εικ. 25. Γραφική απεικόνιση του αλγόριθμου αναζήτησης γειτονικών σωματιδίων στο δισδιάστατο χώρο με βάση το βοηθητικό πλαίσιο. Οι πιθανοί γείτονες ενός σωματιδίου εντοπίζονται μόνο στα γειτονικά κελιά, και η αλληλεπίδραση γίνεται μόνο με σωματίδια που συμβολίζονται με μαύρες κουκίδες. (Πηγή: Gómez-Gesteira et al., 2010a).

Δύο λίστες συσχέτισης χρησιμοποιούνται στον κώδικα SPHysics. Η πρώτη παρακολουθεί τα σωματίδια στα όρια και εν μέρει αναβαθμίζεται σε κάθε χρονικό βήμα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός, ότι τα μόνα οριακά σωματίδια που αλλάζουν τη θέση τους στο χρόνο είναι αυτά που περιγράφουν κινούμενα αντικείμενα, όπως κυματογενήτριες και θυροφράγματα. Η δεύτερη λίστα συσχέτισης αντιστοιχεί σε σωματίδια που αναπαριστούν το ρευστό και ενημερώνεται πλήρως σε κάθε χρονικό βήμα.

5.2.2. Αλγόριθμος αναζήτησης σωματιδίων δενδροειδούς τύπου

Ο αλγόριθμος δενδροειδούς αναζήτησης λειτουργεί καλά για προβλήματα με μεταβλητά μήκη εξομάλυνσης. Περιλαμβάνει τη δημιουργία διατεταγμένων λογικών δένδρων, σύμφωνα με τις θέσεις των σωματιδίων. Με τη δημιουργία της δομής του λογικού δέντρου, μπορεί να βρεθεί το πλησιέστερο γειτονικό σωματίδιο. Συνήθως, μια προσαρμοστική μέθοδος αναζήτησης δενδροειδούς τύπου με ιεραρχική δομή υιοθετείται, για να ταιριάζει στις ανάγκες των μεταβαλλόμενων μηκών εξομάλυνσης. Αυτή η μέθοδος χωρίζει τη δενδροειδή κατανομή αναδρομικά σε όγδοα που περιέχουν σωματίδια και ο αλγόριθμος εντοπίζει τα γειτονικά σωματίδια με του πεδίου υποστήριξης (Εικ. 26). Η πολυπλοκότητα αυτής της μεθόδου είναι της τάξης $O(N\log N)$, κατά Hernquist and Katz (1989).



Εικ. 26. Γραφική απεικόνιση του αλγόριθμου αναζήτησης γειτονικών σωματιδίων δενδροειδούς τύπου. στο δισδιάστατο χώρο με βάση το βοηθητικό πλαίσιο. Ο αλγόριθμος εκτελείται ελέγχοντας εάν ο όγκος ενός κύβου αναζήτησης (σκιασμένη περιοχή) για ένα δεδομένο σωματίδιο επικαλύπτεται από τον όγκο που αντιπροσωπεύει το συμπαγές πεδίο υποστήριξης του τρέχοντα κόμβου/σωματιδίου. (Πηγή: Liu and Liu, 2003).

5.3. Οριακές συνθήκες

Στις προσομοιώσεις που βασίζονται τα τελικά αποτελέσματα και συμπεράσματα της παρούσας διατριβής, τα στερεά όρια μέσα στο υπολογιστικό πεδίο προσομοιώθηκαν με τη χρήση απωστικών σωματιδίων (Gómez-Gesteira et al., 2012a). Αυτός ο τύπος οριακών συνθηκών εισήχθη από τον Monaghan (1994) για να διασφαλίσει ότι τα σωματίδια, που αντιπροσωπεύουν το ρευστό, παραμένουν εντός του υπολογιστικού

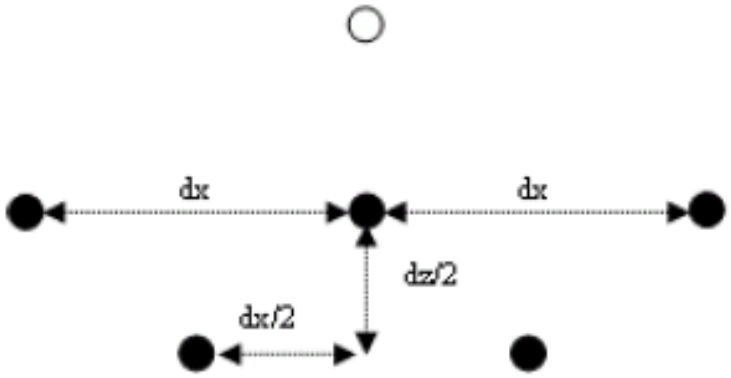
πεδίου και δε διεισδύουν μέσα από τα στερεά όρια (όπως μπορεί να συμβεί με τη χρήση των δυναμικών ορίων). Τα σωματίδια που σχηματίζουν το στερεό όριο επιβάλλουν απωστικές δυνάμεις επί της νοητής γραμμής, που συνδέει τα κέντρα βάρους τους με τα αντίστοιχα των σωματιδίων που αντιπροσωπεύουν το νερό. Αυτές οι απωστικές δυνάμεις είναι παρόμοιες με τις αντίστοιχες δια-μοριακές δυνάμεις και έχουν μορφή που δίνεται από το δυναμικό Lennard-Jones. Μια εκλεπτυσμένη εκδοχή της παραπάνω υπόθεσης προτάθηκε από τους Monaghan and Kos (1999). Χρησιμοποίησαν μια διαδικασία παρεμβολής, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η επιρροή των οριακών απωθητικών δυνάμεων στη διαμόρφωση των μεσοδιαστημάτων μεταξύ των στερεών σωματιδίων. Με αυτήν τη διαχείριση των ορίων κατάφεραν να ορίσουν μια λίγο ως πολύ οριακή συνθήκη ολίσθησης (slip boundary condition) στη στρωτή οριακή στοιβάδα. Οι τρεις τύποι οριακών συνθηκών που έχουν εφαρμοστεί κατά καιρούς στον κώδικα SPHysics είναι οι δυναμικές (Crespo et al., 2007b και Dalrymple and Knio, 2000), οι απωστικές (Monaghan and Kos, 1999 και Rogers and Dalrymple, 2008) και οι περιοδικές. Στόχος είναι εκτός της προσομοίωσης των ακίνητων στερεών ορίων και η αναπαραγωγή της συμπεριφοράς των κινητών στερεών ορίων, όπως τα επιπλέοντα σώματα και οι αριθμητικές κυματογενήτριες (π.χ. κινούμενο έμβολο, κινούμενο πτερύγιο και ολισθαίνουσα σφήνα).

5.3.1. Δυναμικές οριακές συνθήκες

Σε αυτή τη μέθοδο ορισμού των οριακών συνθηκών, τα σωματίδια στο όριο εξαναγκάζονται να ικανοποιούν τις ίδιες εξισώσεις με τα σωματίδια που αντιπροσωπεύουν το ρευστό. Με αυτόν τον τρόπο τα οριακά σωματίδια ακολουθούν τις εξισώσεις της ορμής, της συνέχειας, της ενέργειας και την καταστατική εξίσωση για την πίεση, όμως δεν ακολουθούν την κινηματική εξίσωση. Αποτέλεσμα αυτής της προσέγγισης είναι να αποτελούν συνέχεια του υλικού πεδίου, όμως είτε παραμένοντας σταθερά στη θέση τους (ακίνητα όρια) ή μετακινούμενα σύμφωνα με κάποια εξωτερικά επιβαλλόμενη συνάρτηση περιγραφής της εξαναγκασμένης κίνησης (π.χ. για κινούμενα αντικείμενα όπως θύρες, θυροφράγματα, κυματογενήτριες κλπ). Η αρχική χωροθέτηση των οριακών δυναμικών σωματιδίων είναι έκκεντρη (staggered) (Εικ. 27).

Η λογική της μεθόδου είναι, ότι όταν ένα σωματίδιο υγρού προσεγγίζει το όριο, η πυκνότητα των σωματιδίων αυξάνεται τόσο πολύ με βάση την εξίσωση συνέχειας για SPH, που έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της πίεσης με βάση την καταστατική εξίσωση για την πίεση. Έτσι, η δύναμη που εξασκείται επί του σωματιδίου του ρευστού αυξάνεται λόγω της μεταβολής του όρου πίεσης στην εξίσωση διατήρησης της ορμής κατά SPH. Αυτός ο μηχανισμός απεικονίζεται σε ένα απλό παράδειγμα όπου ένα

σωματίδιο υγρού προσεγγίζει τον πυθμένα της δεξαμενής και παρουσιάζεται από τους Gómez-Gesteira et al. (2010a) στην Εικ. 2.5 του κειμένου τους.



Εικ. 27. 2D σκαρίφημα της αλληλεπίδρασης ανάμεσα σε ένα ρευστό σωματίδιο (άδειος κύκλος) και ένα σύνολο οριακών σωματιδίων (μαύροι δίσκοι) έκκεντρα τοποθετημένων. (Πηγή: Gómez-Gesteira et al., 2010a).

5.3.2. Ανακλαστικές οριακές συνθήκες κατά Lennard-Jones

Αυτή η οριακή συνθήκη αναπτύχθηκε από τον Monaghan (1994) για να διασφαλιστεί, ότι ένα σωματίδιο νερού δεν μπορεί ποτέ να διασχίσει ένα στερεό όριο. Οι ονομαζόμενες απωστικές οριακές συνθήκες βασίζονται στη θεωρία μοριακού δυναμικού κατά Lennard-Jones (1924). Δηλαδή με ανάλογο τρόπο με τις ενδο-μοριακές δυνάμεις, τα σωματίδια που αποτελούν το στερεό όριο ασκούν δυνάμεις επί των υγρών σωματιδίων. Έτσι, για ένα ζεύγος οριακού και ρευστού σωματιδίου που χωρίζονται από απόσταση *r* μεταξύ τους, η δύναμη ανά μονάδα μάζας έχει τη μορφή που δίνεται από το δυναμικό Lennard-Jones. Αυτή η ιδέα τελειοποιήθηκε από τους Monaghan and Kos (1999) μέσω μιας διαδικασίας παρεμβολής, ελαχιστοποιώντας την επίδραση του κενού χώρου ανάμεσα σε διπλανά σωματίδια που αντιστοιχούν στο όριο στη δύναμη απώθησης του τοίχου. Με βάση αυτήν την προσέγγιση, η δύναμη **f**, η οποία ασκείται σε ένα σωματίδιο νερού που πλησιάζει κάθετα το στερεό όριο, δίνεται από την εξίσωση (Rogers and Dalrymple 2008):

$$\mathbf{f} = \mathbf{n} R(\psi) P(\xi) \varepsilon(z, \mathbf{u}_{\perp}) \qquad [143]$$

όπου **n** είναι το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στο στερεό όριο, ψ είναι η κάθετη απόσταση του σωματιδίου από τον τοίχο, ενώ ξ είναι η προβολή της θέσης παρεμβολής πάνω στη χορδή που ενώνει τα δύο γειτονικά οριακά σωματίδια, και $\mathbf{u}_{\perp}$ είναι το διάνυσμα της ταχύτητας του υγρού σωματιδίου προβεβλημένη στην κάθετο. Η

συνάρτηση απώθησης $R(\psi)$ εκτιμάται με όρους κανονικοποιημένης απόστασης από τον τοίχο, $q=\psi/2h$ με βάση τη σχέση:

$$R(\psi) = A\frac{1}{\sqrt{q}}(1-q),\ A = \frac{1}{h}0.01c_{si}^2 \quad [144]$$

Όπου c_{si} η (τεχνητή) ταχύτητα του ήχου που αντιστοιχεί στο σωματίδιο *i*. Η συνάρτηση $P(x)$ επιλέγεται έτσι ώστε ένα υγρό σωματίδιο να υφίσταται μια σταθερή απωστική δύναμη καθώς ταξιδεύει παράλληλα στον τοίχο:

$$P(\xi) = \frac{1}{2}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi\xi}{\Delta b}\right)\right) \quad [145]$$

όπου Δb είναι η απόσταση μεταξύ δύο τυχαίων γειτονικών σωματιδίων που αντιστοιχούν στο στερεό όριο. Η συνάρτηση $\varepsilon(z,\mathbf{u}_\perp)$ είναι μια μετατροπή της αρχικής πρότασης των Monaghan and Kos (1999), και προσαρμόζει το μέγεθος της δύναμης σύμφωνα με το τοπικό βάθος του νερού και την ταχύτητα του σωματιδίου νερού κάθετα στο όριο.

$$\varepsilon(z,\mathbf{u}_\perp) = \varepsilon(z) + \varepsilon(\mathbf{u}_\perp) \quad [146]$$

όπου

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} 0.02, & z \geq 0 \\ |z/h_o| + 0.02, & 0 > z > -h_o \\ 1, & |z/h_o| > 1 \end{cases} \quad [147]$$

$$\varepsilon(u_\perp) = \begin{cases} 0, & |u_\perp| \geq 0 \\ |20u_\perp|/c_o, & |20u_\perp| < c_o \\ 1, & |20u_\perp| > c_o \end{cases} \quad [148]$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, z είναι η ανύψωση πάνω από την τοπική ΣΗ που συμβολίζεται με h_o, με το μέτρο της ταχύτητας $\mathbf{u}_\perp$ μεταξύ των οριακών *bp* και των υγρών σωματιδίων *wp* να δίνεται από την ακόλουθη σχέση, όπου c_o είναι η (τεχνητή) ταχύτητα του ήχου για την πυκνότητα αναφοράς ρ_o:

$$u_\perp = (\mathbf{u}_{wp} - \mathbf{u}_{bp})\cdot\mathbf{n} \quad [149]$$

Περαιτέρω γεωμετρική αποτύπωση της παράθεσης και αλληλεπίδρασης των σωματιδίων δίνεται από τους Gómez-Gesteira et al. (2010a).

5.3.3. Περιοδικές συνθήκες ανοιχτών ορίων

Στην παρούσα έκδοση του κώδικα SPHysics, τα ανοιχτά όρια αναπαριστώνται χρησιμοποιώντας περιοδικές οριακές συνθήκες. Ουσιαστικά αυτό σημαίνει, ότι τα σωματίδια κοντά σε ένα ανοικτό πλευρικό όριο του υπολογιστικού πεδίου

αλληλεπιδρούν με τα σωματίδια που βρίσκονται στο συμπληρωματικό ανοικτό πλευρικό όριο στην άλλη πλευρά του πεδίου. Το υπολειπόμενο πεδίο υποστήριξης από την περικοπή στο όριο συμπληρώνεται από τα εφαπτόμενα σωματίδια στο αντίκρυ όριο.

5.3.4. Επιπλέοντα στερεά σώματα

Στον κώδικα SPHysics και τα μοντέλα SPH γενικότερα, το όριο περιγράφεται από ένα σύνολο διακριτών οριακών σωματιδίων, τα οποία ασκούν με τον ένα ή τον άλλο τρόπο μια απωθητική δύναμη στα σωματίδια, που αντιπροσωπεύουν το νερό, όταν αυτά πλησιάζουν σε πολύ κοντινή απόσταση από το όριο (πρακτικά σε επαφή με αυτό). Οι μέθοδοι επίτευξης της απώθησης περιλαμβάνει τα φασματικά ψευδο-σωματίδια, ακίνητα σωματίδια νερού και σωματίδια που εξασκούν απωστικές ψευδο-μοριακές δυνάμεις με μια ανωμαλία (singularity) στο πεδίο ισχύος της όταν η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων πλησιάζει το μηδέν. Με την άθροιση της επιρροής των δυνάμεων που εξασκούνται επί των οριακών σωματιδίων που αντιπροσωπεύουν ένα σώμα εντός του πεδίου του ρευστού, η κίνηση ενός αντικειμένου που επιπλέει μπορεί να υπολογιστεί. Μπορεί να υποθέσει κανείς, ότι τα αντικείμενα σε αιώρηση αντιμετωπίζονται ως άκαμπτα σώματα. Η δύναμη **f** σε κάθε οριακό σωματίδιο *b* επιπλέοντος αντικειμένου υπόκειται μιας δύναμης ανά μονάδα μάζας που δίνεται από:

$$\mathbf{f}_b = \sum_{j \in wp} \mathbf{f}_{bj} \qquad [150]$$

όπου το *wp* υποδηλώνει σωματίδια νερού και $\mathbf{f}_{bj}$ είναι η δύναμη ανά μονάδα μάζας που ασκείται από το σωματίδιο νερού *j* στο οριακό σωματίδιο *b*. Από την αρχή του Νεύτωνα των ίσων και αντίθετων δράσεων και αντιδράσεων, η δύναμη που εξασκείται από ένα σωματίδιο νερού σε κάθε οριακό σωματίδιο δίνεται από:

$$m_b \mathbf{f}_{bj} = -m_j \mathbf{f}_{jb} \qquad [151]$$

Ωστόσο, χρησιμοποιώντας αυτήν τη σχέση, μπορεί να εκτιμηθεί η δύναμη που εξασκείται επί του κινουμένου σώματος. Για την κίνηση του επιπλέοντος σώματος, χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις της βασικής δυναμικής για άκαμπτα σώματα. Περαιτέρω ανάλυση για τις εξισώσεις της κίνησης του σώματος αναφορικά με τους βαθμούς ελευθερίας για τη μετατόπιση και την περιστροφή του άκαμπτου σώματος δίνεται από τους Gómez-Gesteira et al. (2010a).

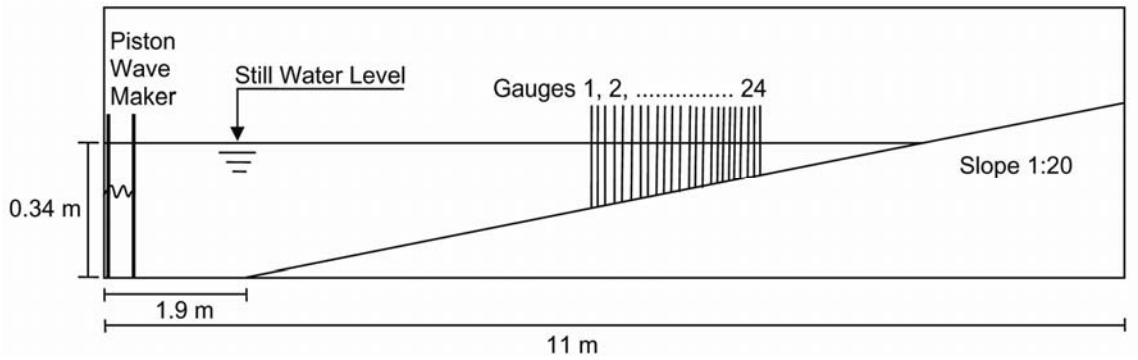
6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Στην αρχή της ερευνητικής προσπάθειας, που οδήγησε στην παρούσα διδακτορική διατριβή, έγινε χρήση διαφόρων υπολογιστικών διατάξεων, οι οποίες βασίζονται σε γνωστές και καταξιωμένες πειραματικές προσπάθειες. Συγκεκριμένα αναπαράχθηκαν οι γεωμετρίες των διατάξεων και οι υδροδυναμικές συνθήκες των πειραμάτων μικρής εργαστηριακής κλίμακας που έχουν γίνει από τους Lin and Hwung (1992), Ting and Kirby (1994, 1995), Li and Dalrymple (1998), Liiv (2001), Petti and Longo (2001a), Cox and Kobayashi (2000), Cox and Shin (2003), Christensen and Deigaard (2001), Longo (2003), Okamoto and Basco (2006), και Lubin et al. (2006). Όλες οι προσομοιώσεις αφορούσαν στην πρώιμη εκδοχή του κώδικα SPHysics (v.1.0 & v.1.4), και τα αποτελέσματα ήταν πολύ φτωχά, αναφορικά με την ακρίβεια αναπαραγωγής του ύψους κύματος στους διάφορους μετρητές του κάθε πειράματος, τόσο μέσα όσο και έξω από τη ΖΘ. Ένας βασικός λόγος για την αποτυχία των πρώιμων προσομοιώσεων ήταν η μη ολοκληρωμένη παραμετροποίηση και η ακατάλληλη βαθμονόμηση των πρώιμων προσεγγίσεων. Ένα ακόμα σημαντικό πρόβλημα ήταν η εγγενής αποσβεστική συμπεριφορά της μεθόδου SPH στην κλασική (ανώριμη) της προσέγγιση, η οποία έχει παρατηρηθεί ότι ενέχει υπερβολικά έντονες δομές απόσβεσης, ειδικά για υπολογιστικά πεδία μεγάλης κλίμακας (μεγάλων χωρικών διαστάσεων). Η απόσβεση σε διατάξεις με περιορισμένες σε μέγεθος γεωμετρίες έχει παρατηρηθεί, ότι είναι μικρή ως πρακτικά αμελητέα (Makris et al., 2009 και 2010b).

Με βάση την ανάλυση της αριθμητικής μεθόδου SPH, που παρουσιάστηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, αλλά και την παραπάνω παρατήρηση, η επιλογή των πειραματικών δεδομένων, που υιοθετήθηκαν για την επικύρωση του συζευγμένου μοντέλου SPS-SPH, βασίστηκε κυρίως σε δύο πτυχές. Η πρώτη ήταν η ευρεία ποικιλία των υδροδυναμικών χαρακτηριστικών και των διαδικασιών, που καλύπτονται από τις φυσικές προσομοιώσεις του εν λόγω πειράματος. Αυτό έγινε προκειμένου να επικυρωθεί ενδελεχώς η ικανότητα του μοντέλου να αποτυπώσει όλα τα τυρβώδη χαρακτηριστικά στη ζώνη θραύσης και γενικά το σύνολο των κινηματικών και δυναμικών χαρακτηριστικών των θραυόμενων κυματισμών τύπου ασθενούς κατάδυσης. Η δεύτερη πτυχή ήταν η ανάγκη τα προηγούμενα στοιχεία να μπορούν να αναπαραχθούν από ένα πείραμα με λογική σε μέγεθος γεωμετρία, δηλ. σε ένα εργαστηριακό κανάλι μικρών διαστάσεων, το οποίο θα χρησίμευε ως πρότυπο για τις αριθμητικές προσομοιώσεις. Η τελευταία απαίτηση είχε να κάνει επίσης με την ανάγκη του μοντέλου SPHysics να εκτελέσει τις προσομοιώσεις σε διαχειρίσιμο υπολογιστικό χρόνο, για όλες τις περιπτώσεις ελέγχου και βαθμονόμησης, στην πρότυπη δεξαμενή τύπου ορθογωνικού και επιμήκους κυτίου (αύλακα) με κεκλιμένο πυθμένα.

6.1. Πειραματική διάταξη προς προσομοίωση

Με βάση την προηγούμενη ανάλυση, τα πειραματικά δεδομένα, που χρησιμοποιήθηκαν για σύγκριση με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων τύπου SPS-SPH του κώδικα SPHysics, συλλέχθηκαν από την ερευνητική εργασία των Stansby and Feng (2005) [SF05 από εδώ και στο εξής]. Η έρευνά τους καλύπτει ποικιλοτρόπως τη θραύση κυματισμών τύπου ασθενούς κατάδυσης, για παράκτια μη γραμμικά κύματα σε μια εργαστηριακή διάταξη σε μορφή καναλιού. Επίσης εξετάζει τη μεταφορά της τύρβης κάτω από τους θραυόμενους κυματισμούς. Στην Εικ. 28 παρουσιάζεται το σχεδιάγραμμα της κατακόρυφης διατομής της εργαστηριακής εγκατάστασης στο μέσο του εγκάρσιου (κατά πλάτος) ανοίγματός της.



Εικ. 28. 2D σκαρίφημα της κατακόρυφης διατομής της πειραματικής εγκατάστασης των Stansby and Feng (2005), με όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της, που χρησιμοποιείται ως βάση για το υπολογιστικό πεδίο των προσομοιώσεων SPS-SPH.

6.1.1. Γεωμετρικά και υδραυλικά χαρακτηριστικά

Τα ποσοτικά γεωμετρικά και υδραυλικά χαρακτηριστικά του πειράματος (SF05) παρουσιάζονται στον Πίν. 2. Πρόκειται ουσιαστικά για ένα κανάλι διαστάσεων 11x0.3x0.6, με βάθος νερού για τη στάθμη ηρεμίας στην περιοχή της κυματογενήτριας d=0.34 m. Σε απόσταση 1.9 m από την κυματογενήτρια, βρίσκεται η αρχή μιας αδιαπέρατης κεκλιμένης επιφάνειας από πλεξιγκλάς, με σταθερή κλίση 1:20, όμοια με κεκλιμένο πυθμένα χωρίς τραχύτητα σε παράκτια περιοχή. Το ύψος του κύματος στην κυματογενήτρια (θεωρητικά στα βαθειά, πρακτικά σε ενδιάμεσα νερά) είναι H=0.105 m και η περίοδος του κύματος είναι T=2.42 sec. Στόχος είναι η παραγωγή μη γραμμικών κυματισμών, που διαδίδονται κάθετα (δηλ. με επιμήκη κυματοκορυφή παράλληλη) στην ακτογραμμή, έπειτα προελαύνουν για λίγο σε οριζόντιο πυθμένα, υφίστανται ρήχωση και τελικά θραύση πάνω στον κεκλιμένο πυθμένα. Προφανώς η γωνία διάδοσης των κυματισμών είναι θ=0° και η επίδραση της διάθλασης μηδενική.

Οι συγγραφείς ανέφεραν, ότι οι μονοχρωματικοί κυματισμοί άρχισαν να θραύονται με μορφή κατάδυσης σε απόσταση περίπου 4.95±0.02 m από την κυματογενήτρια, όπου το βάθος είναι d≈0.188 m. Ο μηχανισμός της θραύσης είχε λάβει πλήρη μορφή ασθενούς κατάδυσης σε περίπου 5.3 m από την κυματογενήτρια, κοντά δηλαδή στην περιοχή έναρξης της θραύσης. Το ύψος του θραυόμενου κύματος ήταν H_b≈0.169 m και ο λόγος του ύψους κύματος προς το βάθος του νερού σε ηρεμία στο σημείο της θραύσης ήταν H_b/d_b≈0.9 m, υποδεικνύοντας μέτρια έως ισχυρή μη γραμμικότητα των κυμάτων εκεί. Αυτό επιβεβαιώθηκε και στην παρούσα διατριβή, με τον υπολογισμό του αριθμού Ursell στο σημείο θραύσης $Ur_b=H_b\cdot L_b^2/d_b^3$ που ήταν Ur_b≈265>100, δηλαδή αρκετά μεγαλύτερος από το όριο, βάσει του οποίου η θεωρία γραμμικών κυμάτων είναι έγκυρη. Αυτές οι συνθήκες αναφέρονται στην παράμετρο ομοιότητας της θραύσης (αριθμός Irribaren) στο σημείο θραύσης $\xi_b=m_b/(H_b/L_0)^{1/2}$ με τιμή περίπου 0.36, όπου m_b είναι η κλίση του πυθμένα και L_0 είναι το θεωρητικό μήκος κύματος σε βαθειά νερά. Στην παρούσα εργασία υπολογίζεται η παράμετρος ομοιότητας της θραύσης με βάση το ύψος κύματος στα βαθειά (μπροστά από την κυματογενήτρια) $\xi=m_b/(H/L_0)^{1/2}$ με τιμή περίπου 0.46. Αυτές οι τιμές του αριθμού Irribaren ισαπέχουν από την κεντρική τιμή 0.4, η οποία αποτελεί το όριο μεταξύ θραυόμενων κυματισμών τύπου υπερχείλισης και κατάδυσης (Battjes, 1974). Οι συγγραφείς (SF05) ανέφεραν, ότι τα κύματα φαινόταν να θραύονται καταφανώς με μορφή ασθενούς κατάδυσης (weak plunging). Ανέφεραν ότι η δημιουργούμενη φλέβα νερού ανακλάστηκε σχεδόν ολοκληρωτικά μετά την πρόσκρουσή της στην εμπρόσθια κοιλία του κύματος. Διαπιστώθηκε δε, ότι κατά την αρχική φάση της θραύσης, ένα σύμπλεγμα δινών σχηματίστηκε στη στήλη του νερού με αντίθετη κατεύθυνση περιστροφής. Στη συνέχεια η φλέβα επανεμφανίστηκε αρκετές φορές, δημιούργησε αντίστοιχους παφλασμούς και προκάλεσε τη δημιουργία επαναλαμβανόμενων στροβιλωδών δομών με συνεκτική μορφή. Αυτό οδήγησε στο σχηματισμό μιας σειράς οριζοντίων επιμηκών δινών πάνω από το επίπεδο της κοιλίας, κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια, και αρνητικής στροβιλότητας στην οριακή στοιβάδα.

Πίν. 2. Χαρακτηριστικά μεγέθη του πειράματος στο κυματικό κανάλι.

Βάθος Νερού d (m)	Μήκος Καναλιού L_x (m)	Πλάτος Καναλιού L_y (m)	Βάθος Καναλιού L_z (m)	Κλίση Πυθμένα m_b
0.34	11	0.3	0.6	1/20
Ύψος Κύματος H (m)	Περίοδος Κύματος T (sec)	Τύπος Θραυόμενου Κύματος	Παράμετρος Irribaren ξ	Παράμετρος Ursell Ur
0.105	2.42	Ασθενής Κατάδυση	~ 0.4	~ 265

6.1.2. Διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα

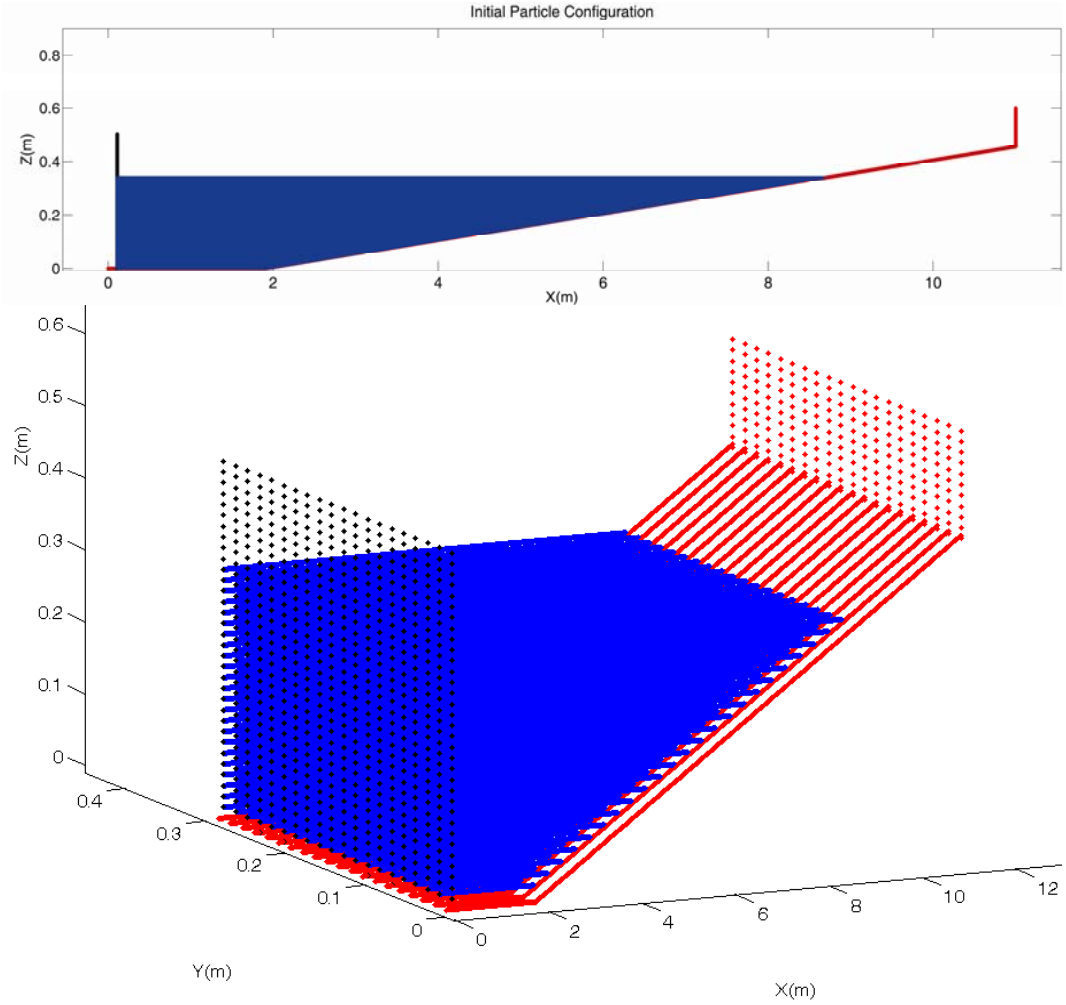
Τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα από τη μελέτη των SF05 καλύπτουν το φαινόμενο της θραύσης μη γραμμικών κυματισμών τύπου ασθενούς κατάδυσης ποικιλοτρόπως. Οι συγγραφείς έχουν παρουσιάσει με λεπτομέρεια τα πιο κλασικά κυματικά χαρακτηριστικά, όπως την εξέλιξη του ύψους κύματος *H* σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, τις περιβάλλουσες της κυματικής κορυφής και της κοιλίας, τη μέση κυματογενή ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, τους δειγματικούς μέσους και άλλες στατιστικές αποτυπώσεις για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, αντίστοιχες τιμές για τη μέση στο βάθος ταχύτητα κ.α. Πέραν αυτών παρουσίασαν μια ευρεία γκάμα ποιοτικών μετρήσεων για τα τυρβώδη μεγέθη, αποτυπωμένα σε συγκεκριμένα σημεία μετρητών (gauges) καλύπτοντας ολόκληρη τη στήλη του νερού. Αυτά τα αποτελέσματα ήταν διαθέσιμα σε μορφή είτε ψηφιακών ή/και οπτικοποιημένων δεδομένων, και αφορούσαν σε φάσματα Fourier των τυρβωδών συνιστωσών των ταχυτήτων, στην αποτύπωση των μέσων κυματογενών ροών μεταφοράς μάζας (ρεύματα επιστροφής και μεταφοράς) εγκάρσια στην εργαστηριακή ακτογραμμή, σε 2D κατακόρυφους χάρτες στροβιλότητας, σε 2D κατακόρυφες κατανομές των δειγματικά μεσοσταθμισμένων ταχυτήτων, και τέλος αντίστοιχες κατακόρυφες 2D αποτυπώσεις της TKE, των τυρβωδών τάσεων Reynolds και της δυναμικής πίεσης.

Όλα τα παραπάνω μεγέθη και οι ιδιότητες τους χρησιμοποιήθηκαν για τη σύγκριση με αντίστοιχα αποτελέσματα του μοντέλου SPS-SPH, έτσι ώστε να γίνει πλήρης βαθμονόμηση και αξιολόγηση της ικανότητας της μεθόδου να αναπαράγει με λεπτομέρεια την ιδιαζόντως βίαια διεργασία της θραύσης κυματισμών ασθενούς κατάδυσης και της συνακόλουθης προέλασης του θραυόμενου κύματος με μορφή κινούμενου μετώπου. Το φαινόμενο έχει ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όσον αφορά στη μη γραμμικότητα της εκδήλωσης των τυρβωδών διεργασιών. Λόγω της φύσης του ιδιαίτερου τύπου θραύσης ανάμεσα στις δύο κλασικές μορφές θραύσης, τύπου υπερχείλισης και έντονης κατάδυσης, το καθεστώς της ροής είναι σχεδόν μεταβατικό (transitional), όμως μεταβάλλεται γρήγορα σε έντονα τυρβώδες, για το οποίο η τύρβη αποσβένεται σε χρόνους μικρότερους από μια ολόκληρη κυματική περίοδο. Αυτό οφείλεται κυρίως στην τοπολογική παραγωγή της τύρβης, εξαιτίας της αποκόλλησης της ροής, της δημιουργίας σπηλαίωσης και της εμφάνισης εκτοξευόμενης φλέβας νερού. Η τελευταία προσκρούει, ανακλάται και επαναπροσκρούει με αλλεπάλληλους έντονους παφλασμούς στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού, η οποία φέρει έτσι κι αλλιώς περιοδικές παραμορφώσεις (σε χρόνους κοντά στην περίοδο του κύματος), από την παλινδρομική κίνηση του προελαύνοντος (θραυόμενου) κυματισμού.

6.2. Αριθμητική διάταξη για τις προσομοιώσεις

6.2.1. Χαρακτηριστικά υπολογιστικής κυματικής δεξαμενής

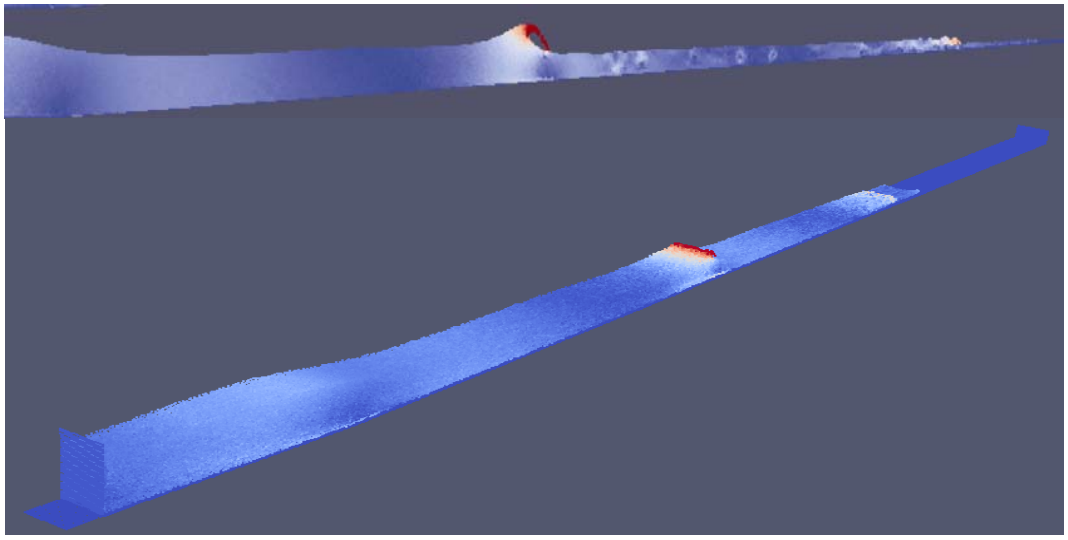
Το μέγεθος της αριθμητικής κυματικής δεξαμενής, που χρησιμοποιήθηκε για τις προσομοιώσεις με το μοντέλο SPHysics, σχετίζεται άμεσα με τα στοιχεία που παρέχονται από τους SF05 και παρουσιάζονται στον Πίν. 2. Στην Εικ. 29 παρουσιάζεται η διαμόρφωση του υπολογιστικού πεδίου με σωματιδιακή διακριτοποίηση, πριν την έναρξη της κυματογενήτριας, σε 2D και 3D απεικόνιση.



Εικ. 29. Διαμόρφωση (Matlab) του αρχικού υπολογιστικού πεδίου με σωματιδιακή διακριτοποίηση από την προσομοίωση του μοντέλου SPHysics σε 2D (άνω) και 3D (κάτω) απεικόνιση (με παραμορφωμένους άξονες).

Σημειώνεται ότι οι προσομοιώσεις στην παρούσα εργασία έχουν εκτελεστεί τόσο για 2D όσο και 3D υπολογιστικά πεδία. Για τις 2D περιπτώσεις (Εικ. 30, άνω απεικόνιση) οι συγκρίσεις με τα πειραματικά αποτελέσματα ήταν ευθεία, καθώς όλα τα πειραματικά

δεδομένα των SF05 έχουν αποτυπωθεί από τους συγγραφείς πάνω σε μια 2D επιφάνεια, συγκεκριμένα την κατακόρυφη διατομή στη μέση του εργαστηριακού καναλιού για τη φυσική προσομοίωση της θραύσης του κύματος. Για την περίπτωση των 3D προσομοιώσεων (Εικ. 30, κάτω απεικόνιση) όλες οι υδροδυναμικές ιδιότητες, τα μεγέθη και τα κυματικά χαρακτηριστικά, που προέκυψαν από τις υπολογιστικές προσομοιώσεις, έχουν υποστεί μια ειδική μετα-επεξεργασία (post-processing), ώστε να αποτυπωθούν οι μεσοσταθμισμένες τιμές τους στη μέση κατά το πλάτος κατακόρυφη διατομή της αριθμητικής δεξαμενής προσομοίωσης. Αυτή η διαδικασία μεσοστάθμισης, έλαβε χώρα μετά τη δειγματοληψία μέσω παρεμβολής με τη χρήση συνελικτικών ολοκληρωμάτων για τα υπολογιστικά δεδομένα από τις προσομοιώσεις με το μοντέλο SPS-SPH. Η δειγματοληπτική παρεμβολή έγινε σε σταθερά σημεία (δηλ. το σύνολο των υπολογιστικών κόμβων/σωματιδίων σε κατακόρυφη κατανομή και σταθερή απόσταση από την κυματογενήτρια), με τη χρήση ενός ζεύγους ευρετικών τεχνικών για το μετασχηματισμό ενός υδροδυναμικού πεδίου τύπου Lagrange σε ένα πεδίο τύπου Euler, όπως παρουσιάζεται αναλυτικά στα παρακάτω υποκεφάλαια.



Εικ. 30. Διαμόρφωση (ParaView) του υπολογιστικού πεδίου από τις προσομοιώσεις με το SPHysics, κατά τη διάρκεια ενός επεισοδίου θραύσης κυματισμού, με σωματιδιακή διακριτοποίηση σε 2D (άνω) και 3D (κάτω) απεικόνιση.

6.2.2. Αριθμητική κυματογενήτρια

Ο υπολογισμός του ύψους κύματος που προκαλείται από την παλινδρομική κίνηση ή χτύπημα (stroke) μιας κυματογενήτριας περιγράφεται από τους Dean and Dalrymple (1984), στο 6ο κεφάλαιο του βιβλίου τους (σελ.171-178). Για την περίπτωση ρηχών νερών, μια απλή θεωρία για την παραγωγή κυματισμών από κυματογενήτριες στο

εργαστήριο έχει προταθεί από τον Galvin (1964), ο οποίος επιχειρηματολόγησε πάνω στο ότι ο όγκος του νερού που εκτοπίζεται από την κυματογενήτρια θα πρέπει να είναι ίσος με τον όγκο νερού που περικλείεται στην περιοχή της κορυφής της προελαύνουσας κυματομορφής. Για παράδειγμα, μπορεί να θεωρηθεί μια κυματογενήτρια με μορφή εμβόλου (piston) που κάνει παλινδρομική κίνηση με εύρος (χτύπημα) S_w, το οποίο είναι σταθερό σε ένα βάθος h μπροστά από την κυματογενήτρια. Ο όγκος του εκτοπισμένου νερού για μια ολόκληρη παλινδρομική κίνηση είναι $S_w h$ (Εικ. 31). Ο όγκος του νερού στην κορυφή του κύματος δίνεται από:

$$V_{crest} = \int_o^{L/2} \frac{H}{2} (\sin kx)\, dx = \frac{H}{k} \qquad [152]$$

όπου σε αυτήν τη σχέση $k=2\pi/L$ ο κυματάριθμος του κύματος, H και L το ύψος και το μήκος του κύματος στην κυματογενήτρια. Εξισώνοντας το θεωρητικό όγκο της κυματικής κορυφής με τον όγκο από τη μετακίνηση του εμβόλου προκύπτει:

$$S_w h = \frac{H}{k} = \frac{HL}{2\pi} \Rightarrow S_w h = \frac{H}{2}\left(\frac{L}{2}\right)\frac{2}{\pi} \qquad [153]$$

όπου σε αυτήν τη σχέση, ο όρος $2/\pi$ είναι ένας λόγος εμβαδών, που αναπαριστά την αναλογία του σκιαγραφημένου εμβαδού του καμπύλου χώρου πάνω από τη ΣΗ, προς την ορθογωνική επιφάνεια στην περιοχή του εμβόλου (Εικ. 31). Η παραπάνω σχέση προφανώς έχει τη μορφή:

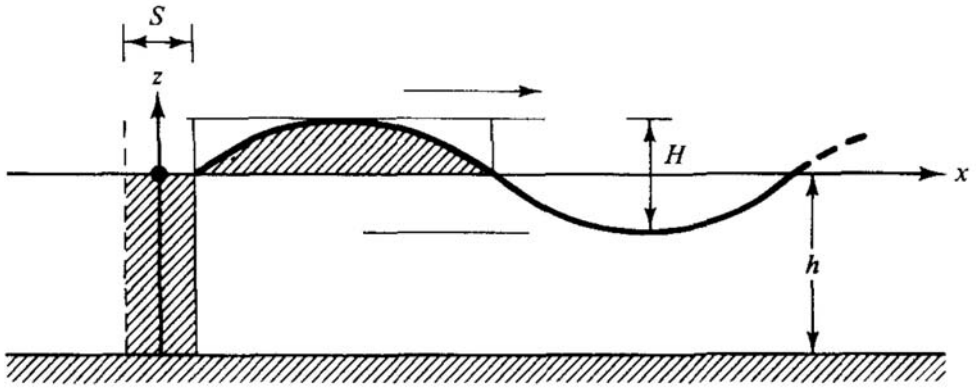
$$\left(\frac{H}{S_w}\right)_{piston} = kh \qquad [154]$$

όπου H/S_w είναι ο λόγος του ύψους προς το εύρος κίνησης του εμβόλου. Αυτή η σχέση ισχύει σε περιοχές με ρηχά νερά, όπου $kh<\pi/10$. Για μια κυματογενήτρια με μορφή πτερυγίου (flap) ή κουπιού (paddle), το οποίο είναι αρθρωμένο στο κάτω μέρος του επί του πυθμένα, ο όγκος του νερού που μετατοπίζεται από την κυματογενήτρια θα είναι μικρότερος από τον προηγούμενο (για έμβολο), και συγκεκριμένα θεωρητικά ο μισός από αυτόν:

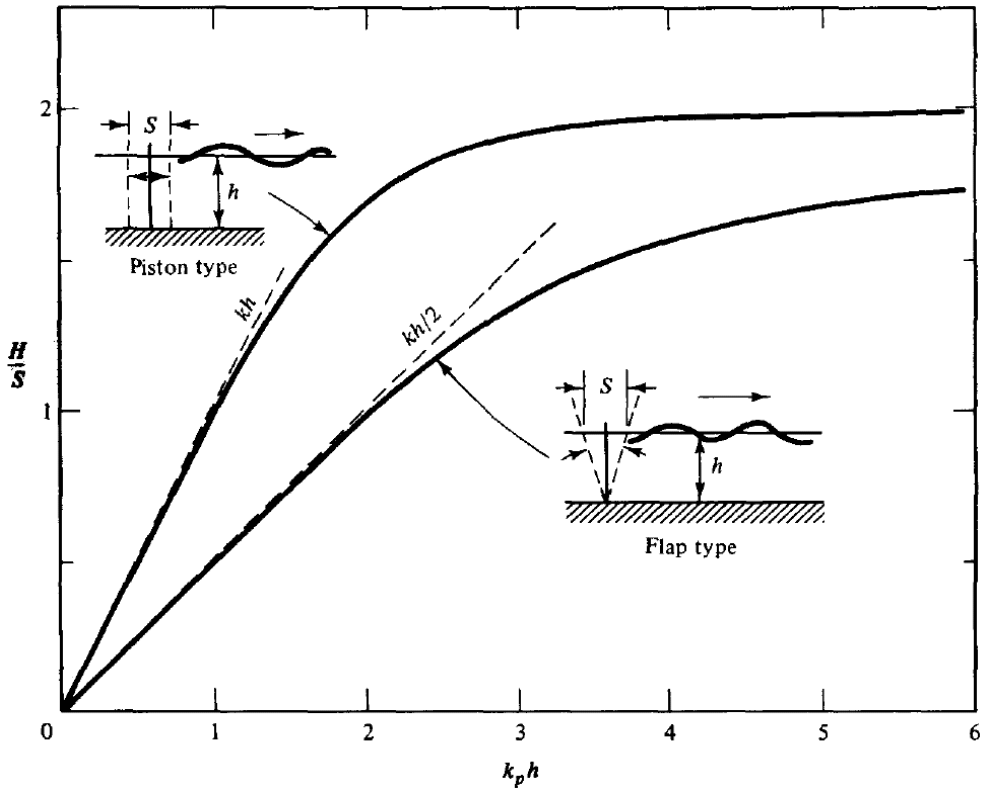
$$\left(\frac{H}{S_w}\right)_{flap} = \frac{kh}{2} \qquad [155]$$

Οι δύο παραπάνω σχέσεις και τα αντίστοιχα διαγράμματά τους φαίνονται στην Εικ. 32. Η θεωρία για την παραγωγή κυματισμών από κυματογενήτριες, έχει αναπτυχθεί με βάση την παραδοχή, ότι η κίνηση του κουπιού ή του εμβόλου είναι μικρού πλάτους για την παραγωγή κυματισμών με σχετικά μικρό ύψος. Αυτό αναφέρεται, γιατί υπάρχουν σημαντικά μη γραμμικά φαινόμενα που κάνουν την εμφάνισή τους όταν η κυματογενήτρια κάνει μεγάλες μετακινήσεις. Στην πράξη, τα κύματα που προκύπτουν έχουν διαφορετικό μέγεθος και σχήμα σε διαφορετικές θέσεις μακριά από την

κυματογενήτρια, δηλ. δε διατηρούν αναλλοίωτα τα χαρακτηριστικά τους για προέλαση πάνω από οριζόντιο επίπεδο πυθμένα (Madsen, 1971 και Flick and Guza, 1980).



Εικ. 31. Σκαρίφημα απόδοσης της απλοποιημένης θεώρησης του Galvin για κυματογενήτρια τύπου εμβόλου σε ρηχά νερά. (Πηγή: Dean and Dalrymple, 1984)



Εικ. 32. Διάγραμμα εξέλιξης του λόγου ύψους κύματος προς εύρος κίνησης κυματογενήτριας, για κινήσεις εμβόλου και πτερυγίου, με βάση τη θεωρία επίπεδων κυματογενητριών. (Πηγή: Dean and Dalrymple, 1984)

Κάνοντας χρήση της θεωρίας ιδεατού ρευστού (αστρόβιλη και ασυμπίεστη ροή), μπορεί να πάρει κανείς υπόψη το δυναμικό της ταχύτητας με βάση την εξίσωση Laplace και κατάλληλες οριακές συνθήκες στον πυθμένα (μηδενική ροή κάθετα στο

όριο) και την ελεύθερη επιφάνεια (κινηματική συνθήκη με βάση την κίνηση του εμβόλου ή κουπιού). Με κατάλληλους μετασχηματισμούς και τη χρήση της θεωρίας Stourm-Liouville (2ης τάξης), τελικά προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις για το άνοιγμα S_w της κίνησης για κυματογενήτρια 2ης τάξης σε πλήρη ανάπτυξη:

$$S_{w,piston} = \frac{H \cdot \left(\sinh\left(2kh\right) + 2kh\right)}{2 \cdot \left(\cosh\left(2kh\right) - 1\right)}$$
$$S_{w,flap} = \frac{H \cdot kh\left(\sinh\left(2kh\right) + 2kh\right)}{4 \cdot \sinh\left(kh\right) \cdot \left(\left(kh \cdot \sinh\left(kh\right)\right) - \cosh\left(kh\right) + 1\right)} \quad [156]$$

Σημειώνεται, ότι το εύρος ταλάντωσης της κυματογενήτριας είναι το μισό από το πλήρες άνοιγμα της, $A_w=S_w/2$. Στον κώδικα SPHysics εισάγεται μια επιπρόσθετη συνθήκη για να μην παρατηρείται δευτερεύουσα κορυφή (secondary bump) στο προφίλ του κύματος, ρυθμίζοντας τον όρο διασποράς του κύματος *ka*:

$$ka = \frac{\sinh^3\left(kh\right)}{\cosh\left(kh\right) \cdot \left(2 + \cosh\left(2kh\right)\right)} \Rightarrow a = \frac{H}{2} = \frac{\sinh^3\left(kh\right)}{k \cdot \cosh\left(kh\right) \cdot \left(2 + \cosh\left(2kh\right)\right)} \quad [157]$$

όπου $a=H/2$ είναι το εύρος του κυματισμού (μικρού ύψους), $h=d+\eta$ είναι το τοπικό βάθος του νερού, d είναι το βάθος που αντιστοιχεί στη ΣΗ, η είναι η στιγμιαία μετατόπιση της ελεύθερης επιφάνειας του νερού, και L το μήκος του κύματος που δίνεται από την εξής κλασική σχέση:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \cdot \tanh\left(kd\right) \quad [158]$$

6.2.3. Αριθμητικοί μετρητές καταγραφής

Για την αποτύπωση μέσω κατάλληλης δειγματοληψίας των υδροδυναμικών μεγεθών της ροής και των χαρακτηριστικών του κύματος σε συγκεκριμένες θέσεις στο υπολογιστικό πεδίο, γίνεται χρήση μιας ευρετικής μεθόδου για τη μετατροπή του σωματιδιακού υδροδυναμικού πεδίου τύπου Lagrange σε τύπου Euler. Συγκεκριμένα, η καταγραφή των μετρήσεων για όλα τα υπολογιστικά υδροδυναμικά μεγέθη, που ενδιαφέρουν την παρούσα έρευνα, διεξήχθησαν σε διακριτούς αριθμητικούς μετρητές, οι οποίοι προσομοιώνουν τις θέσεις των πειραματικών μετρητών στην εργασία των SF05. Η οριζόντια απόσταση x_g των μετρητών από τη θέση της κυματογενήτριας, καθώς και το αντίστοιχο βάθος του νερού d εκεί για τη ΣΗ, δίνονται στον Πίν. 3.

Ο συνολικός αριθμός των μετρητών ήταν 24, οι μισοί (12) εκ των οποίων είναι οι βασικά χρησιμοποιούμενοι από τους SF05 για να αποτυπώσουν την κινηματική σε τη ΖΘ. Οι υπόλοιποι χρησιμοποιήθηκαν από τους SF05 μόνο για μετρήσεις της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας η. Παρ' όλα αυτά στην παρούσα εργασία

συνάγονται τιμές όλων των σημαντικών υδροδυναμικών χαρακτηριστικών από τις προσομοιώσεις SPH σε όλους τους μετρητές του υπολογιστικού πεδίου. Εν συντομία, οι μετρητές G1-G6 βρίσκονται στην περιοχή της κυματικής διάδοσης και της επίδρασης της ρήχωσης, οι μετρητές G7-G12 καλύπτουν την περιοχή έναρξης της θραύσης και τη γειτονική περιοχή με τους συνακόλουθους δευτερεύοντες παφλασμούς (splash-ups) όπου εκδηλώνεται η θραύση τύπου ασθενούς κατάδυσης, οι μετρητές G13-G19 σηματοδοτούν τη μέση της ΖΘ, όπου ο θραυόμενος κυματισμός έχει μετατραπεί σε τυρβώδες μέτωπο (προέλαυνον υδραυλικό άλμα), και οι μετρητές G20-G24 έχουν τοποθετηθεί στην ενδότερη ΖΘ. Οι ελάχιστες και οι μέγιστες κατακόρυφες θέσεις μέτρησης στους αριθμητικούς μετρητές είναι σε απόσταση ίση με $\Delta x/2$ από τον πυθμένα και την κορυφή του κύματος αντίστοιχα. Αυτές οι διαστάσεις αφορούν στη θέση του θεωρητικού σωματιδίου (κόμβου) του υπολογιστικού πεδίου και είναι κατά κάποιον τρόπο κοντά στις απαιτήσεις του συστήματος πειραματικής καταγραφής LDA. Περαιτέρω λεπτομερής περιγραφή της πειραματικής εγκατάστασης μπορεί να εντοπισθεί στην εργασία των SF05.

Πίν. 3. Θέση μετρητών (gauges) με οριζόντιες αποστάσεις από την κυματογενήτρια τύπου έμβολο και τοπικά βάθη για τη στάθμη ηρεμίας με βάση το πείραμα των SF05.

Μετρητής	G1	G2	G3	G4	G5	G6
x_g (m)	1.094	2.404	3.404	3.904	4.404	4.904
d (m)	0.340	0.315	0.265	0.240	0.215	0.190
Μετρητής	G7	G8	G9	G10	G11	G12
x_g (m)	5.304	5.540	5.598	5.737	5.887	5.962
d (m)	0.180	0.158	0.155	0.148	0.141	0.137
Μετρητής	G13	G14	G15	G16	G17	G18
x_g (m)	6.037	6.104	6.112	6.187	6.262	6.337
d (m)	0.133	0.123	0.129	0.126	0.122	0.118
Μετρητής	G19	G20	G21	G22	G23	G24
x_g (m)	6.412	6.604	6.796	7.104	7.200	7.604
d (m)	0.114	0.105	0.095	0.080	0.075	0.055

Στην εν λόγω εργασία, οι μετρήσεις με όργανα LDA αποσκοπούσαν στον καθορισμό των επαναληπτικών συνεκτικών τυρβωδών δομών (recurring coherent turbulent structures) επί μιας κατακόρυφης δισδιάστατης διατομής. Δηλαδή τα πειραματικά δεδομένα, προς σύγκριση με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων SPH, αναφέρονται στην εκδήλωση και αποτύπωση μόνο 2D υδροδυναμικών μορφωμάτων και προτύπων ροής. Οι ταχύτητες μετρήθηκαν σημειακά με τέτοιο τρόπο, ώστε η κίνηση των μονοχρωματικών κυματισμών να επιτρέπει την περιοδική, φασική, και δειγματική μεσοστάθμισή τους σε κατακόρυφες χωρικές κατανομές. Αυτό επέτρεψε την

προσέγγιση των συνεκτικών δομών της τυρβώδους ροής και της χρονικής εξέλιξής τους σε πεδία τύπου Euler, μεσοσταθμισμένα για αρκετές κυματικές περιόδους, όπως και στην εργασία των SF05. Παρ' όλα αυτά, οι αστάθειες των τυρβωδών κινήσεων μπορούν να καταστήσουν τις συνεκτικές δομές μεγάλης κλίμακας (στο χώρο) όχι ακριβώς επαναλαμβανόμενες με το πέρασμα κάθε επόμενου κύματος. Για αυτό το λόγο, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος κινούμενου μέσου όρου των Nadaoka et al. (1989) από τους SF05, ώστε να διαχωριστεί οι υπολειμματική τύρβη από το καταγραφόμενο σήμα των πειραματικών μετρήσεων, και στη συνέχεια επιχειρήθηκε δειγματική μεσοστάθμιση της φιλτραρισμένης χρονοσειράς, ώστε να διαχωριστούν οι συνεκτικές δομές της τυρβώδους ροής από τη διατεταγμένη παλινδρομική κίνηση λόγω του κύματος. Αυτή η διαδικασία μετα-επεξεργασίας του υπολογισμένου μέσω SPH αριθμητικού σήματος τέθηκε επίσης σε εφαρμογή στην παρούσα διατριβή. Ως εκ τούτου, τελικά οι μετρούμενες κινηματικές ιδιότητες της ροής χωρίστηκαν σε δύο μέρη. Η πρώτη αφορά στις φασικές συνιστώσες της περιοδικής κίνησης του κύματος, η οποία περιλαμβάνει επίσης συνιστώσες ανώτερης τάξης ή/και τις ανακλάσεις από τα στερεά όρια, σε συνδυασμό με ένα μικρό ποσοστό των επαναλαμβανόμενων συνεκτικών δομών στροβιλότητας μεγάλης κλίμακας, συγκρινόμενης με την κλίμακα της όλης ροής. Το δεύτερο μέρος αφορά σε όλες τις υπόλοιπες συνιστώσες της κίνησης είτε τυχαίες ή τυρβώδεις. Ολόκληρη η διαδικασία με το αντίστοιχο τυπολόγιο παρατίθεται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο της διατριβής, όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων SPH μετά από τη δειγματική μεσοστάθμιση.

Μια ερμηνεία της συσχέτισης των συνιστωσών αυτών επιχειρήθηκε μέσω των διακριτών φασμάτων Fourier των μετρημένων ταχυτήτων, αλλά οι SF05 δηλώνουν στην εργασία τους, ότι δεν ήταν δυνατό να διαχωριστούν απολύτως ξεκάθαρα οι μεσοσταθμισμένες αστρόβιλες συνιστώσες λόγω της κίνησης του κύματος από εκείνες που οφείλονται σε συνεκτικές στροβιλώδεις δομές. Ο αναγνώστης προτρέπεται να συμβουλευτεί την εργασία των Trowbridge και Elgar (2001) σχετικά με τη χρήση ενός συστήματος δίδυμων μετρητικών οργάνων στην εγκάρσια διεύθυνση της διάδοσης του κύματος, το οποίο μπορεί να καταγράψει τις υδροδυναμικές παραμέτρους κατά τέτοιο τρόπο, που να το καθιστά ασφαλές για τη διάκριση των τυρβωδών συνιστωσών, συμπεριλαμβανομένων των συνεκτικών δομών, από τις περιοδικές συνιστώσες λόγω διάδοσης του κύματος.

Σε αυτό το πλαίσιο, ένα βασικό θέμα που προέκυψε ήταν ο υπολογισμός των παραμέτρων της ροής τύπου Euler από μια πλήρως Lagrange-ιανη μέθοδο (SPH). Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με το μοντέλο SPHysics παράγονται σε ακανόνιστη χωρική διάταξη, και συγκεκριμένα με μορφή που ακολουθεί την κατανομή των διάσπαρτων σωματιδίων της ροής τύπου Lagrange. Αυτό παρακωλύει τις άμεσες

συγκρίσεις με πειραματικές μετρήσεις τύπου Euler σε σταθερές θέσεις στο πεδίο. Για να αντιμετωπιστεί αυτή η ασυμφωνία μορφής, μεταξύ των πειραματικών δεδομένων και των αριθμητικών αποτελεσμάτων, μια ευρετική μέθοδος παρεμβολής επινοήθηκε για την μετατροπή του υδροδυναμικού πεδίου τύπου Lagrange σε τύπου Euler. Αυτή η μέθοδος εφαρμόστηκε μόνο σε ορισμένες περιοχές και όχι σε ολόκληρο το υπολογιστικό πεδίο, με τη χρήση π.χ. υποστηρικτικού καννάβου. Η μέθοδος είναι μια απλή χωρική διαδικασία υπολογισμού του μέσου όρου κάθε τυχαίας παραμέτρου της ροής A_n σε ένα σταθερό υπολογιστικό κόμβο, με διακριτοποιημένη ολοκλήρωση στο συμπαγές πεδίο υποστήριξης του δεδομένου σημείου, ως εξής:

$$A_n = \sum_{p=1}^{N} A_p \Big/ N,\ r_p \le \kappa h \qquad [159]$$

όπου p είναι κάθε γειτονικό σωματίδιο μέσα σε μια περιοχή ακτίνας r_p, γύρω από το σταθερό υπολογιστικό κόμβο n, ο οποίος αντιστοιχεί στην ακριβή θέση του αριθμητικού μετρητή τύπου Euler, και N είναι ο συνολικός αριθμός σωματιδίων που ικανοποιούν τη σχέση $r_p \le \kappa h$ με $\kappa \le 2$, δηλ. βρίσκονται εντός του θεωρητικού πεδίου υποστήριξης του σταθερού υπολογιστικού κόμβου n. Στη θέση του αριθμητικού μετρητή, τα σημεία δειγματοληψίας διακριτοποιούνται κατά την κατακόρυφο ανά Δx.

Ωστόσο οι Farahani et al. (2012) υποστήριξαν, ότι η παρεμβολή θα πρέπει να πραγματοποιείται με την προβολή του υδροδυναμικού πεδίου Lagrange σε ένα καρτεσιανό πλέγμα στο φόντο του υπολογιστικού πεδίου, μέσω συνελικτικής ολοκλήρωσης για όλα τα μεγέθη ξεχωριστά. Η συνάρτηση πυρήνα του συνελικτικού ολοκληρώματος θα μπορούσε να είναι ίδια με συνάρτηση στάθμισης $W(\mathbf{r},h)$ της μεθόδου SPH. Έτσι, σε κάθε κόμβο του δικτύου στο υπολογιστικό υπόβαθρο, οι υδροδυναμικές παράμετροι μπορούν να προκύψουν από την ολοκλήρωση των αντίστοιχων τιμών των γύρω σωματιδίων, σε αποστάσεις εντός μιας περιοχής με ακτίνα πολλαπλάσια του μήκους εξομάλυνσης h. Αυτή η μέθοδος απεικόνισης (mapping) των δεδομένων του ρευστού, από τα διάσπαρτα σωματίδια τύπου SPH σε σταθερούς κόμβους ενός πλέγματος στο υπόβαθρο, βασικά χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των κυματογενών ρευμάτων και της μέσης στο βάθος κυκλοφορίας, τη μελέτη των ισο-γραμμικών και ισο-επιφανειακών για διάφορα βαθμωτά μεγέθη σε 2D επίπεδα και καμπύλες επιφάνειες, και τέλος τη δημιουργία διαγραμμάτων με ισόποσες καμπύλες (contour plots) π.χ. για την υπολογιζόμενη πυκνότητα ρ, και επίπεδα εξέλιξης των διανυσματικών πεδίων στο χρόνο, όπως τα πεδία των $\mathbf{u}=(u,w)$ και $\mathbf{P}=(P_x,P_z)$ (Farahani et al., 2012). Το κύριο και πολύ σοβαρό μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η υπερβολική αύξηση του έτσι και αλλιώς μεγάλου υπολογιστικού χρόνου, ακόμη και αν εφαρμόζεται περιοδικά μόνο σε επιλεγμένα και όχι σε όλα τα χρονικά βήματα. Συνεπώς, στην παρούσα διατριβή ενσωματώθηκε η ίδια τεχνική

παρεμβολής, αλλά μόνο στη στήλη των κατακόρυφα διακριτοποιημένων κόμβων *n* που αντιστοιχούν σε αριθμητικούς μετρητές Euler, χρησιμοποιώντας το ακόλουθο συνελικτικό ολοκλήρωμα, το οποίο γράφεται σε διακριτοποιημένη σωματιδιακή μορφή:

$$A_n = \sum_{p=1}^{N} A_p \frac{m_p}{\rho_p} W\left(\left|r_n - r_p\right|, h\right) \qquad [160]$$

Οι διαφορές των τιμών του τελικά προκύπτοντος A_n ανάμεσα στις δύο μεθόδους Εξ. 159 και 160 ήταν λιγότερο από 5%.

6.3. Ανάλυση κλιμάκων τυρβώδους ροής

6.3.1. Βασική κλίμακα τυρβώδους ροής για θραυόμενα κύματα

Πριν τον τελικό καθορισμό των περιπτώσεων δοκιμών για την επικύρωση της μεθόδου SPH, με βάση την πιο κρίσιμη παράμετρο βαθμονόμησης, δηλαδή τη χωρική διακριτοποίηση των σωματιδίων *Δx*, η ενδελεχής ανάλυση των κλιμάκων ροής θα πρέπει να δώσει μια πρώτη προσέγγιση στη δυνατότητα του μοντέλου SPS-SPH να αποδώσει ικανοποιητικά, ως μια προσέγγιση τύπου LES. Σε γενικές γραμμές, κατά την κλασική προσέγγιση Kolmogorov για την ισοτροπική τύρβη, οι κλίμακες μήκους των τυρβωδών κινήσεων, των δινών και των στροβίλων, μπορούν να χωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες. Η πρώτη είναι η ολοκληρωματική (integral) κλίμακα μήκους της τύρβης λ_0, η οποία αντιστοιχεί στο εύρος της ροής που περιέχει την παραγωγή όλης της τυρβώδους ενέργειας. Αυτό το εύρος χαρακτηριστικών μηκών της τυρβώδους ροής σχετίζεται με τις μεγάλες σε διαστάσεις δίνες, οι οποίες εμπεριέχουν ένα μεγάλο μέρος των συνεκτικών στροβιλωδών δομών της ροής και αντιστοιχούν στους μεγαλύτερους κυματάριθμους του ενεργειακού φάσματος της τύρβης (Pope, 2000). Αυτές οι μεγάλες στροβιλώδεις κινήσεις (δίνες) αντλούν την ενέργειά τους από τη μέση ροή και τη διοχετεύουν μεταξύ τους. Έτσι, σε αυτό το εύρος στροβιλωδών κινήσεων της ροής παράγεται η τύρβη, εκδηλώνονται οι μεγάλες διακυμάνσεις της ταχύτητας, και είναι εμφανής η έντονα ανισοτροπική στατιστική φύση τους στο χώρο και το χρόνο. Σύμφωνα με τους Cox et al. (1994), το μήκος ανάμιξης (mixing length) σχετίζεται με τι τυρβώδεις κλίμακες μήκους λ_0 ή αλλιώς με τα χαρακτηριστικά μεγέθη (τυπικές διαστάσεις) των δινών, που μπορούν να καθοριστούν με βάση τους Deigaard et al. (1986), ως εξής:

$$\lambda_0 = \begin{cases} \kappa\left(z - z_0\right) & for \;\; z < z_{cr} = \dfrac{C_\lambda d}{\kappa} + z_0 \\ C_\lambda d & for \;\; z \geq z_{cr} = \dfrac{C_\lambda d}{\kappa} + z_0 \end{cases} \qquad [161]$$

όπου κ είναι η σταθερά του Von Karman ($\kappa \approx 0.4$), z_0 είναι η ανύψωση του πυθμένα (κάτω στερεό όριο της προσομοίωσης), z είναι η κατακόρυφη απόσταση από το κάτω όριο της αριθμητικής δεξαμενής, z_{cr} είναι η κρίσιμη τιμή του z που καθορίζει το κατώφλι του της οριακής στοιβάδας στον πυθμένα, d είναι το τοπικό βάθος του νερού για τη ΣΗ, και C_λ είναι ένας χρονικά αναλλοίωτος εμπειρικός συντελεστής σχετιζόμενος με το χαρακτηριστικό μέγεθος των δινών. Ο τελευταίος μπορεί να οριστεί από πειραματικές μεθόδους ή παρατηρήσεις στο πεδίο, εφόσον ο τύπος ροής υπό εξέταση το επιτρέπει. Για την περίπτωση θραυόμενων κυματισμών με τύπο έντονης υπερχείλισης (intensely spilling) οι Cox et al. (1994) υπολόγισαν καθολικές τιμές του συντελεστή C_λ, ο οποίος είναι 0.04 εκτός της ΖΘ και στην περιοχή έναρξης της θραύσης, 0.12 στη μεταβατική περιοχή στο ενδιάμεσο τμήμα της ΖΘ, και 0.18 στην ενδότερη ΖΘ. Αυτές οι τιμές του C_λ αντιστοιχούν στα σημεία του υπολογιστικού πεδίου, που βρίσκονται στη στήλη του νερού εκτός της οριακής στοιβάδας (boundary layer) στον πυθμένα του καναλιού.

6.3.2. Υπολογισμός χαρακτηριστικών κλιμάκων τυρβώδους ροής

Το άνω όριο των ολοκληρωματικών κλιμάκων μήκους της τύρβης είναι $\Lambda = 6 \cdot \lambda_0$ (Pope, 2000), και περιορίζεται από τη χαρακτηριστική διάσταση (μήκος) της μέσης παράκτιας ροής. Η τιμή του Λ υπολογίστηκε, ότι ποικίλει από 25% έως 100% του τοπικού βάθους d, στις περιοχές πριν ή σε γειτνίαση με το σημείο έναρξης της θραύσης και την ενδότερη ΖΘ αντίστοιχα. Το κατώτερο όριο των ολοκληρωματικών κλιμάκων μήκους της τύρβης είναι $\Lambda_{EI} = \lambda_0/6$ και θέτει το σημείο διαχωρισμού μεταξύ των ανισοτροπικών μεγάλων δινών με κλίμακες μήκους $\lambda > \Lambda_{EI}$ και των ισοτροπικών μικρής κλίμακας δινών $\lambda < \Lambda_{EI}$ (Pope, 2000). Η τιμή του Λ_{EI} βρέθηκε ότι κυμαίνεται από 0.7% έως 3% του τοπικού βάθους d, στις περιοχές πριν από το κοντά στο σημείο θραύσης και την ενδότερη ΖΘ αντίστοιχα. Τα υπολογιζόμενα ποσοστά αναφέρονται στη στήλη του νερού εκτός της οριακής στοιβάδας ($z \geq z_{cr}$), για τις συγκεκριμένες υδραυλικές και γεωμετρικές συνθήκες του πειράματος, που χρησιμοποιήθηκε ως βάση για τις προσομοιώσεις (SF05). Για το επιπυθμένιο οριακό στρώμα, οι ολοκληρωματικές κλίμακες μήκους της τύρβης είναι $\lambda_0 = 2\% \cdot d$ έως $\lambda_0 = 12.3\% \cdot d$ από την αρχική στην ενδότερη ΖΘ, και οι αντίστοιχες τιμές των υπόλοιπων χαρακτηριστικών κλιμάκων είναι $\Lambda = 12\% \cdot d$ έως $\Lambda = 74\% \cdot d$, και $\Lambda_{EI} = 0.3\% \cdot d$ έως $\Lambda_{EI} = 2.1\% \cdot d$ Με βάση την Εξ. 161 και την παραπάνω ανάλυση, υπολογίστηκαν οι τιμές των λ_0, Λ, Λ_{EI}, και z_{cr} σε όλους του διακριτούς μετρητές της αριθμητικής κυματικής δεξαμενής. Στον Πίν. 4 τα σχετικά αποτελέσματα των υπολογισμών παρουσιάζονται μαζί τα τοπικά βάθη d και την κρίσιμη διάσταση z_{cr} της οριακής στοιβάδας, τα οποία λήφθηκαν υπόψη στους υπολογισμούς.

Πίν. 4. Ολοκληρωματικές κλίμακες μήκους της τύρβης λ_0, μαζί με τα άνω και κάτω όρια τους, Λ και Λ_{EI} αντίστοιχα, σε συγκεκριμένες θέσεις μετρητών για τη στήλη του νερού πάνω και κάτω από το κατώφλι της οριακής στοιβάδας z_{cr}.

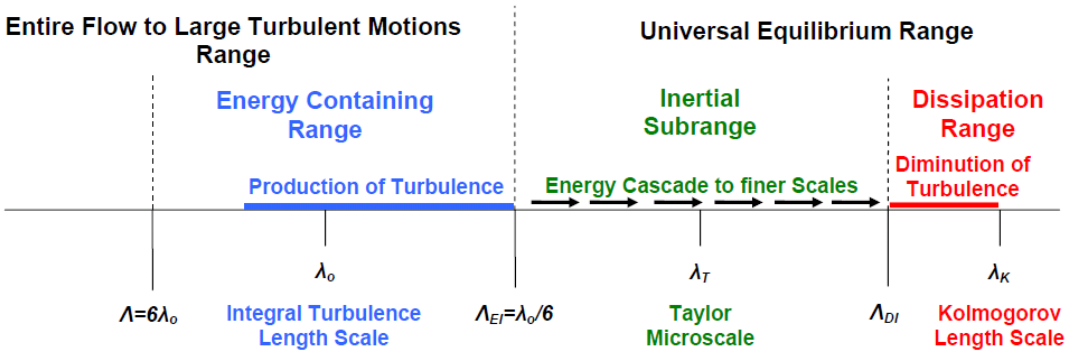
Μετρητής	d (m)	z_{cr} (m)	$z \geq z_{cr}$			$z < z_{cr}$		
			λ_o (m)	Λ (m)	Λ_{EI} (m)	λ_o (m)	Λ (m)	Λ_{EI} (m)
G1	0.3400	0.0340	0.0136	0.0816	0.0023	0.0068	0.0408	0.0011
G2	0.3148	0.0315	0.0126	0.0756	0.0021	0.0063	0.0378	0.0010
G3	0.2648	0.0265	0.0106	0.0636	0.0018	0.0053	0.0318	0.0009
G4	0.2398	0.0240	0.0096	0.0576	0.0016	0.0048	0.0288	0.0008
G5	0.2148	0.0215	0.0086	0.0516	0.0014	0.0043	0.0258	0.0007
G6	0.1898	0.0190	0.0076	0.0456	0.0013	0.0038	0.0228	0.0006
G7	0.1698	0.0170	0.0068	0.0408	0.0011	0.0034	0.0204	0.0006
G8	0.1580	0.0158	**0.0063**	0.0379	**0.0011**	**0.0032**	0.0190	**0.0005**
G9	0.1551	0.0155	0.0062	0.0372	0.0010	0.0031	0.0186	0.0005
G10	0.1482	0.0148	**0.0059**	0.0356	**0.0010**	**0.0030**	0.0178	**0.0005**
G11	0.1407	0.0148	0.0056	0.1013	0.0028	0.0030	0.0178	0.0005
G12	0.1369	0.0141	0.0055	0.0986	0.0027	0.0028	0.0169	0.0005
G13	0.1332	0.0411	0.0160	0.0959	0.0027	0.0082	0.0493	0.0014
G14	0.1298	0.0399	0.0156	0.0935	0.0026	0.0080	0.0479	0.0013
G15	0.1294	0.0389	0.0155	0.0932	0.0026	0.0078	0.0467	0.0013
G16	0.1257	0.0388	0.0151	0.0905	0.0025	0.0078	0.0466	0.0013
G17	0.1219	0.0377	0.0146	0.0878	0.0024	0.0075	0.0452	0.0013
G18	0.1182	0.0366	0.0142	0.0851	0.0024	0.0073	0.0439	0.0012
G19	0.1144	0.0354	0.0137	0.0824	0.0023	0.0071	0.0425	0.0012
G20	0.1048	0.0515	0.0189	0.1132	0.0031	0.0103	0.0618	0.0017
G21	0.0952	0.0472	**0.0171**	0.1028	**0.0029**	**0.0094**	0.0566	**0.0016**
G22	0.0798	0.0428	0.0144	0.0862	0.0024	0.0086	0.0514	0.0014
G23	0.0750	0.0359	**0.0135**	0.0810	**0.0023**	**0.0072**	0.0431	**0.0012**
G24	0.0548	0.0338	0.0099	0.0592	0.0016	0.0068	0.0405	0.0011

Από τον Πίν. 4 είναι εμφανές ότι οι καθοριστικές τιμές των ολοκληρωματικών κλιμάκων λ_0, στις χαρακτηριστικές θέσεις των μετρητών κατά μήκος όλου του υπολογιστικού πεδίου, καλύπτουν ένα εύρος από 5.5 mm έως 1.6 cm εκτός της οριακής στοιβάδας ($z \geq z_{cr}$), και 3 mm έως 1 cm εντός αυτής ($z < z_{cr}$). Για να έχει λογική βάση και να δικαιολογείται η χρήση της προσέγγισης κατά Smagorinsky για το μοντέλο SPS, οι προσομοιώσεις με το μοντέλο SPHyscis πρέπει να έχουν τέτοια χωρική ανάλυση ώστε να καλύπτεται η απαίτηση της ρητής προσομοίωσης και αναπαραγωγής των τυρβωδών κινήσεων με διαστάσεις κοντά στις τιμές των κλιμάκων λ_0 (δηλ. τουλάχιστον $\Delta x \leq \lambda_0$). Η χαρακτηριστική κλίμακα Λ_{EI}, με διάσταση 1~3 mm εκτός της οριακής στοιβάδας και 0.5~2 mm εντός αυτής, προσδιορίζει το όριο διαχωρισμού μεταξύ των ολοκληρωματικών τυρβωδών κλιμάκων λ_0 και των αδρανειακών μικροκλιμάκων Taylor λ_T. Οι τελευταίες είναι η δεύτερη κατηγορία των χαρακτηριστικών κλιμάκων της τυρβώδους ροής, δηλ. οι ενδιάμεσες κλίμακες μεταξύ των μικρότερων και

των μεγαλύτερων (χωρικών) κλιμάκων της τύρβης. Αντιστοιχούν στο αδρανειακό (inertial) υπο-εύρος της τύρβης, όπου η ενέργεια (TKE) καταβιβάζεται σε μικρότερες κλίμακες μήκους, χωρίς απόσβεση. Οι μικροκλίμακες Taylor θεωρούνται συχνά ως αντιπροσωπευτικές του τυρβώδους καθεστώτος καθώς διαμορφώνουν το πεδίο της ενέργειας και της μεταφοράς ορμής από τις αδρές στις πιο λεπτομερείς κλίμακες στο χώρο των κυματάριθμων της τύρβης. Το κάτω όριο των αδρανειακών κλιμάκων λ_T είναι η χαρακτηριστική διάσταση Λ_{DI}, η οποία τις διαχωρίζει από τις πιο μικρές χωρικές κλίμακες στο φάσμα της τύρβης, που αντιπροσωπεύουν το συνεκτικό υπόστρωμα του εύρους της ροής, δηλ. τις κλίμακες μήκους Kolmogorov λ_K. Σε αυτό το εύρος των μικροσκοπικών τυρβωδών κινήσεων, η ενέργεια αποσβένεται λόγω της επίδρασης του κινηματικού ιξώδους, καθώς οι χωρικές κλίμακες αναφοράς είναι πάρα πολύ μικρές και αντιστοιχούν σε πολύ υψηλούς τυρβώδεις κυματάριθμους (ή συχνότητες) στο φάσμα Fourier των τυρβωδών ταχυτήτων. Η τύρβη θεωρείται τοπικά και στατιστικά ισοτροπική και ομοιογενής σε αυτό το εύρος στροβιλωδών κινήσεων. Οι κλίμακες Taylor και Kolmogorov συχνά θεωρούνται και ως διακριτά τμήματα του ενιαίου καθολικού εύρους ισορροπίας (universal equilibrium range), το οποίο περιλαμβάνει τόσο το αδρανειακό υπο-εύρος και το συνεκτικό υπόστρωμα (Pope, 2000). Όλα τα παραπάνω απεικονίζονται σχηματικά στην Εικ. 33.

Στις προσομοιώσεις της παρούσας διατριβής η τύρβη σε όλες τις διακριτές θέσεις μετρητών με χωρικές κλίμακες κάτω από λ_0 ή σε ορισμένες περιπτώσεις κάτω από Λ_{EI} υπολογίστηκε με μια προσέγγιση τύπου Smagorinsky, όπως στις προσομοιώσεις τύπου LES. Έτσι, το μοντέλο SPS-SPH προσομοίωσε ρητά τις συνεκτικές τυρβώδεις δομές και τις δίνες μεγάλης κλίμακας, που αντιστοιχούν στο εύρος της ροής που περιέχει το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας, ενώ υπολόγισε μέσω μοντέλου τις δομές ενδιάμεσων και μικρότερων διαστάσεων που αντιστοιχούν στις αδρανειακές κλίμακες και τις κλίμακες απόσβεσης (Kolmogorov, 1941). Σημειώνεται, ότι υπάρχει ακόμα πολύς δρόμος για την πλήρη εφαρμογή της προσέγγισης LES στα μοντέλα SPH, ώστε π.χ. να καλύπτουν τουλάχιστον το 80% των κλιμάκων ροής, κινούμενα προς και πέραν των μικροκλιμάκων Taylor της ροής. Αυτό είναι ένα πρόβλημα ειδικά για «σειριακούς» (serial) αριθμητικούς κώδικες, όπως ο SPHysics v.2, γιατί προϋποθέτει ότι το μοντέλο πρέπει να είναι 3D ώστε να καλύπτει πλήρως την τυρβώδη φύση της ροής και να έχει χωρική ανάλυση που να καλύπτει την απαίτηση της ρητής προσομοίωσης και αναπαραγωγής των τυρβωδών κινήσεων, με διαστάσεις κοντά στις τιμές των κλιμάκων Λ_{EI} (δηλ. τουλάχιστον $\Delta x \leq \Lambda_{EI}$), τόσο εκτός όσο και εντός της οριακής στοιβάδας. Αυτό συνεπάγεται, ότι το χωρικό βήμα διακριτοποίησης πρέπει θεωρητικά να λαμβάνει τιμές $\Delta x \leq 0.5$ mm, πράγμα που σημαίνει ότι απαιτούνται πολλές δεκάδες εκατομμύρια σωματίδια στο υπολογιστικό πεδίο! Συνεκδοχικά, το χρονικό

βήμα προσομοίωσης θα πρέπει να είναι πάρα πολύ μικρό $\Delta t<<10^{-6}$ sec, και η δειγματοληψία στους μετρητές να είναι πολύ λεπτομερής χρονικά, ώστε να αναφέρεται σε συνεκτικές τυρβώδεις δομές και διαλείποντα συμβάντα τόσο μικρής κλίμακας. Αυτές οι απαιτήσεις είναι ιδιαίτερα επαχθείς υπολογιστικά, και γίνονται σχεδόν απαγορευτικές για την τρέχουσα εκδοχή του χρησιμοποιούμενου κώδικα SPHysics v.2. Η τελική επιλογή της χωρικής ανάλυσης, σε συνδυασμό με την απαίτηση για προσομοιώσεις που να κινούνται χρονικά σε λογικά πλαίσια, παρουσιάζεται ενδελεχώς στα επόμενα.



Εικ. 33. Διάγραμμα των κλιμάκων μήκους της τυρβώδους ροής και των αντίστοιχων μεγεθών των τυρβωδών δινών. Η ροή της ενέργειας μέσω καταβιβασμού κλίμακας απεικονίζεται σχηματικά από αριστερά προς τα δεξιά, δηλ. από την ολοκληρωματική κλίμακα μήκους λ_o (παραγωγής της τύρβης) προς τις μικροκλίμακες Taylor λ_T (αδρανειακό υπο-εύρος της τυρβώδους ροής) και τέλος στις κλίμακες Kolmogorov λ_K (απόσβεση της τύρβης). Επίσης δίνονται τα άνω και κάτω όρια της ολοκληρωματικής κλίμακας, Λ και Λ_{EI} αντίστοιχα, καθώς καθορίζουν τις αποδεκτές τιμές χωρικής διακριτοποίησης Δx για προσέγγιση LES στη μέθοδο SPH.

6.4. Περιπτώσεις βαθμονόμησης μοντέλου SPHysics

6.4.1. Βασικά χαρακτηριστικά βαθμονόμησης

Στα πρώτα στάδια της ερευνητικής προσπάθειας, που οδήγησε στην παρούσα διατριβή, επιχειρήθηκε η βαθμονόμηση διαφόρων χαρακτηριστικών μεγεθών που επηρεάζουν την υπολογιστική διαδικασία των προσομοιώσεων, με βάση τις αρχικές εκδοχές του μοντέλου SPHysics v.1.4. Τα διάφορα χαρακτηριστικά βαθμονόμησης, η ρύθμιση των τιμών και της χρήσης των διαφόρων προσεγγίσεων, π.χ. για την αντιμετώπιση της συνεκτικότητας στο πεδίο, παρουσιάζονται στον Πίν. 5, μαζί με τα αντίστοιχα σύμβολα των σειρών των υπολογιστικών πειραμάτων ελέγχου (a, b, ..., x).

Πίν. 5. Περιγραφή των σειρών ελέγχου με βάση τα βαθμονομούμενα χαρακτηριστικά των προσομοιώσεων.

Σειρά Ελέγχου	Περιγραφή χαρακτηριστικού βαθμονόμησης
a	Προεπιλογή στοιχείων SPHysics v.1.4 με μοντέλο SPS
b	Μήκος εξομάλυνσης *h*
c	Επιλογή διαφόρων συναρτήσεων πυρήνα
d	Επιλογή διαφόρων αριθμητικών σχημάτων
e	Συντελεστής τεχνητής συνεκτικότητας *α*
f	Επιλογή διαφόρων οριακών συνθηκών
g	Συντελεστής *B* για τη ρύθμιση της τεχνητής συμπιεστότητας
h	Θεώρηση στρωτής ροής (σβήσιμο μοντέλου συνεκτικότητας)
i	Συνδυασμένη επιλογή συνάρτησης πυρήνα και αριθμητικού σχήματος
j	Συνδυασμένη ρύθμιση μήκους εξομάλυνσης *h* με επιλογή συνάρτησης πυρήνα και αριθμητικού σχήματος
k	Συντελεστής Smagorinsky C_s για μοντέλο SPS
x	Βήμα χωρικής διακριτοποίησης Δx

Οι τιμές των βαθμονομημένων παραμέτρων για κάθε περίπτωση δοκιμαστικού ελέγχου, που χρησιμοποιήθηκε στην αρχή της ερευνητικής προσπάθειας με βάση τον κώδικα SPHysics v.1.4 παρουσιάζονται στον Πίν. 6. Η περίπτωση a αντιστοιχεί στη βασική βαθμονόμηση προεπιλογής του κώδικα, από την οποία αποκλίνουν όλες οι υπόλοιπες περιπτώσεις με μεταβολή μεμονωμένων ή συνδυασμένων παραμέτρων. Μια βασική παράμετρος για την ακρίβεια των προσομοιώσεων φάνηκε, ότι είναι το μήκος εξομάλυνσης $h=c_f\cdot(\Delta x^2+\Delta z^2)^{1/2}$ (για 2D), όπου c_f είναι ένας συντελεστής ρύθμισης της βαθμονόμησης. Οι Δx και Δz είναι η οριζόντια και η κατακόρυφη αρχική χωρική διακριτοποίηση αντίστοιχα. Συνήθως επιλέγεται $\Delta x=\Delta z$, οπότε προκύπτει ότι το μήκος εξομάλυνσης παίρνει τιμές από τον τύπο $h\approx 1.414\cdot c_f\Delta x$. Στη βιβλιογραφία και στην κοινή πρακτική των προσομοιώσεων SPH συναντώνται τιμές με εύρος $h\approx 1.3\sim 2.86\cdot\Delta x$. Σημειώνεται, ότι για κάθε ξεχωριστή προσομοίωση πάντα υπάρχει μια βέλτιστη τιμή για το συντελεστή c_f, με βάση τις απαιτήσεις ακρίβειας των αποτελεσμάτων, ανάλογα κυρίως με το μέγεθος της εγγενούς αριθμητικής αστάθειας και των εγγενών αριθμητικών δομών απόσβεσης στην προσομοίωση. Επίσης, όσο μικρότερος ο c_f τόσο λιγότερα σωματίδια συμμετέχουν στη συνελικτική ολοκλήρωση, με αποτέλεσμα η εξομάλυνση των τιμών στο πεδίο να είναι ελλιπής. Αντιθέτως, όσο μεγαλύτερος είναι ο c_f, άρα και ο αριθμός των σωματιδίων στο πεδίο υποστήριξης, τόσο πιο αφύσικα ισχυρή γίνεται η εξομάλυνση (ισοπεδωτική παρεμβολή) των τιμών στο πεδίο, με αποτέλεσμα να παρατηρείται έντονη αριθμητική απόσβεση στο πεδίο. Η σειρά δοκιμών διαφόρων τιμών του μήκους εξομάλυνσης είναι η b (Πίν. 5) και οι αναλυτικές τιμές των περιπτώσεων ελέγχου παρουσιάζονται στον Πίν. 6 (c_f=0.92~2.02

και $\Delta x/h$=0.7686~0.3501). Επιπρόσθετα, επιχειρήθηκε μεταβολή των τύπων του πυρήνα και του αριθμητικού αλγορίθμου επίλυσης (σειρά δοκιμών c και d αντίστοιχα), έτσι ώστε να εντοπιστεί η επιρροή τους στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Αναφορικά με την αντιμετώπιση της συνεκτικότητας, έγινε προσπάθεια βαθμονόμησης της προσέγγισης τεχνητού ιξώδους (σειρά ελέγχου e), με τις τιμές του συντελεστή αριθμητικής συνεκτικότητας κατά Monaghan α να παρέχονται στον Πίν. 6. Σε όλες τις υπόλοιπες προσομοιώσεις χρησιμοποιείται η προσέγγιση SPS κατά Smagorinsky, με συντελεστή C_s=0.12, εκτός από την περίπτωση ελέγχου h, όπου δε χρησιμοποιείται μοντέλο για τις συνεκτικές τάσεις (στρωτή ροή) και τη σειρά ελέγχων k όπου ο συντελεστής παίρνει τιμές C_s=0.12~0.20 (Πίν. 6). Συν τοις άλλοις, η επίδραση της προσέγγισης τεχνητής συντελεστής συμπιεστότητας στα αποτελέσματα των προσομοιώσεων εξετάστηκε, ρυθμίζοντας την τιμή του συντελεστή τεχνητής συμπιεστότητας c_B=10~40 (δοκιμές της σειράς g). Όσο μεγαλύτερος είναι αυτός, τόσο πιο κοντά βρίσκεται η προσομοίωση στις πραγματικές συνθήκες του φυσικού προβλήματος, προκαλώντας όμως αφύσικες διακυμάνσεις στο πεδίο των πιέσεων. Με τις σειρές δοκιμών i και j έγινε απόπειρα συνδυασμού των παραπάνω προσπαθειών βαθμονόμησης, π.χ. η συνδυασμένη επιλογή συνάρτησης πυρήνα και αριθμητικού σχήματος, και ο συνδυασμός της ρύθμισης του μήκους εξομάλυνσης με αντίστοιχη επιλογή συνάρτησης πυρήνα και αριθμητικού σχήματος. Δοκιμές με τις αρχικές προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν επίσης και με λεπτότερα χωρικά βήματα, Δx=Δz=0.01 m (σειρά δοκιμών x). Συνολικά, χρησιμοποιήθηκαν απωστικές οριακές συνθήκες σε όλες τις προσομοιώσεις, με έκκεντρη παράθεση των οριακών σωματιδίων, εκτός από την περίπτωση της δοκιμής f, όπου εφαρμόστηκαν δυναμικές οριακές συνθήκες (βλ. §3.5).

Πίν. 6. Διακριτές περιπτώσεις ελέγχου: βαθμονομημένα χαρακτηριστικά και επιλογές παραμέτρων για τις αρχικές προσομοιώσεις με το SPHysics v.1.4.

A/A	c_f	h (m)	Δx (m)	$\Delta x/h$	*Πυρήνας-Σχήμα*	*Συνεκτικότητα*
a	0.92	0.0260	0.02	0.7686	Quadratic-PC	SPS, C_s=0.12
b1	1.08	0.0305	»	0.6547	»	»
b2	0.82	0.0232	»	0.8623	»	»
b3	1.02	0.0288	»	0.6932	»	»
b4	0.72	0.0204	»	0.9821	»	»
b5	1.12	0.0317	»	0.6313	»	»
b6	0.62	0.0175	»	1.1405	»	»
b7	1.22	0.0345	»	0.5796	»	»
b8	0.52	0.0147	»	1.3598	»	»
b9	1.32	0.0373	»	0.5357	»	»
b10	1.42	0.0402	»	0.4980	»	»

Πίν. 6. Διακριτές περιπτώσεις ελέγχου: βαθμονομημένα χαρακτηριστικά και επιλογές παραμέτρων για τις αρχικές προσομοιώσεις με το SPHysics v.1.4.

A/A	c_f	h (m)	Δx (m)	$\Delta x/h$	*Πυρήνας-Σχήμα*	*Συνεκτικότητα*
b11	1.52	0.0430	»	0.4652	»	»
b12	2.02	0.0571	0.02	0.3501	»	»
c1	1.08	0.0305	»	0.6547	Cubic-PC	»
c2	»	»	»	»	Gaussian-PC	»
c3	»	»	»	»	Wendland-PC	»
d	»	»	»	»	Quadratic-Verlet	»
e1	»	»	»	»	Quadratic-PC	*AC,* α=0.05
e2	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.04
e3	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.07
e4	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.03
e5	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.08
e6	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.02
e7	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.09
e8	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.06
e9	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.01
e10	»	»	»	»	»	*AC,* α=0.10
h	1.08	0.0305	»	»	»	Στρωτή Ροή
i	»	»	»	»	Wendland-Verlet	SPS, C_s=0.12
j1	1.12	0.0317	»	0.6313	Cubic-Verlet	»
j2	1.22	0.0345	»	0.5796	»	»
j3	1.32	0.0373	»	0.5357	»	»
j4	1.12	0.0317	»	0.6313	Wendland-Verlet	»
j5	1.22	0.0345	»	0.5796	»	»
j6	1.32	0.0373	»	0.5357	»	»
k1	1.08	0.0305	»	0.6547	Quadratic-PC	»
k2	»	»	»	»	»	SPS, C_s=0.14
k3	»	»	»	»	»	SPS, C_s=0.16
k4	»	»	»	»	»	SPS, C_s=0.18
k5	»	»	»	»	»	SPS, C_s=0.20
x	1.08	0.0153	0.01	0.6536	»	SPS, C_s=0.12
f	Ίδια περίπτωση με b, αλλά με Δυναμικές Οριακές Συνθήκες					
g1	Ίδια περίπτωση με b, αλλά με συντελεστή c_B=30					
g2	Ίδια περίπτωση με b, αλλά με συντελεστή c_B=40					
g3	Ίδια περίπτωση με b, αλλά με συντελεστή c_B=20					
g4	Ίδια περίπτωση με b, αλλά με συντελεστή c_B=10					

Τα αποτελέσματα των παραπάνω προσομοιώσεων έγιναν για να καθοριστεί η βέλτιστη τιμή εφαρμογής ορισμένων υπολογιστικών και η σημαντικότητα της κάθε παραμέτρου της υπολογιστικής προσομοίωσης με τον κώδικα SPHysics, όμως αφορά, λίγο ως πολύ, την εφαρμογή οποιουδήποτε μοντέλου SPH σε ζητήματα προέλασης και

θραύσης κυματισμών. Σημειώνεται, ότι η παραπάνω εργασία έλαβε χώρα στο πρώτο μισό της ερευνητικής προσπάθειας, που οδήγησε στην παρούσα διατριβή, όταν δεν υπήρχε ακόμα η τελευταία επικαιροποιημένη εκδοχή του κώδικα SPHysics v.2.2. Η γραφική απεικόνιση των πρώτων αποτελεσμάτων σε διαγράμματα παρατίθεται στο Παράρτημα. Τα σημαντικότερα ευρήματα ήταν, ότι η μέθοδος μοντελοποίησης των συνεκτικών τάσεων SPS υπερτερεί όλων των άλλων θεωρήσεων (στρωτής ροής και τεχνητού ιξώδους) για τη ρύθμιση της συνεκτικότητας στο πεδίο (Makris et al., 2009). Προέκυψαν επίσης βέλτιστες τιμές για το συντελεστή Smagorinsky C_s, το μήκος εξομάλυνσης h και το συντελεστή ρύθμισης της τεχνητής συμπιεστότητας c_B (Makris et al., 2010b). Τέλος, όπως ήταν και αναμενόμενο, φάνηκε ξεκάθαρα ότι η σημαντικότερη παράμετρος καθορισμού της ακρίβειας των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων ήταν η χωρική ανάλυση του σωματιδιακού πεδίου. Με την εκδοχή του κώδικα SPHysics v.2.2 έγιναν οι οριστικές προσομοιώσεις της παρούσας διδακτορικής έρευνας, με βάση τις βέλτιστες προαναφερθείσες τιμές των διαφόρων παραμέτρων, ρυθμίζοντας μόνο το βήμα χωρικής διακριτοποίησης Δx. Οι περιπτώσεις για τα σημαντικότερες προσομοιώσεις παρατίθενται στη συνέχεια, και τα αντίστοιχα αποτελέσματα δίνονται στα κεφάλαια 7-8.

6.4.2. Οριστικές περιπτώσεις ελέγχου

Στην εργασία των SF05, οι συγγραφείς επέμειναν στην περιγραφή των κινηματικών ιδιοτήτων του κύματος και των δυναμικών χαρακτηριστικών των τυρβωδών κινήσεων, δηλ. τη χρονική εξέλιξη τους αποτυπωμένη σε 2D (κατακόρυφες κατανομές στη στήλη του νερού). Ακολουθώντας την πρακτική τους, στην παρούσα διατριβή, η έρευνα των δυναμικών χαρακτηριστικών της τυρβώδους ροής εστίασε στην περιοχή έναρξης της θραύσης (incipient wave breaking region), συγκεκριμένα στους μετρητές G8 και G10, και στην ενδότερη περιοχή της ΖΘ (inner surf zone), με καταγραφές στους μετρητές G21 και G23. Η πρώτη περιοχή παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, λόγω της εμφάνισης έντονης διάτμησης και τοπολογικά παραγόμενης τύρβης εκεί, και η δεύτερη λόγω της πλήρους ανάπτυξης και προέλασης του μετώπου του θραυόμενου κύματος.

Σύμφωνα με τον Πίν. 4, οι τιμές των ολοκληρωματικών κλιμάκων μήκους της τύρβης λ_0 κυμαίνονται από 5.92 έως 6.32 mm στην περιοχή έναρξης της θραύσης και από 1.35 έως 1.71 cm στην ενδότερη ΖΘ, για την περίπτωση της στήλης του νερού εκτός της οριακής στοιβάδας ($z \geq z_{cr}$). Εντός του οριακού στρώματος επί του πυθμένα ($z < z_{cr}$), η μέση στο βάθος τιμή του λ_0 είναι περίπου 3 mm στην αρχική ΖΘ και από 9.4 mm έως 7 mm στην ενδότερη ΖΘ. Αυτές οι τιμές θεωρήθηκε ότι είναι κρίσιμες για το σχεδιασμό των δοκιμών ελέγχου της βαθμονόμησης. Η χωρική (σωματιδιακή) ανάλυση Δx θα

πρέπει να πάρει τιμές μικρότερες από τις αναλυτικά υπολογισμένες τιμές του λ_0 σε όλη την έκταση του υπολογιστικού πεδίου, έτσι ώστε να κατασταθεί αποτελεσματικό το μοντέλο SPS για το κλείσιμο της τύρβης παντού στο πεδίο. Συνεπώς, η ελάχιστη θεωρητική απαίτηση για μια ικανή προσομοίωση SPS-SPH του συγκεκριμένου προβλήματος, στους υπό εξέταση μετρητές, είναι $\Delta x \leq 5.5$ mm για τη στήλη του νερού εκτός οριακής στοιβάδας και $\Delta x \leq \sim 3$ mm για την περιοχή κοντά στον πυθμένα εντός της οριακής στοιβάδας της ροής. Με μια προσεκτική ματιά στην κατανομή των κλιμάκων διαχωρισμού Λ_{EI} των ολοκληρωματικών κλιμάκων μήκους της τύρβης λ_o από τις μικροκλίμακες Taylor λ_T (Πίν. 4), σε όλους τους μετρητές του πεδίου, φαίνεται ότι η ελάχιστη τιμή της Λ_{EI} για $z \geq z_{cr}$ είναι 1 mm και εντοπίζεται στην περιοχή έναρξης της θραύσης. Σε βάθη εντός της οριακής στοιβάδας ($z < z_{cr}$) και στην ίδια περιοχή μέχρι και την ενδιάμεση ΖΘ, η ελάχιστη τιμή της Λ_{EI} είναι το μισό της προηγούμενης, δηλ. περίπου 0.5 mm. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα και την υπολογιστική διάταξη, το κάτω όριο της χωρικής διακριτοποίησης Δx στις προσομοιώσεις με το μοντέλο SPHysics εντός λογικών χρονικών πλαισίων, είναι της τάξης των 3 mm. Για πιο λεπτομερή χωρική ανάλυση, οι υπολογιστικοί χρόνοι προσομοίωσης γίνονται υπερβολικά μεγάλοι.

Πίν. 7. Περιπτώσεις προσομοίωσης με βάση τη χωρική ανάλυση Δx.

Περίπτωση Ελέγχου	Δx (m)	$\Delta x/h$	Περίπτωση Ελέγχου	Δx (m)	$\Delta x/h$
1	0.02	0.77	8	0.006	0.77
2	0.02	0.58	9	0.00592	0.77
3	0.015	0.77	10	0.005	0.77
4	0.01	0.77	11	0.004	0.77
5	0.01	0.58	12	0.003	0.77
6	0.00632	0.77	13	0.002	0.77
7	0.0061	0.77	14	0.001	0.77

Στον Πίν. 7 παρουσιάζονται οι περιπτώσεις ελέγχου που χρησιμοποιήθηκαν τελικά, με βάση το βήμα χωρικής διακριτοποίησης Δx. Οι περιπτώσεις ελέγχου 1 έως 5 αφορούν τόσο σε 2D όσο και σε 3D προσομοιώσεις. Όλες οι υπόλοιπες περιπτώσεις (6-14) αντιστοιχούν μόνο σε 2D προσομοιώσεις SPH, λόγω των ακραίων υπολογιστικών απαιτήσεων, που θα είχαν οι 3D προσομοιώσεις με αντίστοιχη χωρική ανάλυση. Για να γίνει κατανοητό, μια 2D προσομοίωση SPH με χωρική διακριτοποίηση Δx ίση με την ελάχιστη τιμής της κλίμακας Λ_{EI}=1 mm στη στήλη του νερού ($z \geq z_{cr}$), απαιτεί ένα υπολογιστικό πεδίο με περίπου $1.8 \cdot 10^6$ σωματίδια! Τα 1.5~2 εκατομμύρια σωματίδια είναι ένας σχεδόν απαγορευτικός αριθμός για σειριακούς κώδικες σε συνδυασμό με την τρέχουσα υπολογιστική δύναμη των σύγχρονων υπολογιστικών

μονάδων και επεξεργαστών, με την έννοια ότι απαιτείται υπολογιστικός χρόνος κοντά στο μισό έτος (πρακτικά 6 ανθρωπομήνες)!

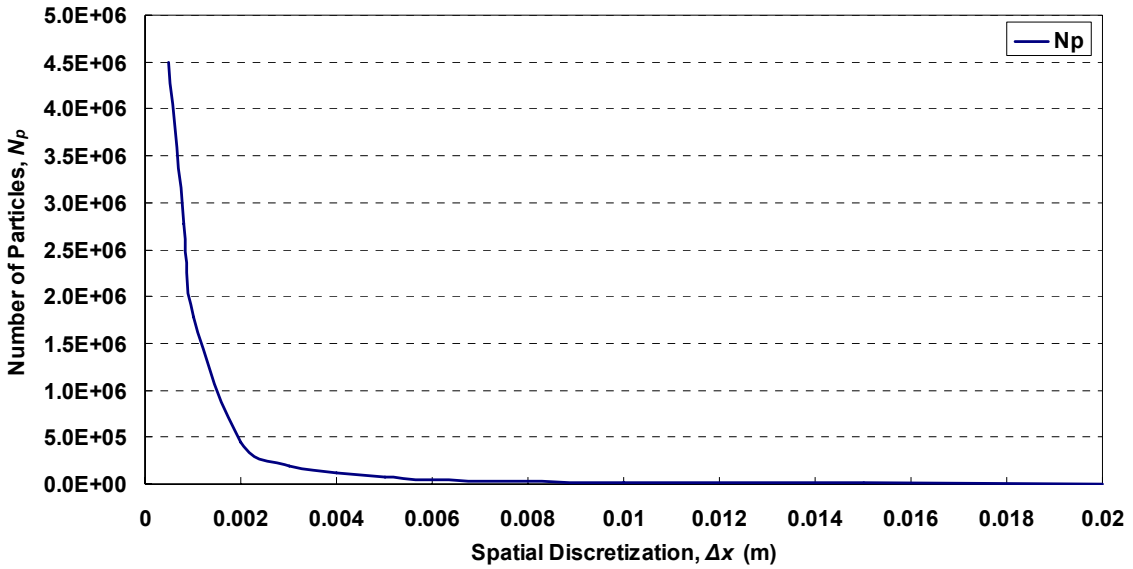
Αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων, βασισμένα σε προοδευτικά εκλεπτυσμένη χωρική διακριτοποίηση, χρησιμοποιήθηκαν σε ανάλυση ευαισθησίας και σύγκλισης της απόδοσης του μοντέλου SPHysics με τα πειραματικά δεδομένα, που παρουσιάζεται στο κεφάλαιο 7 (Αποτελέσματα – Συγκρίσεις με πειραματικά δεδομένα). Αυτό επιτεύχθηκε μέσω συγκρίσεων των κατανομών του ύψους κύματος και της μέσης κυματογενούς σε ολόκληρο το υπολογιστικό πεδίο (όχι μόνο στη ΖΘ). Ο αδιάστατος λόγος εξομάλυνσης $\Delta x/h$ λήφθηκε υπόψη για τις περιπτώσεις ελέγχου με αδρομερή διακριτοποίηση, αφού μπορεί να εμφανίσει βέλτιστες τιμές. Αφ' ενός, όσο υψηλότερη ήταν η τιμή της παραμέτρου $\Delta x/h$ (μικρό μήκος εξομάλυνσης h σε σύγκριση με τη σωματιδιακή διακριτοποίηση Δx), τόσο μεγαλύτερες αστάθειες εμφανίζονταν στο πεδίο ροής και τα αριθμητικά πλεονεκτήματα από τη χρήση της συζευγμένης μεθόδου SPS-SPH αποδυναμώνονταν. Αφ' ετέρου, οι χαμηλές τιμές του $\Delta x/h$ μπορεί να οδηγήσουν σε υπερβολική εξομάλυνση των ιδιοτήτων ροής και να προκαλέσουν την εμφάνιση αφύσικων αποσβεστικών δομών στην προσομοίωση SPH. Συνεκδοχικά, ο λόγος $\Delta x/h$ ορίστηκε μέσω του παράγοντα ρύθμισης c_f, ο οποίος έλαβε τιμές από 0.92 έως 1.22. Η ελάχιστη τιμή του είναι μια κλασική, ευρέως χρησιμοποιούμενη σε προηγούμενες αντίστοιχες μελέτες με το μοντέλο SPHysics, ενώ η μέγιστη τιμή αντιστοιχεί σε μια βέλτιστη τιμή (Makris et al., 2010b· 2011· 2012).

Οι περιπτώσεις ελέγχου 1-2 και 4-5 (Πίν. 7) είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτού. Η περίπτωση ελέγχου 3 αντιστοιχεί σε μια τυπική τιμή των ολοκληρωματικών κλιμάκων μήκους της τύρβης λ_0 για την ενδότερη ΖΘ, ενώ οι περιπτώσεις ελέγχου 6-10 καλύπτουν τις απαιτήσεις σχετικά με τις τιμές του λ_0, για τις περιοχές με έντονη διάτμηση, όπως γύρω από το σημείο έναρξης της θραύσης και τη ζώνη όπου λαμβάνει χώρα ο μετασχηματισμός του θραυόμενου κύματος ασθενούς κατάδυσης σε κινούμενο υδραυλικό άλμα. Οι περιπτώσεις ελέγχου 11-12 (Πίν. 7) είναι προσπάθειες να προσεγγιστεί το κατώτατο όριο του εύρους παραγωγής της τύρβης $\lambda_o \approx 3$ mm για την οριακή στοιβάδα κοντά στον πυθμένα ($z<z_{cr}$), στην περιοχή με την πιο έντονη διάτμηση, δηλ. την αρχική ΖΘ (7η στήλη του Πίν. 4). Με αυτήν την επιλογή, στόχος ήταν η ευλογοφανής αναπαραγωγή των διεργασιών που σχετίζονται με τη διάτμηση για τις ανεπίλυτες κλίμακες SPS και η ρητή προσομοίωση από το μοντέλο SPH των μεγάλων σε διαστάσεις στροβιλωδών μορφωμάτων, με μεγέθη μεγαλύτερα από Δx=3 mm. Τέλος επιχειρήθηκε και η ιδιαίτερα επαχθής υπολογιστικά περίπτωση, το χωρικό βήμα Δx να προσεγγίσει τις τιμές της Λ_{El} στη στήλη του νερού ($z \geq z_{cr}$) κατά μήκος όλου του υπολογιστικού πεδίου, δηλ. 3 mm > Λ_{El} ≥ 1 mm (6η στήλη του Πίν. 4). Οι περιπτώσεις 13 και 14 κινούνται σε αυτά τα πλαίσια, και σκοπός τους είναι η πλήρης αναπαραγωγή

των μεγάλων στροβιλωδών κινήσεων (δινών) και των συνεκτικών τυρβωδών δομών, που περιορίζονται από το ακριβές όριο της ισοτροπικής τύρβης κατά Taylor. Σημειώνεται, ότι η απαίτηση κάλυψης του κάτω ορίου Λ_{EI} των ολοκληρωματικών κλιμάκων μήκους της τύρβης λ_0, από την επιλεγόμενη χωρική διακριτοποίηση $\Delta x \leq 1$ mm, στο οριακό στρώμα του πυθμένα, απαντάται με σχετικά ικανοποιητικό τρόπο και για τις περιπτώσεις των περιοχών προέλασης του κύματος πριν τη θραύση και την ενδιάμεση και ενδότερη ΖΘ για τις περιπτώσεις ελέγχου 13 και 14. Μόνο η περιοχή της οριακής στοιβάδας στο σημείο έναρξης της θραύσης (μετρητές G3-G12, στην τελευταία στήλη του Πίν. 4) με την πολύ έντονη διάτμηση δεν καλύπτεται από καμία περίπτωση βαθμονόμησης του Δx. Όμως σε γενικές γραμμές η χωρική διακριτοποίηση, που προτείνεται στην παρούσα διατριβή για τα 2D υπολογιστικά πεδία ενός «σειριακού» κώδικα αριθμητικής προσομοίωσης, κρίνεται πολύ ικανοποιητική και ιδιαίτερα λεπτομερής σε σχέση με την ως τώρα κοινή πρακτική στην έρευνα της θραύσης παράκτιων κυματισμών. Συνεπώς οι προσομοιώσεις, σε τέτοια χωρική κλίμακα, θεωρητικά φαίνονται ικανές να αναπαράγουν τα κυματικά χαρακτηριστικά στη ΖΘ και να αποτυπώσουν τα κυματογενή τυρβώδη φαινόμενα με συνεκτική δομή ή διαλείποντα χαρακτήρα.

6.4.3. Πρόσθετα στοιχεία των προσομοιώσεων

Ο αριθμός των σωματιδίων στις 2D προσομοιώσεις, που παρουσιάζονται στην παρούσα διατριβή, φτάνει τα $80 \cdot 10^3$ μέχρι την περίπτωση ελέγχου 10, ενώ κοντεύει τα $200 \cdot 10^3$ για τις περιπτώσεις 11-12, και εν τέλει πλησιάζει τα $450 \cdot 10^3$ για την 13 και $1.78 \cdot 10^6$ (1.78M) για την περίπτωση ελέγχου 14. Στην Εικ. 34 φαίνεται η αντιστοιχία του βήματος χωρικής διακριτοποίησης με το συνολικό πλήθος των σωματιδίων σε όλο το υπολογιστικό πεδίο, για τις 2D προσομοιώσεις με το μοντέλο SPHysiccs v.2.2. Η αύξηση του αριθμού των σωματιδίων είναι εκθετική, και το πλήθος τους ξεπερνάει κατά πολύ το εκατομμύριο και προσεγγίζει τα 5 εκατομμύρια ($5 \cdot 10^6$ ή 5M) σωματίδια, όσο πλησιάζει κανείς σε χωρική ανάλυση, που αγγίζει τις κλίμακες Λ_{EI} για την οριακή στοιβάδα, δηλ. τάξη μεγέθους $O(\Delta x)=10^{-4}$ mm. Αυτή η χωρική ανάλυση του υπολογιστικού πεδίου είναι σχεδόν απαγορευτική ακόμα και για τις σημερινές δυνατότητες (ακαδημαϊκό έτος 2013-2014) των επεξεργαστικών μονάδων, για σειριακούς (ίσως ακόμα και για παράλληλους) κώδικες. Στις 3D προσομοιώσεις ο αριθμός των σωματιδίων ξεπερνάει ελαφρά τα $550 \cdot 10^3$ (0.55M).



Εικ. 34. Εξέλιξη του πλήθους των σωματιδίων N_p σε σχέση με τη χωρική διακριτοποίηση Δx, για τις προσομοιώσεις με το μοντέλο SPHysics v.2.2.

Πίν. 8. Αριθμός σωματιδίων εντός της οριακής στοιβάδας ($z<z_{cr}$), σε κάθε μετρητή (G1-G24) ανάλογα με τη χωρική ανάλυση (2D προσομοιώσεις).

Δx (m)	0.02	0.015	0.01	0.006	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001
G1	2	2	3	6	7	9	11	17	34
G2	2	2	3	5	6	8	10	16	31
G3	1	2	3	4	5	7	9	13	26
G4	1	2	2	4	5	6	8	12	24
G5	1	1	2	4	4	5	7	11	21
G6	1	1	2	3	4	5	6	9	19
G7	1	1	2	3	3	4	6	8	17
G8	**1**	**1**	**2**	**3**	**3**	**4**	**5**	**8**	**16**
G9	1	1	2	3	3	4	5	8	16
G10	**1**	**1**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**7**	**15**
G11	1	1	1	2	3	4	5	7	15
G12	1	1	1	2	3	4	5	7	14
G13	2	3	4	7	8	10	14	21	41
G14	2	3	4	7	8	10	13	20	40
G15	2	3	4	6	8	10	13	19	39
G16	2	3	4	6	8	10	13	19	39
G17	2	3	4	6	8	9	13	19	38
G18	2	2	4	6	7	9	12	18	37
G19	2	2	4	6	7	9	12	18	35
G20	3	3	5	9	10	13	17	26	51
G21	**2**	**3**	**5**	**8**	**9**	**12**	**16**	**24**	**47**
G22	2	3	4	7	9	11	14	21	43
G23	**2**	**2**	**4**	**6**	**7**	**9**	**12**	**18**	**36**
G24	2	2	3	6	7	8	11	17	34

Ο αριθμός των σωματιδίων για τις 2D προσομοιώσεις, που αντιστοιχούν (ή καλύτερα χωράνε) κατά την κατακόρυφη διεύθυνση στην οριακή στοιβάδα ($z<z_{cr}$) και στη στήλη του νερού εκτός του οριακού στρώματος ($z\geq z_{cr}$), δίνονται στους Πίν. 8 και Πίν. 9 αντίστοιχα, για όλους τους μετρητές του υπολογιστικού πεδίου. Παρατηρείται, ότι για τις προσομοιώσεις με αδρομερή χωρική ανάλυση $\Delta x>6$ mm, το πλήθος των σωματιδίων είναι ανεπαρκές για να περιγράψει το υδροδυναμικό πεδίο και ειδικά τις στροβιλώδεις δομές, ακόμα και για τη στήλη του νερού με $z\geq z_{cr}$. Ιδιαίτερα για την περιοχή της ενδότερης ΖΘ (G21-G24), το οριακό στρώμα στον πυθμένα είναι συγκρίσιμο με το συνολικό τοπικό βάθος, και γενικά μεγαλύτερο σε πλάτος από την υπόλοιπη στήλη του νερού μέχρι τη ΣΗ. Εκεί κρίνεται απαραίτητη η χρήση προσομοιώσεων με λεπτομερή χωρική ανάλυση, όπως και στην περιοχή έναρξης της θραύσης, όπου η οριακή στοιβάδα είναι πολύ λεπτή σε πάχος, παρ' όλα αυτά απαιτεί την ύπαρξη τουλάχιστον δέκα σωματιδίων [$N_p(z<z_{cr})\geq 10$] κατά την κατακόρυφη διεύθυνση z.

Πίν. 9. Αριθμός σωματιδίων στη στήλη του νερού εκτός της οριακής στοιβάδας ($z\geq z_{cr}$), σε κάθε μετρητή (G1-G24) ανάλογα με τη χωρική ανάλυση (2D προσομοιώσεις).

Δx (m)	0.02	0.015	0.01	0.006	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001
G1	15	20	31	51	61	77	102	153	306
G2	14	19	28	47	57	71	94	142	283
G3	12	16	24	40	48	60	79	119	238
G4	11	14	22	36	43	54	72	108	216
G5	10	13	19	32	39	48	64	97	193
G6	9	11	17	28	34	43	57	85	171
G7	8	10	15	25	31	38	51	76	153
G8	**7**	**9**	**14**	**24**	**28**	**36**	**47**	**71**	**142**
G9	7	9	14	23	28	35	47	70	140
G10	**7**	**9**	**13**	**22**	**27**	**33**	**44**	**67**	**133**
G11	6	8	13	21	25	31	42	63	126
G12	6	8	12	20	25	31	41	61	123
G13	5	6	9	15	18	23	31	46	92
G14	4	6	9	15	18	22	30	45	90
G15	5	6	9	15	18	23	30	45	90
G16	4	6	9	14	17	22	29	43	87
G17	4	6	8	14	17	21	28	42	84
G18	4	5	8	14	16	20	27	41	82
G19	4	5	8	13	16	20	26	39	79
G20	3	4	5	9	11	13	18	27	53
G21	**2**	**3**	**5**	**8**	**10**	**12**	**16**	**24**	**48**
G22	2	2	4	6	7	9	12	18	37
G23	**2**	**3**	**4**	**7**	**8**	**10**	**13**	**20**	**39**
G24	1	1	2	4	4	5	7	11	21

Όλες οι προσομοιώσεις αναπαράγουν από 10 έως 50 κυματικές περιόδους (t_{sim}=10~50·T=24.2~121 sec), ώστε να εξασφαλιστεί ότι τα στοιχεία καταγραφής στους αριθμητικούς μετρητές επαρκούν για την ανάλυση των χαρακτηριστικών της τυρβώδους ροής και της στατιστικής τους (Cox et al., 1994). Το χρονικό βήμα Δt των προσομοιώσεων επιλέχθηκε να είναι πάντα μεταβλητό (βλ. §3.7) και άγγιξε αρχικές τιμές λιγότερο από $\Delta t \approx 1.5 \cdot 10^{-5} \sim 1 \cdot 10^{-6}$ sec. Ο ρυθμός δειγματοληψίας (sampling rate) των αποτελεσμάτων από τις προσομοιώσεις, στους αριθμητικούς μετρητές (gauges) καταγραφής, ήταν f_s=100 Hz (Cox et al., 1994), αποτυπώνοντας έτσι αρχεία για το πεδίο ροής ανά σχεδόν 666 έως $10 \cdot 10^3$ χρονικά βήματα. Για τους 50 κύκλους προσομοίωσης, αυτό σημαίνει ότι έλαβαν χώρα $12.1 \cdot 10^3$ καταγραφές των χαρακτηριστικών του κύματος ανά περίπτωση ελέγχου (δοκιμή) και συνολικά 242 αρχεία καταγραφής ανά κυματική περίοδο. Θεωρήθηκε, ότι αυτές οι τιμές καταγραφής των υδροδυναμικών στοιχείων της ροής είναι ικανοποιητικές σε ποσότητα για την ανάλυση της τύρβης εντός της ΖΘ (Nezu and Nakagawa, 1993).

6.5. Η τύρβη στις 2D προσομοιώσεις SPS-SPH

Η 2D τύρβη (Weiss, 1991· Oetzel and Vallis, 1997· Tabeling, 2002· Baiesi and Maes, 2005· Mininni and Pouquet, 2013) αφορά σε ροές με τα κυρίαρχα στροβιλώδη χαρακτηριστικά τους να εκδηλώνονται με έντονο τρόπο σε δύο διαστάσεις, ορίζοντας έτσι ένα κύριο επίπεδο εξέλιξης της τυρβώδους ροής, ενώ στην τρίτη (έξω από το επίπεδο) διάσταση τα αντίστοιχα φαινόμενα να μπορούν να θεωρηθούν αμελητέα. Η 2D τύρβη διατηρεί τις ιδιότητες της τυχαιότητας και της χαοτικής μεταγωγής, που είναι τα κύρια χαρακτηριστικά με την 3D ισοδύναμή της. Ωστόσο, η μείωση των χωρικών διαστάσεων ασκεί σημαντικές επιδράσεις στις κυρίαρχες τυρβώδεις διεργασίες. Ο άμεσος καταβιβασμός της ενέργειας σε μικρότερες χωρικές κλίμακες αντικαθίσταται από τον άμεσο καταβιβασμό της ενστροφίας (direct enstrophy cascade) (Rutgers, 1998). Η (δυναμική) ενστροφία (potential enstrophy) $\varepsilon(\mathbf{u})$ σε ένα 3D υδροδυναμικό πεδίο Ω ορίζεται ως το ολοκλήρωμα D διαστάσεων (όπου D οι διαστάσεις του πεδίου) του τετραγώνου ενός βαθμωτού μεγέθους, της νόρμας του διανυσματικού πεδίου της στροβιλότητας, το οποίο ορίζεται από $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$, και γράφεται ως εξής:

$$\varepsilon(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \left| \nabla \times \mathbf{u} \right|^2 d\Omega \qquad [162]$$

Σε ένα 2D πεδίο, όπου το διάνυσμα της στροβιλότητας είναι πάντοτε κάθετο σε αυτό, και ουσιαστικά αποτυπώνεται σε ένα πεδίο βαθμωτού μεγέθους ω, η ενστροφία επί ενός 2D υπολογιστικού πεδίου S δίνεται από μια αντίστοιχη με την προηγούμενη

σχέση, που χρησιμοποιεί το επιφανειακό ολοκλήρωμα της τετραγωνικής τιμής για το μέτρο της βαθμωτής στροβιλότητας |ω|, ως εξής:

$$\varepsilon(\mathbf{u}) = \int_S |\omega|^2 \, dS \qquad [163]$$

Η ενστροφία μπορεί να ερμηνευθεί ως ένα άλλο είδος δυναμικής πυκνότητας (ή πυκνότητας πιθανότητας). Πιο συγκεκριμένα, είναι μια ποσότητα που σχετίζεται άμεσα με την κινητική ενέργεια στο μοντέλο περιγραφής της ροής, που αντιστοιχεί σε διεργασίες απόσβεσης των περιδινήσεων στο ρευστό. Η τοπικά ανισοτροπική συμπεριφορά της ενστροφίας σε 3D πεδία μπορεί να ειδωθεί ως αυτο-οργάνωση των περιοχών υψηλής στροβιλότητας σε συνεκτικές στροβιλώδεις δομές, π.χ. τύπου νημάτων ή σωλήνων. Αυτή η συμπεριφορά των διακριτών δομών της τύρβης είναι πανταχού παρούσα, αλλά ακόμα όχι πλήρως κατανοητή. Ειδικότερα, δεν έχουν ακόμα επεξηγηθεί οι τάσεις τοπικής ευθυγράμμισης της κατεύθυνσης της στροβιλότητας, δηλ. η τοπική συνοχή της συμπεριφοράς των τυρβωδών δομών, που είναι χαρακτηριστική σε τυρβώδεις ροές. Η τοπική τιμή της ενστροφίας σε ένα διακριτό κομμάτι ρευστού (στην περίπτωση μας, ένα σωματίδιο SPH) μπορεί να δοθεί απλά από τη σχέση $\varepsilon(\mathbf{u})=\omega^2/2$, κατ' αναλογία με την TKE $k = \left\langle u_i'^2 \right\rangle / 2$. Όπως υποδηλώνει το όνομά του, ο άμεσος καταβιβασμός της ενστροφίας προκαλεί την άμεση μεταφορά της ενστροφίας σε ολοένα και μικρότερες χωρικές κλίμακες χωρίς αποσβέσεις. Όμως, ίσως η πιο προφανής αλλαγή από την 3D περίπτωση, αλλά και το κύριο χαρακτηριστικό της 2D τύρβης είναι, ότι ο καταβιβασμός της ενέργειας έχει αντιστραφεί σε κατεύθυνση και η μεταφορά της κινητικής ενέργειας γίνεται και σε μεγαλύτερες χωρικές κλίμακες. Αυτή η διεργασία είναι γνωστή και ως ανάστροφος καταβιβασμός ενέργειας. Η αιτία πολλών από αυτού του τύπου των επιδράσεων έγκειται στην έλλειψη της (επ)έκτασης ή τάνυσης των στροβιλωδών κινήσεων (ή δινών) σε δύο διαστάσεις. Σε τρεις διαστάσεις, η εξίσωση μεταφοράς της στροβιλότητας (vorticity transport equation) είναι:

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \qquad [164]$$

Ο όρος στο αριστερό μέρος της εξίσωσης είναι η υλική παράγωγος (βαθμίδα κατά Lagrange) της στροβιλότητας, ο πρώτος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης ελέγχει τη μεταβολή στη στροβιλότητα καθώς ο στοιχειώδης όγκος ελέγχου του ρευστού υπόκειται τάνυσης, και ο δεύτερος όρος περιγράφει τη μεταβολή στη στροβιλότητα εξαιτίας των συνεκτικών τάσεων. Για την 2D περίπτωση, ο πρώτος όρος (περιγραφής της επιμήκυνσης των στροβίλων κατά τον άξονα περιστροφής τους) εξαφανίζεται και η μόνη μεταβολή στο πεδίο της στροβιλότητας προέρχεται από τις δυνάμεις συνεκτικότητας. Σε ροές με υψηλό αριθμό *Re* αυτές είναι ελάχιστες και η στροβιλότητα στη 2D τύρβη διατηρείται (υλικά) καθώς ο $Re \to 0$. Η κύρια επίδραση της τύρβης, σε

έναν στοιχειώδη όγκο ρευστού υπό στροβιλισμό, είναι η τάνυση του σε ενός τύπου νηματική δομή (filamentary structure). Αφού η στροβιλότητα ενός υλικού σημείου είναι σχετικά σταθερή μέσα στην τυρβώδη κλίμακα χρόνου, η αρχική τιμή της στροβιλότητας σε αυτόν τον όγκο ελέγχου επιμηκύνεται μαζί με τον όγκο μέσα στο χρόνο σε μια νηματική δομή. Αυτή η διεργασία συνεχίζεται έως ότου οι βαθμίδες στροβιλότητας να γίνουν αρκετά μεγάλες και το δημιουργημένο νήμα στροβιλότητας σκεδαστεί, εξαιτίας των δυνάμεων συνεκτικότητας (2^{ος} όρος στο δεξιό μέρος της Εξ. 164). Αυτή η διαδικασία ονομάζεται άμεσος καταβιβασμός ενστροφίας σε μικρότερες κλίμακες μήκους. Η λέξη καταβιβασμός (cascade) υπονοεί, ότι αυτή η διεργασία είναι τοπική στο χώρο των κυματάριθμων (wavenumber space) της τύρβης, και ότι η ενστροφία κινείται (μεταφέρεται) μέσω όλων των κλιμάκων μέχρι την μικροσκοπική κλίμακα μήκους απόσβεσης. Το αντίθετο συμβαίνει για την κινητική ενέργεια στην 2D τύρβη, και ονομάζεται ανάστροφος καταβιβασμός ενέργειας σε χωρικές κλίμακες (inverse energy cascade), με βάση τις εργασίες των Batchelor (1969) και Kraichnan (1967). Κατ' αυτούς, αν μια στροβιλώδης δομή της ροής βρίσκεται στο αδρανειακό εύρος (δηλ. έχει μέγεθος με τυπική διάσταση κοντά στην κλίμακα Taylor λ_T), τότε δε «νοιώθει» ούτε τις δομές μεγάλης κλίμακας (ενεργειακό ή ολοκληρωματικό εύρος της ροής) αλλά ούτε και τις μικροσκοπικές κλίμακες απόσβεσης Kolmogorov. Οι αλληλεπιδράσεις λαμβάνουν χώρα για δίνες με παρόμοιο μέγεθος (στην ίδια χωρική κλίμακα). Ο Batchelor πρότεινε, ότι το φάσμα της κινητικής ενέργειας είναι αυτο-όμοιο στο χώρο και το χρόνο, και ο καταβιβασμός κλίμακας της ενστροφίας εκφράζεται με τον νόμο κλίμακας (scaling law) για το ενεργειακό φάσμα $E(k) \sim \beta^{2/3} k^{-3}$. Στην πράξη έχει αποδειχτεί τα τελευταία χρόνια, ότι οι αλληλεπιδράσεις των στροβιλωδών κινήσεων διαφόρων κλιμάκων έχει μη τοπικά χαρακτηριστικά σε σχέση με το χώρο των κυματάριθμων της τύρβης. Εκτός αυτού, στις συνήθεις τυρβώδεις ροές, η ύπαρξη των συνεκτικών δινών και των στροβιλωδών δομών με σχετικά μεγάλο χρόνο ζωής, «επιβιώνουν» της νηματοποίησης και αλληλεπιδρούν με τον ίδιο τρόπο με ομάδες σημειακών στροβίλων (point-vortices). Δηλαδή, προϊόντος του χρόνου υφίστανται μεταλλάξεις στο σχήμα και το μέγεθός τους, όμως διατηρούν τα συνεκτικά χαρακτηριστικά τους, ενώ ταυτόχρονα συσσωρεύονται για τη δημιουργία μεγαλύτερων στροβίλων, συνεκδοχικά μεταφέροντας ενέργεια σε μεγαλύτερες κλίμακες και γινόμενοι μέρος της διεργασίας της αναστροφής του καταβιβασμού ενέργειας.

Υπενθυμίζεται, ότι το πρόβλημα στην παρούσα διατριβή είναι κατά ένα μεγάλο μέρος η 2D τύρβη, που εκδηλώνεται σε μη μόνιμη ροή περιορισμένη από στερεά όρια (wall-bounded 2D turbulence). Η βασική ιδιότητα της οριοθετημένης 2D τυρβώδους ροής είναι, ότι ο αντίστροφος καταβιβασμός ενέργειας προκαλεί συσσώρευση της ενέργειας σε κλίμακες, που αντιστοιχούν σε κυματάριθμους με τιμή κοντά στη μονάδα,

οι οποίοι αντιστοιχούν σε μέγεθος σε ολόκληρο το βάθος της ροής. Οι Clercx and Nielsen (2000) έχουν βρει, ότι τα στερεά όρια αποτελούν σημαντικές πηγές στροβιλότητας και βαθμίδων αυτής στη ροή. Κάθε φορά, που μια δίνη έρχεται κοντά σε ένα στερεό όριο (π.χ. πυθμένα), μπορεί να δημιουργήσει ένα οριακό στρώμα απόκρισης. Αυτό το οριακό στρώμα μπορεί να διαχωριστεί από το τοίχωμα και να μετακινηθεί στο εσωτερικό της ροής ως μια νηματώδης δομή υψηλής στροβιλότητας. Η κύρια επίδραση αυτών των νηματίων της τύρβης είναι η διαταραχή της συμπυκνωμένης δομής των δινών π.χ. στη στήλη του νερού.

Στις προσομοιώσεις SPH οι Cleary and Monaghan (1993) έχουν δείξει, ότι υπάρχει ενσωματωμένη η λογική των μοντέλων LES με ταυτόχρονη εμφάνιση εγγενών όρων απόσβεσης, που αποτρέπουν τη συσσώρευση τυρβώδους ενέργειας στις υπο-σωματιδιακές κλίμακες. Ο Mansour (2007) επιχείρησε προσομοιώσεις DNS με τη μέθοδο SPH για εξαναγκασμένη 2D τύρβη σε ασυμπίεστη ροή εντός περιοδικού κυτίου. Βρέθηκε, ότι ενώ η μέθοδος SPH αναπαράγει την αναστροφή στον καταβιβασμό ενέργειας, η έντασή της είναι πιο αδύναμη από το αναμενόμενο. Αυτό αποδόθηκε στην αδυναμία του όρου συνεκτικότητας για στρωτή ροή με SPH να αναπαραχθεί σωστά στις μικρές κλίμακες, και την προκληθείσα επίδρασή του σε πολύ ευρύτερο εύρος κλιμάκων της ροής σε σχέση με τη θεωρητική πρόβλεψη. Η κακώς αναπαραγόμενη αύξηση της αριθμητικής κινητικής ενέργειας στις μικρές κλίμακες θα μπορούσε πρακτικά να αντιμετωπιστεί με ένα αριθμητικό τρικ, και συγκεκριμένα την αύξηση του μήκους εξομάλυνσης *h*. Συνεπώς, εκτός των υπολοίπων, στόχος γίνεται στην παρούσα διατριβή και η εξέταση του αν το μοντέλο SPS-SPH μπορεί να προβλέψει τις παραπάνω αναφερόμενες τυρβώδεις διεργασίες σε ένα 2D πεδίο περιορισμένο από στερεά όρια με μη-ολισθαίνουσες οριακές συνθήκες. Ειδικά μπορεί να αναζητηθεί η πηγή της περίσσειας κινητικής ενέργειας στις μικρές χωρικές κλίμακες, και κατά πόσο αυτό επηρεάζει την αναστροφή στον καταβιβασμό της ενέργειας. Έτσι κι αλλιώς η προσομοίωση της 2D τύρβης είναι ένα ιδεατό πείραμα αναφοράς (benchmark test), καθώς μειώνονται οι υπολογιστικές απαιτήσεις και οι μικροκλίμακες της ροής αποκτούν μεγάλη σημασία, οπότε έμμεσα ελέγχεται επί της ουσίας η αξιοπιστία του υπο-σωματιδιακού μοντέλου SPS. Αν οι μικρές κλίμακες δεν προσομοιώνονται σωστά, αυτό θα μπορούσε να διαταράξει τον καταβιβασμό της ενέργειας σε χαμηλότερους κυματάριθμους και ως εκ τούτου, να αλλάξει τις ιδιότητες της ροής μεγάλης κλίμακας. Αντίθετα, αν οι μικρές κλίμακες είναι εσφαλμένα προσομοιωμένες σε 3D προβλήματα, αυτό θα επηρεάζει μόνο τις αντίστοιχων διαστάσεων και τις μικρότερες από αυτές κλίμακες.

Ο τρόπος αποτύπωσης όλων αυτών των παρατηρήσεων για την τύρβη στο μοντέλο SPS-SPH του κώδικα SPHysics v.2.2 γίνεται με τη χρήση κατάλληλων

μετασχηματισμών Fourier σε σημεία της ροής, όπου η τύρβη είναι πλήρως ανεπτυγμένη, και θεωρητικά ομογενής και ισοτροπική. Σε αυτά και άλλα σημεία της ροής, επιχειρείται επίσης και η αποτύπωση των χρονικών στατιστικών ιδιοτήτων διαφόρων μεγεθών (για τον έλεγχο της διαλειπτότητας της τύρβης). Η ανισοτροπία στην κατανομή των σωματιδίων θα μπορούσε να δώσει μια οπτική της αντίστοιχης ανισοτροπίας της τύρβης, αλλά αυτό κρίθηκε, ότι είναι πέρα από τους σκοπούς της διατριβής. Το πρόβλημα υπό έρευνα είναι κατά κύριο λόγο η τοπολογικά παραγόμενη τύρβη, οι σχετιζόμενες με αυτή συνεκτικές δομές, και η διαλείπουσα εκδήλωση σημειακών τυρβωδών συμβάντων, λόγω θραύσης παράκτιων κυματισμών με μορφή ασθενούς κατάδυσης.

7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ SPH – ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΚΥΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΥΜΑΤΟΓΕΝΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

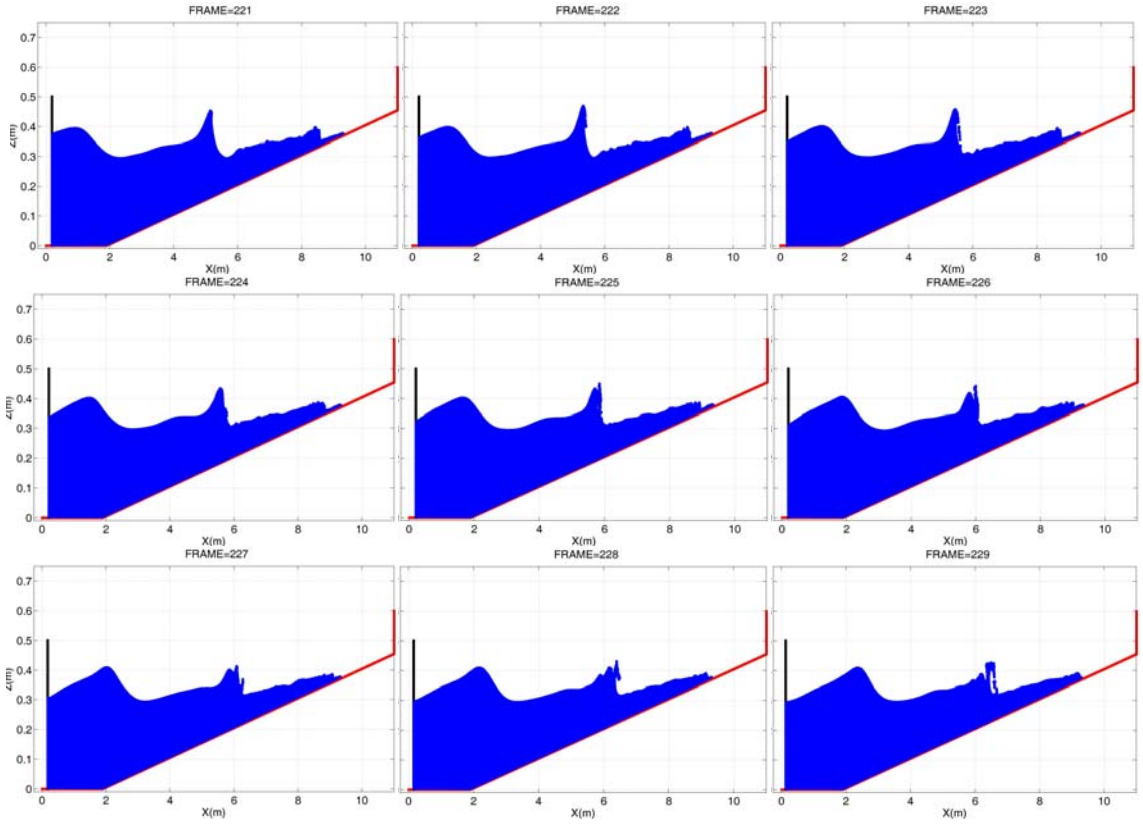
Στα ακόλουθα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων με τον κώδικα SPHysics v.2.2, που κυμαίνονται από οπτικοποιημένες αποτυπώσεις του φαινομένου της ασθενούς κατάδυσης κατά τη θραύση και τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του μέχρι αναλυτικές συγκρίσεις με πειραματικά δεδομένα (SF05) για διάφορα κυματικά χαρακτηριστικά. Δίνεται επίσης η αναπαραγωγή των υπολογισμένων κυματογενών ρευμάτων και των δειγματικά μεσοσταθμισμένων κατακόρυφων κατανομών των ταχυτήτων, που καλύπτουν το σύνολο του υπολογιστικού πεδίου, ενώ τα χαρακτηριστικά μεγέθη αποτύπωσης της τύρβης σε ολόκληρη τη ΖΘ παρέχονται στο κεφάλαιο 8, μαζί με το συνδυαστικό σχολιασμό όλων αυτών των χαρακτηριστικών, με στόχο την εξαγωγή των τελικών συμπερασμάτων (κεφάλαιο 9), όσον αφορά τόσο στις ιδιότητες της παράκτιας τυρβώδους ροής και στην ικανότητα του μοντέλου SPS-SPH για την ορθή αναπαραγωγή τους.

Η εφαρμογή του μοντέλου SPS-SPH με τον κώδικα SPHysics έδωσε αποτελέσματα, τα οποία συγκρίνονται στα παρακάτω (κεφάλαιο 7) έναντι πειραματικών δεδομένων, που αφορούν σε αποτύπωση της ελεύθερης επιφάνειας, στα ύψη κύματος σε όλο το πεδίο, στα κατακόρυφα προφίλ ταχυτήτων σε διακριτούς μετρητές, στην αριθμητική φασική ταχύτητα, στην ταχύτητα του μετώπου του θραυόμενου κύματος, στα εγκάρσια στην ακτή κυματογενή ρεύματα (μεταφοράς μάζας και επιστροφής), στην αναρρίχηση των κυματισμών στην ακτή (μετά τη θραύση), και στην κυματογενή ανύψωση της ΜΣΘ εντός της ΖΘ. Η κριτική της απόδοσης και της αξιοπιστίας του μοντέλου SPH συντελείται με βάση την ποσοτική αποτύπωση των «πραγματικών» τιμών χαρακτηριστικών μεγεθών, αλλά και των ολοκληρωμένων, δειγματικών και στατιστικών τιμών χαρακτηριστικών μεγεθών, εντός λογικών υπολογιστικών χρόνων προσομοίωσης.

7.1. Αποτύπωση θραύσης κυματισμών

Στην Εικ. 35 αναπαρίσταται το υπολογιστικό πεδίο, διακριτοποιημένο σε σωματίδια σε κατακόρυφη διατομή, για λεπτομερή χωρική ανάλυση (περίπτωση ελέγχου 12) (Makris et al., 2012). Στις πρώτες προσομοιώσεις της παρούσας διατριβής (Makris et al., 2009, 2010a, 2010b) περιλαμβάνονταν μόνο περίπου $20 \cdot 10^3$ σωματίδια (βλ. περιπτώσεις ελέγχου 1 και 2), ενώ οι περιπτώσεις ελέγχου 3 έως 12 αφορούσαν σε $40 \cdot 10^3$ έως $200 \cdot 10^3$ σωματίδια, και δύο τελευταίες περιπτώσεις περιέχουν περίπου μισό έως δύο εκατομμύρια σωματίδια. Με την προοδευτικά αυξανόμενη λεπτομέρεια

στη χωρική ανάλυση, εκτός των άλλων πλεονεκτημάτων στην ακρίβεια των προσομοιώσεων SPH, αντιμετωπίστηκε και η υπερβολικά απωθητική δύναμη των σωματιδίων στο πυθμενικό στερεό όριο στην περιοχή της ακτογραμμής, η οποία ήταν εμφανής σε παλαιότερες προσομοιώσεις (Makris et al., 2009, 2010a).

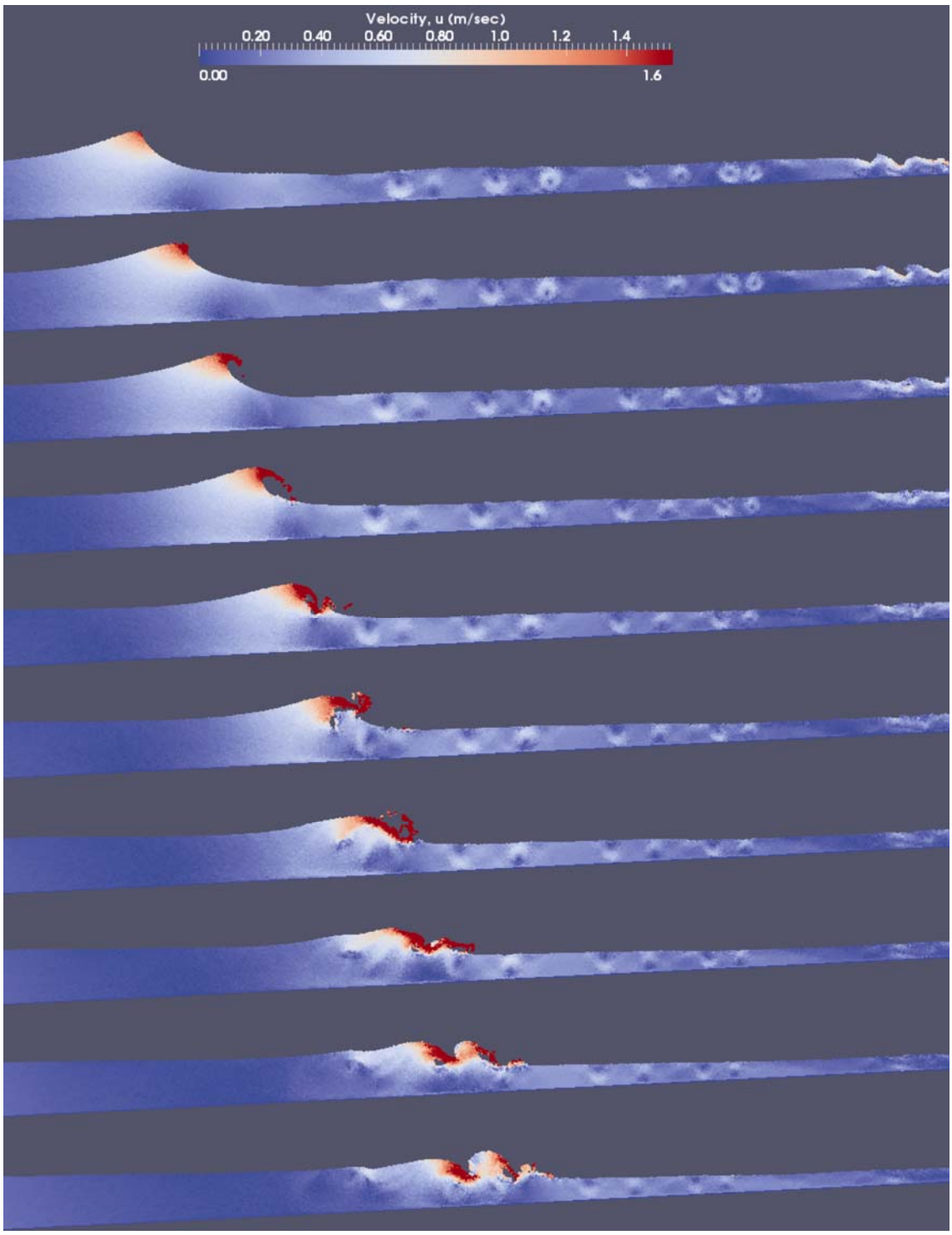


Εικ. 35. Αποτύπωση (με Matlab) σειράς στιγμιότυπων των αποτελεσμάτων με το μοντέλο SPHysics για θραυόμενους κυματισμούς τύπου ασθενούς κατάδυσης για τα 2/3 μιας κυματικής περιόδου (παραμορφωμένοι άξονες).

Στην Εικ. 36 παρουσιάζεται μια σειρά από στιγμιότυπα των αποτελεσμάτων προσομοίωσης με το μοντέλο SPHysics (Makris et al., 2012). Αυτά αντιστοιχούν σε υψηλή χωρική (σωματιδιακή) ανάλυση και αποτυπώνουν τη διαδικασία θραύσης κυματισμού τύπου ασθενούς κατάδυσης, των επακόλουθων επαναλαμβανόμενων παφλασμών (splash-ups), και της τελικής διαμόρφωσης του τυρβώδους μετώπου του θραυόμενου κύματος, το οποίο προελαύνει στη ΖΔ. Το χρονικό βήμα της προβολής είναι Δt_{out}=0.1 sec. Έχει επιτευχθεί καλή ποιοτική συμφωνία μεταξύ των αριθμητικών προσομοιώσεων SPH και των πειραματικών δεδομένων, αφού το επεισόδιο της θραύσης ασθενούς κατάδυσης, που αναφέρεται στην εργασία των SF05, έχει αναπαραχθεί με σχετική ακρίβεια. Αρχικά, κατά τη διάρκεια της προέλασης του κυματισμού και της επίδρασης της ρήχωσης πριν την εκδήλωση της θραύσης, η

περιοχή γύρω και κάτω από την κυματοκορυφή (wave crest) μεταμορφώθηκε σε ενός είδους επιφανειακό στρόβιλο (surface roller). Αντί όμως να ακολουθήσει η εξέλιξη του στροβίλου σε θραυόμενο κύμα τύπου υπερχείλισης και εμφάνιση μεταβατικής ροής (transient flow), η συγκεντρωμένη μάζα νερού στην κυματοκορυφή βαθμιαία μεταμορφώθηκε σε μια λοξή οξεία προεξοχή. Η τελευταία εξαναγκάστηκε, λόγω περίσσειας ορμής, στο σχηματισμό μιας εκτοξευόμενης φλέβας νερού. Στη συνέχεια, ο κυματισμός οδηγήθηκε σε ανατροπή (overturning), δηλ. η δημιουργούμενη φλέβα (jet) αποκολλήθηκε από το κύριο σώμα του κυματισμού, εφόρμησε (pounced) και τελικά καταδύθηκε (plunged) επί της κοιλίας του κύματος μπροστά από το θραυόμενο μέτωπό του. Η φλέβα νερού προσέκρουσε στον πόδα του θραυόμενου κύματος, γεγονός το οποίο αποτελεί τον κύριο μηχανισμό της παραγωγής στροβιλότητας και εντατικοποίησης της τύρβης κατά τη θραύση τύπου κατάδυσης (plunging). Το θραυόμενο κύμα κατηγοριοποιείται ως ασθενώς καταδυόμενο (weak plunger), καθώς η πρόσκρουση της φλέβας του νερού δε διαπέρασε την επιφάνεια σε κανένα από τα έως και 50 καταγραμμένα περιοδικά επεισόδια. Αντιθέτως η λοξή (υπό γωνία) βουτιά της φλέβας, ώθησε επαρκή όγκο νερού προς τα μπροστά, προκαλώντας επαναδημιουργία μικρότερης έντασης παφλασμών. Συγκεκριμένα, κατά την πρώτη αναπήδηση της ανακλώμενης μάζας του νερού, δημιουργήθηκε μια, μικρότερη από την πρώτη, εκτοξευόμενη φλέβα νερού, η οποία με τη σειρά της ανατράπηκε και καταδύθηκε μπροστά από το εν τω μεταξύ σχηματιζόμενο τυρβώδες μέτωπο του θραυόμενου κύματος (turbulent bore). Ο τελευταίος υπενθυμίζεται ότι αποτελεί έναν όγκο νερού με εμφανείς στροβιλισμούς και τυρβώδη χαρακτηριστικά ροής, που μοιάζει σε προέλαυνον αντίστροφο υδραυλικό άλμα (hydraulic jump). Κατά την προέλασή του με ταχύτητες κοντά και λίγο μεγαλύτερες από την ταχύτητα διάδοσης του κύματος σε ρηχά νερά, δημιουργήθηκε ένα σταθερό και απότομο μέτωπο που ώθησε προς τα εμπρός τη μάζα του νερού, σχηματίζοντας μια δευτερεύουσα περιοχή διόγκωσης των νερών μπροστά από την πρώτη καταδυόμενη φλέβα, με κατεύθυνση προς την ακτή. Μικρότερες από την πρώτη καταδυόμενες φλέβες, εν είδη γλώσσας νερού επί της επιφάνειας, επανεμφανίστηκαν στο μέτωπο του θραυόμενου κύματος. Αυτές είχαν ως αποτέλεσμα την εμφάνιση διαδοχικών κοιλοτήτων (ροή τύπου σπηλαίωσης), μέχρι την υποχώρηση του δίδυμου υδραυλικού άλματος και τη μετατροπή του θραυόμενου κυματισμού σε ρυτιδώσεις (ripples) επί της ελεύθερης επιφάνειας στη ΖΔ. Όσο λεπτομερέστερη ήταν η χωρική διακριτοποίηση, τόσο υψηλότερη ποιότητα είχε η αναπαράσταση του φαινομένου της θραύσης του κύματος με μορφή ασθενούς κατάδυσης. Στο Παράρτημα παρατίθενται επίσης στιγμιότυπα της αποτύπωσης της θραύσης από τις 3D προσομοιώσεις για μια ολόκληρη κυματική περίοδο, μαζί με την

απεικόνιση της θραύσης στην ίδια με την Εικ. 36 κατακόρυφη διατομή του υπολογιστικού πεδίου για περίπου 1.5 κυματική περίοδο.



Εικ. 36. Διαδοχικά στιγμιότυπα (ParaView) από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με το SPHysics, για τη θραύση τύπου ασθενούς κατάδυσης και τη συνακόλουθη δημιουργία του τυρβώδους κινούμενου υδραυλικού άλματος για τη δοκιμή ελέγχου 12.

Η χρωματική κλίμακα στην Εικ. 36 αναφέρεται στο μέτρο των ταχυτήτων $|\mathbf{u}|=\sqrt{(u^2+w^2)}$, οι οποίες είναι χωρικά διακριτοποιημένες σε σωματιδιακή μορφή (δηλ. τύπου Lagrange). Οι τιμές του $|\mathbf{u}|$, στην προελαύνουσα κορυφή και στο τυρβώδες μέτωπο του θραυόμενου κύματος, έφτασαν ενδεικτικά τη μέγιστη τιμή $|\mathbf{u}|_{max}\approx$2.9~3.7 m/sec για τις προσομοιώσεις με Δx<1 cm. Συγκεκριμένα τα όρια τιμών του $|\mathbf{u}|_{max}$ αφορούν στις περιπτώσεις ελέγχου 10-12. Ο μέγιστος αριθμός Froude Fr_{max} της ροής, που αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της αριθμητικά υπολογιζόμενης ταχύτητας στη στήλη του νερού, ορίζεται ως ο λόγος του $|\mathbf{u}|_{max}$ προς τη θεωρητική τιμή της φασικής ταχύτητας του κύματος σε ρηχά νερά, $c_t=(gd)^{1/2}$, $Fr_{max}=|\mathbf{u}|_{max}/c_t$. Εκφράζει την αναλογία των μέγιστων δυνάμεων αδράνειας που ασκούνται σε μια στοιχειώδη μάζα (νερού) προς τις τυπικές βαρυτικές δυνάμεις. Η τιμή του ήταν $Fr_{max}\approx$2.0~2.6 για την περιοχή έναρξης της θραύσης, $Fr_{max}\approx$2.2~2.8 για το ενδιάμεσο της ΖΘ, και $Fr_{max}\approx$1.7~3.5 για την ενδότερη ΖΘ. Παντού εντός της ΖΘ ο αριθμός Fr_{max} είναι μεγαλύτερος της μονάδας, υποδηλώνοντας την ύπαρξη υπερκρίσιμης ροής σε ολόκληρη τη ΖΘ, και αυξάνει σε μέγιστο καθώς το δημιουργούμενο μέτωπο της θραύσης προελαύνει προς τα ρηχά. Ειδικά από τη στιγμή της πρόσκρουσης της καταδυόμενης φλέβας και μετά παρατηρείται εκφυλισμός της κυματοειδούς κίνησης, και μετατροπής της σε καθεστώς (υπερκρίσιμης) ροής με καθαρή μεταφορά μάζας προς την ακτή κατά την αναρρίχηση του κύματος, και επιστροφή των νερών κατά το «τράβηγμα» τους προς τα ανοιχτά. Η πειραματικά μετρημένη φασική ταχύτητα του κύματος (wave celerity) c πήρε τιμές από $1.06\cdot c_t$ έως $1.32\cdot c_t$ (SF05),στην αρχική και την ενδότερη ΖΘ αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές ήταν όμως κοντά σε αυτές που έχουν υπολογιστεί από τον Stive (1984) για θραυόμενα κύματα τύπου υπερχείλισης (spilling breakers) και όχι κατάδυσης (plunging). Παρ' όλα αυτά, οι μέγιστες σωματιδιακές ταχύτητες $|\mathbf{u}|_{max}$ που υπολογίστηκαν στην παρούσα διατριβή, ήταν περίπου 2~2.3 φορές μεγαλύτερη από την πειραματικά μετρημένη φασική ταχύτητα c στην αρχική ΖΘ και 1.4~2.9 φορές μεγαλύτερη από την c στην ενδότερη ΖΘ. Αυτό θεωρήθηκε αποδεκτό, αν ληφθεί υπόψη ότι οι ταχύτητες, της καταδυόμενης φλέβας κατά την έναρξης της θραύσης και των δευτερευουσών γλωττίδων κατά τη διάρκεια της μετάδοσης του θραυόμενου μετώπου, πρέπει να είναι εμφανώς μεγαλύτερες από την ταχύτητα προέλασης των κυμάτων, ώστε να συμβεί αποκόλληση της ροής και εκτόξευση μάζας νερού. Στο §7.7.3 παρέχονται οι αναλυτικές τιμές αυτών των μεγεθών σε όλους του μετρητές του υπολογιστικού πεδίου και ο σχολιασμός για το πώς επηρεάζεται ο τύπος ροής.

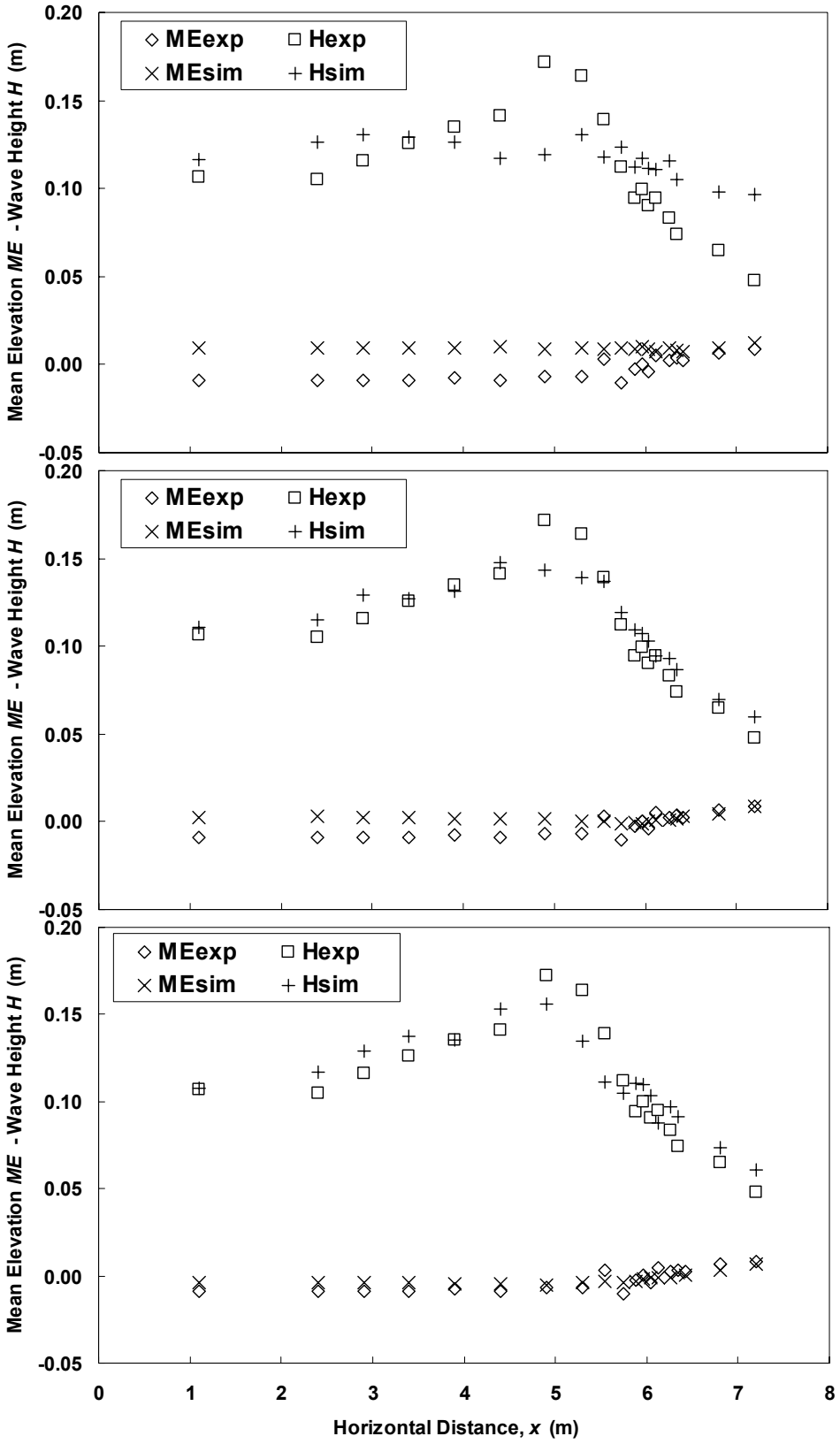
Μια ακόμα ενδιαφέρουσα παρατήρηση, με βάση την Εικ. 36, είναι η αναπαράσταση τεσσάρων ανεξάρτητων ζευγών από μεγάλες δίνες με ωρολογιακή φορά, οι οποίες εμφανίστηκαν στην περιοχή ανάμεσα στο μέτωπο του θραυόμενου κύματος και στην ακτογραμμή, κατά τη διάρκεια του «τραβήγματος» (back-rush) των νερών μετά το

πέρασμα του τυρβώδους μετώπου (Makris et al., 2012). Αυτές οι κατακόρυφες δομές της ροής, εν είδη στροβίλων με οριζόντιο άξονα περιδίνησης παράλληλο στην ακτογραμμή, συμπαρασύρθηκαν με αργό ρυθμό προς τα ανοιχτά (offshore), δηλ. προς το επερχόμενο θραυόμενο κύμα, όπου και αναμείχθηκαν με τις τυρβώδεις κινήσεις σε εκείνη την περιοχή. Έκαναν την επανεμφάνισή τους με συνεκτική μορφή και διάρκεια ζωής της τάξης μιας κυματικής περιόδου, για κάθε προέλαυνον κύμα.

Εκτός αυτού, η αναρρίχηση (run-up) στη ΖΔ αναπαράχθηκε με ευλογοφανή τρόπο, και δεν απαιτήθηκε καμία περαιτέρω αριθμητική επεξεργασία για την προσομοίωση της ελεύθερης επιφάνειας στο παράκτιο όριο της ακτογραμμής (βλ. 2D αποτύπωση στα γραφήματα του Παραρτήματος). Θεωρητικά, η ολοένα αυξανόμενη χωρική ανάλυση έχει ως αποτέλεσμα τη δυνατότητα αξιόπιστου υπολογισμού της αναρρίχησης του θραυόμενου κύματος στην ακτή. Ωστόσο, η μοντελοποίηση της τριβής και των κατακόρυφων κατανομών των ταχυτήτων στην οριακή στοιβάδα του πυθμένα είναι ακόμα σε γενικές γραμμές φτωχή στις προσομοιώσεις SPH. Σε αυτό το πλαίσιο, η συζήτηση σχετικά τα χαρακτηριστικά της ροής στη ΖΔ, όπως η αναρρίχηση στο «στεγνό» τμήμα της ακτής, παρουσιάζεται στο §7.8.

7.2. Ύψη κύματος και κυματογενής ανύψωση ελεύθερης επιφάνειας

Στην Εικ. 37 παρουσιάζονται συγκρίσεις των διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων SPH για την κατανομή των υψών κύματος H και της κυματογενούς ανύψωσης της μέσης στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας (wave set-up) η_{mean}, στο υπολογιστικό πεδίο για χαμηλή (άνω γράφημα), μεσαία (μεσαίο γράφημα), και υψηλή (κάτω γράφημα) χωρική ανάλυση. Σημειώνεται ότι η καταγραφή των προσομοιωμένων υψών κύματος έγινε με τη μέθοδο της ανωφερούς διασταύρωσης (zero up-crossing) με τη ΜΣΘ. Τα «τετράγωνα» αντιστοιχούν στις πειραματικές τιμές των H και οι «σταυροί» στις προσομοιωμένες, ενώ τα αντίστοιχα σύμβολα για τη η_{mean} είναι «χι» και «ρόμβοι». Για την περίπτωση 1, οι τιμές των υψών κύματος H αναπαράχθηκαν αρκετά καλά μόνο για την περιοχή της προέλασης του κύματος και τη μεταβατική περιοχή στο μέσο της ΖΘ. Εκτός αυτών, οι προσομοιώσεις απέτυχαν απολύτως στην περιοχή της ρήχωσης των κυματισμών, της έναρξης της θραύσης και την ενδότερη ΖΘ. Για μέτρια χωρική ανάλυση (περίπτωση 5) οι συγκρίσεις ήταν αρκετά καλές, όμως τα προσομοιωμένα ύψη κύματος δεν ήταν αποδεκτά στην περιοχή έναρξης της θραύσης και την ενδότερη ΖΘ. Η έναρξη της κατάδυσης φάνηκε να συμβαίνει νωρίτερα από το αναμενόμενο, και συγκεκριμένα 40 cm πριν την πραγματική θέση που εντοπίστηκε στα πειράματα ή αλλιώς σε μια απόσταση ίση με το 12.4% του τοπικού μήκους κύματος L.



Εικ. 37. Συγκρίσεις κατανομών υψών κύματος *H* και μέσης κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας *ME*, μεταξύ των πειραμάτων (exp) και των προσομοιώσεων (sim). Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα παραπέμπουν σε ολοένα και πιο λεπτομερή χωρική ανάλυση, συγκεκριμένα στις δοκιμές ελέγχου 1, 5, και 12.

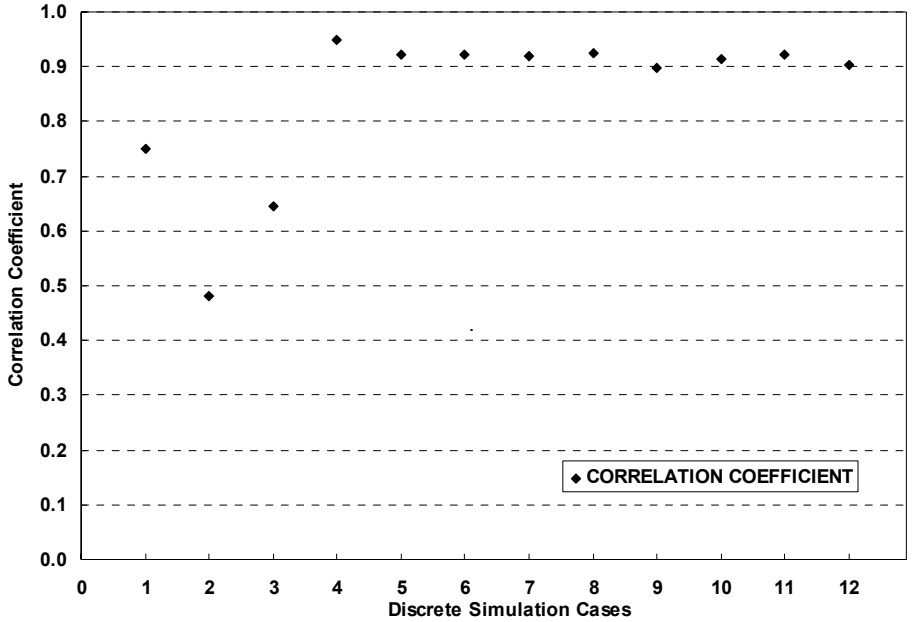
Και στις δύο περιπτώσεις ελέγχου, η μέση κυματογενής ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας η_{mean} υπερεκτιμήθηκε φανερά σε όλο το πεδίο, εκτός από τα πολύ ρηχά νερά. Από αυτές που δείχνονται στην Εικ. 37, η προσομοίωση με τις καλύτερες συγκρίσεις ήταν αυτή της λεπτομερέστερης χωρικής ανάλυσης στο κάτω γράφημα (περίπτωση ελέγχου 12). Το σημείο εκδήλωσης της θραύσης ασθενούς κατάδυσης προβλέφθηκε πολύ καλά, η τάση της κατανομής των υψών κύματος *H* κατά μήκος του πεδίου αναπαράχθηκε με εύλογο τρόπο, και οι προσομοιωμένες τιμές των *H* είχαν αποδεκτές αποκλίσεις από τις αντίστοιχες πειραματικές. Μικρές ασυμφωνίες στα δεδομένα επέμειναν όμως στην περιοχή μετά την κατάδυση της φλέβας όπου επικρατεί έντονη διάτμηση. Επιπρόσθετα, η κυματογενής ΜΣΘ η_{mean} κατά μήκος όλου του υπολογιστικού πεδίου προβλέφθηκε με εντυπωσιακή ακρίβεια όσο η χωρική ανάλυση μεγάλωνε. Παρατηρήθηκε μόνο μια μικρή ασυμβατότητα των αριθμητικών αποτελεσμάτων της η_{mean} έναντι των πειραματικών δεδομένων, στην περιοχή της καταδυόμενης φλέβας, όπου υπάρχει έντονη διάτμηση. Η πειραματικά μετρημένη η_{mean} στο σημείο έναρξης της θραύσης ήταν περίπου 10% του ύψους κύματος εκεί (SF05), το οποίο είναι τυπική τιμή στη σχετική βιβλιογραφία, π.χ. Madsen et al. (1997). Παρ' όλα αυτά οι προσομοιωμένες τιμές δε μπόρεσαν να φτάσουν αυτό το μέγεθος. Όμως σε γενικές γραμμές, η συμφωνία προσομοιώσεων SPS-SPH και πειραμάτων ήταν εμφανής για τα ύψη κύματος *H* σε όλες τις περιπτώσεις ελέγχου με $\Delta x \leq 5$ mm, δηλ. με μικρότερο βήμα χωρικής διακριτοποίησης από τις ολοκληρωματικής κλίμακες μήκους της τύρβης λ_0.

Για αυτές τις περιπτώσεις, οι συντελεστές συσχέτισης (Εικ. 38) των πειραματικών δεδομένων με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παίρνουν τιμές 0.9 ή και υψηλότερες, επιβεβαιώνοντας την τελευταία παρατήρηση για τις κατανομές των υψών κύματος κατά μήκος ολόκληρου του υπολογιστικού πεδίου. Αυτές οι τιμές ελήφθησαν με τη χρήση του κλασικού συντελεστή συσχέτισης (ροπή γινομένου) δύο δειγμάτων κατά Pearson (1895):

$$COR(X,Y) = \left(\frac{\sum_N \left(X_N - \overline{X}\right) \cdot \left(Y_N - \overline{Y}\right)}{\sum_N \left(X_N - \overline{X}\right)^2 \cdot \sum_N \left(Y_N - \overline{Y}\right)^2} \right) \qquad [165]$$

όπου *X* και *Y* είναι οι πειραματικά και αριθμητικά υπολογισμένες τιμές αντίστοιχα τυχαίων παραμέτρων της ροής, *N* είναι ο δείκτης του αθροίσματος των μεγεθών της δειγματοληψίας και το σύμβολο της άνω παύλας ($\overline{\ }$) υποδηλώνει μέσες τιμές των δειγμάτων. Ο συντελεστής Pearson χρησιμοποιήθηκε ως ένα μέτρο της δύναμης της γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των πειραματικών και των αριθμητικών δεδομένων και όχι για μια απευθείας σύγκριση των πραγματικών τιμών τους. Στην περιοχή της

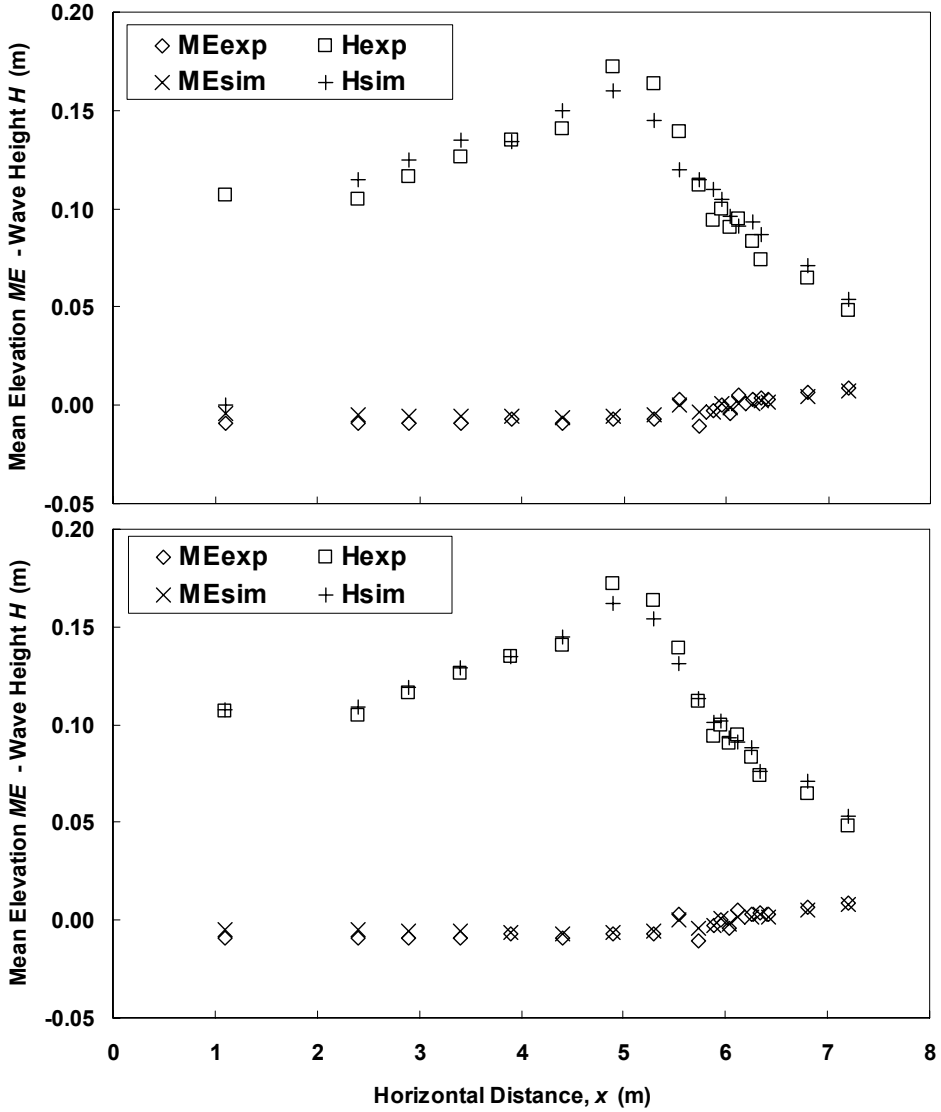
προέλασης και της ρήχωσης των κυμάτων ή στην περιοχή της προέλασης του τυρβώδους μετώπου και την ενδότερη ΖΘ, ακόμα και οι προσομοιώσεις με αδρότερες τιμές του Δx (της χωρικής ανάλυσης) έχουν δώσει πολύ καλά αποτελέσματα, ειδικά σε συνδυασμό με βέλτιστες τιμές του αδιάστατου χωρικού βήματος διακριτοποίησης $\Delta x/h$.



Εικ. 38. Συντελεστής (ροπή γινομένου) συσχέτισης κατά Pearson των διακριτών περιπτώσεων ελέγχου, μεταξύ των πειραματικών δεδομένων και των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων, για τις κατανομές ύψους του κύματος. Ο αύξον αριθμός των περιπτώσεων ελέγχου αντιστοιχεί στην αύξηση της χωρικής ανάλυσης.

Ωστόσο, πιο λεπτομερής χωρική ανάλυση Δx από τις κλίμακες λ_0 και/ή Λ_{EI}, μπορεί να αποφέρει ακόμα καλύτερα αποτελέσματα για το ύψος κύματος H (και τη μέση κυματογενή ανύψωση η_{mean}) στην «προβληματική» περιοχή της καταδυόμενης φλέβας, όπου κυριαρχεί η έντονη διάτμηση. Συγκεκριμένα οι συντελεστές συσχέτισης του H και της η_{mean} για την περίπτωση ελέγχου 13 είναι 0.959 και 0.961 αντίστοιχα και για την περίπτωση 14 είναι εντυπωσιακά βελτιωμένοι, συγκεκριμένα 0.993 και 0.976 αντίστοιχα! Εκτός της πολύ καλής συμφωνίας των προσομοιωμένων με το μοντέλο SPS-SPH κατανομών των H και η_{mean} σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα, στην Εικ. 39 φαίνονται και οι συγκρίσεις των πραγματικών τιμών, για τις περιπτώσεις (13 και 14) της πολύ λεπτομερούς χωρικής διακριτοποίησης. Είναι προφανές ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα είναι εξαιρετικά βελτιωμένα σε σχέση με τις περιπτώσεις πιο αδρομερούς χωρικής ανάλυσης που παρουσιάζονται στην Εικ. 37. Συνεκδοχικά, καθίσταται φανερό, ότι για να αναπαραχθεί η λογική της προσέγγισης LES στη μέθοδο SPH, δηλ. να ενεργοποιηθεί η δυνατότητα του μοντέλου υπο-σωματιδιακής κλίμακας

SPS κατά Smagorinsky να βοηθήσει στην προσομοίωση του πεδίου ροής με έντονη διάτμηση και ειδικά της εξέλιξης των υψών κύματος εντός της ΖΘ, πρέπει αδιαμφισβήτητα να εξασφαλίζονται οι απαιτήσεις για χωρική διακριτοποίηση με $\Delta x << \lambda_0$ και $\Delta x < \Lambda_{El}$. Σημειώνεται, ότι οι εν λόγω προσομοιώσεις ήταν πάρα πολύ χρονοβόρες και έδωσαν τα αποτελέσματά τους λίγο πριν την παράδοση της παρούσας διατριβής, κατά τη διάρκεια της οποίας δεν έχει ολοκληρωθεί πλήρως η μετα-επεξεργασία των αποτελεσμάτων για τα τυρβώδη μεγέθη που παρουσιάζονται στα παρακάτω υποκεφάλαια. Γι' αυτό στα ακόλουθα αποτελέσματα παρέχονται διαγράμματα μέχρι και τις περιπτώσεις 11 και 12.



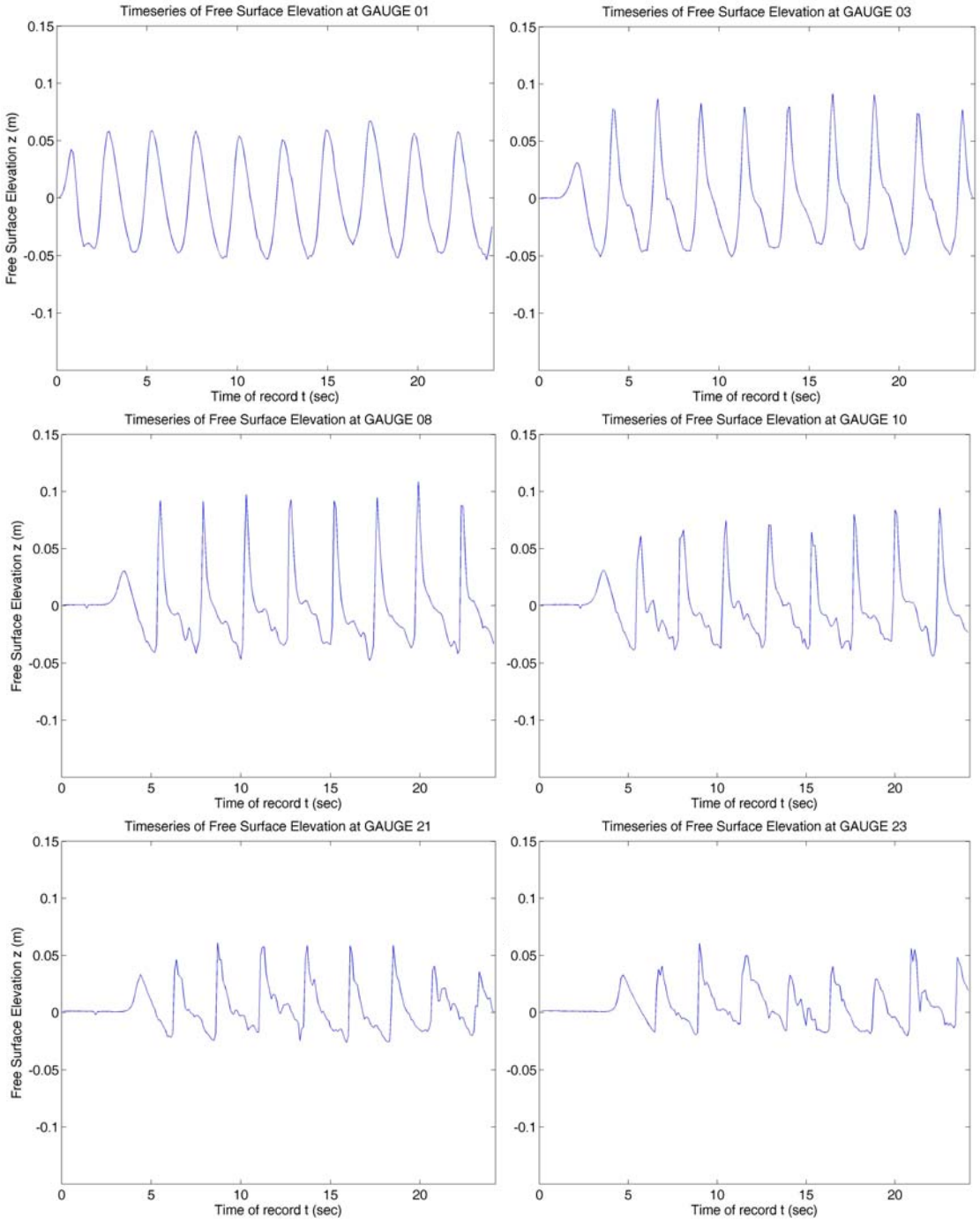
Εικ. 39. Συγκρίσεις κατανομών υψών κύματος *H* και μέσης κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας *ME*, μεταξύ των πειραμάτων (exp) και των προσομοιώσεων (sim), για πολύ λεπτομερή χωρική διακριτοποίηση: περίπτωση ελέγχου 13 (άνω γράφημα) και περίπτωση ελέγχου 14 (κάτω γράφημα).

7.3. Ανύψωση ελεύθερης επιφάνειας

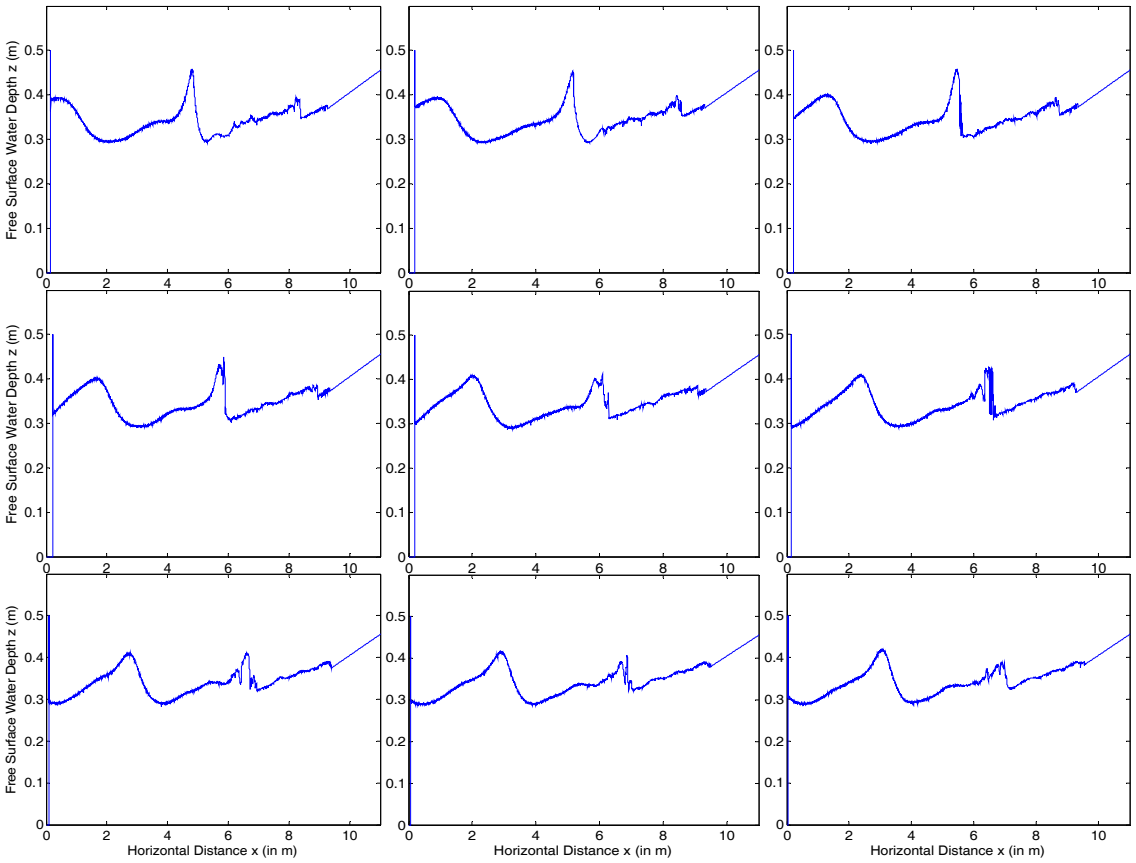
Στην Εικ. 40 παρουσιάζονται τα πρότυπα των χρονοσειρών ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας η σε διακριτούς μετρητές για τη δοκιμή 12. Τα άνω γραφήματα αντιστοιχούν στην περιοχή διάδοσης των κυματισμών πριν τη θραύση, ενώ τα μεσαία γραφήματα αντιστοιχούν στην περιοχή έναρξης της θραύσης και τα κάτω στην ενδότερη ΖΘ. Σε όλα αναπαρίσταται μια εύλογη απεικόνιση του μονοχρωματικού κυματισμού, ο οποίος μετασχηματίζεται από σχεδόν γραμμικός ($1^{ης}$ τάξης κατά Airy) στην περιοχή της κυματογενήτριας σε ξεκάθαρα μη-γραμμικό στην κορεσμένη ΖΘ. Οι κυματοειδής μορφές των αναπαραγόμενων κατά Euler χρονοσειρών της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας εμφανίζουν μια σταθερότητα στο σχήμα, παρόμοια με αυτή των Zhao et al. (2004) για θραυόμενα κύματα τύπου κατάδυσης. Η κατάσταση ευστάθειας (steady state) επιτυγχάνεται σχετικά γρήγορα, δηλ. μέσα σε λίγες (~10) προσομοιωμένες περιόδους κύματος. Σημειώνεται, ότι η καταγραφή των προσομοιωμένων υψών κύματος H έγινε με τη μέθοδο της ανωφερούς διασταύρωσης (zero up-crossing) με τη ΜΣΘ. Οι τιμές των H είναι άμεσα μεσοσταθμισμένες έως και για 50 κυματικές περιόδους, εξαιρώντας τις πρώτες 2 με 3 περιόδους, το οποίο αποτελεί την ελάχιστη απαίτηση για χρόνο προθέρμανσης (warm-up) του μοντέλου SPS-SPH, $T_{wu}=2T$, για τις υπό εξέταση διεργασίες.

Στην Εικ. 41 απεικονίζεται η εξέλιξη των στιγμιότυπων αποτύπωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε όλο το πεδίο για την περίπτωση 12. Οι κατανομές είναι ηπιότερες απ' ότι στις προσομοιώσεις με τη χαμηλή χωρική ανάλυση (Makris et al., 2009). Αυτό συμβαίνει αφ' ενός γιατί το φίλτρο της μεθόδου SPH λειτουργεί καλύτερα σε μικρές χωρικές κλίμακες, αλλά και γιατί έχει εφαρμοστεί η μέθοδος μετατροπής των δεδομένων θέσης των διασκορπισμένων σωματιδίων Lagrange σε δεδομένα πάγιας θέσης κατά Euler για όλο το υπολογιστικό πεδίο με σταθερό βήμα διακριτοποίησης Δx κατά τον άξονα x. Συνεπώς το φίλτρο συνελικτικής ολοκλήρωσης, εκτός των κινηματικών μεγεθών, μπορεί να δώσει πιο εύλογα αποτελέσματα και για τη μέγιστη κατά την κατακόρυφη διεύθυνση θέση των σωματιδίων στο πεδίο, και τελικά τον εντοπισμό της ελεύθερης επιφάνειας. Δηλ. ουσιαστικά ελέγχεται αν το σωματίδιο, που βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο κατά τον άξονα z, ανήκει στο κύριο σώμα του νερού και άρα ορίζει την ελεύθερη επιφάνεια ή έχει αποκολληθεί από αυτό και άρα δεν υπαγορεύει το ελεύθερο όριο. Αυτό επιτυγχάνεται με έλεγχο του αν υπάρχουν άλλα σωματίδια στο πεδίο υποστήριξης του οριακού σωματιδίου κατά τη διεύθυνση z. Στα γραφήματα (Εικ. 41), η περιοχή με την ηπιότερη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας αντιστοιχεί στην περιοχή προέλασης του κυματισμού, ενώ το τραχύτερο τμήμα της γραμμής αντιστοιχεί στη ΖΘ. Η πλήρης γραμμή αντιπροσωπεύει την περιβάλλουσα της

μέγιστης ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας και όχι το πραγματικό στιγμιότυπο της παραμόρφωσής της. Έτσι δεν απεικονίζονται οι κοιλότητες στο υδροδυναμικό πεδίο, λόγω της αποκόλλησης και της κατάδυσης της εκτοξευόμενης φλέβας νερού και/ή το φαινόμενο της σπηλαίωσης λόγω της θραύσης τύπου κατάδυσης.



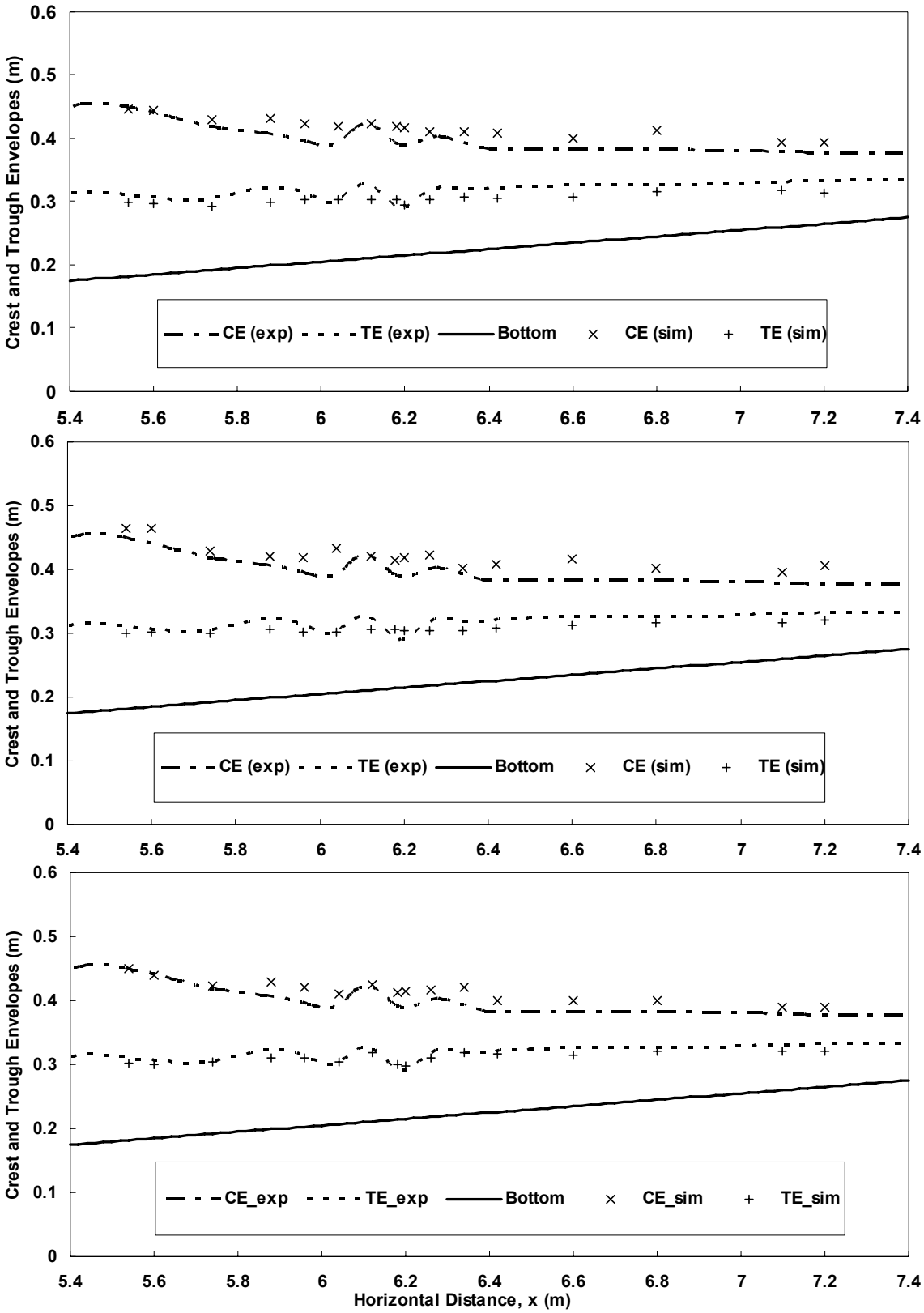
Εικ. 40. Χρονοσειρές της ανύψωσης ελεύθερης επιφάνειας με το μοντέλο SPHysics σε συγκεκριμένους μετρητές στην περιοχή διάδοσης των κυμάτων (G1 και G3, άνω γραφικές παραστάσεις), στην περιοχή έναρξης θραύσης (G8 και G10, μεσαία διαγράμματα) και την ενδότερη ΖΘ (G21 και G23, κάτω γραφικές παραστάσεις).



Εικ. 41. Προσομοιωμένη ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σε διαδοχικά στιγμιότυπα για τα 2/3 του κυματικού κύκλου. Η πλήρης γραμμή αντιπροσωπεύει την περιβάλλουσα της μέγιστης ανύψωσης και όχι την πραγματική ελεύθερη επιφάνεια, έτσι δεν απεικονίζονται οι κοιλότητες και η σπηλαίωση λόγω της θραύσης τύπου κατάδυσης. (Σειρά παρουσίασης: αριστερά προς τα δεξιά, και στη συνέχεια στην επόμενη γραμμή)

7.4. Περιβάλλουσες κυματικής κορυφής και κοιλίας

Στην Εικ. 42 παρουσιάζονται συγκρίσεις της περιβάλλουσας κορυφής και της κοιλίας του κύματος, *CE* και *TE* αντίστοιχα, μεταξύ των αριθμητικών προσομοιώσεις SPH και των πειραματικών δεδομένων, που καλύπτουν ολόκληρη τη ΖΘ. Σημειώνεται ότι οι *CE* και *TE* αντιπροσωπεύουν τις οριακά υψηλότερες και χαμηλότερες θέσεις της ελεύθερης επιφάνειας για όλες τις κυματικές περιόδους της προσομοίωσης. Οπότε από το εύρος αυτών των δύο οριακών θέσεων δεν μπορούν να εξαχθούν τιμές για τα ύψη κύματος. Στην Εικ. 42 δίνονται περιπτώσεις μέτριας (άνω και μεσαίο διάγραμμα) χωρικής ανάλυσης ($\Delta x \geq 5$ mm) και μεγάλης χωρικής ανάλυσης (κάτω διάγραμμα), $\Delta x = 2$ mm. Η συμφωνία των πειραμάτων με τις προσομοιώσεις SPH είναι αποδεκτή ιδιαίτερα όσο το χωρικό βήμα διακριτοποίησης Δx γίνεται μικρότερο. Αυτή η παρατήρηση ισχύει ακόμη και για την περιοχή με έντονη διάτμηση, όπου $x = 5.4 \sim 6.4$ m από την κυματογενήτρια.



Εικ. 42. Σύγκριση περιβάλλουσας της κυματικής κορυφής και κοιλίας, *CE* και *TE*, μεταξύ πειραματικών δεδομένων (exp) και αποτελεσμάτων προσομοίωσης (sim). Περιπτώσεις ελέγχου 9 (άνω γράφημα), 10 (μεσαίο γράφημα), και 13 (κάτω γράφημα).

7.5. Αποτύπωση τιμών δειγματικού μέσου

Οι αριθμητικές προσομοιώσεις τύπου LES (και ακόμα περισσότερο οι τύπου DNS) είναι η μέθοδος CFD, που είναι πιο κοντά σε λογική στις αντίστοιχες πειραματικές (εργαστηριακές) μεθόδους, ιδίως σε σχέση με το ερευνητικό ζητούμενο της διάκρισης των τυρβωδών διακυμάνσεων του υδροδυναμικού πεδίου από τη διατεταγμένη (ordered) μεσοσταθμισμένη κίνηση του ρευστού (Christensen and Deigaard, 2001). Η τυρβώδης ροή σε κατάσταση ημι-μονιμότητας (quasi-steady state) είναι μια πρότυπη περίπτωση, κατά την οποία η μέση ροή (αφαιρουμένων των τυρβωδών διακυμάνσεων) είναι αμετάβλητη στο χρόνο, αλλά οι τυρβώδεις συνιστώσες όχι απαραίτητα στατιστικά μόνιμες (statistically stationary). Σε αυτήν την περίπτωση, μπορεί να γίνει χρήση του χρονικού ή φασικού μέσου όρου των παραμέτρων της ροής π.χ. του πεδίου ταχύτητας, $\bar{\mathbf{u}}$ ή $\langle \mathbf{u} \rangle$ αντίστοιχα, προκειμένου να εξαχθούν οι τυρβώδεις (διακυμαινόμενες) συνιστώσες των ταχυτήτων $\mathbf{u}'$, από τις ανεπεξέργαστες τιμές του διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων $\mathbf{u}$. Ο τύπος υπολογισμού του $\mathbf{u}'$ είναι αντίστοιχα $\mathbf{u}'=\mathbf{u}-\bar{\mathbf{u}}$ ή $\mathbf{u}'=\mathbf{u}-\langle \mathbf{u} \rangle$. Η πρώτη μορφή αφορά σε τυρβώδεις ροές με σταθερή μέση ροή, ενώ η δεύτερη αφορά σε τυρβώδεις ροές με στατιστικά σταθερή μέση ροή, η οποία έχει μεταβατικό χαρακτήρα. Για την περίπτωση μονοχρωματικών κυματισμών, η σχέση για τον υπολογισμό των φασικά μεσοσταθμισμένων (phase-averaged) τιμών των χαρακτηριστικών της ροής, π.χ. το πεδίο ταχύτητας $\langle \mathbf{u} \rangle$ είναι:

$$\left\langle \mathbf{u}\left(\mathbf{x},\zeta t\right)\right\rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\mathbf{u}\left(\mathbf{x},\zeta\left(t+iT\right)\right) \qquad [166]$$

όπου $\langle \bullet \rangle$ είναι ο τελεστής της φασικής μεσοστάθμισης, i είναι ο δειγματικός δείκτης, N είναι το πλήθος του δείγματος, το οποίο ισούται με τους προσομοιωμένους κυματικούς κύκλους ($N \geq 10$), T είναι η περίοδος του κύματος, ζ είναι η κυκλική συχνότητα του κύματος, $\mathbf{x}$ είναι το διάνυσμα θέσης, και t είναι το χρονικό διάστημα των υπολογισμών. Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στην υπόθεση εργοδικότητας (ergodicity) των κυματισμών και της πιθανοκρατικής (probabilistic) δομής του πεδίου ταχυτήτων $\mathbf{u}$. Ωστόσο, στην περίπτωση της θραύσης παράκτιων κυματισμών, που αποτελεί μια μεταβατική (transient) ροή που εξελίσσεται απότομα σε έντονα τυρβώδη ροή, δηλ. μεταβαλλόμενη στο χρόνο (time-varying) ροή με μη ευσταθή στατιστικά χαρακτηριστικά ακόμα και για τη μέση τιμή της, η ιδιότητα της εργοδικότητας δεν ισχύει. Αυτό συμβαίνει λόγω της αλληλοεπικάλυψης των (τυχαίων) τυρβωδών κινήσεων με τις μη μόνιμες τροχιακές κινήσεις των μορίων του νερού κάτω από το διαδιδόμενο κύμα, με αποτέλεσμα να προκύπτουν συνισταμένες της κίνησης, οι οποίες είναι ασταθείς και πιθανοτικής φύσης. Η αιτία γι' αυτό είναι, ότι η συνολική κίνηση των μορίων του νερού κάτω από τους κυματισμούς αποτελεί εκ των πραγμάτων σύνθεση τόσο στροβιλώδους

όσο και αστρόβιλης ροής. Συνεπώς για την κατάλληλη αποτύπωση της προσομοίωσης των τυρβωδών δομών απαιτείται αντίστοιχα κατάλληλος διαχωρισμός των ακανόνιστων τυρβωδών συνιστωσών της ροής από τις παλινδρομικές κινήσεις λόγω των κυματισμών και τις τυχαίες (πιθανοτικές) συνιστώσες της ροής λόγω της αλληλεπίδρασης των κυματογενών ρευμάτων με το προέλαυνον κύμα, π.χ. κατά το «τράβηγμα» των νερών στα ανοιχτά με την εκδήλωση του επιπυθμένιου ρεύματος επιστροφής, της ανάστροφης ποταμηδόν ροής στην οριακή στοιβάδα κλπ.

7.5.1. Ευρετική μέθοδος δειγματικής μεσοστάθμισης

Η ακριβής διάκριση των στροβιλωδών συνιστωσών της κίνησης του κύματος από τις τυρβώδεις κινήσεις λόγω της θραύσης είναι εξαιρετικά δύσκολη (Nadaoka et al., 1989), επειδή οι σύνθετες συνιστώσες της ταχύτητας, που αντιστοιχούν είτε στους στροβιλισμούς ή στο ίδιο το κύμα, υπερτίθενται αμοιβαία στις διάφορες περιοχές (μπάντες) συχνοτήτων του φάσματος Fourier για το πεδίο των ταχυτήτων. Συγκεκριμένα, οι μη ντετερμινιστικές διεργασίες, οι οποίες λαμβάνουν χώρα κατά την προέλαση του επιφανειακού κυλίνδρου (surface roller) μετά την έναρξη της θραύσης του κύματος και ο επακόλουθος σχηματισμός του τυρβώδους μετώπου (bore), μπορούν να οδηγήσουν σε ασυνέχειες στο πρότυπο πεδίο ροής του θραυόμενου κυματισμού (Madsen and Svendsen, 1983). Αυτές οι ανωμαλίες καταστρέφουν την ακριβή επαναληψιμότητα των μέσων περιοδικών μεταβολών των χαρακτηριστικών του κύματος σε κάθε κύκλο. Αυτές οι διακυμάνσεις είναι της τάξης της συχνότητας του κύματος f_w=1/T ή ακόμα υψηλότερες, ειδικά αν ληφθεί υπόψη, ότι σε αυτές προστίθενται σχετικά μικρής κλίμακας και υψηλής συχνότητας φαινόμενα (SF05), εξαιτίας των συνεκτικών τυρβωδών δομών (παρουσιάζονται αναλυτικά στα παρακάτω). Έτσι οι χρονοσειρές π.χ. της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας η ή του πεδίου των ταχυτήτων **u** διαφέρουν σημαντικά από το κάθε επερχόμενο κύμα στο επόμενο.

Ως εκ τούτου, στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιήθηκε η ευρετική προσέγγιση για την ανάλυση της δομής του τυρβώδους πεδίου ροής κάτω από θραυόμενα κύματα, που εφαρμόστηκε πρώτα από τους Nadaoka et al. (1989) για τον καθορισμό των δειγματικών μέσων (ensemble-averaged) για τα διάφορα χαρακτηριστικά του κύματος και τα υδροδυναμικά μεγέθη της προσομοίωσης. Στην πράξη, η μέθοδος συνίσταται στην εφαρμογή ενός ρητού αριθμητικού φίλτρου διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών (low-pass filter) για τα καταγραφόμενα σήματα που λαμβάνονται από τους αριθμητικούς μετρητές. Συνεκδοχικά, με αυτόν το ρητό τρόπο, επιχειρήθηκε η εξαγωγή του σήματος που σχετίζεται με την υπολειμματική τύρβη (π.χ. **u″** για το πεδίο των ταχυτήτων). Αυτό έγινε, ώστε να μειωθεί η «μόλυνση» του σήματος από την επίδραση

των βραχύσυχνων διεργασιών, οι οποίες σχετίζονται με τις στροβιλώδεις συνιστώσες της κυματογενούς κίνησης των μορίων του νερού. Ουσιαστικά η μέθοδος είναι μια κλασική τεχνική κινούμενου μέσου (moving-average), για την οποία οι χρονοσειρές των αριθμητικών δεδομένων κάθε κυματικού κύκλου έχουν χωριστεί σε συνεχόμενα και αλληλεπικαλυπτόμενα χρονικά τμήματα (μπλοκ). Ακολούθως, οι ταχύτητες, η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας, και τα λοιπά μεγέθη μεσοσταθμίστηκαν για κάθε τμήμα του σήματος, δίνοντας ενδιάμεσες πιο λείες κατανομές, οι οποίες διατηρούν όμως μέρος των τυχηματικών (χαοτικών, πιθανοκρατικών, τυρβωδών) συνιστωσών της συνδυασμένης κίνησης των διατεταγμένων κυματισμών και της τύρβης λόγω θραύσης. Το προκύπτον σήμα του φιλτραρισμένου πεδίου τιμών, με την τεχνική της ρητής αφαίρεσης των υψίσυχνων αρμονικών της υπολειμματικής τύρβης, π.χ. για το διανυσματικό πεδίο των ταχυτήτων, **ũ** ισούται με:

$$\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t) = \mathbf{u}(\mathbf{x},\zeta t) - \mathbf{u}''(\mathbf{x},\zeta t) \qquad [167]$$

Αφού έχει φιλτραριστεί το πεδίο πραγματικών τιμών από την καταγραφή στους μετρητές, εφαρμόστηκε ο τελεστής της μεσοστάθμισης στη φάση του κύματος (phase-averaging operator) της Εξ. 166, αυτή τη φορά για το φιλτραρισμένο πεδίο **ũ**(**x**,*ζt*):

$$\left\langle \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t) \right\rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} \tilde{\mathbf{u}}\left(\mathbf{x},\zeta\left(t+iT\right)\right) \qquad [168]$$

Με αυτόν τον τρόπο ο φασικός μέσος του καταγραμμένου σήματος απαλλάσσεται από την υπολειμματική τύρβη και έτσι αποτυπώνει με μεγαλύτερη ακρίβεια τη διατεταγμένη παλινδρομική κίνηση λόγω του κύματος, αφαιρώντας από αυτή το μεγαλύτερο ποσοστό των συνεκτικών τυρβωδών δομών (για το πεδίο) ή συμβάντων (για σημειακές χρονοσειρές). Έτσι προκύπτει ουσιαστικά η ακόλουθη σχέση, που περιλαμβάνει το ποσοστό των τυρβωδών διακυμάνσεων **u‴** το οποίο αντιστοιχεί στην περιοχή συχνοτήτων ανάμεσα στην υπολειμματική τύρβη και τη μέση στη φάση ροή:

$$\left\langle \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t) \right\rangle = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t) - \mathbf{u}'''(\mathbf{x},\zeta t) \qquad [169]$$

Το παραπάνω δεν επιτυγχάνεται αν εφαρμοστεί απλά ο φασικός μέσος της Εξ. 166 απευθείας στο καταγραμμένο σήμα στους μετρητές, όπως έχει γίνει σε παλαιότερες πειραματικές μελέτες του φαινομένου, π.χ. Ting and Kirby (1994, 1995, 1996), και τις αντίστοιχες αριθμητικές προσομοιώσεις, που βασίζονται σε αυτήν την πειραματική προσπάθεια. Δηλαδή, ειδικά για την περίπτωση της θραύσης κυματισμών, αν εφαρμοζόταν μόνο ο φασικός τελεστής μεσοστάθμισης της Εξ. 166 απευθείας στο πεδίο των καταγραμμένων ταχυτήτων **u**, χωρίς αυτό να έχει φιλτραριστεί πρώτα, το τελικά προκύπτον σήμα του μεσοσταθμισμένου πεδίου ‹**u**› θα εμπεριείχε μέσα του συνιστώσες, που αντιστοιχούν στις πιο βραχύσυχνες συνεκτικές δομές της τύρβης (μεγάλης κλίμακας δίνες). Αυτό σημαίνει, ότι το μεσοσταθμισμένο πεδίο των

ταχυτήτων, το οποίο θα αφαιρεθεί από την πραγματική καταγραφή για να υπολογιστεί η τελικά χρησιμοποιούμενη συνιστώσα της τύρβης, θα είναι «μολυσμένο» το ίδιο με μεγάλης κλίμακας τυρβώδεις συνιστώσες της κίνησης που έχουν συνεκτικό χαρακτήρα.

Αντιθέτως, με τη χρήση της ευρετικής μεθόδου μεσοστάθμισης, που συνδυάζει το ρητό φίλτρο των αρμονικών της κίνησης με τον τελεστή φασικού μέσου, προκύπτει τελικά η τιμή των τυρβωδών μεγεθών **u′** (για το πεδίο ταχυτήτων) που συμπεριλαμβάνει όλες του φάσματος της τύρβης, ως εξής:

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x},\zeta t) = \mathbf{u}(\mathbf{x},\zeta t) - \langle \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t) \rangle \qquad [170]$$

Προφανώς συνδυάζοντας τα παραπάνω, η συνισταμένη του διανυσματικού πεδίου της τυρβώδους κίνησης **u′** είναι η υπέρθεση της συνιστώσας του πεδίου της υπολειμματικής τύρβης **u″** και της συνιστώσας των διανυσμάτων, που αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο μέρος των συνεκτικών δομών **u‴**, και δίνεται από τη σχέση **u′**(**x**,*ζt*)=**u″**(**x**,*ζt*)+**u‴**(**x**,*ζt*).

Η παραπάνω διαδικασία δειγματικής μεσοστάθμισης (που διαφέρει εννοιολογικά από την απλή μεσοστάθμιση στη φάση του κύματος) εφαρμόστηκε μόνο σε συγκεκριμένα σημεία του πεδίου (μετρητές καταγραφής) σε όλη τη στήλη του νερού με κατακόρυφη διακριτοποίηση κατά *Δz*=*Δx*. Η διαδικασία αφορούσε στην ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας *η*, τις μέσες στο βάθος ταχύτητες *U*, τις προσομοιωμένες ταχύτητες στο πεδίο **u**=(*u*,*w*), τη στροβιλότητα *ω*, την ΤΚΕ *k*, και τις τυρβώδεις τάσεις Reynolds *τ*. Αποτελέσματα για όλα αυτά τα μεγέθη παρέχονται στα παρακάτω, όμως ειδικά για το πεδίο των ταχυτήτων **u** παρουσιάζεται, στο §8.1.1, ανάλυση και γραφική αποτύπωση των προκυπτουσών χρονοσειρών των διακριτών σημάτων των **u′**(*t*), **u″**(*t*), **u‴**(*t*), **ũ**(*t*), και **‹ũ›**(*t*), που προκύπτουν από την όλη διαδιακασία, καθώς και της καταγραμμένης χρονοσειράς αυτής καθαυτής της προσομοιωμένης με SPS-SPH ταχύτητας **u**(*t*), σε ένα συγκεκριμένο μετρητή στο μέσο βάθος.

Ο συνδυασμός του φασικού τελεστή με το φίλτρο βραχύσυχνων αρμονικών εφαρμόστηκε για κάθε αντίστοιχο χρονικό τμήμα, επί όλων των κυματικών κύκλων της προσομοίωσης, με στόχο να υπολογιστεί η συνολική (aggregate) μέση κυκλική μεταβολή (mean cyclic variation), όπως και στην εργασία των SF05. Σημειώνεται, ότι το ποσό των χρονικών τμημάτων σχετίζεται με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των υδροδυναμικών μεγεθών που ενδιαφέρουν την έρευνα. Την παρούσα διατριβή απασχόλησαν εκτενώς (στο κεφάλαιο 8) οι δειγματικά μεσοσταθμισμένες κινήσεις, οι δίνες (eddies) και τα στροβιλώδη μορφώματα (vortical patterns) μεγάλης κλίμακας, και οι επαναλαμβανόμενες συνεκτικές δομές της τύρβης (recurring coherent turbulent structures). Συνεπώς, ο αριθμός των χρονικών τμημάτων (time-blocks) θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος, έτσι ώστε να ορίζονται ρητά αυτές οι δομές από τις

προσομοιωμένες τιμές, και όχι να προκύπτουν από στατιστική ανάλυση ή πρόβλεψη των χαρακτηριστικών της ροής. Ακολουθώντας την πρακτική των SF05, 121 χρονικά τμήματα ενσωματώθηκαν στη διαδικασία φιλτραρίσματος. Αυτά αντιστοιχούν σε χρονική διακριτοποίηση του φίλτρου κινούμενου μέσου dt_{MA}=0.02 sec (με συχνότητα 50 Hz), το οποίο έδωσε 3 δειγματικές τιμές ανά χρονικό τμήμα (block) για το ρυθμό δειγματοληψίας των 100 Hz (Δt_{out}=0.01 sec). Η συχνότητα αποκοπής (cut-off frequency), έτσι ώστε να ανακατασκευάζεται πλήρως το αρχικό σήμα ή να διαχωρίζονται οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές από την υπερτιθέμενη υπολειμματική (τυχηματική συνιστώσα) της τύρβης (SF05), ονομάζεται όριο Nyquist f_N και ήταν f_N=25 Hz. Η τιμή αυτή αντιστοιχεί σε περίπου 60 φορές τη συχνότητα f_w των μονοχρωματικών κυμάτων (f_N=60f_w). Παρατηρείται, ότι για να είναι επιτυχής η όλη διαδικασία, οι χρονικές κλίμακες της τύρβης θα πρέπει να είναι πολύ μικρότερες από την περίοδο του κύματος T. Παρ' όλα αυτά, για την περίπτωση της θραύσης των κυματισμών αυτό δεν ισχύει πάντα, καθώς είναι ιδιαίτερα δύσκολο να διακρίνει με ξεκάθαρο τόπο κανείς τις αμιγώς τυρβώδεις από τις στροβιλώδεις κινήσεις λόγω του κύματος, με βάση το σήμα της μεταβατικής (transient) ροής, που παράγεται από την προέλαση του μετώπου του θραυόμενου κύματος και τη συνακόλουθη δημιουργία του ροϊκού μορφώματος που ονομάζεται τυρβώδες κινούμενο υδραυλικό άλμα.

Στη συνέχεια του κειμένου της παρούσας διατριβής, το σύμβολο της περισπωμένης (~) αντιστοιχεί μόνο σε φιλτραρισμένες τιμές με φίλτρο διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών [κινούμενου μέσου] (low-pass filtered), το σύμβολο ‹•› αντιστοιχεί μόνο σε τιμές μεσοσταθμισμένες κατά στη φάση (phase-averaged) του κύματος, και ο συνδυασμός των δύο αντιστοιχεί σε τιμές δειγματικής μεσοστάθμισης (ensemble-averaged). Στα ακόλουθα διαγράμματα οι τιμές δειγματικής μεσοστάθμισης των διαφόρων υδροδυναμικών ή κινηματικών μεγεθών της ροής δηλώνονται σημειογραφικά με τη χρήση του δείκτη '$_{ens}$', οπότε ισχύει π.χ. η ακόλουθη ταυτοσημία:

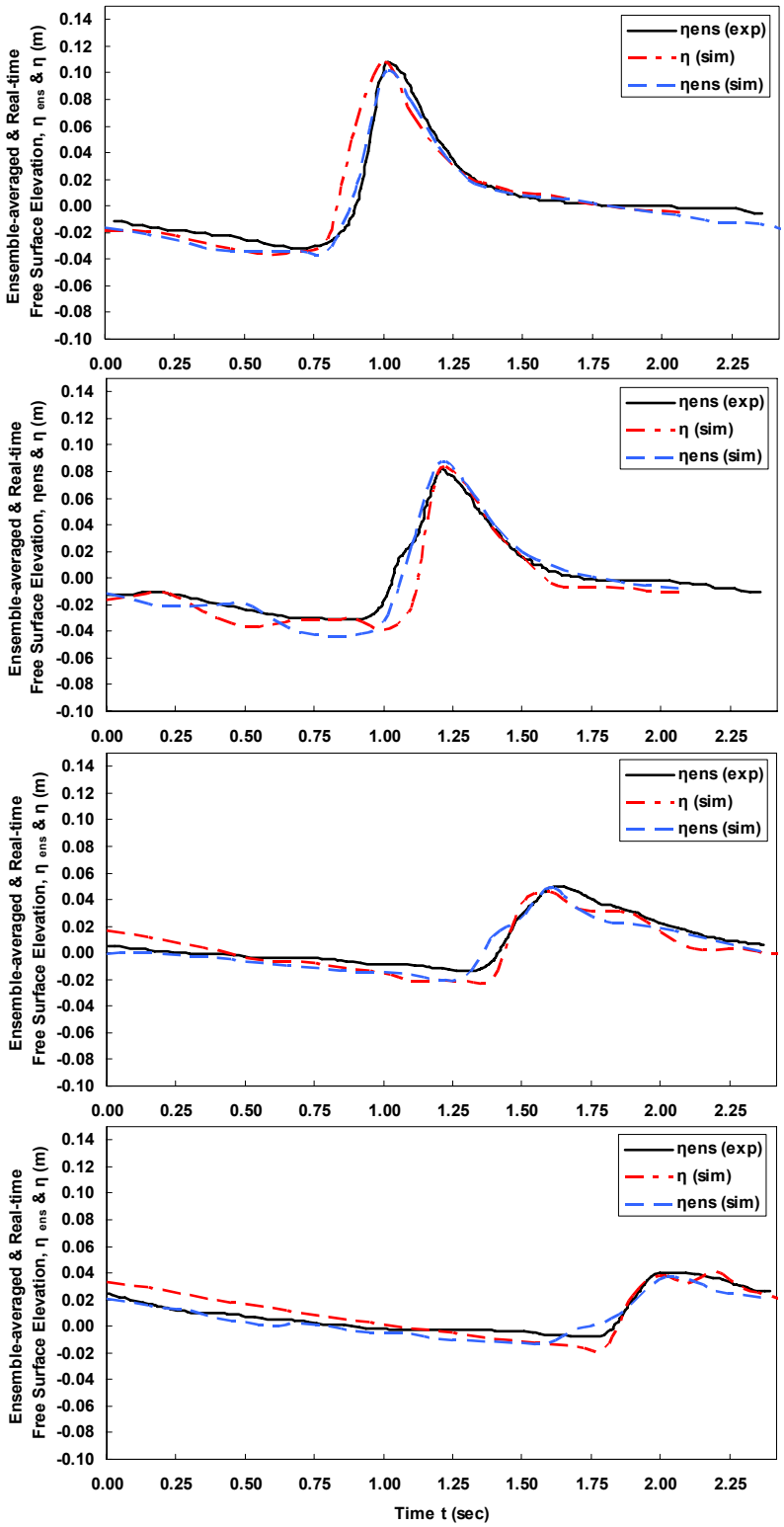
$$\mathbf{u}_{ens}\left(\mathbf{x},\zeta t\right) \equiv \left\langle \tilde{\mathbf{u}}\left(\mathbf{x},\zeta t\right)\right\rangle \qquad [171]$$

7.5.2. Ελεύθερη επιφάνεια και μέση στο βάθος ταχύτητα

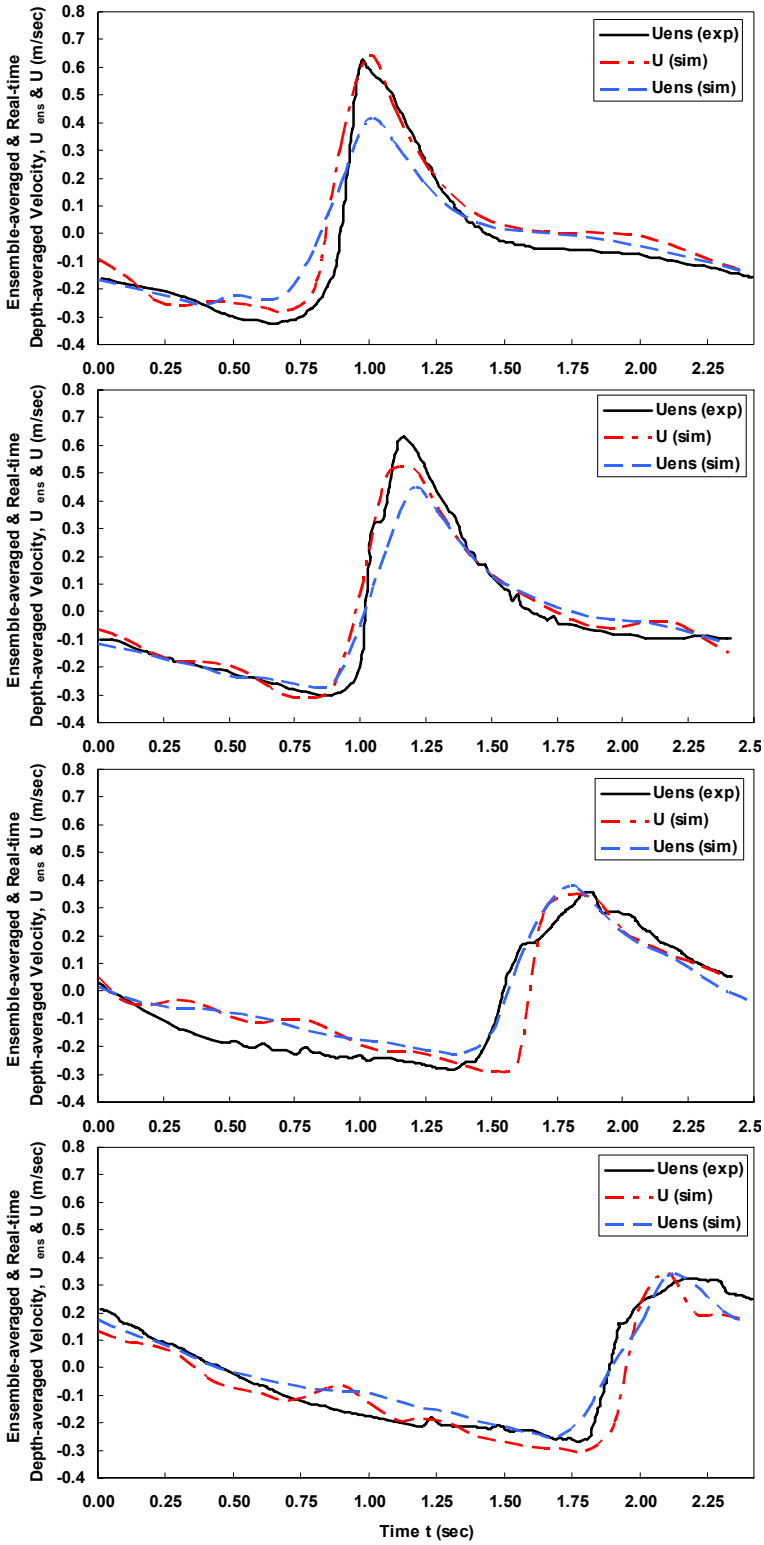
Η προηγούμενη ανάλυση διαχείρισης του σήματος από τις καταγραφές των αριθμητικών μετρητών στο υπολογιστικό πεδίο εφαρμόστηκε για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας η και της μέσης στο βάθος ταχύτητας U. Στην Εικ. 43 παρουσιάζονται συγκρίσεις τιμών δειγματικού μέσου της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας η_{ens} μεταξύ των πειραματικών δεδομένων και των προσομοιωμένων αποτελεσμάτων, σε συγκεκριμένους μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και

την ενδότερη ΖΘ. Ενδεικτικά δίνεται επίσης και η πιο ταιριαστή κατανομή των τιμών για την πραγματική ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σε μία περίοδο κύματος (T=2.42 sec, όπου t ο χρόνος στον άξονα x). Όπως φαίνεται από τα γραφήματα, πολύ καλή συμφωνία επιτεύχθηκε, καλύπτοντας ολόκληρη τη ΖΘ (από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι μετρητές G8, G10, G21 και G23) για τις περιπτώσεις με εκλεπτυσμένη χωρική ανάλυση, δηλ. $\Delta x<\lambda_0$. Αυτό επιτρέπει το συμπέρασμα, ότι το μοντέλο SPS-SPH, σε συνδυασμό με τις βαθμονομήσεις και κυρίως με την ευρετική μέθοδο μετα-επεξεργασίας που προτείνονται, αποδίδει ικανοποιητικά αναφορικά με την εξέλιξη της ελεύθερης επιφάνειας εντός της ΖΘ. Σημειώνεται, ότι αυτό επιτυγχάνεται χωρίς τη χρήση κάποιας επαχθούς μεθόδου εντοπισμού της ελεύθερης επιφάνειας (surface tracking method), π.χ. τα μοντέλα LSM, VOF, κλπ.

Παρόμοιες συγκρίσεις παρέχονται στην Εικ. 44 για τις τιμές δειγματικού μέσου της μέσης στο βάθος ταχύτητας U_{ens}. Τα αποτελέσματα είναι και πάλι πολύ ικανοποιητικά στην ενδότερη ΖΘ (G21-G23) της προέλασης του κινούμενου υδραυλικού άλματος, όμως η προσομοιωμένη U_{ens} έχει υποτιμηθεί στις περιοχές με έντονη διάτμηση (G8-G10). Αυτή η παρέκκλιση οφείλεται πιθανώς στην έλλειψη εύρωστης μεταχείρισης της τριβής στον πυθμένα και της κατανομής των κινηματικών παραμέτρων στην οριακή στοιβάδα στις κλασικές προσομοιώσεις SPH. Κυρίως όμως οφείλεται στην οριακά μικρή χωρική ανάλυση μόνο για την περιοχή έναρξης της θραύσης. Για την οριστική επίλυση του προβλήματος, χωρίς ιδιαίτερες ρυθμίσεις για τις κατακόρυφες κατανομές των υδροδυναμικών μεγεθών, θα πρέπει να θεωρηθεί χωρική ανάλυση Δx που να καλύπτει τμήμα ή όλο το εύρος των μικρο-κλιμάκων Taylor. Παρ' όλα αυτά, οι αντίστοιχες ανεπεξέργαστες (μη μεσοσταθμισμένες φασικά ή δειγματικά) τιμές της προσομοιωμένης U από το SPS-SPH, για τον πιο αξιόπιστο κυματικό κύκλο, ήταν ακριβείς σε σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα.



Εικ. 43. Σύγκριση των πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τιμές δειγματικού μέσου (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και τιμές πραγματικού χρόνου (κόκκινη διακεκομμένη – εστιγμένη γραμμή) για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας η_{ens} και η. Τα γραφήματα αναφέρονται στην περίπτωση ελέγχου 11 και από πάνω προς τα κάτω στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης της θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ).



Εικ. 44. Σύγκριση των πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τιμές δειγματικού μέσου (μπλε διακεκομμένη γραμμή) και τιμές πραγματικού χρόνου (κόκκινη διακεκομμένη – εστιγμένη γραμμή) για τη μέση στο βάθος ταχύτητας U_{ens} και U. Τα γραφήματα αναφέρονται στην περίπτωση ελέγχου 11 και από πάνω προς τα κάτω στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης της θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ).

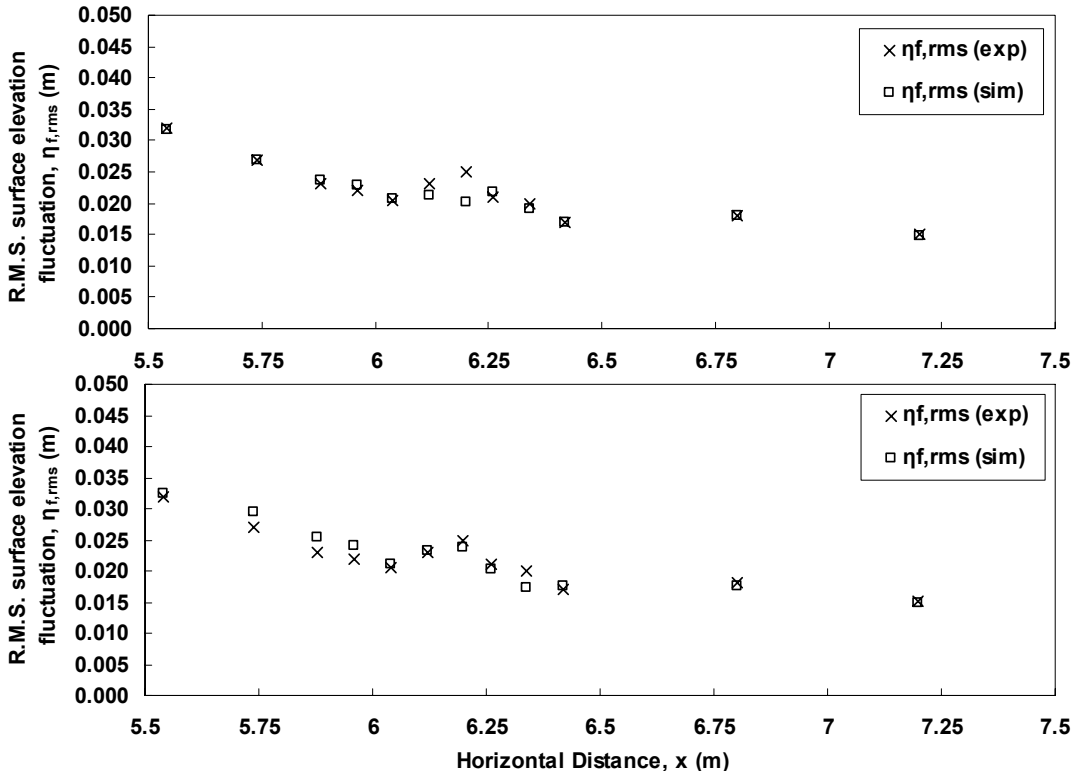
7.6. Στατιστική αποτύπωση μεγεθών της ροής

Εκτός των άμεσων συγκρίσεων των κατανομών των κυματικών χαρακτηριστικών από τις προσομοιώσεις SPH με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα, ελέγχθηκε και η στατιστική αποτύπωση των κινηματικών μεγεθών στους μετρητές εντός της ΖΘ. Συγκεκριμένα, υπολογίστηκαν οι τιμές της ρίζας τετραγωνικού μέσου (rms) για τυχαία παράμετρο *A* της ροής, με πλήθος καταγραμμένων τιμών *N*:

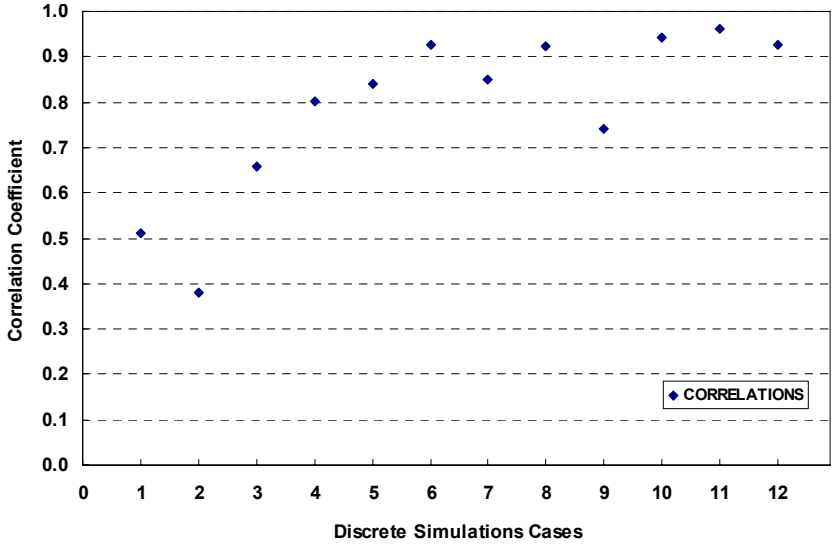
$$A_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i^2} \qquad [172]$$

Η χρήση αυτού του είδους μέσης τιμής δίνει ένα πολύ σημαντικό στατιστικό μέτρο του μεγέθους μιας τυχαίας κυμαινόμενης παραμέτρου της ροής, και είναι ιδιαίτερα χρήσιμο όταν αυτή είναι κυματοειδής και παίρνει τόσο θετικές όσο και αρνητικές τιμές.

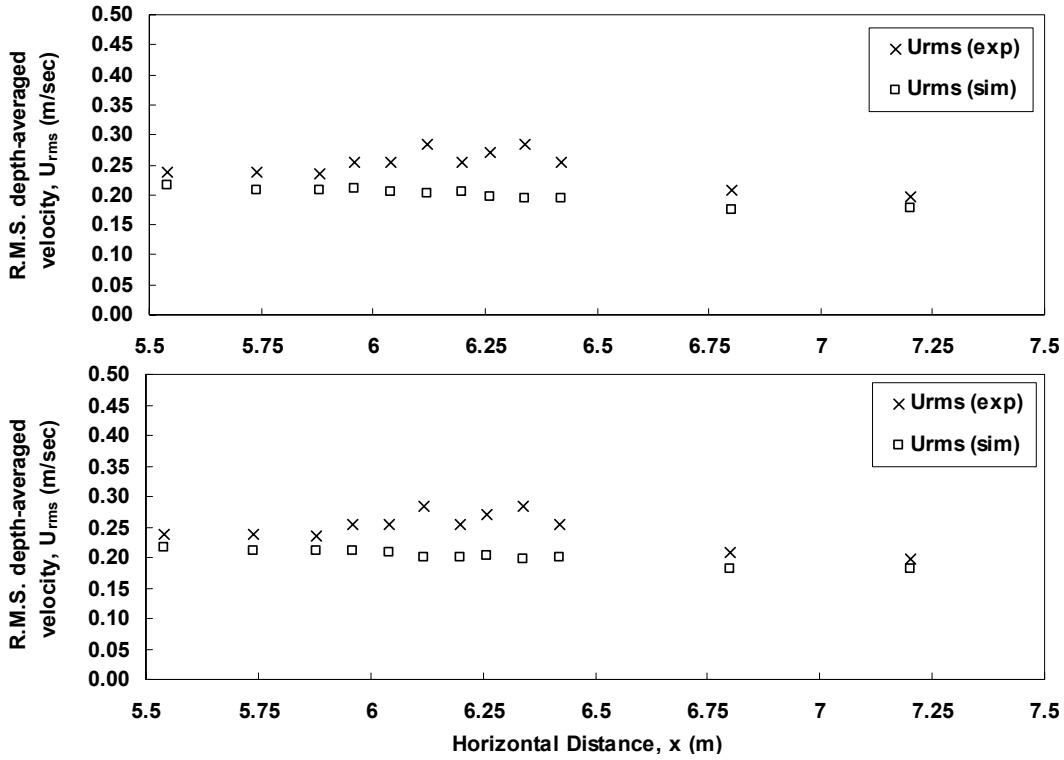
Στην Εικ. 45 δίνονται οι τιμές της ρίζας τετραγωνικού μέσου (rms) για τη διακύμανση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας $\eta_f=\eta_{ens}-\overline{\eta}$ ($\overline{\eta}$ είναι η μέση κατά την κυματική περίοδο ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας η) για δύο περιπτώσεις ελέγχου (10 και 11) με σχετικά εκλεπτυσμένη χωρική ανάλυση ($\Delta x \le \lambda_0$, για $z \ge z_{cr}$), σε όλους τους μετρητές στη ΖΘ. Οι συγκρίσεις των προσομοιωμένων τιμών με τις πειραματικές τιμές αποκαλύπτουν εξαιρετική συμφωνία. Αυτό επιβεβαιώθηκε και από τον ανάλογο συντελεστή συσχέτισης κατά Pearson (Εικ. 46) για την $\eta_{f,rms}$, ο οποίος οριακά φτάνει πολύ κοντά στη μονάδα [$COR(\eta_{f,rms})\approx 0.96$] καθώς η χωρική διακριτοποίηση γίνεται πιο λεπτομερής. Το ίδιο δεν ίσχυσε όμως για τις rms τιμές της μέσης στο βάθος ταχύτητας U_{rms}, όπως φαίνεται στην Εικ. 47. Η ασυμφωνία εντοπίστηκε βέβαια μόνο στην περιοχή μετάβασης του θραυόμενου κυματισμού σε κινούμενο υδραυλικό άλμα εντός της ΖΘ. Οι σχετικοί συντελεστές συσχέτισης Pearson για την U_{rms} είναι $COR(U_{rms})\approx 0.5$, το οποίο είναι κάπως απογοητευτικό. Το τελευταίο ισχύει βέβαια για την ενδιάμεση ΖΘ, όπου δημιουργούνται τα απότομα μέτωπα του θραυόμενου κυματισμού. Οι κατακόρυφες κατανομές των κινηματικών μεγεθών στην περιοχή μετά την έναρξη της θραύσης και ειδικά μετά την κατάδυση της εκτοξευόμενης φλέβας (περιοχές με έντονη διάτμηση) είναι προβληματικές, πιθανώς λόγω έλλειψης των 3D διεργασιών με κατάλληλη χωρική ανάλυση ή της υπερβολικής απόσβεσης του μοντέλου SPS. Στην περιοχή έναρξης της θραύσης ή την ενδότερη ΖΘ (και τη ζώνη απόσβεσης) οι συγκρίσεις με τα πειραματικά δεδομένα ήταν ικανοποιητικές. Η βελτίωση της κατάστασης με τη χρήση μικρότερου χωρικού βήματος διακριτοποίησης Δx=2 mm (περίπτωση 13) είναι εμφανής στην Εικ. 48. Σε κάθε περίπτωση, το μοντέλο SPS-SPH απέδωσε προφανώς πολύ καλύτερα αποτελέσματα σε σύγκριση με το μοντέλο RANS των SF05 (σελ. 291-298 και 305 στο άρθρο των SF05).



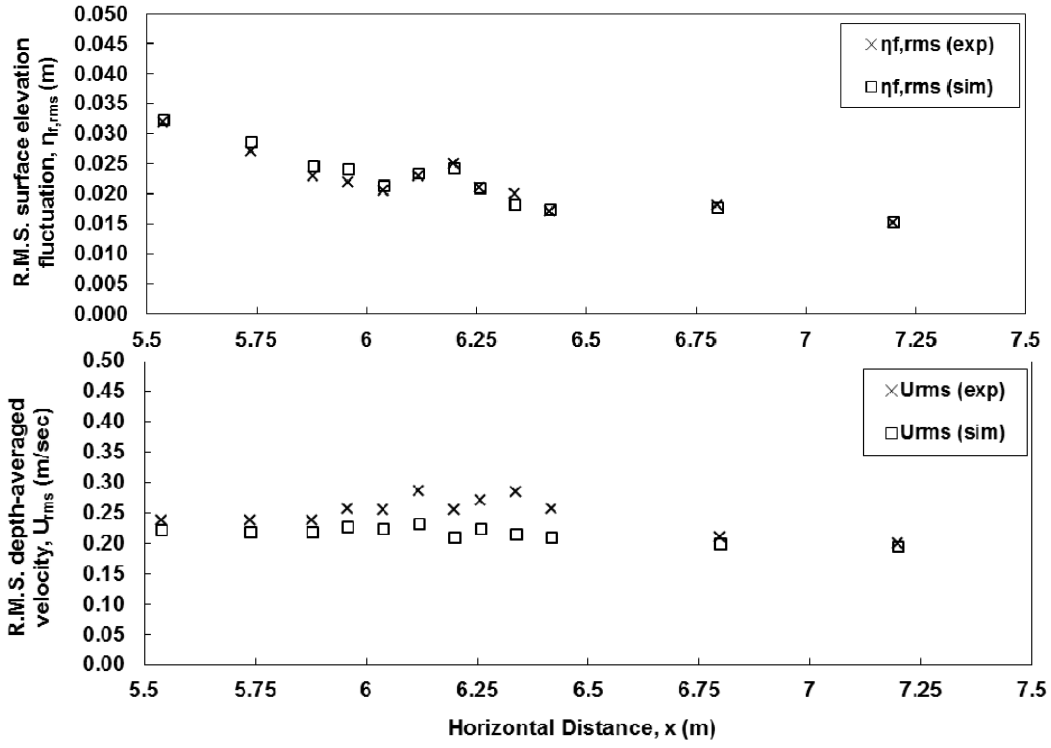
Εικ. 45. Σύγκριση πειραματικών δεδομένων (exp) και αποτελεσμάτων προσομοιώσεις (sim) για τις τιμές τετραγωνικού μέσου (rms) της διακύμανσης της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας $\eta_{f,rms}$ (περίπτωση ελέγχου 10: άνω γράφημα, περίπτωση ελέγχου 11: κάτω γράφημα).



Εικ. 46. Συντελεστής (ροπή γινομένου) συσχέτισης κατά Pearson των διακριτών περιπτώσεων ελέγχου, μεταξύ των πειραματικών δεδομένων και των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων, για τις κατανομές των τιμών τετραγωνικού μέσου (rms) της διακύμανσης της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας $\eta_{f,rms}$. Ο αύξων αριθμός των περιπτώσεων ελέγχου αναφέρονται σε αυξανόμενη χωρική ανάλυση.



Εικ. 47. Σύγκριση πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τις τιμές τετραγωνικού μέσου (rms) των μέσων στο βάθος ταχυτήτων U_{rms} (περίπτωση ελέγχου 10: άνω γράφημα, περίπτωση ελέγχου 11: κάτω γράφημα).



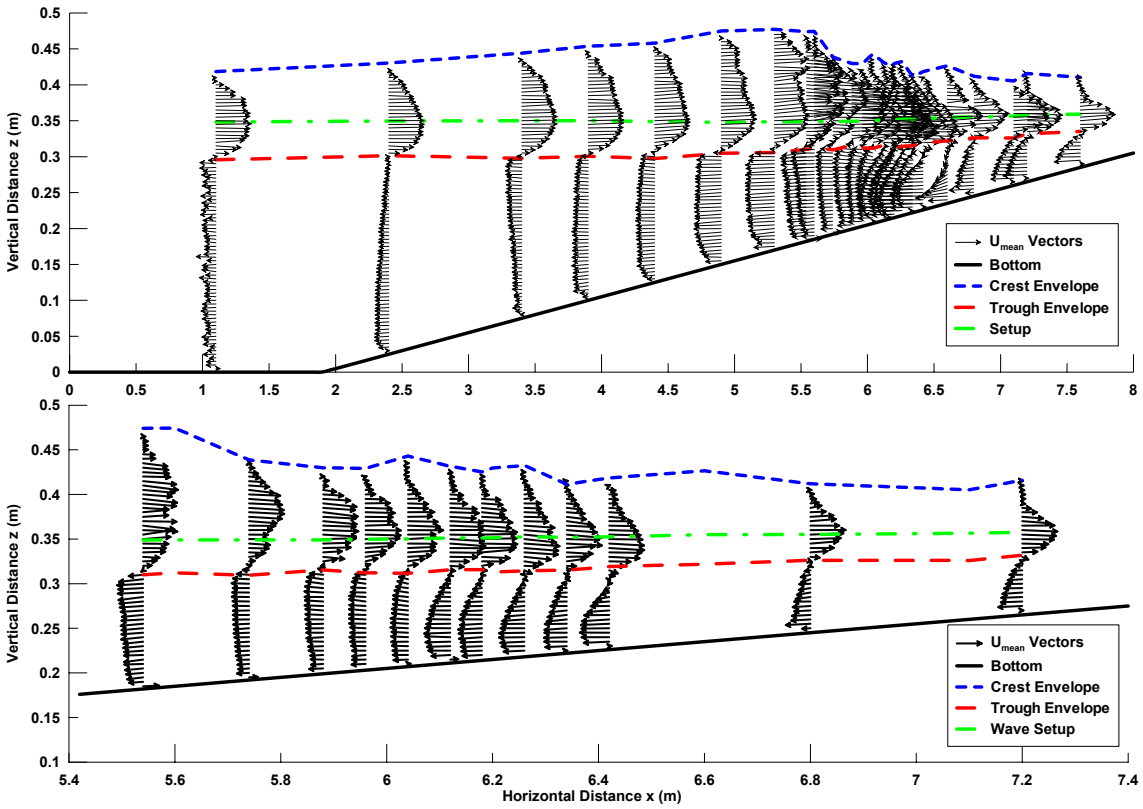
Εικ. 48. Σύγκριση πειραματικών δεδομένων (exp) με αποτελέσματα προσομοίωσης (sim) για τις τιμές τετραγωνικού μέσου (rms) της $\eta_{f,rms}$ (άνω γράφημα) και της U_{rms} (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 13.

7.7. Κυματογενή παράκτια ρεύματα

Στην παρούσα μελέτη, η έρευνα την υδροδυναμικών μεγεθών εντός της ΖΘ επικεντρώθηκε επίσης στην προσομοίωση της κυματογενούς μέσης ροής με καθαρή μεταφορά μάζας (προς την ακτή και προς τα ανοιχτά). Δηλαδή εξετάστηκε η εγκάρσια στην ακτή ροή μεταφοράς μάζας προς τα ανοιχτά επί του πυθμένα, που ονομάζεται ρεύμα επιστροφής (undertow), και η αντίθετης κατεύθυνσης ροή μεταφοράς μάζας πάνω από την κοιλία, που ονομάζεται ρεύμα Stokes στην περιοχή εκτός της ΖΘ. Εντός της ΖΘ το τελευταίο μέγεθος συνδυάζεται με τη μέση ροή (μεταφορά) που οφείλεται καθαρά στη θραύση του κύματος, δίνοντας μια κυματογενή-θραυσιγενή συνισταμένη κίνησης προς την ακτή, με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά.

7.7.1. Μέσες στο χρόνο κυματογενείς ροές

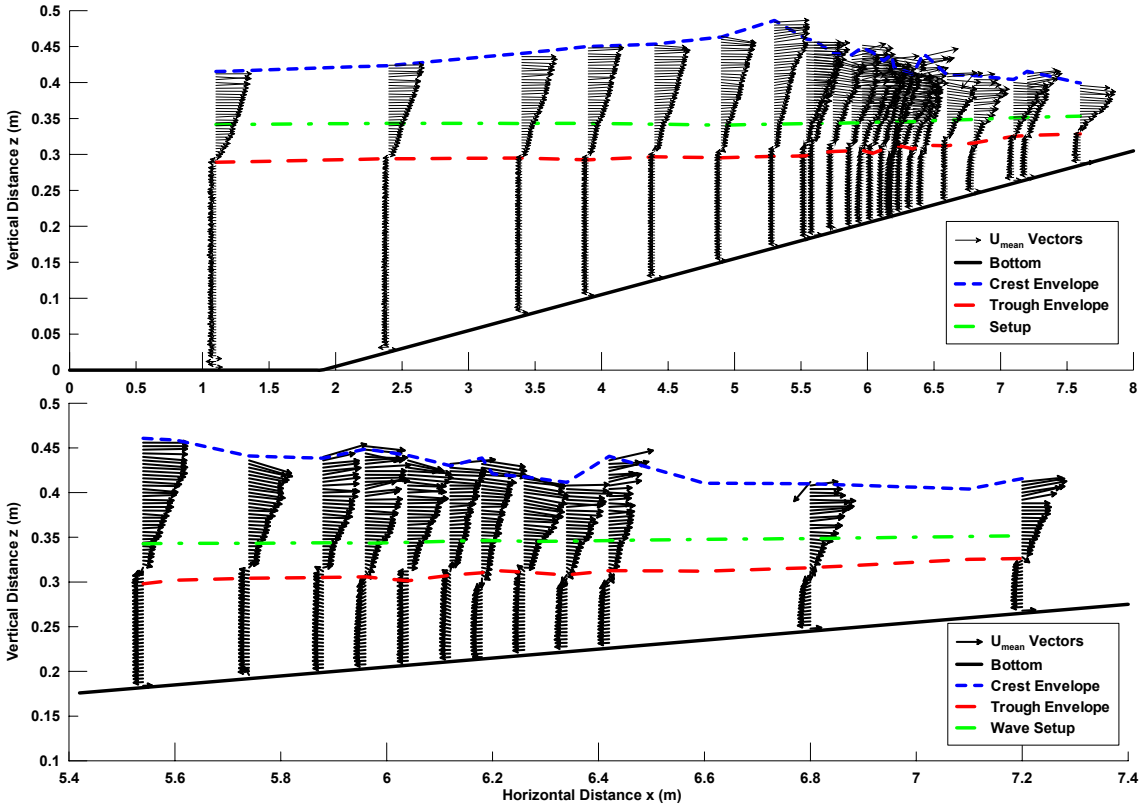
Στην Εικ. 49 παρουσιάζεται η αποτύπωση της μέσης στην περίοδο του κύματος κινηματικής κατά Euler (δηλ. υπολογισμένη σε συγκεκριμένους μετρητές), που έχει προκύψει από τα αποτελέσματα SPH για περίπτωση με σχετικά λεπτομερές χωρικό βήμα διακριτοποίησης $\Delta x \leq \lambda_0$. Το άνω γράφημα αναφέρεται στο σύνολο του υπολογιστικού πεδίου και το κάτω είναι εστιασμένο στη ΖΘ. Το ρεύμα με κατεύθυνση προς την ακτή πάνω από την κοιλία του κύματος (ρεύμα Stokes) και το επιπυθμένιο ρεύμα επιστροφής προς τα ανοιχτά διακρίνονται καθαρά σε όλη την περιοχή της διάδοσης και της ΖΘ. Σημειώνεται, ότι το ρεύμα Stokes εξελίσσεται σε ένα συνδυασμένο ρεύμα προς την ακτή λόγω της κυματογενούς μεταφοράς μάζας κατά Lagrange στα ρηχά και της μεταφοράς μάζας που προκαλείται καθαρά από τη θραύση του κύματος (θραυσιγενές ρεύμα). Τα αντίθετης κατεύθυνσης κυματογενή ρεύματα διαχωρίζονται σαφώς από την περιβάλλουσα της κοιλίας του κύματος, της οποίας η θέση έχει προβλεφθεί με σχετική ακρίβεια. Η κατακόρυφη κατανομή των μέσων ταχυτήτων $\bar{\mathbf{u}}$ έχει αναπαραχθεί ποιοτικά με ορθό τρόπο, με την έννοια ότι η οφιοειδής μορφή της κατακόρυφης καμπύλης είναι κλασική στη σχετική βιβλιογραφία. Παρατηρώντας την εξέλιξη των σχετικών θέσεων των περιβαλλουσών μεταξύ τους, μπορεί να πει κανείς ότι η απεικόνιση του προωθούμενου κύματος και η εμφάνιση της μη γραμμικότητάς του, μέχρι το οριακό σημείο της έναρξης της θραύσης, είναι ρεαλιστική (Εικ. 49). Η μέση κυματογενής ανύψωση (wave set-up) έχει προβλεφθεί σε ευλογοφανή θέση ανάμεσα στις δύο περιβάλλουσες. Το κάτω γράφημα της Εικ. 49, που απεικονίζει ολόκληρη την ζώνη θραύσης, επιδεικνύει ποιοτικές ομοιότητες σε σύγκριση με την αντίστοιχη αναπαράσταση στην εργασία των SF05 (σελ. 290, Εικ. 6 άνω γράφημα στο άρθρο των SF05). Άμεσες συγκρίσεις παρέχονται στο παράρτημα.



Εικ. 49. Κατακόρυφες κατανομές των μέσων στην περίοδο του κύματος διανυσμάτων ταχύτητας $\mathbf{u}_{mean}$ (ή $\bar{\mathbf{u}}$ στο κείμενο), για την περίπτωση 11 σε διακριτούς μετρητές για ολόκληρο το υπολογιστικό πεδίο (άνω γράφημα) και εστιασμένες στη ΖΘ (κάτω γράφημα). Δίνονται επίσης οι περιβάλλουσες της κοιλίας (κόκκινη αδρά διακεκομμένη γραμμή) και της κορυφής (μπλε βραχέως διακεκομμένη γραμμή) του κύματος, και της μέσης κυματογενούς ανύψωσης (πράσινη διακεκομμένη - εστιγμένη γραμμή).

Επιπλέον, το μοντέλο SPS-SPH κατάφερε να αναπαράξει ακόμα και την αντιστροφή της μέσης ροής σε σχέση με το ρεύμα επιστροφής κοντά στον πυθμένα, η οποία αποτελεί μια επιπυθμένια ποταμηδόν ροή (streaming), όπως έχει περιγραφεί από τους Longuet-Higgins (1953) και Christensen et al. (2002). Το εν λόγω φαινόμενο έχει αναπαραχθεί ποιοτικά με σωστό τρόπο, όπως φαίνεται και από τα διανύσματα της μέσης ταχύτητας στο οριακό στρώμα του πυθμένα (Εικ. 49), τα οποία έχουν κατεύθυνση προς την ακτή τόσο για την περιοχή προέλασης του κύματος όσο και τη ΖΘ. Αυτό το απεικονιζόμενο, λεπτό σε πάχος, επιπυθμένιο ρεύμα είναι στην πραγματικότητα η μέση στο χρόνο τιμή της κυματογενούς παλινδρομικής κίνησης των μορίων του νερού συνδυασμένη με τη διατμητική ταχύτητα επί του πυθμένα, η οποία προκαλείται εντός της οριακής στοιβάδας λόγω της υπερίσχυσης (εντός μιας κυματικής περιόδου) ενός στρώματος έντονης αρνητικής (αντι-ωρολογιακής φοράς) στροβιλότητας εν είδη στρώματος ανάμιξης (mixing layer) μπροστά από το

προέλαυνον κύμα. Αυτή η αναστροφή της ροής θα μπορούσε να επηρεάσει σημαντικά την κατανομή των διατμητικών τάσεων κατά την κατακόρυφη διεύθυνση κοντά στην οριακή στοιβάδα (Fredsøe and Deigaard, 1992) και εν τέλει την αιώρηση των πυθμενικών ιζημάτων και τη στερεομεταφορά. Τα εν λόγω συνεκτικά στροβιλώδη πρότυπα ροής (στρώματα ανάμιξης) κοντά στον πυθμένα παρουσιάζονται στους χάρτες στροβιλότητας παρακάτω (§8.2).



Εικ. 50. «Βρεχόμενες» κατακόρυφες κατανομές των μέσων στην περίοδο του κύματος διανυσμάτων ταχύτητας $\mathbf{u}_{mean,wet}$ (ή $\bar{\mathbf{u}}_{wet}$ στο κείμενο), για την περίπτωση 11 σε διακριτούς μετρητές για ολόκληρο το υπολογιστικό πεδίο (άνω γράφημα) και εστιασμένες στη ΖΘ (κάτω γράφημα). Δίνονται επίσης οι περιβάλλουσες της κοιλίας (κόκκινη αδρά διακεκομμένη γραμμή) και της κορυφής (μπλε βραχέως διακεκομμένη γραμμή) του κύματος, και της μέσης κυματογενούς ανύψωσης (πράσινη διακεκομμένη - εστιγμένη γραμμή).

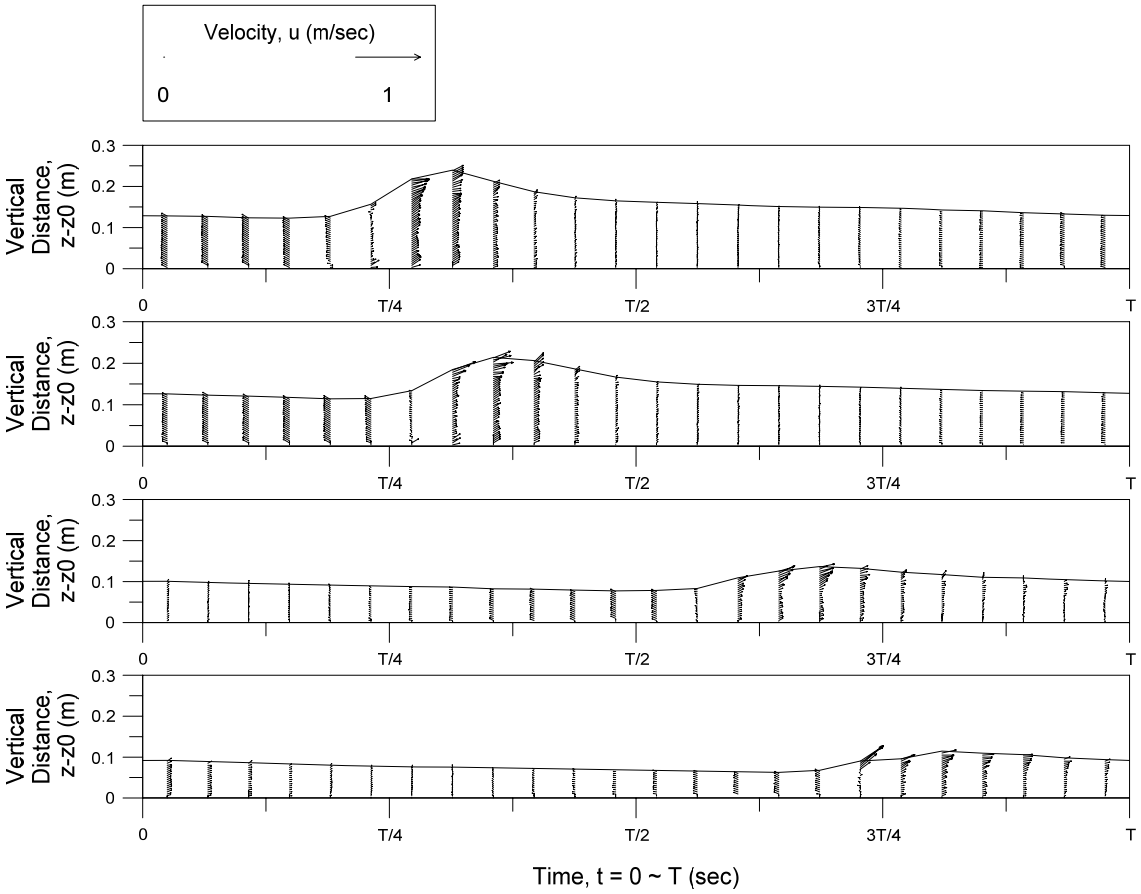
Ακόμα ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό αποτέλεσμα ήταν το μέσο στο χρόνο διανυσματικό πεδίο των ταχυτήτων για την «βρεχόμενη» περίοδο (wet period) $\bar{\mathbf{u}}_{wet}$. Ως «βρεχόμενη» περίοδος ορίζεται ο χρόνος κατά τον οποίο ένα σημείο στο υπολογιστικό πεδίο είναι βυθισμένο στο νερό, δηλαδή καταλαμβάνεται από σωματίδια SPH που αντιπροσωπεύουν το νερό, μέσα στη διάρκεια ενός κυματικού κύκλου. Οι αντίστοιχες κατακόρυφες κατανομές παρουσιάζονται στην Εικ. 50 για το σύνολο των μετρητών στο

υπολογιστικό πεδίο (άνω γράφημα) και εστιασμένες στη ΖΘ (κάτω γράφημα). Το σύμβολο *z*, στην εικόνα αυτή, αντιπροσωπεύει την κατακόρυφη συντεταγμένη και μετράται από τον πυθμένα προς τα πάνω. Το αντίστοιχο γράφημα στην εργασία των SF05 (σελ. 291, Εικ. 7 στο άρθρο των SF05) είναι ποιοτικά παρόμοιο. Συγκεκριμένα, οι τοπικές μέγιστες τιμές του πεδίου ταχύτητας σε όλους τους μετρητές εντοπίζεται ακριβώς στο επίπεδο της κυματικής κορυφής όπως και στο άρθρο των SF05. Οι μέγιστες τιμές των κατακόρυφων κατανομών για τις $\bar{\mathbf{u}}_{wet}$ εντοπίστηκαν κατά την έναρξη της θραύσης, ενώ μειώθηκαν σταδιακά στην περιοχή του κινούμενου μετώπου μετά τη θραύση. Τα μεγέθη των $\bar{\mathbf{u}}_{wet}$ μειώθηκαν σε πολύ μικρές τιμές ακριβώς επί του επιπέδου της κοιλίας του κύματος και κάτω από αυτό, καθώς η «βρεχόμενη» περίοδος ουσιαστικά είχε ίδια τιμή με την περίοδο του πραγματικού κύματος εκεί. Η βαθμίδα στην κατανομή της μέσης ταχύτητας πρέπει να σχετίζεται με τη συνεκτική διάτμηση και τις στροβιλώδεις δομές, που παρουσιάζονται παρακάτω (§8.2) ή γενικότερα με τις κυματογενείς δίνες μεγάλης κλίμακας. Η συγκεντρωμένη στροβιλότητα που προέρχεται από την επαφή με το πυθμενικό στερεό όριο επηρεάζει επίσης τα κατακόρυφα προφίλ της μέσης ταχύτητας ειδικά στο οριακό στρώμα, προκαλώντας την αναστροφή της επιπυθμένιας ροής (streaming). Παρ' όλα αυτά η επίδραση των περιδινήσεων του πυθμενικού ορίου στην προσομοιωμένη ταχύτητα δεν ήταν τόσο σημαντική όσο η επιρροή των μεγάλης κλίμακας δινών πάνω από το επίπεδο της κοιλίας, γιατί η τραχύτητα του πυθμένα ήταν αμελητέα στην παρούσα μελέτη (SF05).

7.7.2. Κατακόρυφες κατανομές δειγματικά μεσοσταθμισμένων ταχυτήτων

Στην Εικ. 51 φαίνονται οι αποτυπώσεις της προσομοιωμένης χρονικής εξέλιξης των διανυσματικών πεδίων της δειγματικά μεσοσταθμισμένης ταχύτητας $\mathbf{u}_{ens}$, για τους ασθενώς καταδυόμενους θραυόμενους κυματισμούς (δύο άνω γραφήματα) και την περιοχή των κινούμενων μετώπων (δύο κάτω γραφήματα). Σημειώνεται, ότι τα γραφήματα έχουν το χρόνο *t* στον άξονα *x* για μια ολόκληρη περίοδο κύματος *T*. Συγκρίνοντας τα μεγέθη των ταχυτήτων ταχύτητα έναντι στη μετρούμενη φασική ταχύτητα *c*, διαπιστώθηκε ότι ήταν παρόμοια στην περιοχή του επιφανειακού στροβίλου και του κινούμενου μετώπου. Οι υψηλότερες τιμές παρατηρήθηκαν κατά την έναρξη της θραύσης (ασθενούς κατάδυσης) και τη δημιουργία εκτοξευόμενων φλεβών νερού και ανατρεπόμενων κυματοκορυφών, ενώ οι χαμηλότερες τιμές εντοπίστηκαν στην περιοχή του τυρβώδους κινούμενου μετώπου του θραυόμενου κύματος, πιθανώς λόγω της πιο έντονης διάχυσης εκεί (SF05). Η μέγιστη ταχύτητα εμφανίστηκε στην περιοχή της κορυφής του κύματος πάνω από τον πόδα του κύματος στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8 και G10) με μέγεθος περίπου 1.5 φορές τη μετρημένη

φασική ταχύτητα *c*. Αυτές οι τιμές ήταν ελαφρά μεγαλύτερες από τις επικρατούσες τιμές στην έναρξη θραύσης των κυματισμών τύπου υπερχείλισης (Qiao and Duncan, 2001). Αυτό θεωρείται λογικό, αν ληφθεί υπόψη ο σχηματισμός της προεξέχουσας φλέβας στην κυματοκορυφή που οδήγησε στο συμβάν της ασθενούς κατάδυσης. Σε αυτήν την περίπτωση τα υδάτινα σωματίδια αναμένεται να έχουν μεγαλύτερες ταχύτητες από την περίπτωση των θραυόμενων κυμάτων με μορφή υπερχείλισης. Στους μετρητές G21 και G23 (ενδότερη ΖΘ), οι μέγιστες τιμές των αριθμητικά υπολογισμένων $\mathbf{u}_{ens}$ ήταν από 7% έως 12.5% μεγαλύτερες από τη φασική ταχύτητα του κύματος *c*. Είναι προφανές, ότι η κατακόρυφη κατανομή των διανυσμάτων του πεδίου των $\mathbf{u}_{ens}$ ήταν παλινδρομική, δηλαδή με αντίρροπες κατευθύνσεις κατά τη διάρκεια μιας κυματικής περιόδου (Εικ. 51). Το πρότυπο των χρονοσειρών για τις κατακόρυφες κατανομές των $\mathbf{u}_{ens}$ ήταν παρόμοιο με εκείνο των κατακόρυφων κατανομών της **‹u›** στη μελέτη των Nadaoka et al. (1989). Η λογική της κατανομής τους ήταν ίδια με την αντίστοιχη αποτύπωση στη μελέτη των SF05 (σελ. 287, Εικ. 4 στο άρθρο των SF05).



Εικ. 51. Δειγματικά μεσοσταθμισμένη κατακόρυφη κατανομή (του 1D διανυσματικού πεδίου) της ταχύτητας $\mathbf{u}_{ens}$ για την περίπτωση ελέγχου 10 στην περιοχή έναρξης της θραύσης G8, G10 (2 άνω γραφήματα) και την ενδότερη ΖΘ (τυρβώδη μέτωπα θραυόμενου κύματος) G21, G23 (2 κάτω γραφήματα).

7.7.3. Αποτύπωση ταχυτήτων μετώπου θραυόμενου κύματος

Στον Πίν. 10 παρέχονται, αναλυτικά σε κάθε μετρητή του υπολογιστικού πεδίου, οι τιμές των θεωρητικών και πειραματικά μετρημένων φασικών ταχυτήτων του κύματος, c_t και c αντίστοιχα, οι τιμές των μέγιστων αριθμητικά προσομοιωμένων ταχυτήτων $|\mathbf{u}|_{max}$ και του μέγιστου αριθμού Froude Fr_{max} και Fr'_{max}, θεωρητικού και πειραματικού αντίστοιχα, στη στήλη του νερού για την περίπτωση ελέγχου 12.

Πίν. 10. Μέγιστες τιμές αριθμού Froude Fr_{max} και Fr'_{max}, θεωρητική και πειραματική αντίστοιχα, στη στήλη του νερού για όλους τους μετρητές (περίπτωση ελέγχου 12). Δίνονται και οι θεωρητικές και μετρημένες φασικές ταχύτητες του κύματος, c_t και c αντίστοιχα.

Μετρητές	c_t (m/sec)	c/c_t	c (m/sec)	$\|\mathbf{u}\|_{max}$ (m/sec)	Fr_{max}	Fr'_{max}
G1	1.826	1.060	1.936	0.369	0.202	0.191
G2	1.757	1.060	1.863	0.552	0.314	0.296
G3	1.612	1.060	1.708	0.678	0.421	0.397
G4	1.534	1.060	1.626	0.805	0.525	0.495
G5	1.452	1.060	1.539	1.016	0.700	0.660
G6	1.365	1.060	1.446	1.298	0.951	0.897
G7	1.291	1.060	1.368	2.821	2.186	2.062
G8	**1.245**	**1.060**	**1.320**	**2.937**	**2.359**	**2.226**
G9	1.234	1.120	1.382	3.154	2.557	2.283
G10	**1.206**	**1.190**	**1.435**	**2.881**	**2.390**	**2.008**
G11	1.175	1.230	1.445	2.395	2.039	1.657
G12	1.159	1.230	1.425	2.757	2.379	1.934
G13	1.143	1.240	1.417	2.647	2.316	1.868
G14	1.128	1.235	1.394	2.586	2.292	1.856
G15	1.127	1.230	1.386	2.509	2.227	1.811
G16	1.110	1.210	1.343	2.658	2.394	1.978
G17	1.094	1.210	1.323	2.767	2.531	2.091
G18	1.077	1.200	1.292	2.655	2.466	2.055
G19	1.059	1.200	1.271	2.536	2.394	1.995
G20	1.014	1.230	1.247	3.657	3.607	2.932
G21	**0.966**	**1.260**	**1.218**	**2.131**	**2.205**	**1.750**
G22	0.885	1.300	1.150	1.562	1.766	1.358
G23	**0.858**	**1.320**	**1.132**	**1.868**	**2.178**	**1.650**
G24	0.733	1.350	0.990	1.761	2.402	1.779

Παρατηρείται εμφανέστατα, ότι η ροή στην περιοχή της προέλασης του κύματος και της επίδρασης της ρήχωσης έχει χαρακτηριστικά υποκρίσιμης ροής με μέγιστο αριθμό Froude που δεν ξεπερνάει τη μονάδα ($Fr'_{max}<1$), και αυξάνεται προωθητικά προς αυτήν την οριακή τιμή της κρίσιμης ροής ($Fr'_{max}=1$), καθώς πλησιάζει από την κυματογενήτρια στο σημείο έναρξης της θραύσης (μετρητής G7). Από εκείνο το σημείο και μετά εντός

της ΖΘ καταγράφεται ότι Fr'_{max}>1, οπότε έχουμε μονίμως υπερκρίσιμη ροή για τις μέγιστες μετρημένες ταχύτητες του μετώπου του θραυόμενου κύματος. Γι' αυτό το λόγο παρατηρείται η εμφάνιση της εκτοξευόμενης φλέβας κατά την έναρξη της θραύσης ασθενούς κατάδυσης, αλλά και η επανεμφάνιση δευτερευουσών γλωσσών και μικρών φλεβών στην κορυφή του μετώπου του θραυόμενου κύματος (bore). Για περαιτέρω ανάλυση του φαινομένου ο αναγνώστης παραπέμπεται στο §7.1. Αντίστοιχη εικόνα της εξέλιξης του τύπου της ροής λόγω της θραύσης των κυματισμών ασθενούς κατάδυσης δόθηκε και από τις προσομοιώσεις SPS-SPH με αδρότερη χωρική ανάλυση (Δx=5 mm, περίπτωση ελέγχου 10), η οποία παρουσιάζεται στο Παράρτημα.

7.7.4. Έλεγχοι ισοζυγίου και ανηγμένης παροχής και ολοκλήρωσης της ροής

Επιπροσθέτως, προκειμένου να ελεγχθεί η αντισταθμιζόμενη αλληλεπίδραση των δύο αντίφορων κυματογενών ρευμάτων (ρεύμα επιστροφής και ρεύμα Stokes μαζί με κυματογενή ροή προς την ακτή) η ολοκληρωμένη κατά το βάθος τιμή της μέσης στο χρόνο ταχύτητας υπολογίστηκε με τη χρήση της ακόλουθης σχέσης:

$$Flux\left(\bar{\mathbf{u}}\right) = \int_{z_0}^{\eta} \left(\bar{\mathbf{u}}\right) dz \qquad [173]$$

Η παραπάνω εξίσωση ουσιαστικά περιγράφει την ροή από την περιοδικά μεσοσταθμισμένη ταχύτητα σε ένα 2D ανηγμένο όγκο, η οποία πολύ μικρότερη από 0.01 m^2/sec ($Flux(\bar{\mathbf{u}})$<<0.01 m^2/sec). Η αντίστοιχη μέση στο βάθος και στο χρόνο οριζόντια ταχύτητα $\bar{U}$ πήρε τιμές σχεδόν μηδενικές ($\bar{U}\approx 0$) σε όλους τους αριθμητικού μετρητές. Το μηδενικό υπόλοιπο στο ισοζύγιο της ορμής που μεταφέρεται από και προς την ακτή υπέδειξε την εύλογη (ποιοτικά τουλάχιστον) αναπαραγωγή των κυματογενών μέσων ροών (wave-induced mean flows) σε όλο το υπολογιστικό πεδίο. Δεν απαιτήθηκε καμία ειδική μεταχείριση από το μοντέλο SPH, για τις κατακόρυφες κατανομές του πεδίου των ταχυτήτων ή της αλληλεπίδρασης της κίνησης των μορίων του νερού λόγω του κύματος και του ρεύματος, όπως γίνεται στα κλασικά κυματικά μοντέλα προσομοίωσης.

Ως έλεγχος για την αριθμητική ακρίβεια των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, υπολογίστηκε η ροή που οφείλεται στις δειγματικά μεσοσταθμισμένες οριζόντιες ταχύτητες σε έναν 2D ανηγμένο όγκο $Flux(\mathbf{u}_{ens})$ για μια ολόκληρη φασικά μεσοσταθμισμένη κυματική περίοδο, με βάση την ακόλουθη σχέση:

$$Flux\left(\mathbf{u}_{ens}\right) = \int_{0}^{T}\int_{z_0}^{\eta} \left(\mathbf{u}_{ens}\right) dzdt \qquad [174]$$

Η αντίστοιχη κανονικοποιημένη ροή στον 2D ανηγμένο όγκο *NormFlux*($\mathbf{u}_{ens}$) δίνεται από τον τύπο (SF05):

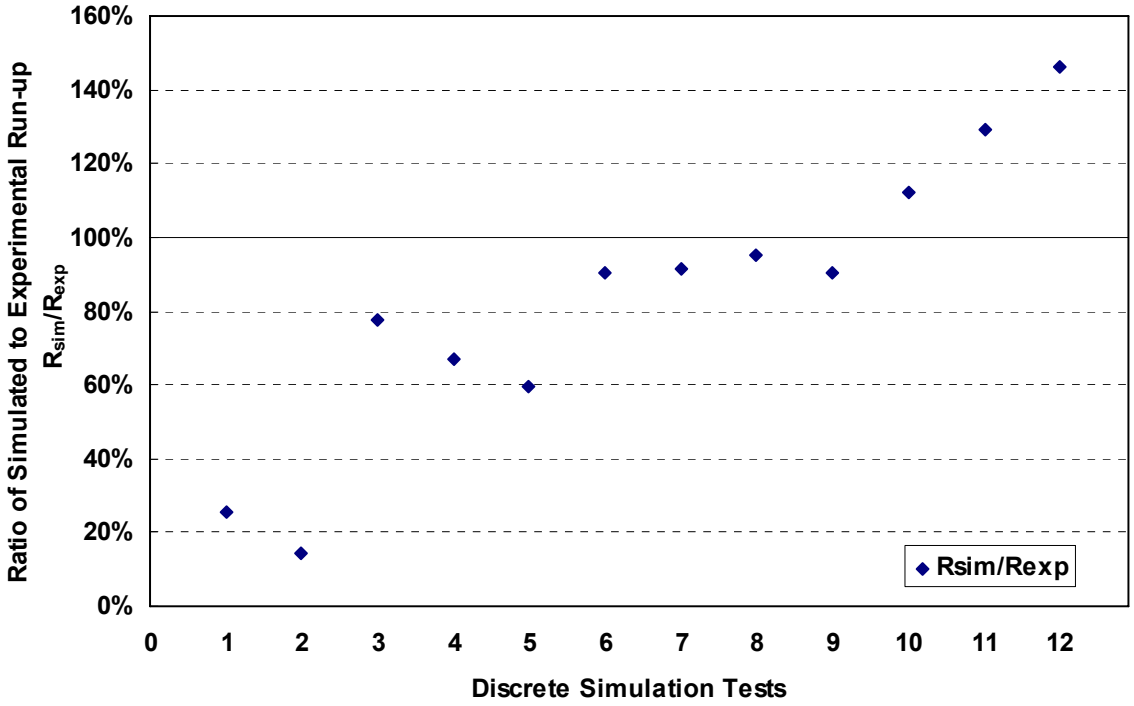
$$NormFlux\left(\mathbf{u}_{ens}\right)=\int_0^T\int_{z_b}^{\eta}\left(\mathbf{u}_{ens}\right)dzdt\Big/\int_0^T\int_{z_b}^{\eta}\left(\left|\mathbf{u}_{ens}\right|\right)dzdt \qquad [175]$$

Βρέθηκε ότι η *Flux*($\mathbf{u}_{ens}$) ήταν επίσης πολύ μικρότερη από 0.01 m^2/sec [*Flux*($\mathbf{u}_{ens}$)<<0.01 m^2/sec] και η *NormFlux*($\mathbf{u}_{ens}$) υπολογίστηκε λιγότερη από 5% [*NormFlux*($\mathbf{u}_{ens}$)<5%], το οποίο θεωρείται ότι επιδεικνύει αποδεκτή ακρίβεια και είναι σε συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα (SF05). Η μέση στο χρόνο συνολική ροή μάζας *Flux*($\mathbf{u}_{ens}$)/*T*, που ορίστηκε από τους Nadaoka et al. (1989), βρέθηκε ότι ήταν πρακτικά μηδενική, όπως ήταν αναμενόμενο.

7.8. Αποτύπωση κυματογενών μεγεθών στη ζώνη διαβροχής

Η κύρια διεργασία που λαμβάνει χώρα στη ΖΔ και ειδικά στο στεγνό κομμάτι του υπολογιστικού πεδίου, δηλ. στο αντίστοιχο χερσαίο τμήμα της ακτής (παραλία) είναι η αναρρίχηση (run-up) *R* των κυματισμών μετά τη θραύση, την προέλαση του θραυόμενου μετώπου και την απόσβεσή του στα ρηχά νερά της ακτής και στο όριο της ακτογραμμής. Η μέση αναρρίχηση *R* στο χερσαίο κομμάτι της ακτής πάνω από την ακτογραμμή για τα πειραματικά δεδομένα της SF05 προέκυψε από τη μέση κατανομή της κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας σε 24 μετρητές, που καλύπτουν χωρικά όλο το υπολογιστικό πεδίο. Αυτό έγινε ευρετικά για την πρόβλεψη της τιμής του *R* με τη χρήση μιας γραμμής τάσης, που βασίζεται σε ένα μη γραμμικό πολυώνυμο, και προέκυψε η τιμή *R*=0.595 m. Υπολογίστηκαν επίσης οι αδιάστατες αναλογίες των προσομοιωμένων (*sim*) προς τις πειραματικές (*exp*) τιμές της αναρρίχησης R_{sim}/R_{exp} για όλες τις διακριτές περιπτώσεις ελέγχου (με προωθητικά αύξουσα χωρικά ανάλυση), οι οποίες παρουσιάζονται στην Εικ. 52. Στο διάγραμμα οι τιμές κοντά στη γραμμή 100% είναι οι πιο κατάλληλες, και αφορούν σε χωρική ανάλυση *Δx* κοντά στις ολοκληρωματικές κλίμακες μήκους της τύρβης. Οι υπόλοιπες περιπτώσεις ελέγχου έχουν είτε μεγαλύτερο *Δx* ή μικρότερο *Δx*, και ενσωματώνουν αντίστοιχα είτε μεγάλα «βαριά» σωματίδια (δοκιμές 1 έως 5) με πεδίο υποστήριξης που περιέχει ελάχιστα σωματίδια ή μικρά «ελαφρά» σωματίδια (δοκιμές 10 έως 12) με πεδίο υποστήριξης, που δεν είναι σίγουρο ότι περιέχει ικανό αριθμό σωματιδίων για αξιόπιστη παρεμβολή τύπου SPH. Έτσι, στην πρώτη περίπτωση αναπαράγονται πλαστά φαινόμενα υπερβολικής τριβής στο πυθμενικό όριο, και στη δεύτερη περίπτωση με αντίθετη συμπεριφορά, δηλ. μειωμένες τριβές στο στερεό όριο και υπερβολικές τιμές αναρρίχησης. Και στις δύο περιπτώσεις η ακρίβεια της ολοκλήρωσης τύπου SPH δεν εξασφαλίζεται, λόγω της ασθενούς υποστήριξης του

γειτονικού πεδίου για τον πυρήνα SPH. Εξάλλου, για την τελευταία περίπτωση με πολύ υψηλή χωρική ανάλυση, τα πολύ μικρά σωματίδια SPH συμπεριφέρονται παρόμοια με μικρά σταγονίδια νερού που φθάνουν έως ένα τερματικό σημείο πάνω στο κεκλιμένο πυθμενικό όριο, όμως αυτό δεν θα πρέπει να θεωρείται πρακτικά ως αναρρίχηση. Εκτός αυτού, τα μονήρη σωματίδια, τα οποία αποκόπτονται ή απομακρύνονται πολύ από τη βασική μάζα των σωματιδίων, που αντιπροσωπεύουν την υδάτινη μάζα υπό προσομοίωση, δεν αποτελούν σημεία αξιόπιστης συμπεριφοράς της μεθόδου SPH. Συνεπώς, σε γενικές γραμμές η τιμή του Δx ίση ή παρόμοια με την ολοκληρωματική κλίμακα μήκους της τύρβης ($\Delta x \approx \lambda_0$) επαρκεί για τους υπολογισμούς της αναρρίχησης R. Πιο ασφαλή συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν, μόνο αν γίνει σύγκριση με πραγματικές μετρήσεις της αναρρίχησης σε ακτές.



Εικ. 52. Λόγοι προσομοιωμένων (sim) προς πειραματικών (exp) τιμών της αναρρίχησης επί της ακτής R για διακριτές περιπτώσεις ελέγχου με προωθητικά αυξανόμενη χωρική διακριτοποίηση (1→12).

8. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ SPH – ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΥΡΒΩΔΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΡΟΗΣ

Με βάση την αριθμητική φύση των μοντέλων SPH και την υπο-σωματιδιακή προσέγγιση SPS για την αντιμετώπιση των συνεκτικών τάσεων και της επίδρασης της τύρβης των μικρών κλιμάκων στα μεγάλης κλίμακας πρότυπα της ροής, επιχειρήθηκε η αποτύπωση των 2D κατακόρυφων πεδίων για τη στροβιλότητα (πραγματική στο χώρο και μεσοσταθμισμένη στο χρόνο και στη φάση του κύματος), για την ΤΚΕ (παραγωγή και απόσβεσή της), για τις τυρβώδεις τάσεις κλπ. Στόχος ήταν ο εντοπισμός των οριζόντιων συνεκτικών δομών της τύρβης (coherent turbulent structures) με αποτύπωση σε κατακόρυφο 2D επίπεδο διατομής του υπολογιστικού πεδίου εντός της ΖΘ, και η σύγκρισή του με τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα. Επιπρόσθετα, για τη σύγκριση με τις κλασικές τιμές στην πειραματική βιβλιογραφία, εντοπίστηκαν τα συνεκτικά (coherent) και έντονα (intense) τυρβώδη συμβάντα της διαλείπουσας τύρβης (intermittent turbulent events) στο υδροδυναμικό πεδίο εντός της ΖΘ.

8.1. Τυρβώδεις ταχύτητες

Εκτός του μεγέθους της στροβιλότητας ω, οι υπόλοιπες υδροδυναμικές παράμετροι της τυρβώδους ροής, όπως η ΤΚΕ k και οι τάσεις Reynolds τ απαιτούν τον υπολογισμό των τυρβωδών συνιστωσών του διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων $\mathbf{u}'$. Αυτό σημαίνει, ότι πρέπει να θεωρηθεί κατάλληλη μέθοδος φιλτραρίσματος και/ή σύνθετης μεσοστάθμισης του πεδίου των ταχυτήτων $\mathbf{u}$ για το σωστό υπολογισμό των $\mathbf{u}'$, με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ροής αναφορικά με τη μεταβατικότητα και την περιοδικότητά της.

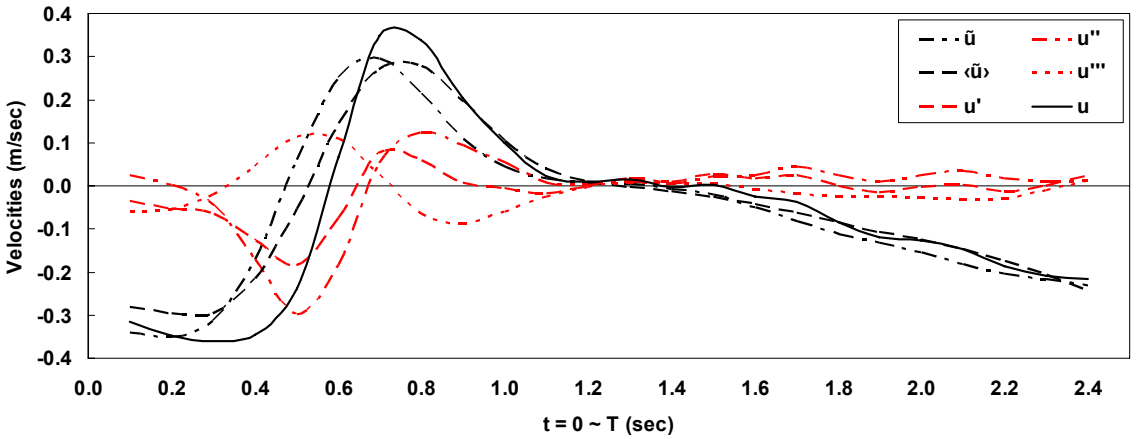
8.1.1. Υπολογισμός τυρβωδών ταχυτήτων σε μετρητές

Για την περίπτωση των θραυόμενων κυματισμών και την αποτύπωση των τυρβωδών συνιστωσών της ταχύτητας σε μετρητές τύπου Euler, από τις προσομοιωμένες τιμές του πραγματικού πεδίου των ταχυτήτων, χρησιμοποιήθηκε η ευρετική τεχνική διαχωρισμού του σήματος των τυρβωδών διακυμάνσεων, από τις συνιστώσες του σήματος που οφείλονται στις μεγάλης κλίμακας συνεκτικές δομές, και τη σύνθετα (δειγματικά) μεσοσταθμισμένη διακύμανση των ταχυτήτων στην τυπική περίοδο του κύματος t=0~T. Η μέθοδος περιγράφεται αναλυτικά στο §7.5.1 της παρούσας διατριβής, στο άρθρο των SF05, και από τους Nadaoka et al. (1989). Σημειώνεται, ότι στα επόμενα, ως τυρβώδης συνιστώσα $\mathbf{u}'$ ορίζεται η τιμή του

διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων που προκύπτει από τη χρήση της Εξ. 170, $\mathbf{u}'(\mathbf{x},\zeta t)= \mathbf{u}(\mathbf{x},\zeta t)-\langle\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t)\rangle$, και μόνο από αυτήν. Έτσι οι τυρβώδεις συνιστώσες των οριζόντιων και κατακόρυφων ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, αποτελούν τις υπερτιθέμενες τιμές της υπολειμματικής τύρβης, u'' και w'', και των σημάτων που αντιστοιχούν στις συνεκτικές τυρβώδεις δομές σχετικά μεγάλης κλίμακας, u''' και w''', π.χ. $u'(t)=u''(t)+u'''(t)$ (βλ. §7.5.1). Αυτές, $\mathbf{u}''=(u'',w'')$ και $\mathbf{u}'''=(u''',w''')$, υπενθυμίζεται ότι παρέχονται από τις παρακάτω σχέσεις:

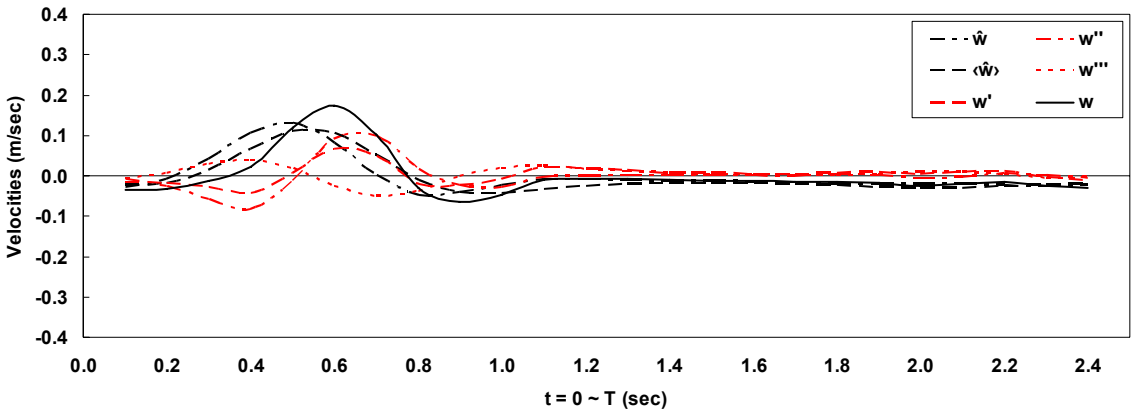
$$\begin{aligned}\mathbf{u}''(\mathbf{x},\zeta t) &= \mathbf{u}(\mathbf{x},\zeta t)-\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t)\\ \mathbf{u}'''(\mathbf{x},\zeta t) &= \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t)-\langle\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x},\zeta t)\rangle\end{aligned} \qquad [176]$$

Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται, ότι η δειγματικά μεσοσταθμισμένη διακύμανση των καταγραμμένων σημάτων στους διακριτούς αριθμητικούς μετρητές $\langle\tilde{\mathbf{u}}(t)\rangle$, μέσα σε μια τυπική κυματική περίοδο, δεν είναι «μολυσμένη» από τις συνεκτικές δομές της τύρβης, αλλά αντιστοιχεί όσο το δυνατόν καλύτερα στη διατεταγμένη (οργανωμένη) παλινδρομική κίνηση του ρευστού, λόγω των κυματισμών. Αυτό ισχύει για ολόκληρο το πεδίο, ακόμα και εντός ΖΘ, όπου ο ορθός διαχωρισμός των σημάτων είναι δύσκολος. Στην Εικ. 53 παρουσιάζονται οι κατανομές στο χρόνο (για μια τυπική κυματική περίοδο T) όλων των παραπάνω συνιστωσών των οριζόντιων ταχυτήτων (τυρβωδών και μεσοσταθμισμένων), στο μέσο βάθος στην περιοχή του μετρητή G8.



Εικ. 53. Χρονοσειρές (για μια κυματική περίοδο T) των οριζοντίων ταχυτήτων στο μέσο βάθος της περιοχής έναρξης της θραύσης (G8) για την περίπτωση 10. Παρέχονται τα σήματα των καταγραμμένων ταχυτήτων $u(t)$, όπως έχουν προσομοιωθεί από SPS-SPH, και των μετα-επεξεργασμένων σημάτων (§7.5.1) για τις φιλτραρισμένες (διάβαση βραχύσυχνων αρμονικών) ταχύτητες $\tilde{u}(t)$, τις δειγματικά μεσοσταθμισμένες ταχύτητες $\langle\tilde{u}\rangle(t)$, και τις τυρβώδεις συνιστώσες των ταχυτήτων $u'(t)$, $u''(t)$ και $u'''(t)$, που αφορούν αντίστοιχα στο σύνολο των τυρβωδών κινήσεων, στην υπολειμματική τύρβη και στις συνεκτικές τυρβώδεις δομές μεγάλης κλίμακας (βλ. Παράρτημα διακριτά διαγράμματα).

Είναι εμφανές, ότι οι συνιστώσες της ταχύτητας $\tilde{u}$ και $\langle\tilde{u}\rangle$ είναι αρκετά εξομαλυμένες σε σχέση με την καταγραφή u στο μετρητή από τις προσομοιώσεις SPS-SPH, αφού έχουν αφαιρεθεί από την τελευταία αντίστοιχα οι u'' και u'. Οι τελευταίες φαίνεται να λαμβάνουν την ελάχιστη τιμή τους (δηλ. $u < \tilde{u}$ και/ή $\langle\tilde{u}\rangle$) στο έμπροσθεν μέτωπο του προελαύνοντος κύματος, ενώ η εικόνα του σήματος αντιστρέφεται ακριβώς μετά, δηλ. λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους με το πέρασμα της κορυφής του θραυόμενου μετώπου μέχρι και τη μισή κυματική περίοδο $t \approx T/2$. Στο δεύτερο μισό της T, η ένταση της τύρβης αποσβένεται απότομα. Η τυρβώδης συνιστώσα της ταχύτητας $u'''(t)$ που αντιστοιχεί στις συνεκτικές δομές μεγάλης κλίμακας έχει παντού αντίθετο πρόσημο από την υπολειμματική συνιστώσα (και τη συνολική τύρβη). Αυτό σημαίνει, ότι οι συνεκτικές δομές τείνουν να ενισχύσουν το μέγεθος του σήματος των ταχυτήτων όταν αυτές είναι ήπιες και αντίθετα να συγκρατήσουν τις θετικές εξάρσεις του σήματος. Τα ίδια περίπου ισχύουν για τις κατακόρυφες συνιστώσες της ταχύτητας w (Εικ. 54).



Εικ. 54. Αντίστοιχα με Εικ. 53 για τις κατακόρυφες συνιστώσες της ταχύτητας w.

8.1.2. Φάσματα Fourier τυρβωδών ταχυτήτων

Στα πλαίσια της έρευνας που στήριξε την παρούσα διατριβή, διεξάχθηκε η περιγραφή των τυρβωδών χαρακτηριστικών του υδροδυναμικού πεδίου εντός της ΖΘ, τα οποία είναι δύσκολο να εντοπιστούν με τη χρήση κλασικών κυματικών μοντέλων. Συγκεκριμένα, υπολογίστηκε το φάσμα (spectrum) των τυρβωδών διακυμάνσεων του διανυσματικού πεδίου ταχυτήτων κατά Euler $\mathbf{u'}$. Άμεσος στόχος ήταν ο μετασχηματισμός της χρονοσειράς διακριτών τιμών των τυρβωδών ταχυτήτων σε ένα φάσμα Fourier $P(f)$ στο χώρο των συχνοτήτων f (των φάσεων της ανιχνευόμενης περιοδικότητας του φαινομένου) και η κατάλληλη απεικόνιση του φάσματος σε διλογαριθμικό (log-log) διάγραμμα. Τελικός σκοπός ήταν να εντοπιστούν οι πιθανοί νόμοι κλίμακας (νόμοι δύναμης εκθέτη) μέσω των ευθειών βαθμίδων (gradients) του

log[$P(f)$] σε συνάρτηση με τον log(f). Ο μετασχηματισμός Fourier του πεδίου των ξεχωριστών συνιστωσών (οριζόντιων και κατακόρυφων) των τυρβωδών ταχυτήτων (u' και w') έγινε με τη χρήση μιας εύρωστης τεχνικής Ταχέως Μετασχηματισμού Fourier, FFT (Fast Fourier Transform), για τον υπολογισμό ενός Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier, DFT (Discrete Fourier Transform), σε περιβάλλον Matlab. Η κυρίαρχη σχέση του μετασχηματισμού Fourier στην αναλυτική και τη διακριτή μορφή της δίνεται από:

$$P_{\mathbf{u}'}(f) = \int_0^{\infty} \mathbf{u}'(t)\, e^{-2\pi i t f}\, dt$$

$$\equiv \qquad [177]$$

$$P_{\mathbf{u}',n} = \sum_{k=1}^{N} \mathbf{u}'_k e^{-2\pi i (n-1)(k-1)/N}$$

όπου για το διακριτό φάσμα, ο δείκτης k είναι ο μετρητής των διακριτών τιμών της χρονοσειράς του πεδίου των τυρβωδών ταχυτήτων $\mathbf{u'}$=(u',w'), N είναι το πλήθος των διακριτών τιμών των $\mathbf{u'}$, i είναι η φανταστική μονάδα, και n είναι το πλήθος των διακριτών τιμών (ή αλλιώς των διακριτών περιοχών των συχνοτήτων) του φάσματος. Με την παραπάνω μέθοδο, υπολογίστηκαν τα φάσματα Fourier για τις προσομοιωμένες τυρβώδεις συνιστώσες της οριζόντιας και κατακόρυφης ταχύτητας, u' και w' αντίστοιχα, στην περιοχή έναρξης της θραύσης (Εικ. 55) και στην ενδότερη ΖΘ (Εικ. 56), στο επίπεδο της ΣΗ, για τη δοκιμή ελέγχου με χωρική ανάλυση κοντά στις ολοκληρωματικές κλίμακες μήκους της τύρβης, $\Delta x \approx \lambda_0$ για $z \geq z_{cr}$ (περίπτωση ελέγχου 8). Σημειώνεται ότι τα διαγράμματα στην παρούσα διατριβή διαφέρουν από τα αντίστοιχα διαγράμματα των SF05 (Εικ. 3, σελ. 286 στο άρθρο τους) στο ότι εκείνα φορούν στις συνιστώσες u'' και w''. Ο υπολογισμός των παρακάτω διαγραμμάτων έγινε με βάση τις συνιστώσες u' και w', αφού στόχος της παρούσας εργασίας ήταν ο εντοπισμός των χαρακτηριστικών (ισοτροπία κλπ) του συνόλου των τυρβωδών κινήσεων (συνεκτικών και υπολειμματικών), μέσης και μικρής κλίμακας μήκους της τύρβης και όχι μόνο της υπολειμματικής, όπως στα αντίστοιχα διαγράμματα των SF05.

Στην αρχική φάση της θραύσης (μετρητής G8, Εικ. 55), παρατηρείται η τάση του φάσματος $P(f)$ να ακολουθήσει τη βαθμίδα (ευθεία κλίση) -5/3 στη διλογαριθμική κλίμακα, η οποία είναι χαρακτηριστική της ισοτροπικής τύρβης, που αντιστοιχεί στο αδρανειακό υπο-εύρος και τις μικρο-κλίμακες μήκους Taylor (Pope, 2000). Η τάση αυτή πήρε έκταση από μια συχνότητα f=1 Hz (τυρβώδεις κινήσεις με χρόνο ζωής t_λ=1 sec) μέχρι τουλάχιστον το όριο του φίλτρου Nyquist f_N=25 Hz. Κατά το φιλτράρισμα του καταγραμμένου σήματος των πραγματικών ταχυτήτων με τη μέθοδο του κινούμενου μέσου, είναι προφανές ότι η τυχαία τύρβη κάτω από αυτή την οριακή συχνότητα χάθηκε στη διεργασία της μεσοστάθμισης. Συνεκδοχικά, το κατώτερο όριο του χρόνου ζωής t_{cs} των τυρβωδών δομών μεγάλης κλίμακας θεωρείται πρακτικά, ότι είναι της

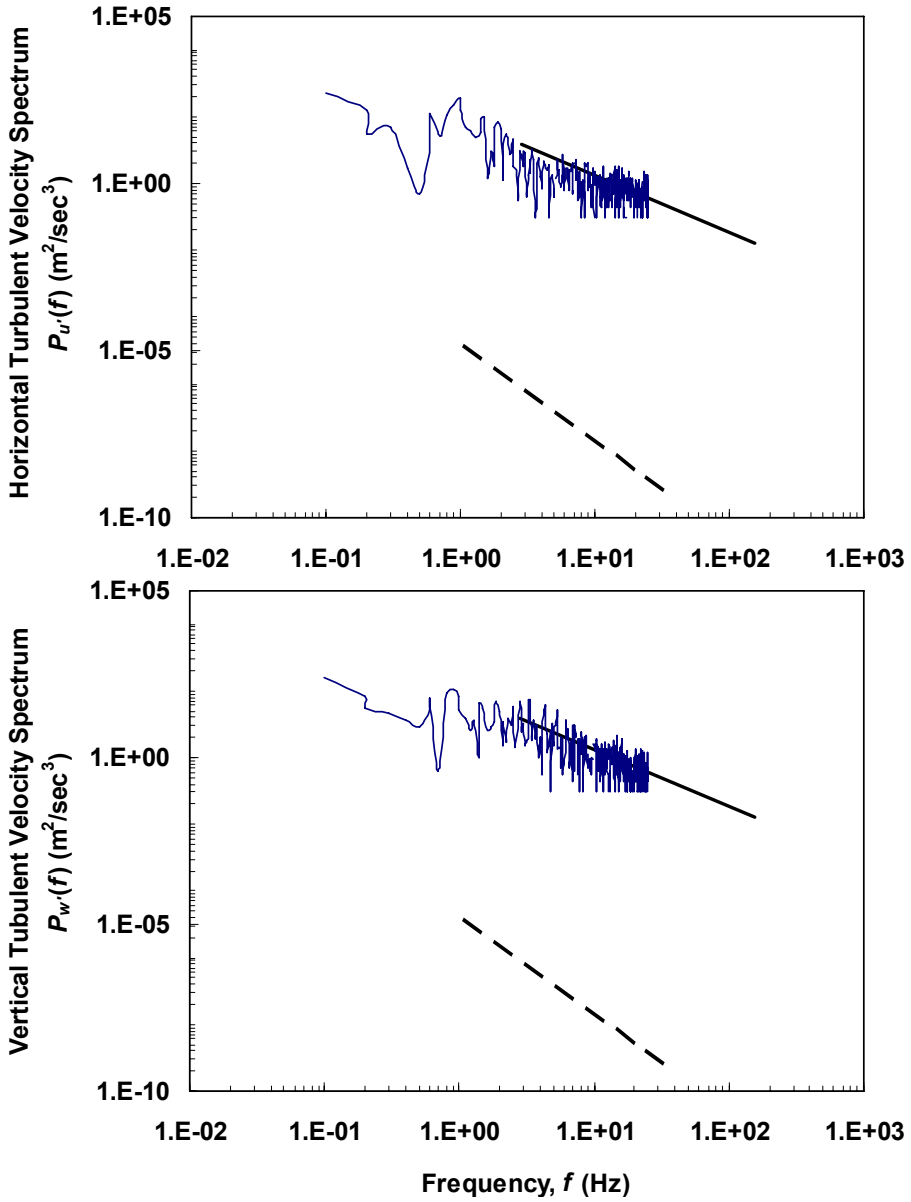
τάξης $O(t_{cs})$=1 sec, ενώ ο καταβιβασμός της τυρβώδους ενέργειας περιλαμβάνει συνεκτικές δίνες με t_{cs} το πολύ της τάξης $O(t_{cs})$=0.04 sec. Στην περιοχή της ενδότερης ΖΘ (μετρητής G23, Εικ. 56), παρατηρείται παρόμοια τάση για το φάσμα $P(f)$. Ακολουθεί επίσης τη βαθμίδα -5/3 στη διλογαριθμική κλίμακα, το οποίο υποδηλώνει ισοτροπία της τύρβης σε αυτές τις κλίμακες (κυματάριθμους της τύρβης), όμως για συχνότητες f=0.7 Hz (κινήσεις με χρόνο ζωής t_λ=1.43 sec) μέχρι τουλάχιστον ένα όριο με τιμή f≈7 Hz (κινήσεις με χρόνο ζωής t_λ=0.143 sec). Ειδικά για τις υψηλές συχνότητες του φάσματος f>10 Hz (t_λ<0.1 sec), μέχρι το όριο του Nyquist f_N=25 Hz (t_λ=0.04 sec), παρατηρείται μια απόκλιση της βαθμίδας του $P(f)$. Για αυτές τις μικρές κλίμακες, η προσομοίωση δίνει αριθμητικά αποτελέσματα, που παρεκκλίνουν από την ισοτροπία και τη συμμόρφωση, του καταβιβασμού ενέργειας σε μικρότερες κλίμακες, με ένα νόμο κλίμακας (δύναμης εκθέτη), ο οποίος προσομοιώνεται από το μοντέλο SPS (Makris et al., 2012).

Όλα τα παραπάνω αφορούν σε περιοχές εντός της ΖΘ κοντά στη ΣΗ, όπου είναι παρόντα αδρά και πυκνά στρώματα στροβιλότητας και έντονες βαθμίδες στροβιλότητας. Σε όλη την υπόλοιπη στήλη του νερού η τύρβη εμφανίζει ανισοτροπία για ευρύτερες περιοχές (μπάντες) συχνοτήτων, δηλ. και για δίνες μεγαλύτερης κλίμακας ή συνεκτικές δομές στο πεδίο ροής. Επιπρόσθετα, στα γραφήματα παρέχεται και η βαθμίδα -3, η οποία είναι τυπική της 2D παγωμένης τύρβης (Lesieur, 2008), ακριβώς όπως και στα γραφήματα των SF05. Παρ' όλα αυτά, αυτή η χαρακτηριστική κλίση κλίμακας για το υπολογισμένο σήμα του φάσματος δεν αναπαράχθηκε σε κανένα μετρητή ή βάθος από αυτά που εξετάστηκαν (Makris et al., 2014). Συγκρίνοντας τα αριθμητικά αποτελέσματα των SPS-SPH προσομοιώσεων με τα αντίστοιχα πειραματικά των SF05 (σελ. 286 στο άρθρο τους), μπορεί να πει κανείς ότι οι τιμές τους είναι υπερεκτιμημένες σε σχέση με τις καταγραφές των πειραμάτων. Όμως οι SF05 αναφέρουν ότι έχουν υπολογίσει τα φάσματα μόνο για τις υπερτιθέμενες υπολειμματικές τιμές των τυρβωδών ταχυτήτων σχετικά μεγάλης συχνότητας, πράγμα το οποίο δεν είναι αντιπροσωπευτικό όλης της τυρβώδους ενέργειας. Αυτό δεν ισχύει ακριβώς για τις αριθμητικές προσομοιώσεις, καθώς οι τυρβώδεις συνιστώσες έχουν προκύψει από ολόκληρη την ποσότητα των τυρβωδών κινήσεων, που προκύπτει από την αφαίρεση του δειγματικά μεσοσταθμισμένου σήματος από το καταγραμμένο.

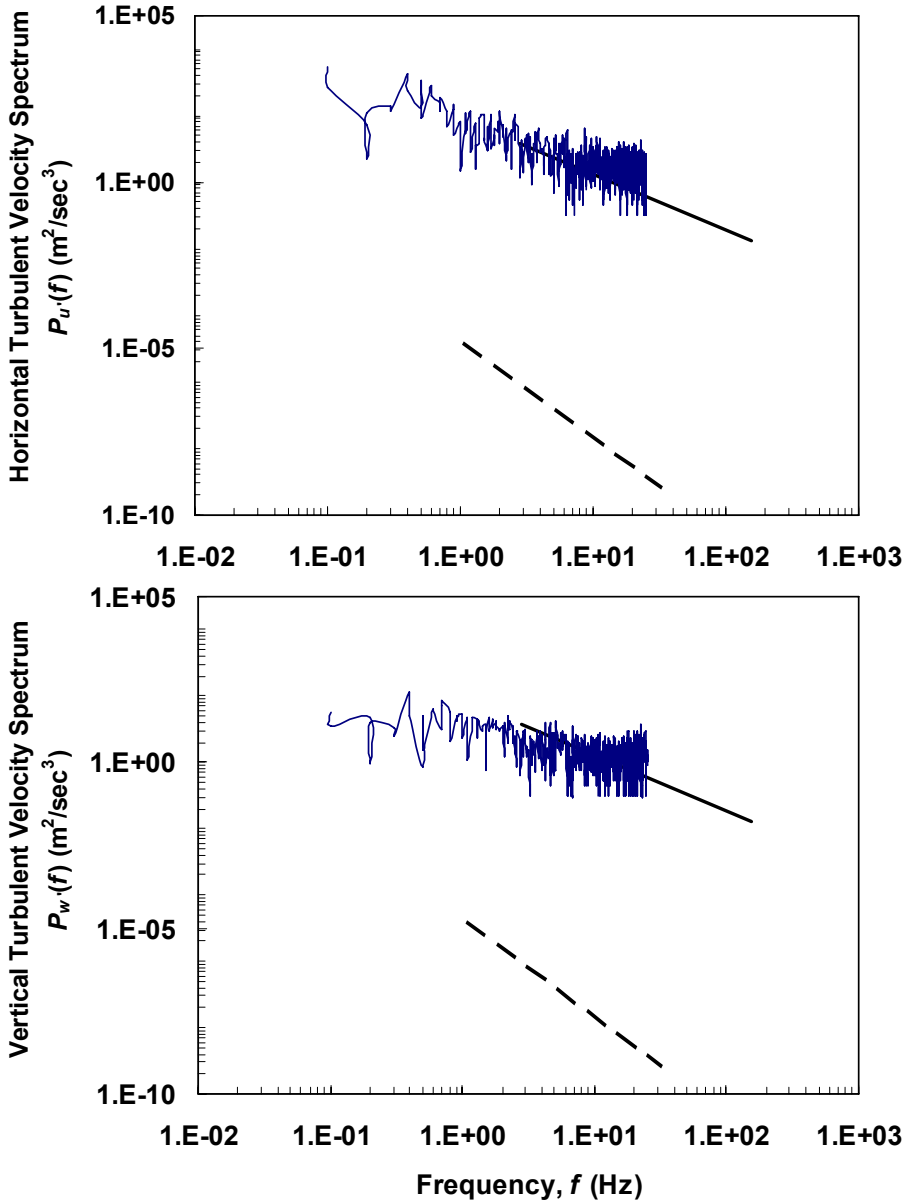
Στην παρούσα έρευνα έχουν ληφθεί δηλαδή και οι επιδράσεις των κινήσεων χαμηλότερης συχνότητας (συνεκτικές δομές), συν το γεγονός ότι ο ρυθμός δειγματοληψίας των αριθμητικών αποτελεσμάτων είναι αδρότερος από τον πειραματικό. Ως εκ τούτου, μόνο η ανάλυση των τάσεων Reynolds και της ΤΚΕ, που παρέχονται στα παρακάτω, μπορεί να επιβεβαιώσει το κατά πόσο η τύρβη είναι κοντά ή μακριά από καθεστώς ισοτροπίας. Σε παλαιότερες αντίστοιχες προσπάθειες, που βασίζονταν σε προσομοιώσεις SPS-SPH αδρότερης χωρικής διακριτοποίησης (Makris

et al., 2010b και 2011) τα αποτελέσματα απομακρύνονταν ακόμα περισσότερο από τα πειραματικά δεδομένα, και η ανισοτροπία ήταν εμφανής για μεσαίες έως και υψηλές μπάντες συχνοτήτων του φάσματος. Στην παρούσα διατριβή, η υψηλότερη απ' ό,τι πριν χωρική ανάλυση, η πιο υψίσυχνη τεχνική δειγματοληψίας αλλά και ο επαρκής αριθμός κύκλων προσομοίωσης (μέχρι 50 κυματικές περίοδοι) συνέβαλλαν θετικά στην αναβάθμιση των αριθμητικών αποτελεσμάτων από τις προσομοιώσεις SPS-SPH. Παρ' όλα αυτά, τα ζητήματα ορθής διαχείρισης των καταγραφών και των μετρήσεων των τυρβωδών παραμέτρων εξακολουθούν να απασχολούν την έρευνα. Στις Εικ. 57 και Εικ. 64 παρουσιάζονται τα ίδια με πριν αποτελέσματα για τα φάσματα των τυρβωδών ταχυτήτων, αλλά για μια περίπτωση ελέγχου (12) με πιο λεπτομερή χωρική διακριτοποίηση ($\lambda_0 > \Delta x \geq \Lambda_{EI}$). Για την περιοχή της ενδότερης ΖΘ όπου οι ολοκληρωματικές κλίμακες της τύρβης είναι μεγαλύτερες σε μέγεθος απ' ότι στην περιοχή έναρξης της θραύσης, οι κλίσεις του φάσματος ακολουθούν τις βαθμίδες της ισοτροπικής τύρβης και για τις μεγάλες συχνότητες. Αντιθέτως εμφανίζουν ουρές στις μεγάλες συχνότητες του φάσματος για την περιοχή της έναρξης της θραύσης, όπου επικρατεί έντονη διάτμηση, οδηγώντας στην εικασία εμφάνισης διαλειπόντων συμβάντων εκεί.

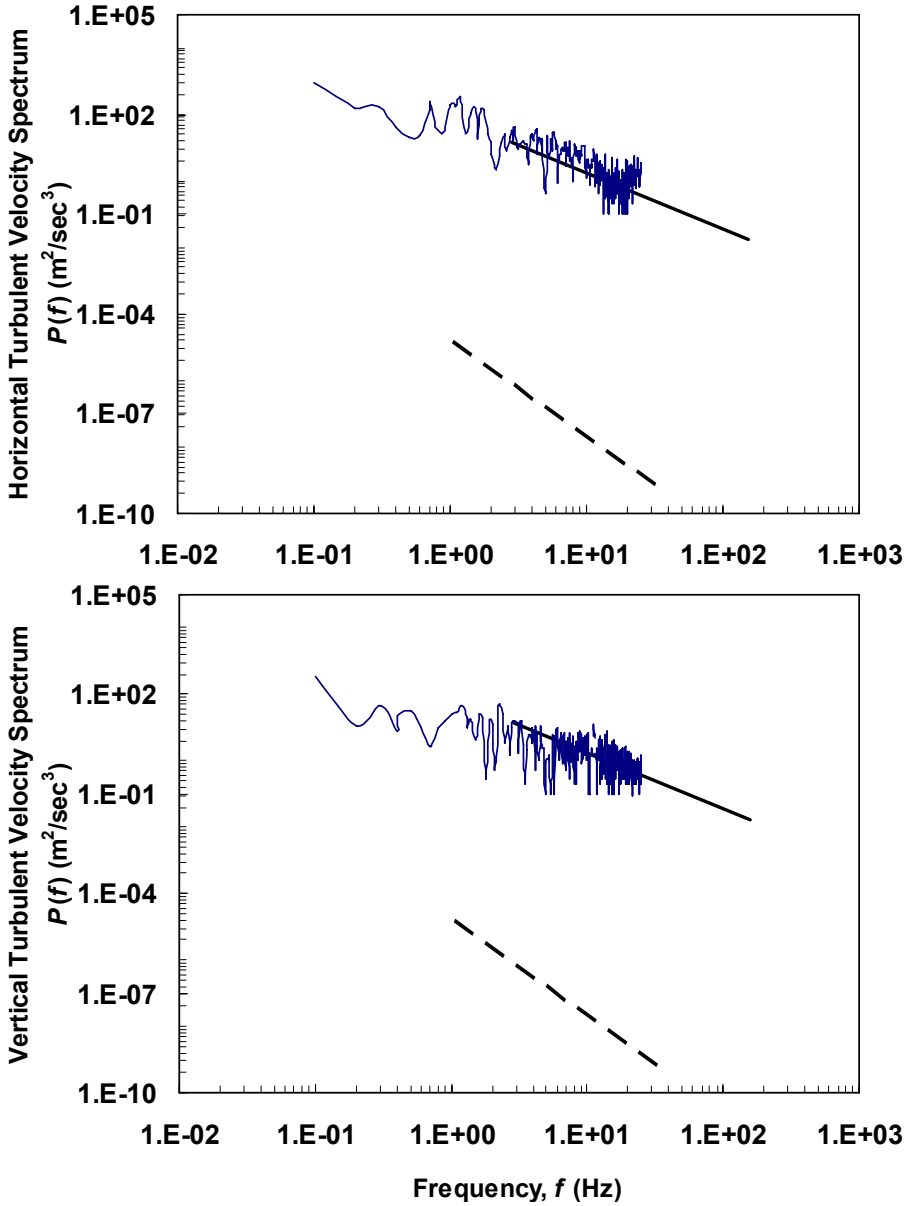
Στο Παράρτημα δίνονται ενδεικτικά οι χρονοσειρές των υπολογισμένων τυρβωδών συνιστωσών των ταχυτήτων, τα φάσματα σε διλογαριθμικά διαγράμματα (από Matlab) εστιασμένα στα όρια της κατανομής του $P(f)$, οι κατανομές των φασμάτων στο χώρο των φάσεων σε μη λογαριθμικά διαγράμματα, και η αποτύπωση των φανταστικών και των πραγματικών συντελεστών του μετασχηματισμού Fourier στο μιγαδικό πεδίο (complex plane), για την περίπτωση ελέγχου 12.



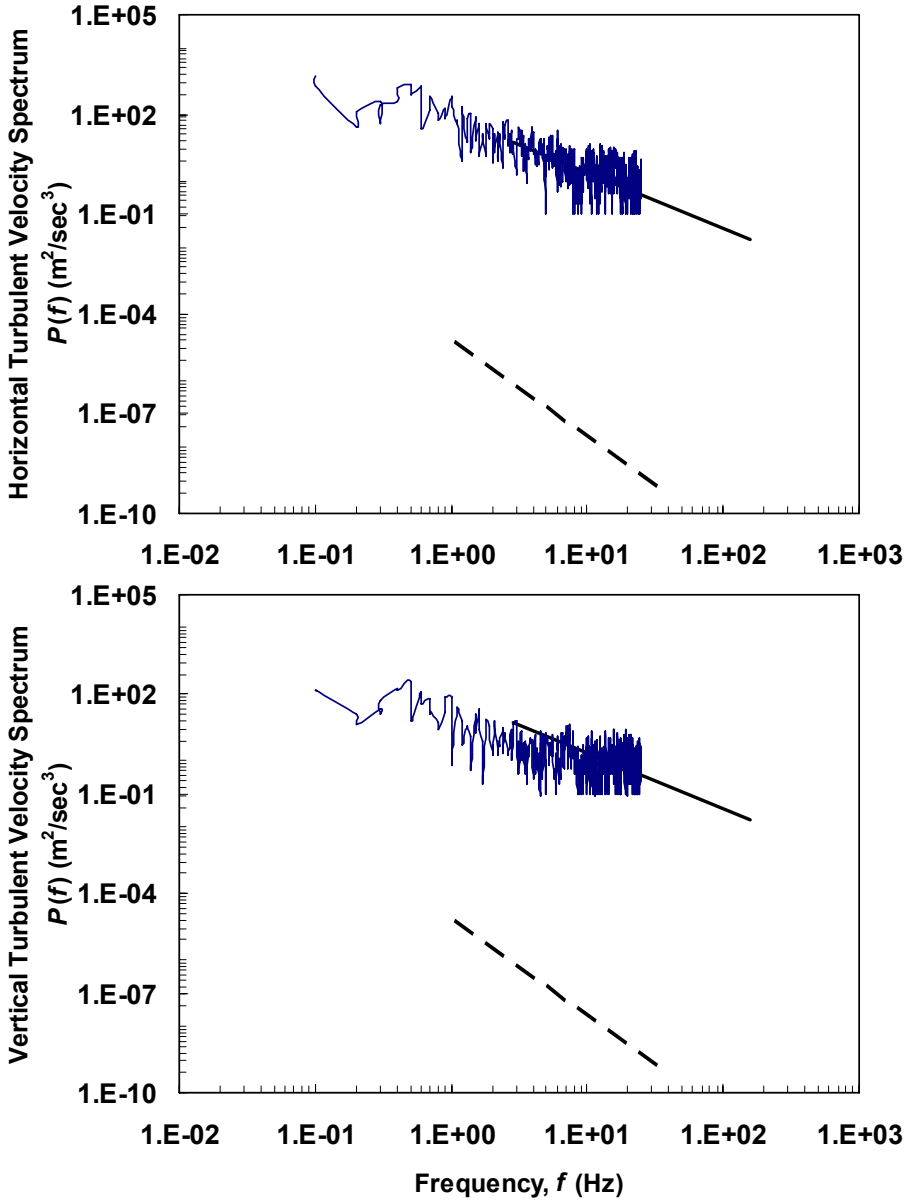
Εικ. 55. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην περιοχή έναρξης της θραύσης (μετρητής G8) για την περίπτωση 8, $\Delta x \approx \lambda_0$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz.



Εικ. 56. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην ενδότερη ΖΘ (μετρητής G23) για την περίπτωση 8, $\Delta x \approx \lambda_0$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz.



Εικ. 57. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην περιοχή έναρξης της θραύσης (μετρητής G8) για την περίπτωση 12, $\lambda_0 > \Delta x \geq \Lambda_{EI}$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz.



Εικ. 58. Φάσματα Fourier $P(f)$ των προσομοιωμένων με SPS-SPH τυρβωδών συνιστωσών των οριζόντιων (άνω γράφημα) και κατακόρυφων (κάτω γράφημα) ταχυτήτων, u' και w' αντίστοιχα, στην ενδότερη ΖΘ (μετρητής G23) για την περίπτωση 12, $\lambda_0 > \Delta x \geq \Lambda_{EI}$), με μετρήσεις στη ΣΗ. Βαθμίδες -5/3 (συνεχής ευθεία) και -3 (διακεκομμένη ευθεία): ισοτροπική (αδρανειακού εύρους) και 2D παγωμένη τύρβη αντίστοιχα. Συχνότητα Nyquist (από δειγματική μεσοστάθμιση): f_N=25 Hz.

8.2. Συνεκτικές δομές στροβιλότητας

Η έρευνα της τύρβης εντός της ΖΘ, στην παρούσα μελέτη, επικεντρώθηκε επίσης στην αναπαραγωγή των επαναλαμβανόμενων (πρότυπων) μορφωμάτων του πεδίου της στροβιλότητας σε αποτύπωση τύπου Lagrange και Euler, αλλά και των αντίστοιχων συνεκτικών τυρβωδών δομών στο χρόνο, με βάση την καταγραφή μεγεθών όπως η ΤΚΕ και οι τυρβώδεις διατμητικές τάσεις. Ειδικότερα το μέγεθος της στροβιλότητας (vorticity) ορίζεται ως το εξωτερικό γινόμενο του διαφορικού διανυσματικού τελεστή $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{x} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{y} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{z}$ (ανάδελτα) με το διανυσματικό πεδίο των ταχυτήτων **u**=(u,w,z) σε 3D, όπου το μοναδιαίο διάνυσμα θέσης είναι $\mathbf{x}_s = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Σε συμβολισμό μητρώων η σχέση είναι το ψευδοδιάνυσμα που προκύπτει από τη χρήση του κλασικού τελεστή στροβιλισμού (*curl* ή *rot*), από τη διανυσματική ανάλυση, για το πεδίο ταχυτήτων **u**, δηλ. $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$. Στα πλαίσια της μεθόδου SPH (Monaghan, 1992), μπορεί να γίνει χρήση της αναπαράστασης του διαφορικού τελεστή του στροβιλισμού, για οποιοδήποτε διανυσματικό μέγεθος του πεδίου, με το άθροισμα της αντίστοιχης διανυσματικής πράξης για το διαφορικό της συνάρτησης πυρήνα (kernel function). Έτσι για κάθε τυχαίο σωματίδιο *i* και τα αντίστοιχα *j*, που το περιβάλλουν εντός του συμπαγούς τομέα υποστήριξης, η τελική σχέση που δίνει τη στροβιλότητα σε ένα 3D σωματιδιακό πεδίο είναι:

$$\boldsymbol{\omega}_i = \sum_j m_j \left(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j \right) \times \nabla_i W_{ij} \qquad [178]$$

Σε ένα 2D κατακόρυφο (μη τεθλασμένο) επίπεδο (διατομή) του υδροδυναμικού πεδίου, το ψευδοδιάνυσμα της στροβιλότητας **ω** είναι πάντοτε κάθετο στη ροή επί της μη καμπύλης επιφάνειας και συνεπώς η στροβιλότητα *ω* μπορεί να θεωρηθεί ως βαθμωτό μέγεθος, που δίνεται από τη σχέση *ω*=∂u/∂z-∂w/∂x, δηλ. μόνο ο μεσαίος όρος από τη διανυσματική απεικόνιση για την **ω** είναι μη μηδενικός.

8.2.1. Ορισμός συνεκτικών τυρβωδών δομών

Οι συνεκτικές δομές της τύρβης ή, καλύτερα για την περίπτωση που απασχολεί την παρούσα διατριβή, οι συνεκτικές δομές που εντοπίζονται σε ένα πεδίο τυρβώδους ροής μπορούν να οριστούν, μόνο με την ευρεία έννοια του όρου, ως επαναλαμβανόμενα μοτίβα (στο χρόνο) ή πρότυπα (στο χώρο) κινήσεων στροβιλώδους τύπου. Πρακτικά ως συνεκτική δομή μπορεί να οριστεί μια «περιοχή» στο χώρο ή στο χρόνο, μέσα στην οποία το τυρβώδες πεδίο ροής διαθέτει μια

χαρακτηριστική οργανωμένη μορφή που επιμένει να εμφανίζεται στο χρόνο εξέλιξης της μη μόνιμης και/ή μεταβατικής ροής (Pope, 2000). Αναλυτικοί ορισμοί του όρου, καθώς και ενδελεχής περιγραφή των μορφωμάτων, που μπορούν να ενταχθούν σε αυτό το πλαίσιο, παρέχονται στο §1.1.3 της παρούσας διατριβής.

Υπενθυμίζεται ο ορισμός του Robinson (1991) για τις συνεκτικές τυρβώδεις δομές: «περιοχές της ροής πάνω στις οποίες τουλάχιστον μια θεμελιώδης μεταβλητή της επιδεικνύει αξιόλογη συσχέτιση με τον εαυτό της ή κάποια άλλη μεταβλητή, μέσα σε ένα εύρος χώρου ή χρόνου, το οποίο είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τις τοπικές χωρικές ή χρονικές μικροκλίμακες της ροής». Στην πράξη, για τον Ερευνητή Μηχανικό προκύπτει ένας μη αυστηρός ορισμός των συνεκτικών δομών ως περιοχών συγκεντρωμένης στροβιλότητας, ΤΚΕ και/ή τυρβωδών τάσεων, με χαρακτηριστική οργάνωση σε ειδικά μορφώματα ή πρότυπα ροής, επαναληψιμότητα στην εμφάνισή τους, ικανό χρόνο ζωής, και υπολογίσιμο μέγεθος. Συνολικά, μπορεί να πει κανείς ότι οι συνεκτικές δομές είναι μορφώματα ροής, που προκύπτουν από το στοχαστικό υπόβαθρο της τυρβώδους ροής, όμως οι επαναλαμβανόμενες ειδικές ιδιότητες των οποίων χαρακτηρίζουν ολόκληρη τη ροή. Συνοπτικά, οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές μπορεί να χαρακτηριστούν ως επιμένουσες χωροχρονικά μορφολογικές αστάθειες (τυρβώδους φύσης) της ροής. Εξαιτίας της έλλειψης ολοκληρωμένου και αδιαμφισβήτητου ορισμού των συνεκτικών δομών, τα βασικά στοιχεία, που τις διαμορφώνουν ως τέτοιες, συνοψίζονται στα εξής:

α) αποτελούν ασταθή συστήματα ροής, εγκλωβισμένα σε συγκεκριμένες περιοχές·

β) αποτελούνται τυπικά από υπέρθεση ροϊκών μορφωμάτων σε διάφορες χωρικές κλίμακες, με τη μεγαλύτερη αυτών συγκρίσιμη προς τη διάσταση της συνολικής ροής·

γ) είναι εξαρτώμενες από το είδος και τις οριακές συνθήκες της ροής·

δ) αποτελούν επαναλαμβανόμενα στο χρόνο μορφώματα (recurrent patterns) ή μοτίβα ροής, με χαρακτηριστικό χρόνο ζωής·

ε) επιδεικνύουν μεγάλο βαθμό οργάνωσης στη δομή και στη δυναμική τους, όμως η εμφάνισή τους σχετίζεται με διαλείπουσες διεργασίες·

στ) επιδεικνύουν ισχυρές ομοιότητες με τις αντίστοιχες δομές της μεταβατικής ροής.

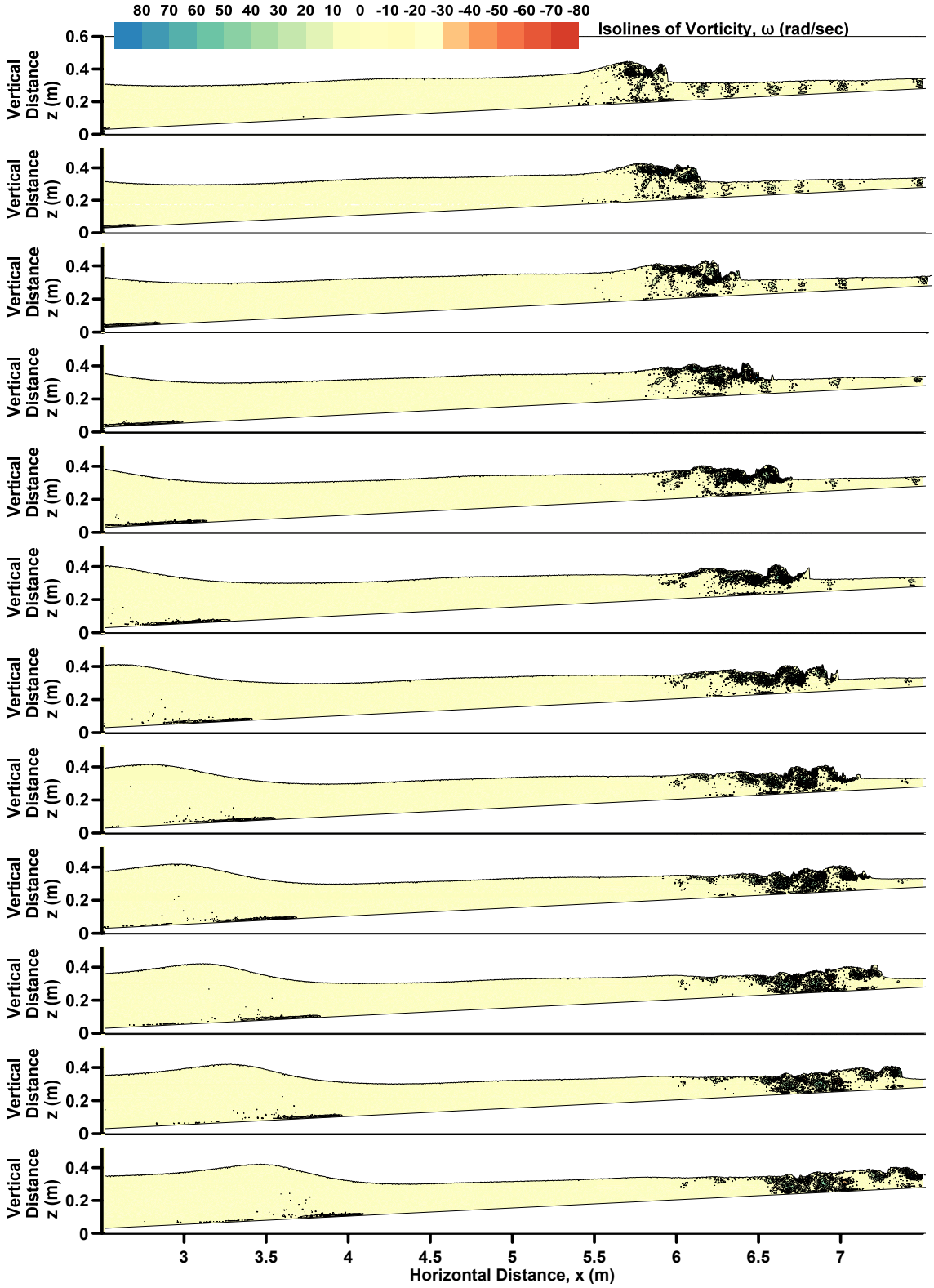
8.2.2. Πρότυπα μορφώματα στροβιλότητας τύπου Lagrange

Στις Εικ. 59 και Εικ. 60, παρουσιάζονται τα στιγμιότυπα του πεδίου στροβιλότητας ω, εν είδη ισοστρόβιλων καμπύλων, σε μια 2D κατακόρυφη διατομή (Makris et al., 2014). Με το πέρασμα κάθε (μονοχρωματικού) κυματισμού, έκαναν την εμφάνισή τους περιοδικά πυκνά μορφώματα συγκεντρωμένης στροβιλότητας. Αυτά μπορεί να είναι η προβολή των συνεκτικών τυρβωδών δομών στο κατακόρυφο επίπεδο, που

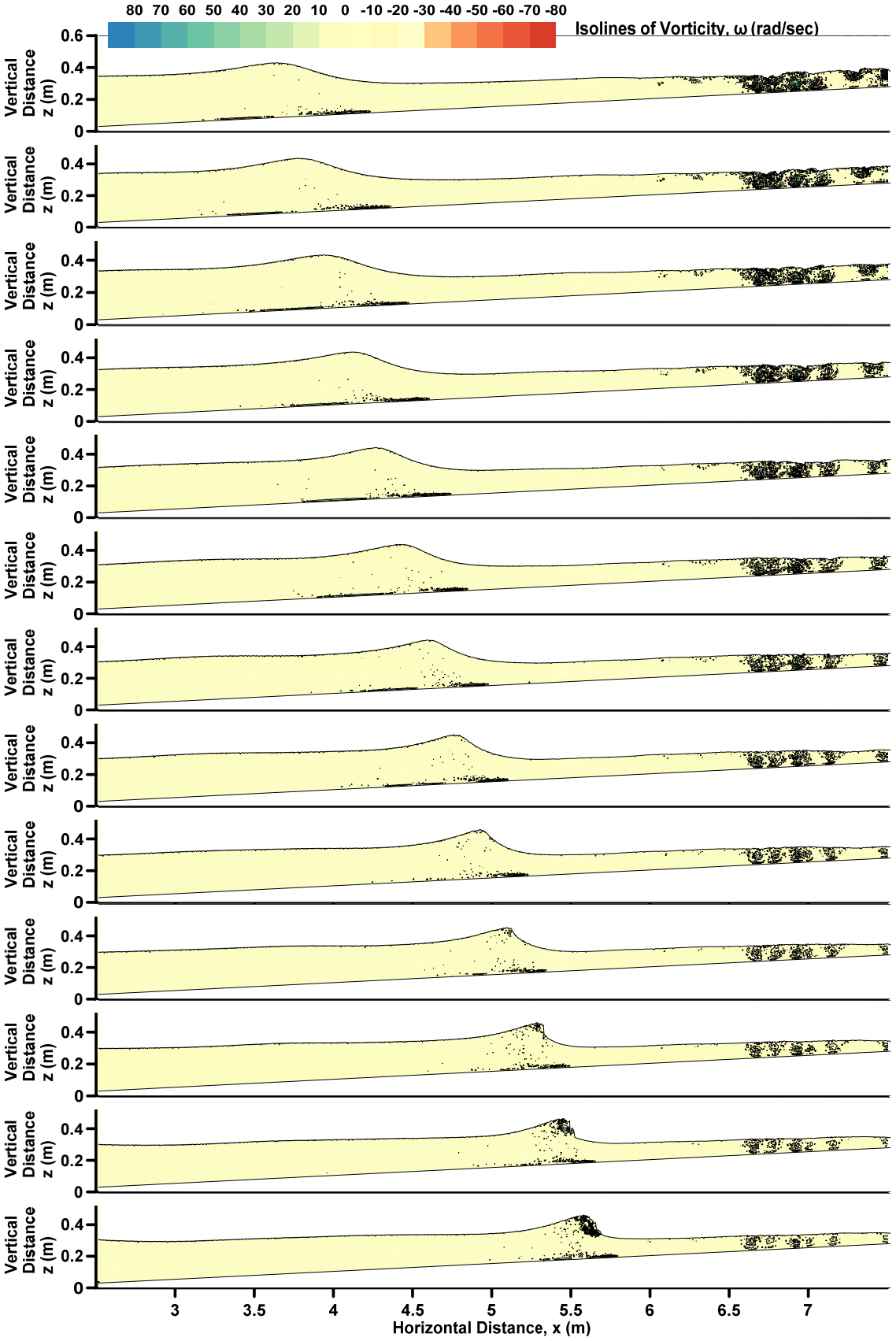
εμπεριέχουν από στροβιλώδεις κινήσεις (vortices) μεγάλης κλίμακας μέχρι δίνες (eddies) μικρής κλίμακας. Παρατηρείται, ότι η στροβιλότητα άρχισε να αποκτά σημαντικές τιμές στην κορυφή του κύματος και τον πόδα του κυματικού μετώπου κύματος ακριβώς πριν από τη θραύση και το σχηματισμό της καταδυόμενης φλέβας (Peregrine and Svendsen, 1978 και Zhao et al., 2004). Η συγκεντρωμένη με αυτόν τον τρόπο στροβιλότητα άρχισε να απλώνεται σε ολόκληρο τον επιφανειακό κύλινδρο με την έναρξη της θραύσης ασθενούς κατάδυσης. Στη συνέχεια, η πρόσκρουση της καταδυόμενης φλέβας στην εμπρόσθια κοιλία του κύματος προκάλεσε την παραγωγή στροβιλισμών τοπολογικής φύσης, ανεξάρτητων της περιστροφικής (στροβιλώδους) κίνησης, που προκαλείται από το κύμα. Η βίαιη επαφή της ανατρεπόμενης κυματοκορυφής στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού οδήγησε σε μια ξαφνική έκρηξη της στροβιλότητας, με αποτέλεσμα την εμφάνιση πολλαπλών περιορισμένων στροβιλωδών δομών. Ένα μέρος από αυτές καταδύθηκαν λοξά (υπό γωνία) προς τον πυθμένα, προκαλώντας τη διάδοση και τη διασπορά της στροβιλότητας στη στήλη του νερού, για ένα σύντομο χρονικό διάστημα μετά το επεισόδιο της ασθενούς κατάδυσης. Το μεγαλύτερο μέρος των στροβιλωδών κινήσεων είχε διαχυθεί κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια, στα κατάντη της κορυφής του θραυόμενου κύματος. Αυτό θα μπορούσε να θεωρηθεί το τέλος της περιοχής του συμβάντος της ασθενούς κατάδυσης και η έναρξη του σχηματισμού και της προέλασης του κινούμενου τυρβώδους μετώπου. Κατά τη διάρκεια της εξέλιξης του τελευταίου εντός της ΖΘ, οι συνεκτικές στροβιλώδεις δομές αρχικά εκτάθηκαν οριζόντια, όπως αναφέρθηκε από τους SF05 για τα πειράματά τους. Τελικά, μεταφέρθηκαν λόγω συναγωγής κατά την κατακόρυφη διεύθυνση σε ολόκληρη τη στήλη του νερού, με αποτέλεσμα το σχηματισμό διακριτών συνεκτικών δομών μεγάλης κλίμακας στην περιοχή του τυρβώδους κινούμενου μετώπου του θραυόμενου κύματος. Σε όλες τις υπόλοιπες περιοχές του υπολογιστικού πεδίου, η ροή ήταν σχεδόν αστρόβιλη, εκτός από την περιοχή ανάντη της καταδυόμενης φλέβας, όπου οι συνεκτικές δομές έγιναν βραχύτερες σε μέγεθος και παρατηρήθηκε αργή μεταφορά ορισμένων υπολειμματικών μορφωμάτων στροβιλότητας με χαμηλή τιμή, λόγω της διέλευσης των προηγούμενων θραυόμενων κυματισμών (βλ. επίσης την Εικ. 36). Ενώ η όλη διαδικασία λάμβανε χώρα, ένα παχύ στρώμα θετικής στροβιλότητας (δεξιόστροφες ή ωρολογιακής φοράς περιδινήσεις) έκανε την εμφάνισή της από το επίπεδο της ελεύθερης επιφάνειας έως την κοιλία των κυμάτων, ενώ ένα λεπτό στρώμα αρνητικής στροβιλότητας (αριστερόστροφες ή αντι-ωρολογιακής φοράς περιδινήσεις) επικράτησε στην οριακή στοιβάδα κοντά στον πυθμένα. Αυτές οι επιμένουσες επιμήκεις δομές αρνητικής στροβιλότητας που παρατηρήθηκαν κοντά στον πυθμένα, κάτω και μπροστά από το διαδιδόμενο κύμα πριν τη θραύση, ήταν αρχικά παρόμοιες με στρώμα ανάμιξης (mixing layer), ακριβώς όπως έχει αναφερθεί

από τους SF05 και Nadaoka et al. (1989). Αυτές οι επιπυθμένιες δομές, μαζί με τα συνεκτικά στροβιλώδη μορφώματα στην περιοχή του θραυόμενου μετώπου, αποτελούν τις πιο σημαντικές παραμέτρους καθορισμού της αποκόλλησης των ιζημάτων από τον πυθμένα (sediment pick-up) και την αιώρησή τους (suspension) στη στήλη του νερού, αντίστοιχα, καθώς λειτουργούν ως κλειστοί θύλακες (closed pockets), που συμπαρασύρουν (entrain) και μεταφέρουν τα ιζήματα μαζί τους, διαμορφώνοντας τη στερεομεταφορά (sediment transport) στη ΖΘ.

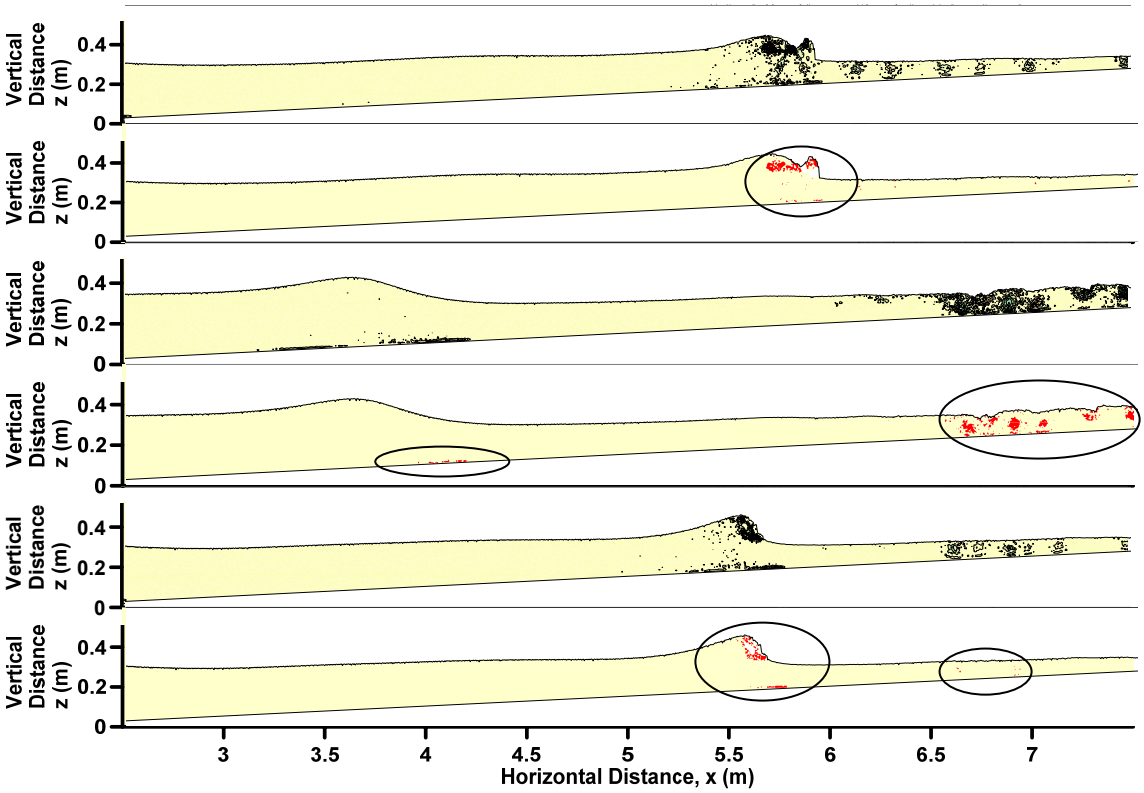
Μια ακόμα ενδιαφέρουσα παρατήρηση ήταν, ότι μικρές δομές αρνητικής στροβιλότητας συγχωνεύθηκαν με μεγαλύτερες δομές θετικής στροβιλότητας μετά τη θραύση ασθενούς κατάδυσης, και παρασύρθηκαν διαχωριζόμενες επί μίας κλίσης περίπου 45º, ακολουθώντας τους κύριους άξονες του μέσου ρυθμού μεταβολής της τροπής του πεδίου της μεσοσταθμισμένης στη φάση του κύματος ταχύτητας, στην περιοχή κάτω και πίσω από την κορυφή του θραυόμενου κύματος. Αυτή η κλίση (σχεδόν $\pi/4$) σχεδόν ταυτίστηκε με τον άξονα των λοξά καταδυόμενων δινών (obliquely descending eddies, ODE) των Nadaoka et al. (1989), στην περιοχή από την κορυφή του θραυόμενου κύματος και προς τα ανοιχτά, πριν από την κάλυψη μιας μεγάλης περιοχής του σώματος του νερού από συνεκτικές στροβιλώδεις δομές.



Εικ. 59. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο στροβιλότητας *ω* (sec^{-1}) [σε ισοστρόβιλες καμπύλες] κάτω από θραυόμενα κύματα τύπου ασθενούς κατάδυσης για την περίπτωση 11. Απεικόνιση των συνεκτικών στροβιλωδών μορφωμάτων και των δινών μεγάλης κλίμακας για μια περίοδο κύματος. (παραμορφωμένοι άξονες)



Εικ. 60. Συνέχεια της Εικ. 59, όπου το χρονικό βήμα προβολής είναι Δt_{out} =0.1 sec.



Εικ. 61. Εντοπισμός περιοχών δινών μεγάλης κλίμακας, μέσω σύγκρισης του προσομοιωμένου (με SPS-SPH) πεδίου στροβιλότητας ω (sec^{-1}) κάτω από θραυόμενα κύματα τύπου ασθενούς κατάδυσης για την περίπτωση 11 με το αντίστοιχο πεδίο αποτύπωσης του Q-κριτηρίου για την ταυτοποίηση των στροβιλωδών δομών. Με κόκκινο απεικονίζονται οι περιοχές του πεδίου, όπου το Q είναι θετικό και $Q>Q_{cr}$, (π.χ. οι περιοχές εντός των καμπυλών υπόδειξης).

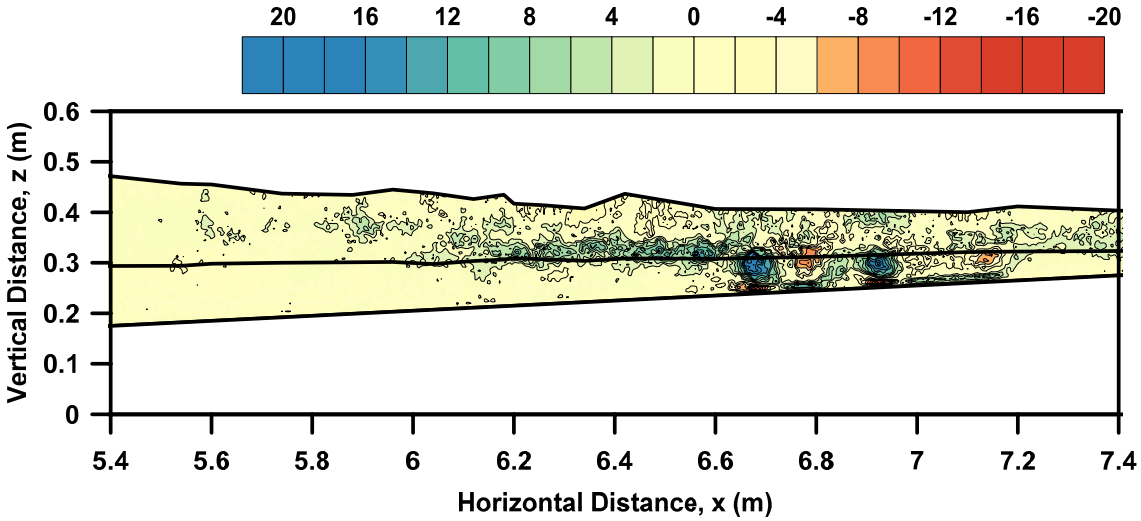
Μόνο μια 3D αναπαράσταση του πεδίου ροής, με πολύ υψηλή χωρική ανάλυση, θα διαφωτίσει το θέμα, και τα αντίστοιχα προκαταρκτικά αποτελέσματα είναι ελπιδοφόρα. Ωστόσο, οι περιπτώσεις των 3D προσομοιώσεων στην παρούσα διατριβή δεν είναι ο ασφαλέστερος τρόπος για να ελεγχθούν οι ODE, αφού η χωρική ανάλυση του υπολογιστικού πεδίου ήταν πολύ αδρή για αυτό το είδος της ανάλυσης. Παρ' όλα αυτά η απλή αποτύπωση του μεγέθους της στροβιλότητας δεν εξασφαλίζει ότι απεικονίζονται οι πραγματικοί στρόβιλοι ή δίνες της ροής. Γι' αυτό το λόγο, εκτός από τον οπτικό εντοπισμό των μορφωμάτων της στροβιλότητας, έγινε επίσης μια προσπάθεια να εντοπιστούν οι περιοχές των πραγματικών δινών μεγάλης κλίμακας. Αυτό επιχειρήθηκε με μαθηματικό τρόπο, και συγκεκριμένα με την καταχρηστική εφαρμογή του 3D Q-κριτηρίου (Hunt et al., 1988) σε 2D, που παρουσιάζεται στο §1.1.3 της παρούσας διατριβής. Σημειώνεται, ότι σε 2D μπορεί να προκύψει μόνο μια ψευδο-αποτύπωση (αλλά σχετικά ασφαλής εκτίμηση) των περιοχών που αντιστοιχούν σε στροβίλους, καθώς δεν μπορεί να αποτυπωθεί η θέση των πραγματικών αξόνων

περιδίνησης των στροβίλων και οι αντίστοιχες ισοεπιφανειακές ισχύος του κριτηρίου. Υπενθυμίζεται ότι, σύμφωνα με αυτό, μια περιοχή ορίζεται ως στρόβιλος όταν έχει θετική τιμή η δεύτερη αναλλοίωτη της απόκλισης του διανυσματικού πεδίου των ταχυτήτων $\nabla \mathbf{u}=\mathbf{S}_{ij}+\boldsymbol{\omega}_{ij}$, δηλ. όταν ισχύει ο περιορισμός $Q=(|\boldsymbol{\omega}_{ij}|^2-|\mathbf{S}_{ij}|^2)/2>0$. Προφανώς για την 2D περίπτωση οι τύποι αφορούν στα βαθμωτά μεγέθη ω_{ij} και S_{ij}. Στην Εικ. 61 παρουσιάζονται ενδεικτικά τα μορφώματα στροβιλότητας στο πεδίο, σε σύγκριση με τις αντίστοιχες περιοχές ισχύος του κριτηρίου και ειδικά για τιμές αυτού λίγο μεγαλύτερες από το μηδέν, $Q_{cr}>0$. Οι απεικονίσεις αφορούν σε τρία στιγμιότυπα στην αρχή, στη μέση, και στο πέρας των καταγραφών της Εικ. 60. Οι περιοχές ισχύος του Q-κριτηρίου επί του κατακόρυφου 2D επιπέδου απεικονίζονται με κόκκινο χρώμα στα συνοδευτικά διαγράμματα (υποδεικνύονται και από κλειστές καμπύλες), και όσο το $Q_{cr}\rightarrow 0$ αυτές τείνουν να ταυτιστούν με τις περιοχές, όπου η στροβιλότητα αποκτά μετρήσιμο μέγεθος. Παρ' όλα αυτά είναι εμφανές, ότι κάθε σημείο όπου η ω είναι σημαντική δεν αποτελεί απαραίτητα σημείο ενός διατεταγμένου και ευσταθούς στροβίλου ή μιας συνεκτικής δίνης.

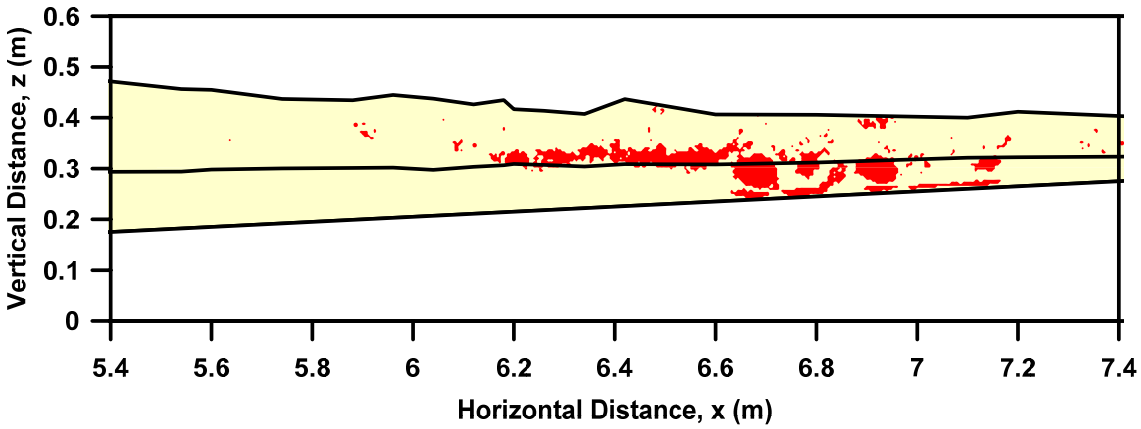
8.2.3. Μεσοσταθμισμένο πεδίο στροβιλότητας

Στην Εικ. 62 παρουσιάζεται το μεσοσταθμισμένο (στο χρόνο της κυματικής περιόδου) πεδίο της στροβιλότητας, εν είδη ισοστρόβιλων καμπύλων, για μια περίπτωση ελέγχου με λεπτομερή χωρική ανάλυση, που καλύπτει όλη τη ΖΘ. Σημειώνεται ότι οι άξονες είναι παραμορφωμένοι. Ένα αδρό στρώμα μέσης στροβιλότητας με ωρολογιακή φορά περιστροφής εντοπίστηκε στο επίπεδο γύρω από την κυματική κοιλία κατά το πέρας της περιοχής έναρξης της θραύσης, όπως έχει αναφερθεί και από τους SF05 (σελ. 290, Εικ. 6 στο άρθρο τους). Αυτό το συνεκτικό μόρφωμα κάλυπτε μια περιοχή περίπου $L_{vort}\approx 0.6$ m. Πέραν αυτού, ένα μοτίβο διαδοχικών θετικών και αρνητικών μορφωμάτων συγκεντρωμένης στροβιλότητας ήταν εμφανές στο επίπεδο της κοιλίας του κύματος στην περιοχή του κινούμενου θραυόμενου μετώπου. Κάτω από αυτό και κοντά στην περιοχή της οριακής στοιβάδας του πυθμένα, εντοπίστηκαν δομές περιδίνησης με αντίθετη φορά περιστροφής. Το όλο σύμπλεγμα θα μπορούσε να αποτελέσει μια ακόμα διακριτή περιοχή με συνεκτικές δομές, που είχαν συνολική τυπική διάσταση $L_{vort}\approx 0.5$ m. Για τους θραυόμενους κυματισμούς στην αρχική ΖΘ, η μέγιστη παρατηρημένη αριθμητική στροβιλότητα ω_{max} στις προσομοιώσεις SPS-SPH ήταν τάξης μεγέθους 10 φορές η μέγιστη τιμή του πεδίου της μέσης στροβιλότητας $\bar{\omega}$, $\omega_{max}=10\cdot\max\bar{\omega}$, τόσο για την ωρολογιακή όσο και για την αντι-ωρολογιακή περίπτωση περιστροφής. Ωστόσο, η αντίστοιχη αναλογία ήταν της τάξης του 5 για το μεγαλύτερο μέρος του κυματικού κύκλου. Η οριζόντια κλίμακα

μήκους L_{vort} των μέσων (στην περίοδο του κύματος) συνεκτικών στροβιλωδών δομών, οι οποίες περιέχονται στις δύο προαναφερθείσες διακριτές περιοχές, ήταν περίπου 22% έως 24% του τοπικού μήκους κύματος (L_{vort}=22~24%·L) ή περίπου 4,4 έως 6,7 φορές το τοπικό βάθος του νερού (L_{vort}=4.4~6.7·d), όπως φαίνεται και στον Πίν. 11.



Εικ. 62. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μέσης στην περίοδο στροβιλότητας $\bar{\omega}$ (sec^{-1}) στη ζώνη θραύσης κάτω από θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης για τη περίπτωση ελέγχου 11. Οι αδρές μαύρες συνεχείς γραμμές αντιστοιχούν (από πάνω προς τα κάτω) στις τροχιές των κυματικών κορυφών, των κοιλίων, και του πυθμένα. (παραμορφωμένοι άξονες) [Σύγκριση με πειραματικά δεδομένα: Παράρτημα]



Εικ. 63. Εντοπισμός περιοχών δινών μεγάλης κλίμακας, μέσω αποτύπωσης του Q-κριτηρίου αναφορικά με το πεδίο της μέσης στην περίοδο στροβιλότητας $\bar{\omega}$ (sec^{-1}) για την ταυτοποίηση των στροβιλωδών δομών. Με κόκκινο απεικονίζονται οι περιοχές του πεδίου, όπου το Q είναι θετικό και Q>Q_{cr}. Οι αδρές μαύρες συνεχείς γραμμές αντιστοιχούν (από πάνω προς τα κάτω) στις τροχιές των κυματικών κορυφών, των κοιλίων, και του πυθμένα. (παραμορφωμένοι άξονες)

Σε παρόμοια λογική με την Εικ. 61 στην Εικ. 63 επιχειρείται ο εντοπισμός των περιοχών δινών μεγάλης κλίμακας, μέσω αποτύπωσης του *Q*-κριτηρίου αναφορικά με το πεδίο της μέσης στην περίοδο στροβιλότητας $\bar{\omega}$ (sec^{-1}) για την ταυτοποίηση των (μέσων) στροβιλωδών δομών. Με κόκκινο απεικονίζονται οι περιοχές του πεδίου, όπου το *Q* είναι θετικό και $Q>Q_{cr}$. Τα συμπεράσματα είναι ανάλογα με την προηγούμενη ανάλυση για το προσομοιωμένο (με SPS-SPH) πεδίο στροβιλότητας *ω*.

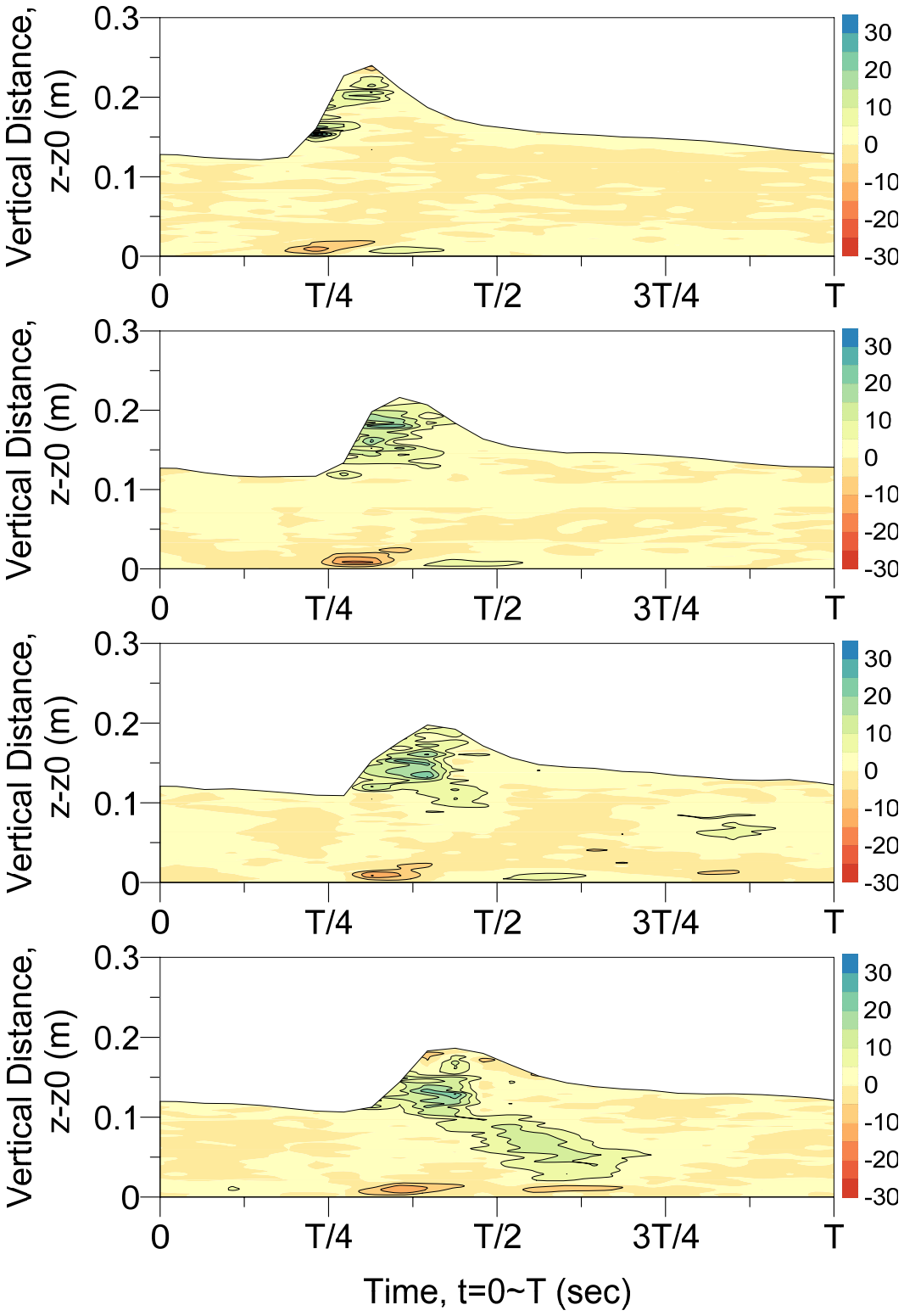
Πίν. 11. Αδιάστατοι λόγοι μήκους συνεκτικών δομών προς το τοπικό μήκος κύματος και το βάθος εντός της ΖΘ (μετρητές G12-G23).

Μετρητές	Οριζόντια Απόσταση	Τοπικό Βάθος	Μήκος Κύματος	Αδιάστατοι Λόγοι Μήκους	
A/*A*	*x* (m)	*d* (m)	*L* (m)	L_{vort}/L	L_{vort}/d
12	5.962	0.137	2.760	0.217	4.383
13	6.037	0.133	2.724	0.220	4.506
14	6.104	0.130	2.690	0.223	4.622
15	6.112	0.129	2.686	0.223	4.637
16	6.187	0.126	2.649	0.227	4.775
17	6.262	0.122	2.609	0.230	4.922
18	6.337	0.118	2.571	0.233	5.078
19	6.412	0.114	2.530	0.237	5.245
20	6.604	0.105	2.424	0.248	5.725
21	6.796	0.095	2.313	0.216	5.252
22	7.104	0.080	2.122	0.236	6.266
23	7.200	0.075	2.058	0.243	6.667

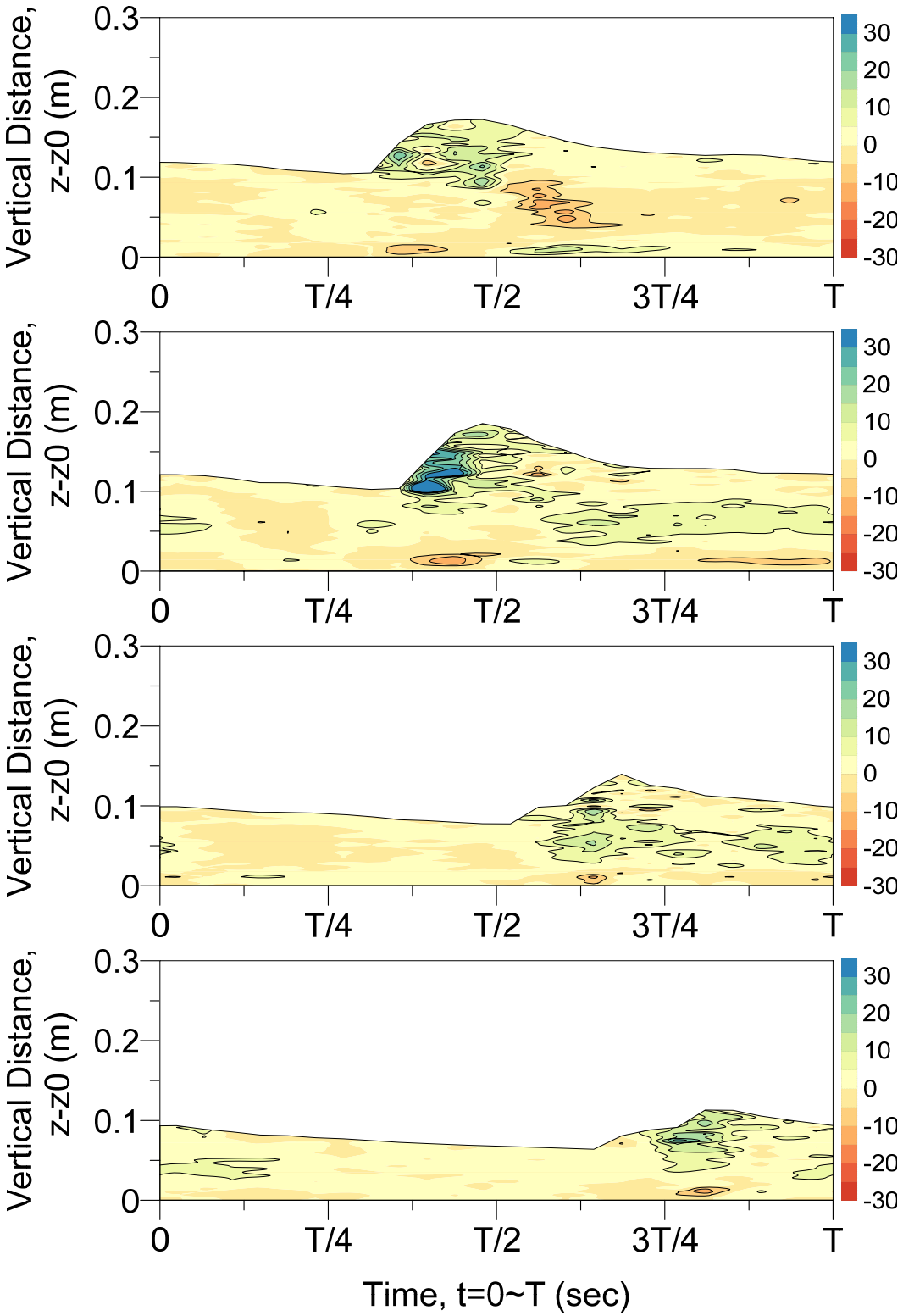
8.2.4. Πρότυπα μορφώματα στροβιλότητας τύπου Euler

Η αποτύπωση σε διαγράμματα των συνεκτικών μορφωμάτων της δειγματικά μεσοσταθμισμένης (ensemble-averaged) στροβιλότητας ω_{ens} παρέχεται στην Εικ. 64 (περιοχές έναρξης της θραύσης και μετάβασης σε κινούμενο μέτωπο) και στην Εικ. 65 (μεσαία και ενδότερη ΖΘ), εν είδη ισοστρόβιλων καμπύλων. Οι απεικονίσεις αναφέρονται σε υπολογισμένες τιμές από τις μετα-επεξεργασμένες αριθμητικές μετρήσεις για την εξέλιξη του πεδίου στροβιλότητας στο χρόνο, σε διακριτούς μετρητές (τύπου Euler), οι οποίες προέκυψαν με τη χρήση της μεθόδου που προτείνεται στο §7.5.1 της παρούσας διατριβής. Σε γενικές γραμμές οι περιοχές με συγκεντρωμένη στροβιλότητα ήταν ξεκάθαρα διακριτές, με μορφή συμπλεγμάτων πολλαπλών συνεκτικών δομών, στο σημείο έναρξης της θραύσης, στην περιοχή του επιφανειακού ψευδο-στροβίλου κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια, και στην περιοχή όπου το θραυόμενο κύμα τύπου ασθενούς κατάδυσης έχει μετατραπεί σε κινούμενο θραυόμενο μέτωπο (Makris et al., 2014). Στην περιοχή προέλασης του τυρβώδους θραυόμενου μετώπου, οι συνεκτικές δομές παρουσίασαν χαρακτηριστικά οριζόντιας διασποράς. Τα

επαναλαμβανόμενα μοτίβα της τυρβώδους ροής σχημάτισαν μορφώματα στο χώρο και το χρόνο, τα οποία μπορούν να χαρακτηριστούν ως συνεκτικά, λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός, ότι το πεδίο στροβιλότητας έχει μεσοσταθμιστεί δειγματικά έως και για 50 κυματικές περιόδους. Συγκεκριμένα, η ω_{ens} πήρε σημαντικές τιμές θετικού πρόσημου (δεξιόστροφοι στροβιλισμοί στο κατακόρυφο επίπεδο) στην κορυφή του κύματος, κατά την έναρξη της θραύσης στους μετρητές G8 και G10, ενώ οι τιμές της επί του πυθμένα ακριβώς κάτω από το μέτωπο του θραυόμενου κύματος ήταν αρνητικές (αριστερόστροφοι στροβιλισμοί στο κατακόρυφο επίπεδο). Αυτές οι δομές φάνηκε να έχουν διάρκεια ζωής t_{cs} ενός κλάσματος της περιόδου κύματος, και συγκεκριμένα $t_{cs}=T/8\approx0.3$ sec. Αυτό αντιστοιχεί σε 30 τιμές καταγραφής, με βάση το ρυθμό δειγματοληψίας που υιοθετήθηκε, και 15 τιμές του δειγματικά μεσοσταθμισμένου σήματος. Αυτές οι τιμές κρίθηκαν ως αρκετές για την αποσύνθεση και την ανακατασκευή των συνεκτικών δομών. Αυτή η παρατήρηση οδήγησε επίσης στο συμπέρασμα, ότι οι τιμές των u' και w' ήταν αφορούσαν κατά κύριο λόγο την υπολειμματική τύρβη και δεν είχαν μολυνθεί σε μεγάλο βαθμό από τις τυχαίες συνιστώσες της κίνησης των κυμάτων ή τις συνεκτικές δομές χαμηλής συχνότητας, τουλάχιστον στην περιοχή έναρξης της θραύσης. Στη συνέχεια, οι συνεκτικές στροβιλώδεις δομές πολλαπλασιάστηκαν στη μεταβατική περιοχή (G11 και G12), όπου αυξήθηκε το μέγεθος και η διάρκεια ζωής τους, καλύπτοντας σχεδόν το σύνολο της στήλης του νερού για περισσότερο από το ένα τέταρτο της περιόδου του κύματος, δηλαδή $t_{cs}>T/4\approx0.6$ sec. Οι δίνες ήταν όλες ωρολογιακής φοράς, όπως είχε αναφερθεί στα πειράματα των SF05, αλλά και των Nadaoka et al. (1989) για θραύση τύπου υπερχείλισης. Εξαίρεση αποτέλεσε η περιοχή της οριακής στοιβάδας κοντά στον πυθμένα, παντού εντός της ΖΘ. Ειδικά στο μετρητή G13, όπου μια διπλή συνεκτική δομή αρνητικής στροβιλότητας με κλίση προς τον πυθμένα ήταν εμφανής. Εκεί είναι η περιοχή, όπου εμφανίζονται λοξά καταδυόμενες δίνες μετά τη θραύση τύπου κατάδυσης. Οι συνεκτικές δομές μεγάλωσαν σε μέγεθος κατά τη διάρκεια της δευτερευόντων παφλασμών στην περιοχή σχηματισμού του κινούμενου μετώπου (μετρητής G15), ενώ εξαπλώθηκαν στην οριζόντια διεύθυνση και απέκτησαν μεγαλύτερη διάρκεια ζωής. Εκεί θα μπορούσε να θεωρηθεί το όριο της διεργασίας της ασθενούς κατάδυσης, και το σημείο εκκίνησης της διαμόρφωσης του κινούμενου θραυόμενου μετώπου και της διάδοσής του (SF05), καταλήγοντας τελικά στις συνεκτικές δομές που φαίνονται στα κάτω γραφήματα της Εικ. 65.



Εικ. 64. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της δειγματικά μεσοσταθμισμένης (ensemble-averaged) στροβιλότητας ω_{ens} (sec^{-1}), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G11, G12 (αρχική ΖΘ).



Εικ. 65. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της δειγματικά μεσοσταθμισμένης (ensemble-averaged) στροβιλότητας ω_{ens} (sec^{-1}), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G13, G15, G21, G23 (μεσαία και ενδότερη ΖΘ).

Στην περιοχή διάδοσης του θραυόμενου μετώπου (στους μετρητές G21 και G23) τα πρότυπα στροβιλότητας ήταν αποδυναμωμένα, όμως ακόμα αρκετά σε αριθμό, με την περιοχή γύρω και πάνω από την κοιλία του κύματος να είναι κορεσμένη με συνεκτικές στροβιλώδεις δομές. Αυτές ήταν κατανεμημένες κατά μήκος της ελεύθερης επιφάνειας, καθώς το θραυόμενο μέτωπο διαδιδόταν σε ολοένα και πιο ρηχά νερά στη ΖΔ. Για τα αρχικά θραυόμενα κύματα στους μετρητές G8 και G10, η μέγιστη τιμή της δειγματικά μεσοσταθμισμένης στροβιλότητας ήταν $\omega_{ens,max}$=33 sec^{-1} στον πόδα του θραυόμενου κύματος, η οποία διατηρήθηκε καθ' όλη τη μεταβατική περιοχή (από G11 έως G13) μέχρι το τελικό σημείο του φαινομένου της κατάδυσης (G15), όπου και έφτασε τοπικά την ακραία τιμή $\omega_{ens,max}$=115 sec^{-1}. Στην περιοχή των τυρβωδών κινούμενων μετώπων κατάντη της καταδυόμενης φλέβας, αυτή η τιμή μειώθηκε ραγδαία σε περίπου $\omega_{ens,max}$=50 sec^{-1}. Στους μετρητές G15 και G23, εκτός από την περιοχή κοντά στην κυματοκορυφή του θραυόμενου μετώπου, μικρές συνεκτικές δομές αποτυπώθηκαν στα αρχικά στάδια της μεσοσταθμισμένης κυκλικής φάσης των κυματισμών, δηλαδή για t=0~T/4. Αυτές ήταν υπολειμματικές περιδινήσεις ανάντη του επερχόμενου θραυόμενου κύματος, που οφείλονται στη διέλευση των προηγούμενων θραυόμενων μετώπων. Τελικά η μέγιστη καταγεγραμμένη αριθμητική τιμή της στροβιλότητας, μεσοσταθμισμένη για όλους τους κυματικούς κύκλους της προσομοίωσης, εμφανίστηκε ακριβώς πριν οι συνεκτικές δίνες αρχίσουν να εξαπλώνονται αισθητά κατά μήκος της ελεύθερης επιφάνειας (G15 έως G23), ακριβώς όπως αναφέρθηκε για τα αντίστοιχα πειράματα από τους SF05 (σελ. 288-289, Εικ. 4, 5 στο άρθρο τους).

Σημειώνεται, ότι οι Εικ. 64 και Εικ. 65 απεικονίζουν στην πράξη τη χρονική εξέλιξη της γένεσης και της απόσβεσης των στροβιλισμών, κατά τη διάρκεια της διεργασίας της θραύσης για μία μεσοσταθμισμένη περίοδο του κύματος και για πολλούς κύκλους προσομοίωσης. Συνεπώς, αν αντιστραφεί η τετμημένη των γραφημάτων, δηλαδή αντί για t, να είναι π.χ. T-t, όπως έχει γίνει από τους SF05, θα μπορούσε θεωρητικά να αναπαραχθεί η μεσοσταθμισμένη τιμή των διαφόρων κυματικών χαρακτηριστικών, ως προς τη χωρική συντεταγμένη x, δηλ. για ένα μήκος κύματος x=0~L. Αυτό προϋποθέτει την ισχύ της εργοδικότητας για τους κυματισμούς, η οποία όμως είναι παρακινδυνευμένο να υιοθετηθεί για μετρητές εντός της ΖΘ, λόγω των έντονων διεργασιών απόσβεσης σε αυτή, που επηρεάζουν την ακρίβεια στην επαναληψιμότητα του φαινομένου. Γι' αυτό το λόγο, οι συγκρίσεις των γραφημάτων της παρούσας διατριβής, που αποτυπώνουν τις ισαριθμικές καμπύλες των δειγματικά μεσοσταθμισμένων πεδίων, με τα αντίστοιχα διαγράμματα της εργασίας των SF05, πρέπει να γίνονται με την ανάλογη προσοχή. Σε γενικές γραμμές η χρονική εξέλιξη των πεδίων των δειγματικά μεσοσταθμισμένων μεγεθών από τις προσομοιώσεις SPS-SPH

σε διακριτούς μετρητές, είναι σε ποιοτική συμφωνία και κινούνται στην ίδια λογική με τις αντίστοιχες απεικονίσεις των SF05.

8.3. Συνεκτικές δομές τυρβώδους κινητικής ενέργειας

8.3.1. Μέθοδος υπολογισμού της τυρβώδους κινητικής ενέργειας

Ένα άλλο ενδιαφέρον ζήτημα, που αφορά στην έρευνα των τυρβωδών χαρακτηριστικών κατά τη θραύση των κυματισμών ασθενούς κατάδυσης, ήταν ο υπολογισμός της τυρβώδους κινητικής ενέργειας (ΤΚΕ) και των τυρβωδών τάσεων, καθώς ο εντοπισμός και των συνεκτικών δομών που σχετίζονται με αυτά τα μεγέθη. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα βοηθούν στην εξαγωγή συμπερασμάτων αφενός μεν σχετικά με την απόδοση του συνδυασμένου μοντέλου SPS-SPH αναφορικά με το ζήτημα της ικανότητας να αποτυπώνει με ορθό τρόπο τα τυρβώδη μεγέθη, αφετέρου δε σχετικά με την παραγωγή και απόσβεση της ΤΚΕ και των σχετικών συνεκτικών δομών της ροής σε ολόκληρη τη ΖΘ. Πριν παρουσιαστούν τα σχετικά αποτελέσματα, πρέπει πρώτα να ξεκαθαριστεί η εννοιολογική συσχέτιση του όρου της ΤΚΕ με το καθεστώς ροής και ο πιο κατάλληλος τρόπος υπολογισμού του μεγέθους της ΤΚΕ.

Εάν υποτεθεί, ότι η ροή μπορεί να χωριστεί σε κάποιου είδους μέση τιμή και σε συνιστώσες της τυρβώδους διακύμανσης, τότε η συνολική κινητική ενέργεια της ροής είναι απλά το άθροισμα της κινητικής ενέργειας που βασίζεται στη μέση τιμή του πεδίου ταχυτήτων και στο υπόλοιπο της τιμής του τυρβώδους μέρους του πεδίου των ταχυτήτων. Για μεσοσταθμισμένη ροή με σταθερό ($\bar{u}$) ή μεταβατικό χαρακτήρα ($\langle u \rangle$) και αναφερόμενη στη μονάδα μάζας, η κινητική ενέργεια του μέσου (ΜΚΕ, με σύμβολο k_{mean}) και του τυρβώδους μέρους (ΤΚΕ, με σύμβολο k) της ροής μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

$$MKE \equiv k_{mean} = \frac{1}{2}\left(\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2\right) \ \acute{\eta} \ \frac{1}{2}\left(\langle u \rangle^2 + \langle v \rangle^2 + \langle w \rangle^2\right)$$
$$TKE \equiv k = \frac{1}{2}\left(u'^2 + v'^2 + w'^2\right) \qquad [179]$$

όπου $u'=u-\bar{u}$ ή $u'=u-\langle u \rangle$ κ.ο.κ. Υπενθυμίζεται ότι στην περίπτωση της παρούσας διατριβής έχει χρησιμοποιηθεί ένας νέος ευρετικός τρόπος διαχωρισμού του πεδίου ταχυτήτων, $\mathbf{u'=u-u}_{ens}$ (σε διανυσματική σημειογραφία) με βάση την ανάλυση στο §7.5.1. Σημειώνεται ότι η παραπάνω τιμή της ΤΚΕ είναι τοπική τόσο στο χώρο όσο και στο χρόνο. Όμως οι στιγμιαίες τιμές της ΤΚΕ μπορεί να εμφανίζουν σημαντικές διακυμάνσεις στο χρόνο, γι' αυτό είναι συχνά χρήσιμο να υπολογιστεί κάποια μεσοσταθμισμένη τιμή της ΤΚΕ, που είναι πιθανόν πιο αντιπροσωπευτική της

συνολικής τυρβώδους ροής. Συνεπώς, η ΤΚΕ μπορεί να οριστεί ως η μέση κινητική ενέργεια που συνδέεται με τις δίνες της τυρβώδους ροής ανά μονάδα μάζας, $\overline{k}$ ή $\langle k \rangle$ για μεσοσταθμισμένη ροή με σταθερό ή μεταβατικό χαρακτήρα αντίστοιχα. Σε μια προσπάθεια μαθηματικής ερμηνείας, η μέση ΤΚΕ θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως η ημίσεια τιμή των μεσοσταθμισμένων αριθμητικών τετραγώνων των τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας:

$$\overline{k} \doteq \frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)$$

$$\text{ή} \qquad [180]$$

$$\langle k \rangle \doteq \frac{1}{2}\langle u_i' u_i' \rangle = \frac{1}{2}\left(\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle\right)$$

Προφανώς για τις τυρβώδεις ταχύτητες που αντιστοιχούν σε πολύ μικρές χωρικές κλίμακες (π.χ. Taylor), και άρα εμφανίζουν ισοτροπία σε όλες τις διευθύνσεις της ροής, μπορεί να θεωρηθεί ότι $u' \approx v' \approx w'$ όποτε προκύπτει:

$$\overline{k} = \frac{3}{2}\overline{u'^2} \qquad \text{ή} \qquad \langle k \rangle = \frac{3}{2}\langle u'^2 \rangle \qquad [181]$$

Αυτό πιθανότατα δεν ισχύει στην περίπτωση της παρούσας έρευνας, αφενός γιατί η καλύτερη χωρική ανάλυση που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις είναι στο άνω όριο των κλιμάκων Taylor, και αφετέρου γιατί ο υπολογισμός των φασμάτων των τυρβωδών ταχυτήτων δεν έχει δώσει ξεκάθαρη αποτύπωση της ισοτροπίας.

Σημαντική παρατήρηση για την κατανόηση του φαινομένου αποτελεί το γεγονός, ότι δεν ήταν δυνατόν να αναπαραχθούν με άμεσο τρόπο τα στιγμιότυπα της ΤΚΕ για ολόκληρο το υπολογιστικό πεδίο, λόγω της Lagrange-ιανής φύσης της μεθόδου SPH και τη συνακόλουθη ακανόνιστη κατανομή των σωματιδίων σε όλο το υπολογιστικό πεδίο. Για να γίνει αυτό εφικτό, απαιτείται η χρήση ενός σταθερού πλέγματος/καννάβου στο υπόβαθρο του υπολογιστικού πεδίου, επί του οποίου θα μπορούσε να γίνει παρεμβολή του πεδίου των ταχυτήτων για τις χωρικές κλίμακες που είναι μεγαλύτερες από το όριο της κλίμακας SPS. Στα κελιά αυτού του υποστηρικτικού καννάβου, θα μπορούσαν να υπολογιστούν κατά τα προαναφερθέντα οι τυρβώδεις συνιστώσες της ταχύτητας u' και w' καλύπτοντας όλα τα κελιά το υπολογιστικό πεδίο. Όπως έχει ήδη αναλυθεί στο §6.2.3, αυτή η τεχνική μπορεί να αυξήσει αδικαιολόγητα και απαγορευτικά το υπολογιστικό κόστος. Συνεπώς, η ΤΚΕ υπολογίστηκε μόνο σε σταθερούς αριθμητικούς μετρητές τύπου Euler για ολόκληρη τη στήλη του νερού εκεί. Η διακριτοποίηση των υπολογιζόμενων τιμών στα σταθερά σημεία κατά την κατακόρυφη διεύθυνση έγινε με βάση τη σωματιδιακή διακριτοποίηση και σταθερό βήμα ίσο με Δx. Σε αυτό το πλαίσιο, υπολογίστηκαν οι μεσοσταθμισμένες τιμές της ΤΚΕ για το 2D κατακόρυφο πεδίο, οι οποίες σχετίζονται με τις συνεκτικές στροβιλώδεις

κινήσεις μεγάλης κλίμακας (μεγαλύτερης από Δx). Η μεσοστάθμιση έγινε κατά τη φάση του κύματος για τα τετράγωνα των αριθμητικών τιμών των συνιστωσών του πεδίου των τυρβωδών ταχυτήτων **u'**, σύμφωνα με τον Christensen (2006), με τη χρήση της ακόλουθης γενικής σχέσης:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{2}\left(\langle u'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle\right) \quad [182]$$

Σε περίπτωση όμως που στην αποτύπωση της ΤΚΕ παραλείπεται η εγκάρσια οριζόντια συνιστώσα των τυρβωδών ταχυτήτων v', η προηγούμενη εξίσωση θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με ένα διορθωτικό συντελεστή 1.333 (Stive and Wind, 1982· Svendsen 1987· Ting and Kirby, 1994· 1995· 1996). Αυτό σημαίνει, ότι ο όρος της εγκάρσιας οριζόντιας συνιστώσας για την Εξ. 179 έχει υπολογιστεί ως:

$$\langle v'^2 \rangle = \frac{1}{3}\left(\langle u'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle\right) \quad [183]$$

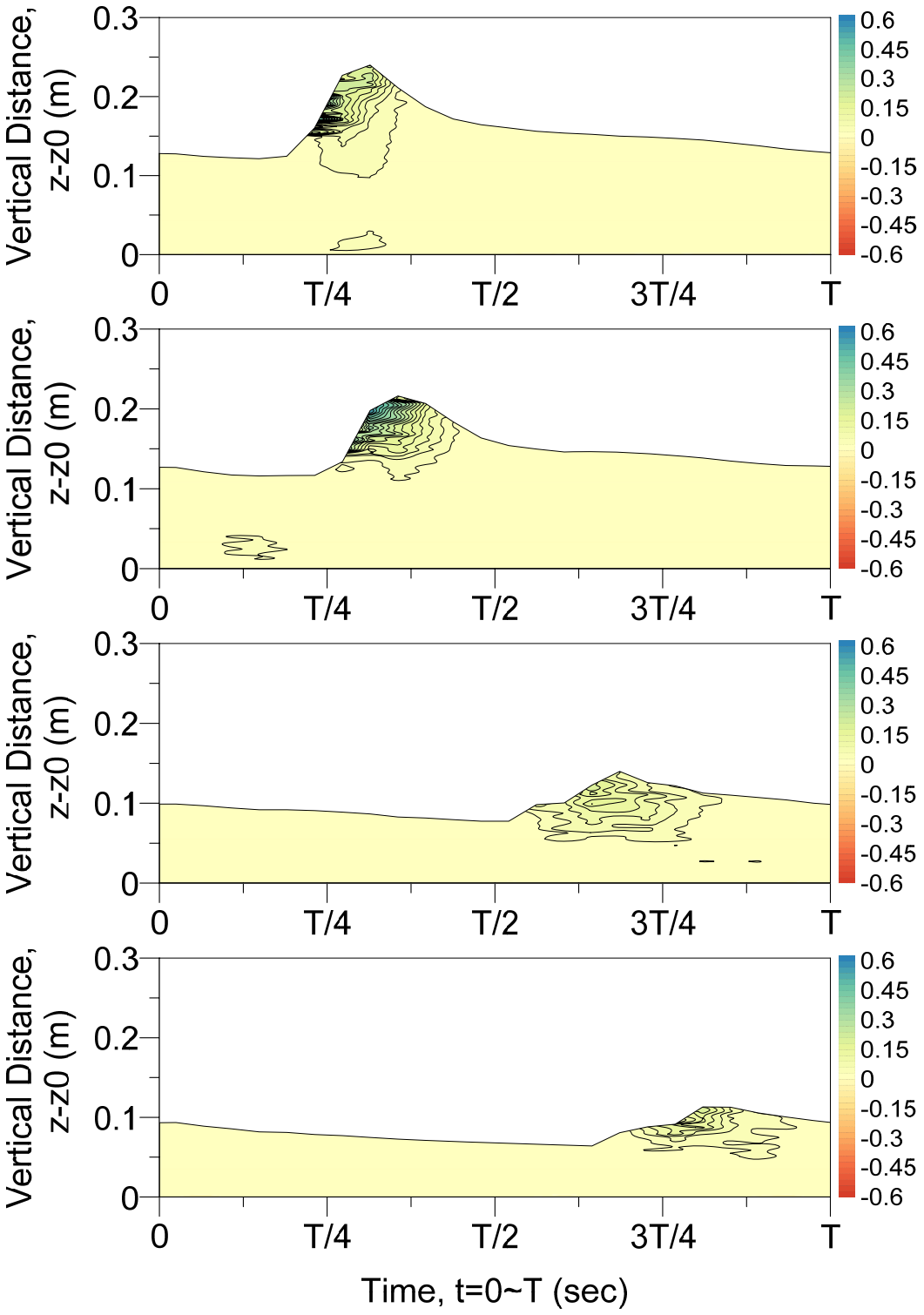
Ο Christensen (2006), με βάση τα αποτελέσματα από προσομοιώσεις τύπου LES, προτείνει ανάλογα με τον τύπο θραύσης και τη μέθοδο καταγραφής, ότι u'_{rms}=1.5v'_{rms}=1.5w'_{rms} και u'_{rms}=1.75v'_{rms}=1.75w'_{rms} για θραυόμενους κυματισμούς τύπου υπερχείλισης και κατάδυσης αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές είναι βασισμένες σε ανάλυση ροϊκών προτύπων τύπου επίπεδων τυρβωδών απόνερων (plane turbulent wakes). Αυτό το πρότυπο τυρβώδους ροής υποτίθεται, ότι έχει ομοιότητες με τα τυρβώδη κινούμενα μέτωπα (turbulent bores) κατά τη θραύση των κυματισμών, για τους οποίους ο διορθωτικός συντελεστής μπορεί να φτάσει μέχρι την τιμή 1.6 για φυσικές (όχι εργαστηριακές) ΖΘ (Ruessnik, 2010). Στην προκειμένη περίπτωση της θραύσης μονοχρωματικών μη γραμμικών κυματισμών τύπου (ασθενούς) κατάδυσης, για τον υπολογισμό της ΤΚΕ έχει προταθεί η χρήση ενός διορθωτικού συντελεστή της τάξης του 1.5 (Christensen, 2006). Τέλος σημειώνεται, ότι η συνολική ΤΚΕ του φαινομένου k_{tot}, που προκύπτει από τους αριθμητικούς υπολογισμούς, είναι το άθροισμα της ΤΚΕ από τις χωρικές κλίμακες της προσομοιωμένη ροής με το μοντέλο SPH k_{SPH} συν τον όρο της ΤΚΕ που αντιστοιχεί στη ροή υποσωματιδιακής κλίμακας και υπολογίζεται από το μοντέλο SPS k_{SPS}, δηλ. $k_{tot}=k_{SPH}+k_{SPS}$. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται η ΤΚΕ που αφορά στις δίνες μεγάλης κλίμακας ($L_{vort}\geq\Delta x$) με στόχο τον εντοπισμό των συνεκτικών στροβιλωδών κινήσεων μεγάλης κλίμακας.

8.3.2. Συνεκτικά μορφώματα τυρβώδους κινητικής ενέργειας

Στην Εικ. 66 παρουσιάζονται τα 2D κατακόρυφα πεδία (κατακόρυφη διατομή της ροής) των ισαριθμικών καμπύλων για τη μεσοσταθμισμένη στη φάση του κύματος ΤΚΕ $\langle k \rangle$ από θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης σε σταθερά σημεία στην

περιοχή έναρξης της θραύσης (G8, G10 στα άνω γραφήματα) και την ενδότερη ΖΘ (G21, G23 στα κάτω γραφήματα) για μια περίπτωση σχετικά υψηλής χωρικής ανάλυσης (Makris et al., 2014). Τα γραφήματα απεικονίζουν στην πράξη την εξέλιξη του πεδίου της ΤΚΕ μέσα στο χρόνο της κυματικής περιόδου, δηλ. την παραγωγή και την απόσβεση της τύρβης λόγω της θραύσης, κατά τη διάρκεια της κυματικής περιόδου μεσοσταθμισμένης για πολλούς κυματικούς κύκλους. Σημειώνεται ότι, όπως και στα προηγούμενα, αν η τετμημένη των γραφημάτων ήταν η αντίστροφη (*T*-*t*), θα ήταν ίδιου τύπου διαγράμματα με αυτά των SF05, και θα μπορούσαν θεωρητικά να αναπαριστούν την εξέλιξη του πεδίου για ένα μήκος κύματος *x*=0~*L*. Αυτό όμως δεν είναι απολύτως ακριβές λόγω έλλειψης σαφούς εργοδικότητας.

Με προσεκτική επιθεώρηση της Εικ. 66, παρατηρείται ότι η ΤΚΕ παράχθηκε στον πόδα του θραυόμενου κύματος και απέκτησε μεγαλύτερες τιμές στο ανάντη μέτωπο του θραυόμενου κύματος κατά την κατάδυση της φλέβας, όσο και στο άνω μέρος της παλινδρομικής ελεύθερης επιφάνειας κοντά στην κυματοκορυφή. Η ΤΚΕ φαίνεται να εμφανίζει ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο τοπολογικά παραγόμενης τύρβης. Τα στρώματα της συγκεντρωμένης $\langle k \rangle$ ήταν σχετικά λεπτά και οι αντίστοιχες ισαριθμικές καμπύλες ήταν πυκνές στην αρχική φάση της διέλευσης των κυματισμών από το μετρητή. Μετέπειτα, η $\langle k \rangle$ διαχύθηκε με το πέρας του χρόνου, ειδικά με τη διέλευση του οπίσθιου μετώπου του κύματος, οπότε και αυτά τα στρώματα έγιναν αραιότερα, αδρότερα και λιγότερης ενέργειας. Αυτό το πρότυπο ροής επεκτάθηκε από την κυματοκορυφή μέχρι την κοιλία, και ήταν παρόμοιου τύπου τόσο στην αρχική όσο και στην ενδότερη ΖΘ. Στην περιοχή έναρξης της θραύσης υπήρχαν επίσης πολύ μικρές τιμές της ΤΚΕ σε βάθη κάτω από την κοιλία του κύματος και κοντά στον πυθμένα. Το συμπέρασμα ήταν ότι η ΤΚΕ υπέστη μεταγωγή κατά τη διάρκεια της μετάβασης από την περιοχή της κατάδυσης (G8 και G10) στην περιοχή του κινούμενου μετώπου (G21 και G23). Αυτό είχε ως αποτέλεσμα τη γρήγορη απόσβεση της ΤΚΕ μέσα σε μια κυματική περίοδο. Συμπερασματικά, η ΤΚΕ ήταν μεγαλύτερη στην περιοχή της καταδυόμενης φλέβας, ενώ η ένταση της τύρβης μειώθηκε αμέσως μετά τη διέλευση του θραυόμενου κύματος. Μια ταχεία μείωση της ΤΚΕ ήταν επίσης εμφανής στη στήλη του νερού προς τον πυθμένα, γεγονός που υποδηλώνει ότι η μεταφορά της τύρβης (turbulence transport) κυριάρχησε της παραγωγής της τύρβης κάτω από το επίπεδο της κοιλίας, όπως έχει αναφερθεί και από τους Ting and Kirby (1995). Έτσι, σε αντίθεση με τη στροβιλότητα, δεν παρέμεινε σημαντική ποσότητα της ΤΚΕ πίσω από το θραυόμενο κύμα, καθώς αυτό κινήθηκε στη ΖΘ. Συνεκδοχικά, υπήρχαν περιοχές εντός της ΖΘ, όπου η ΤΚΕ και η στροβιλότητα δε συσχετίζονται άμεσα.



Εικ. 66. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μεσοσταθμισμένης στη φάση του κύματος ΤΚΕ, $\langle k \rangle$ (m^2/sec^2), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, και G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ).

Συγκεκριμένα κατά την έναρξη της θραύσης (G8) οι συνεκτικές δομές της ΤΚΕ ήταν εμφανείς στην περιοχή της κυματοκορυφής, χωρίς την ίδια κάλυψη από συνεκτικά μορφώματα στροβιλότητας εκεί. Ακολούθως, στην περιοχή κοντά στο σημείο έναρξης της θραύσης (G10), η συσχέτιση των δύο μεγεθών ήταν μεγαλύτερη από χωρικής άποψης. Η ίδια συμφωνία μορφωμάτων παρατηρήθηκε επίσης στις περιοχές σχηματισμού και διάδοσης του κινούμενου μετώπου, εν είδη υδραυλικού άλματος (G21 και G23). Αυτό σημαίνει, ότι υπήρχαν σημαντικές ποσότητες της τύρβης που παράχθηκαν λόγω της καταδυόμενης φλέβας, χωρίς την ταυτόχρονη παγίωση των συνεκτικών στροβιλωδών δομών. Επίσης η υπολειμματική στροβιλότητα, μετά τη διέλευση κάθε κύματος, δε συνοδεύτηκε από αντίστοιχη διατήρηση της ΤΚΕ. Εν τούτοις θα πρέπει να ληφθεί υπόψη, ότι η υπολογιζόμενη ΤΚΕ στην παρούσα έρευνα αφορά μόνο στις μεγάλες κινήσεις της ροής και όχι σε ολόκληρο το φάσμα της ροής. Οι μέγιστες τιμές της ΤΚΕ για τους προσομοιωμένους θραυόμενους κυματισμούς ήταν 0.57 έως 0.64 m^2sec^{-2} για την περιοχή έναρξης της θραύσης και 0.21 έως 0.26 m^2sec^{-2} για την ενδότερη ΖΘ. Αυτές οι τιμές αντιστοιχούν σε περίπου 39% έως 41% και 28% έως 29% του τετραγώνου της θεωρητικής φασικής ταχύτητας για ρηχά νερά $c_{ts}^2=gd$. Αυτό σημαίνει, ότι το ποσοστό της τύρβης ήταν περίπου 53% του σήματος της ταχύτητας για την περιοχή έναρξης της θραύσης και 63% για την ενδότερη ΖΘ. Ήταν μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερες από αυτές των Christensen and Deigaard (2001) για θραυόμενα κύματα τύπου υπερχείλισης, όμως η μέγιστες τιμές της ΤΚΕ συνήθως υπερτιμώνται στα μοντέλα τύπου LES, ειδικά για θραυόμενα κύματα κατάδυσης, στα οποία επικρατεί έντονη διάτμηση. Τα υψηλά επίπεδα των μεγίστων της ΤΚΕ ακόμα παραμένουν ένα από τα βασικά προβλήματα σε προσομοιώσεις θραύσης κυματισμών (Christensen, 2006). Η μέση ΤΚΕ ήταν περίπου 3‰ του τοπικού gd παντού στη ΖΘ.

8.4. Συνεκτικές δομές τυρβωδών τάσεων Reynolds

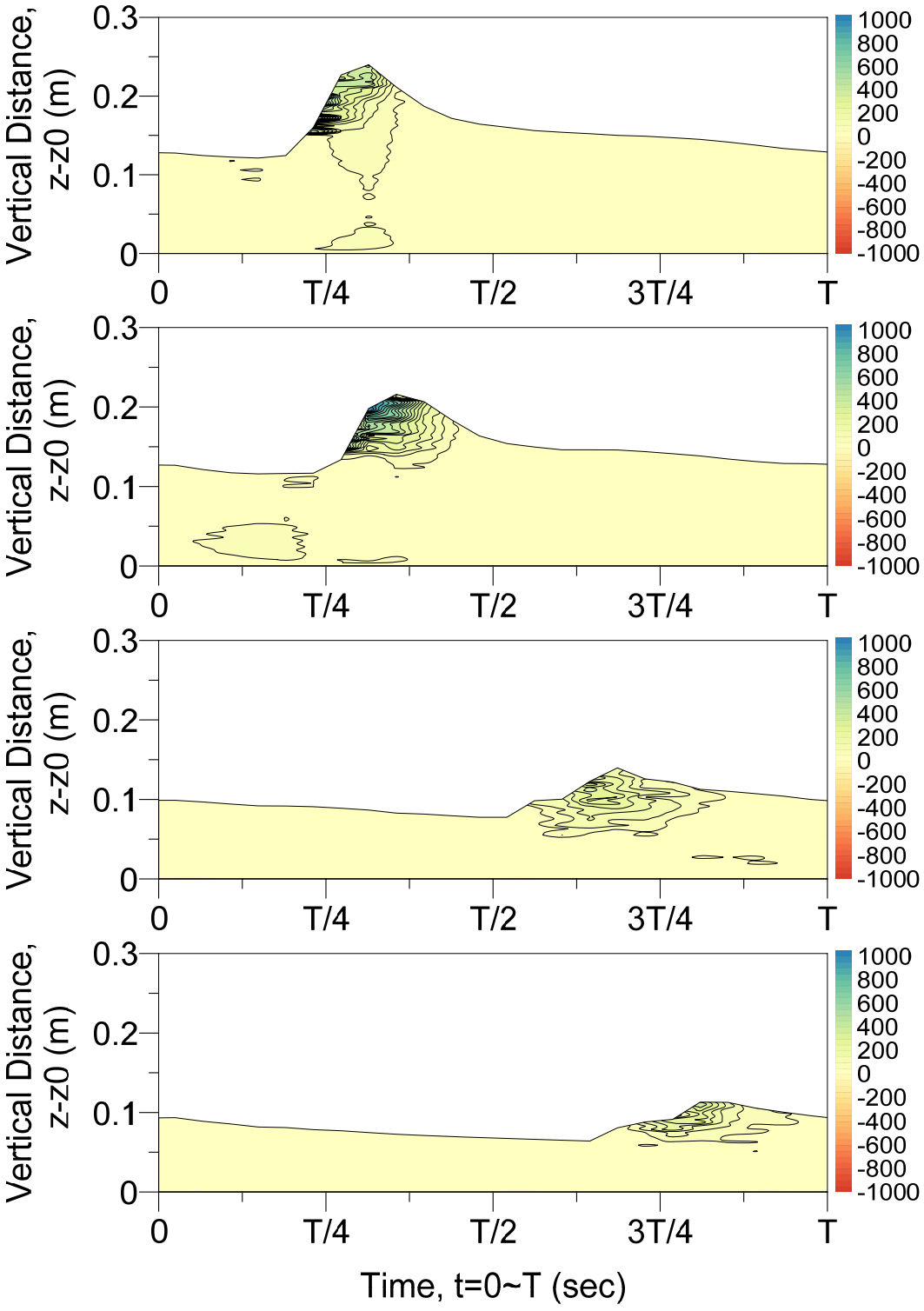
Επιπρόσθετα με τις συνεκτικές δομές της ΤΚΕ, εξετάστηκαν και τα συνεκτικά μορφώματα των τυρβωδών τάσεων Reynolds, λόγω της σύνθεσης της υπολειμματικής τύρβης με τις τυρβώδεις κινήσεις μεγάλης κλίμακας (π.χ. $u'=u''+u'''$). Υπενθυμίζεται, ότι στο 2D κατακόρυφο επίπεδο (κατακόρυφη διατομή) του πεδίου, οι τυρβώδεις διατμητικές ($\tau_{ss} \equiv \tau_{xz} \equiv \tau_{zx}$) και ορθές ($\tau_{nx} \equiv \tau_{xx}$ ή $\tau_{nz} \equiv \tau_{zz}$) τάσεις δίνονται από τις σχέσεις, $\tau_{ss}=-\rho\cdot|u'w'|$ και $\tau_{nx}=\rho u'^2$ ή $\tau_{nz}=\rho w'^2$ αντίστοιχα (όπου ρ είναι η πυκνότητα του νερού στο σημείο δειγματοληψίας). Οι τιμές των τάσεων Reynolds υπολογίστηκαν σε σταθερά σημεία (μετρητές) από τις τυρβώδεις συνιστώσες της ταχύτητας, οι οποίες προέκυψαν από τη φασική μεσοστάθμιση των φιλτραρισμένων υδροδυναμικών μεγεθών για 121 χρονικά τμήματα ανά κυματικό κύκλο. Η πυκνότητα του νερού ήταν περίπου $\rho\approx1000$

kgr/m^3, και η ακριβής τιμή της ορίστηκε παντού μέσω μεσοστάθμισης τύπου Favre, λόγω της υπόθεσης ψευδο-συμπιεστότητας του υπολογιστικού πεδίου. Τα πεδία των ισαριθμικών καμπύλων για τις φασικά μεσοσταθμισμένες τιμές των οριζόντιων ορθών τάσεων (normal stresses) $\langle \tau_{nx} \rangle$ δίνονται στην Εικ. 67, των κατακόρυφων ορθών τάσεων $\langle \tau_{nz} \rangle$ στην Εικ. 68, και των διατμητικών τάσεων $\langle \tau_{ss} \rangle$ στην Εικ. 69. Είναι προφανές ότι η $\langle \tau_{nx} \rangle$ εμφάνισε τη μεγαλύτερη τιμή της στο μέτωπο του κύματος για την αρχική ΖΘ (G8), και κοντά στην κυματοκορυφή σε όλους του υπόλοιπους μετρητές. Οι κατανομές των ισαριθμικών καμπύλων στο 2D κατακόρυφο επίπεδο (Εικ. 67) φανέρωσαν, ότι οι οριζόντιες ορθές τάσεις οργανώθηκαν σε αλλεπάλληλες συγκεντρωμένες δομές με έντονα ημι-ελλειπτικό σχήμα στην αρχική ΖΘ (Εικ. 67, άνω γράφημα). Στη συνέχεια οι συνεκτικές δομές άνοιξαν σε εμβαδό κάλυψης και εξαπλώθηκαν σε ολόκληρη την περιοχή από την κορυφή ως το επίπεδο της κοιλίας (Εικ. 67, δεύτερο σε σειρά γράφημα). Προϊόντος του χρόνου οι δομές υπέστησαν διάχυση και φάνηκε να είναι έχουν έντονα επίμηκες σχήμα κάτω από το κινούμενο θραυόμενο μέτωπο (bore), δηλ. στους μετρητές G21 και G23 (Εικ. 67, δύο τελευταία γραφήματα). Οι μέγιστες τιμές της $\langle \tau_{nx} \rangle$ κυμάνθηκαν από περίπου 1100 έως 1050 Pa αρχικά (από G8 έως G10), οι οποίες ήταν πάνω από δύο φορές μεγαλύτερες από την αντίστοιχη τιμή κάτω από το θραυόμενο μέτωπο, όπου τα μέγιστα ήταν της τάξης των 450 έως 400 Pa (από G21 έως G23). Συγκρίνοντας προσεκτικά (βλ. σχόλιο σελ. 240, §8.1.2), και αντιστρέφοντας τον άξονα *x*, τα γραφήματα της Εικ. 67 με τα αντίστοιχα των SF05 (σελ. 293, Εικ. 9 στην εργασία τους), μπορεί να δει κανείς μεγάλες ομοιότητες στη χωρική κατανομή των μορφωμάτων των οριζόντιων ορθών τάσεων.

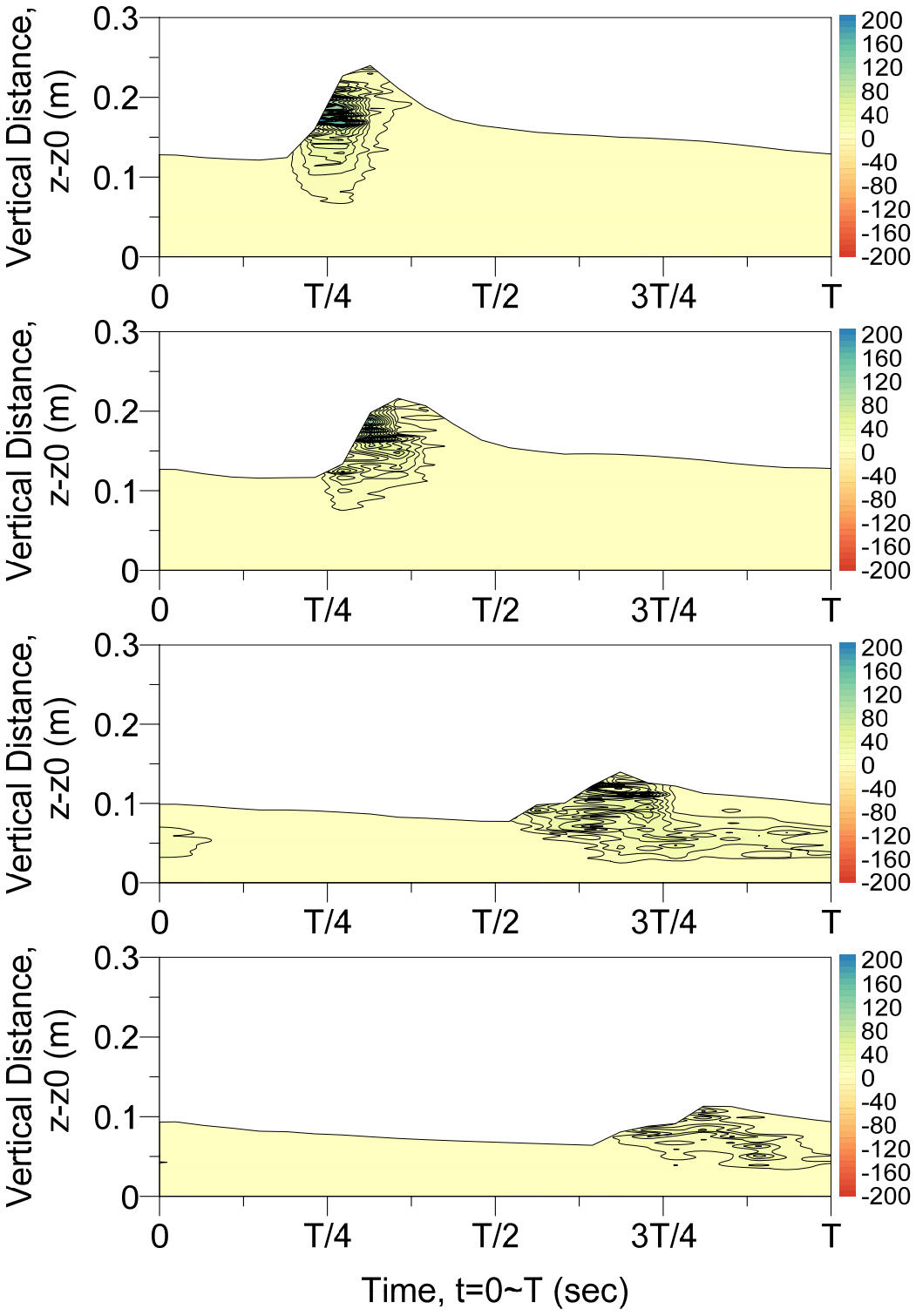
Από την άλλη, οι κατακόρυφες ορθές τάσεις $\langle \tau_{nz} \rangle$ (Εικ. 68) ήταν μέγιστες στον πόδα του μετώπου του κύματος κατά τη θραύση και την εμφάνιση του ιδιότυπου επιφανειακού στροβίλου λόγω θραύσης κατάδυσης (G8 και G10). Αυτή η κατάσταση συνέχισε και για τα ρηχότερα νερά (G21 και G23) μέχρι την περιοχή εμφάνισης των ρυτιδώσεων (ripples), όπου οι κατακόρυφες ορθές τάσεις είχαν αισθητές τιμές μόνο κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια. Τα πρότυπα παράθεσης των ισαριθμικών καμπύλων για τις $\langle \tau_{nz} \rangle$ φανέρωσαν, ότι στην αρχική ΖΘ υπήρχαν επίσης αλλεπάλληλες στρώσεις συγκεντρωμένων τάσεων με ημι-ελλειψοειδή μορφή, οι οποίες μετατράπηκαν σε απλωμένα μορφώματα με ιδιαίτερα επίμηκες σχήμα για το κινούμενο θραυόμενο μέτωπο. Παρ' όλα αυτά, φάνηκε να έχουν διαφορετική χωρική κατανομή κοντά στην κυματοκορυφή, σε σύγκριση με τις ισαριθμικές καμπύλες των $\langle \tau_{nx} \rangle$. Αυτή η παρατήρηση υπέδειξε την ύπαρξη ανισοτροπίας της τύρβης, όπως εντοπίστηκε και στα πειράματα των SF05. Οι μέγιστες τιμές των κατακόρυφων ορθών τάσεων ήταν

μικρότερες από τις αντίστοιχες για τις οριζόντιες, και συγκεκριμένα κυμάνθηκαν από 300 έως 190 Pa για την περιοχή έναρξης της ΖΘ (G8 έως G10). Στη συνέχεια οι τιμές έφθιναν γρήγορα έως περίπου το μισό μέχρι ένα τέταρτο των αρχικών μεγίστων, δηλ. 160 έως 80 Pa για την ενδότερη ΖΘ και το θραυόμενο μέτωπο (G21 έως G23). Οι συγκρίσεις με τα αντίστοιχα γραφήματα των SF05 (σελ. 294, Εικ. 10 στην εργασία τους) φανερώνουν ποιοτικές ομοιότητες των μορφωμάτων για τις κατακόρυφες ορθές τάσεις. Οι διατμητικές τάσεις $\langle \tau_{ss} \rangle$ (Εικ. 69) εμφάνισαν τις ακραίες τιμές τους στον πόδα και το μέσο ύψος του μετώπου του θραυόμενου κύματος. Σημειώνεται ότι οι τιμές των τάσεων σε αυτήν την περιοχή είχαν παντού αρνητικό πρόσημο (βλ. τύπο υπολογισμού παραπάνω), καθώς η διάτμηση νοείται ως αντίσταση στην κίνηση, οπότε οι ελάχιστες τιμές των $\langle \tau_{ss} \rangle$ κυμάνθηκαν από -450 έως -250 Pa. Οι τιμές αυτές ήταν καταφανώς μικρότερες από τις τιμές των ορθών τάσεων σε απόλυτη τιμή, όπως παρατηρήθηκε και στα πειράματα των SF05. Στην περιοχή του τυρβώδους κινούμενου μετώπου, οι αντίστοιχες τιμές ήταν μειωμένες σε λιγότερο από το μισό των αρχικών, με μεγέθη περίπου -160 έως -125 Pa, όμως με μικρότερες υπολειμματικές τιμές στο υπόβαθρο του θραυόμενου μπροστινού μετώπου, της κορυφής και του οπίσθιου μετώπου.

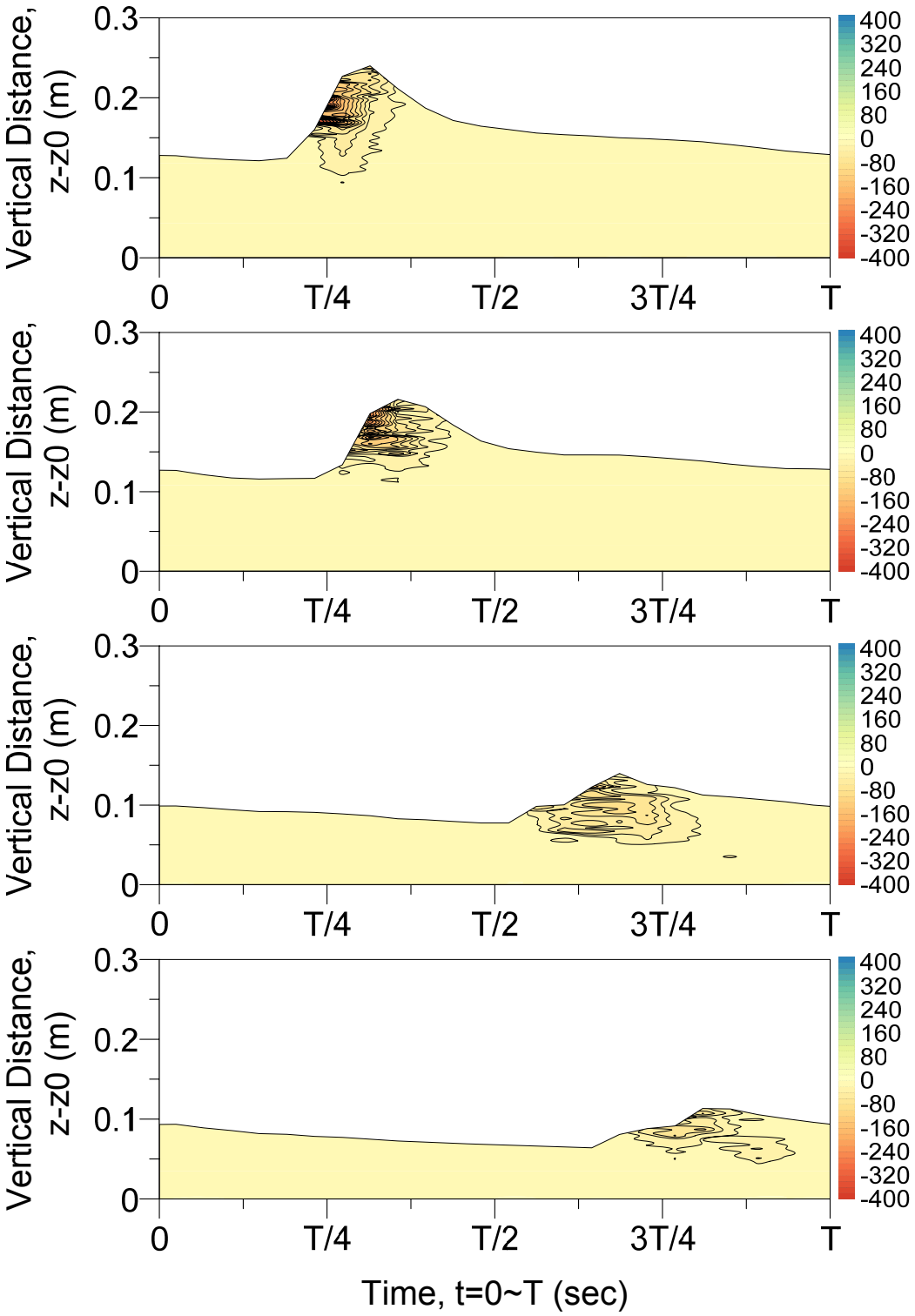
Συνεπώς, θα μπορούσε κανείς να συμπεράνει, ότι η κατανομή των τάσεων Reynolds φάνηκε να έχει τιμή αιχμής στο κατώτερο μέρος της περιοχής των στροβιλισμών, κοντά στο επίπεδο της κυματικής κοιλίας, όπου υπήρχαν συγκεντρωμένες μεγάλες ποσότητες στροβιλότητας. Αυτή η παρατήρηση είναι σύμφωνη με τα ευρήματα των Nadaoka et al. (1989), οι οποίοι περιέγραψαν το μηχανισμό παραγωγής των στιγμιαίων τάσεων Reynolds, λόγω της κατωφερούς κίνησης νερού με μεγάλες ταχύτητες, κατά τη διάρκεια της θραύσης του κύματος εντός της περιοχής των περιδινήσεων. Η παραπάνω διεργασία συσχετίστηκε με το μετασχηματισμό των μεγάλων συνεκτικών δομών, από επίπεδους οριζόντιους στροβίλους σε λοξά καταδυόμενες δίνες στη 3D αναπαράσταση της ροής. Επιπρόσθετα, οι Nadaoka et al. (1989) πρότειναν ότι οι τάσεις Reynolds παρήχθησαν κύρια από τις περιδινήσεις μεγάλης κλίμακας και μόνο εν μέρει από την υπολειμματική τύρβη. Η μέθοδος της απλής φασικής μεσοστάθμισης, που έχει χρησιμοποιηθεί κατά κόρον από άλλους ερευνητές, μπορεί να αποκρύψει αυτό το γεγονός. Η ευρετική τεχνική της δειγματικής μεσοστάθμισης, που προτείνεται στην παρούσα διατριβή, μπορεί να βελτιώσει την εικόνα, όμως ο ξεκάθαρος εντοπισμός των περιδινήσεων μεγάλης κλίμακας και ο διαχωρισμός τους, από τους στροβιλισμούς λόγω της διατεταγμένης κίνησης των κυμάτων, παραμένει μια επαχθής διαδικασία για μεταβατικές ροές με έντονη διάτμηση, όπως είναι η θραύση κυματισμών ειδικά τύπου κατάδυσης.



Εικ. 67. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μεσοσταθμισμένης στη φάση του κύματος οριζόντιας συνιστώσας των τυρβωδών ορθών τάσεων $\langle \tau_{nx} \rangle$ (Pa), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ). Συγκρίσεις με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα παρέχονται στο Παράρτημα.



Εικ. 68. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο της μεσοσταθμισμένης στη φάση του κύματος κατακόρυφης συνιστώσας των τυρβωδών ορθών τάσεων $\langle \tau_{nz} \rangle$ (Pa), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ).



Εικ. 69. Προσομοιωμένο (SPS-SPH) πεδίο των μεσοσταθμισμένων στη φάση του κύματος τυρβωδών διατμητικών τάσεων $\langle \tau_{ss} \rangle$ (Pa), για τους θραυόμενους κυματισμούς ασθενούς κατάδυσης της περίπτωσης ελέγχου 11. Από πάνω προς τα κάτω δίνονται οι αποτυπώσεις της χρονικής εξέλιξης του πεδίου στους μετρητές G8, G10, G21, G23 (περιοχή έναρξης της θραύσης και ενδότερη ΖΘ).

8.5. Διαλειπτότητα της τύρβης εντός της ζώνης θραύσης

Το τελευταίο ζήτημα που εξετάστηκε στην παρούσα διατριβή ήταν η διαλείπουσα συμπεριφορά βασικών τυρβωδών μεγεθών, όπως η ΤΚΕ και οι διατμητικές τάσεις, εντός της ΖΘ. Εφόσον η απόδοση του μοντέλου SPS-SPH κρίθηκε ικανοποιητική, αναφορικά με την ποιοτική αναπαραγωγή των συνεκτικών δομών βάσει της νέας ευρετικής μεθόδου εντοπισμού τους, στόχος ήταν να εξιχνιαστεί το αν μπορεί να εντοπίσει και να περιγράψει την τάση να εμφανίζονται διαλείπουσες εξάρσεις, χωρίς σαφή περιοδικότητα, στο υπολογιζόμενο σήμα των βασικών τυρβωδών μεγεθών. Ο εντοπισμός σε αυτήν την περίπτωση είχε να κάνει με αποτύπωση συμβάντων (και όχι δομών) σε τοπικό επίπεδο (και όχι σε διατομή ή όλο το πεδίο), δηλ. στην περιοχή των σταθερών σημείων καταγραφής (μετρητές) του πεδίου και σε συγκεκριμένα βάθη στη στήλη του νερού. Συγκεκριμένα, ελέγχθηκαν οι χρονοσειρές των τυρβωδών μεγεθών στη ΣΗ, στο μέσο βάθος, και στην οριακή στοιβάδα κοντά στον πυθμένα. Επίσης ερευνήθηκε η διαφοροποίηση των χαρακτηριστικών αυτών των χρονο-σημάτων εγκάρσια στην ακτή, δηλ. για διάφορους μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης μέχρι και την ενδότερη ΖΘ. Τα διαλείποντα περιστατικά χωρίστηκαν σε συνεκτικά (coherent) και έντονα (intense) συμβάντα, και η ταυτοποίησή τους έγινε με βάση την προσέγγιση των Cox and Kobayashi (2000), για ολόκληρη τη ΖΘ. Ουσιαστικά, οι διαλείπουσες εκδηλώσεις τη τύρβης οριοθετήθηκαν με στατιστικό τρόπο, κάνοντας χρήση της μέσης τιμής m και της τυπικής απόκλισης σ των κατανομών της ΤΚΕ και των διατμητικών τάσεων. Έτσι η στατιστική ανάλυση των σημάτων αφορούσε τα καθαρά και τα δεσμευμένα (εξαρτημένα) ποσοστά των συνεκτικών και έντονων περιστατικών της διαλειπτότητας, για την κυματογενή τύρβη στη ΖΘ. Η συσχέτιση μεταξύ της τυρβώδους διατμητικής τάσης και της ΤΚΕ ανιχνεύθηκε, επιτρέποντας την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τα πιθανά μορφώματα της ροής, λόγω της θραύσης των κυματισμών, αλλά και πρότυπα στερεομεταφοράς ιζημάτων εγκάρσια στην ακτή.

8.5.1. Ορισμός περιστατικών τυρβώδους διαλειπτότητας

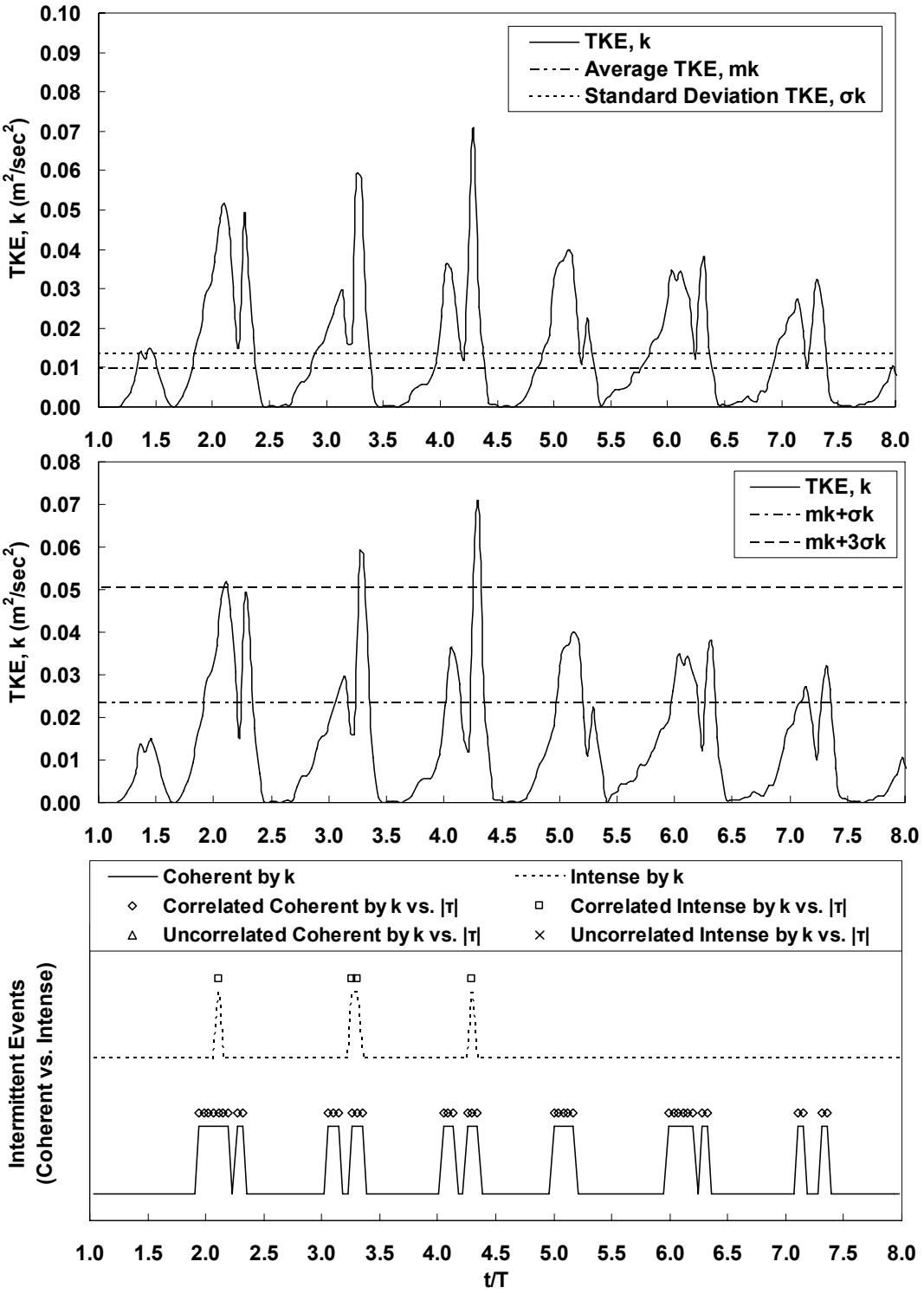
Υπενθυμίζεται ότι η διαλειπτότητα (intermittency) είναι η ύπαρξη έντονων, μη περιοδικών συμβάντων, με ιδιάζουσες εξάρσεις για τα τυρβώδη μεγέθη, που προκαλούν έντονες μη Gauss-ιανές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας (PDF) για τις τυρβώδεις συνιστώσες των ταχυτήτων και των τάσεων, και την ΤΚΕ. Η παραγωγή (εμφάνιση) της τύρβης στις μακροσκοπικές κλίμακες είναι ένα εγγενώς διαλείπον φαινόμενο, όμως και η σκέδασή της, στις υποτιθέμενα ισοτροπικές μικροκλίμακες,

φαίνεται επίσης να οργανώνεται σε διαλείποντα μορφώματα, τόσο στο χώρο όσο και στο χρόνο, παρά να είναι ομοιογενώς καταμερισμένη στο πεδίο ροής. Η θεωρητική αναζήτηση της φυσικής ερμηνείας του φαινομένου της διαλειπτότητας αποτελεί ένα φλέγον ζήτημα στην έρευνα, όμως η πρακτική ανάλυση του φαινομένου, της διάρκειας, των χαρακτηριστικών, και της εξαρτημένης στατιστικής συσχέτισης των διαλειπουσών διεργασιών μπορεί να προσφέρει μια καλή οπτική του πώς επηρεάζουν τα διαλείποντα συμβάντα της τύρβης γενικότερα φαινόμενα, όπως τη θραύση των κυμάτων και τη στερεομεταφορά στη ΖΘ. Γι' αυτό το λόγο, η παρούσα ανάλυση βασίζεται στη λογική της ερευνητικής πρότασης των Jaffe and Sallenger (1992) για τη συσχέτιση της διαλείπουσας τύρβης με την κίνηση των αιωρούμενων ιζημάτων εντός της ΖΘ.

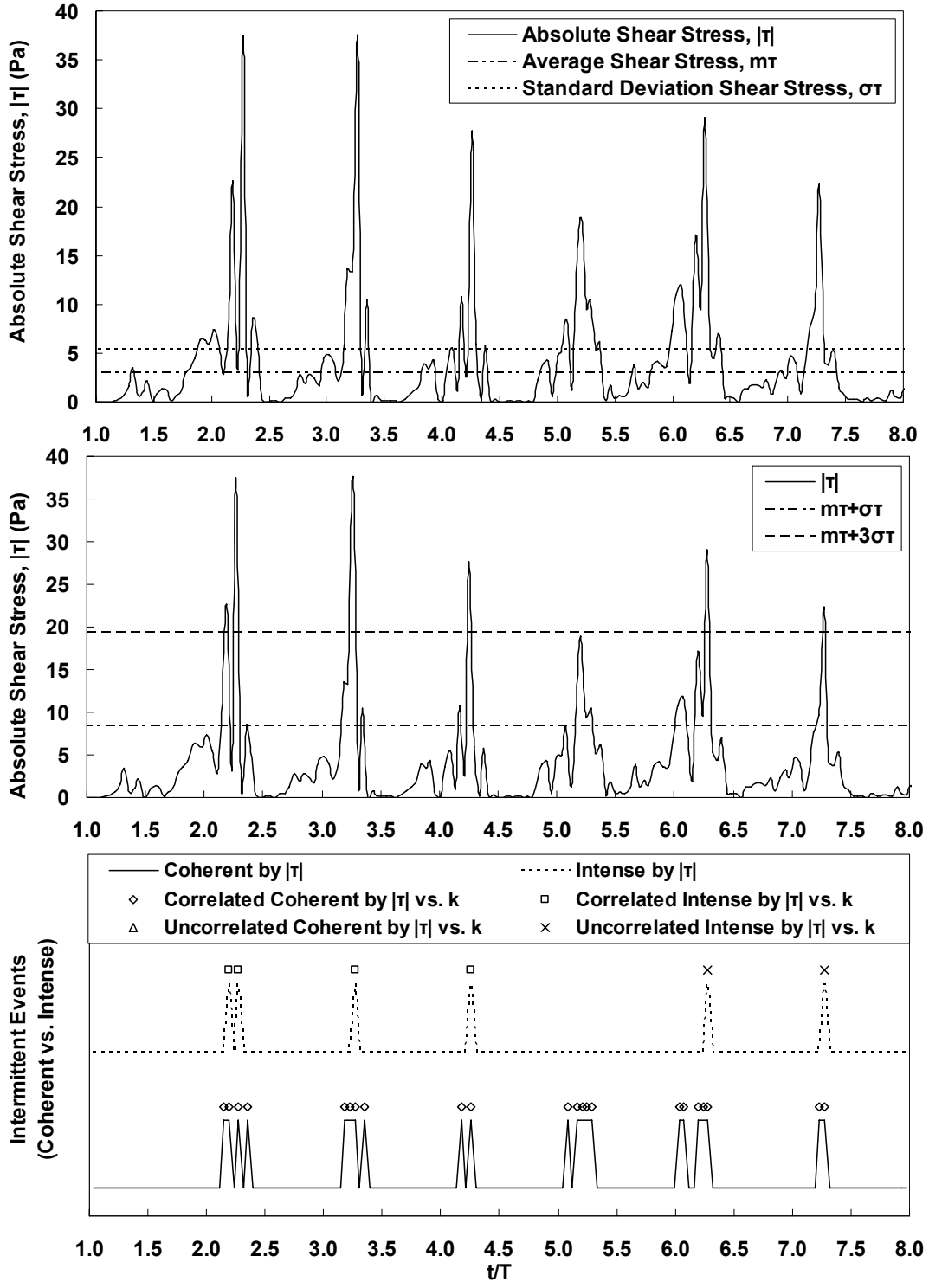
Συνεκδοχικά, η ταυτοποίηση (εντοπισμός) των διαλειπόντων περιστατικών της τύρβης, επιχειρήθηκε με βάση τη μέθοδο των Cox and Kobayashi (2000), η οποία συνίσταται στον καθορισμό του κατωφλιού (threshold) των συνεκτικών συμβάντων με βάση την τιμή $m+\sigma$, και των έντονων συμβάντων με βάση την τιμή $m+3\sigma$. Όλες οι διακριτές τιμές των χρονοσειρών των τυρβωδών μεγεθών, που βρίσκονται πάνω από αυτά τα όρια, θεωρούνται ότι προσδιορίζουν διαλείποντα περιστατικά της τύρβης. Οι χρονοσειρές, που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση, είναι αυτές της ΤΚΕ, k, και των διατμητικών τάσεων, τ_{ss}. Οπότε, π.χ. αν ισχύει $k(t_i/T)\geq m_k+\sigma_k$, όπου $i=1\sim N$ ο μετρητής των διακριτών τιμών καταγραφής της χρονοσειράς με πλήθος N, τότε η συγκεκριμένη τιμή από τη χρονοσειρά της ΤΚΕ, $k(t_i/T)$, χαρακτηρίζεται ως συνεκτικό συμβάν διαλειπτότητας. Αντίστοιχα αν ισχύει $k(t_i/T)\geq m_k+3\sigma_k$, τότε η συγκεκριμένη τιμή από τη χρονοσειρά της ΤΚΕ, $k(t_i/T)$, χαρακτηρίζεται ως έντονο συμβάν διαλειπτότητας. Οι ίδιες συνθήκες εφαρμόζονται και για τη χρονοσειρά της απόλυτης τιμής των τυρβωδών διατμητικών τάσεων $|\tau|$, για τις οποίες ο δείκτης '$_k$' αντικαθίσταται με το δείκτη '$_\tau$'.

8.5.2. Συνεκτικά και έντονα περιστατικά τυρβώδους διαλειπτότητας

Οι υπολογισμοί των χρονοσειρών για την ΤΚΕ και τις τυρβώδεις διατμητικές τάσεις έγιναν με βάση τις καταγραφές των αριθμητικών μετρήσεων στις θέσεις G8, G10, G21 και G23, καλύπτοντας έτσι την αρχική και την ενδότερη ΖΘ. Τα χρονικά σήματα των μεγεθών ελήφθησαν στο επίπεδο της ΜΣΘ, στο μέσο βάθος της στήλης του νερού, και μέσα στην οριακή στοιβάδα σε απόσταση, ίση με το βήμα της αρχικής χωρικής διακριτοποίησης Δx, από τον πυθμένα. Με αυτό τον τρόπο καλύφθηκε όλο το πεδίο εντός της ΖΘ. Η εξέλιξη της συμπεριφοράς των χρονοσειρών για τα τυρβώδη μεγέθη, κατά μήκος της ΖΘ και κατά το βάθος σε σταθερά σημεία, μπορεί να δώσει μια αποτύπωση της επιρροής της διαλειπτότητας στο κυματογενές πεδίο ροής.

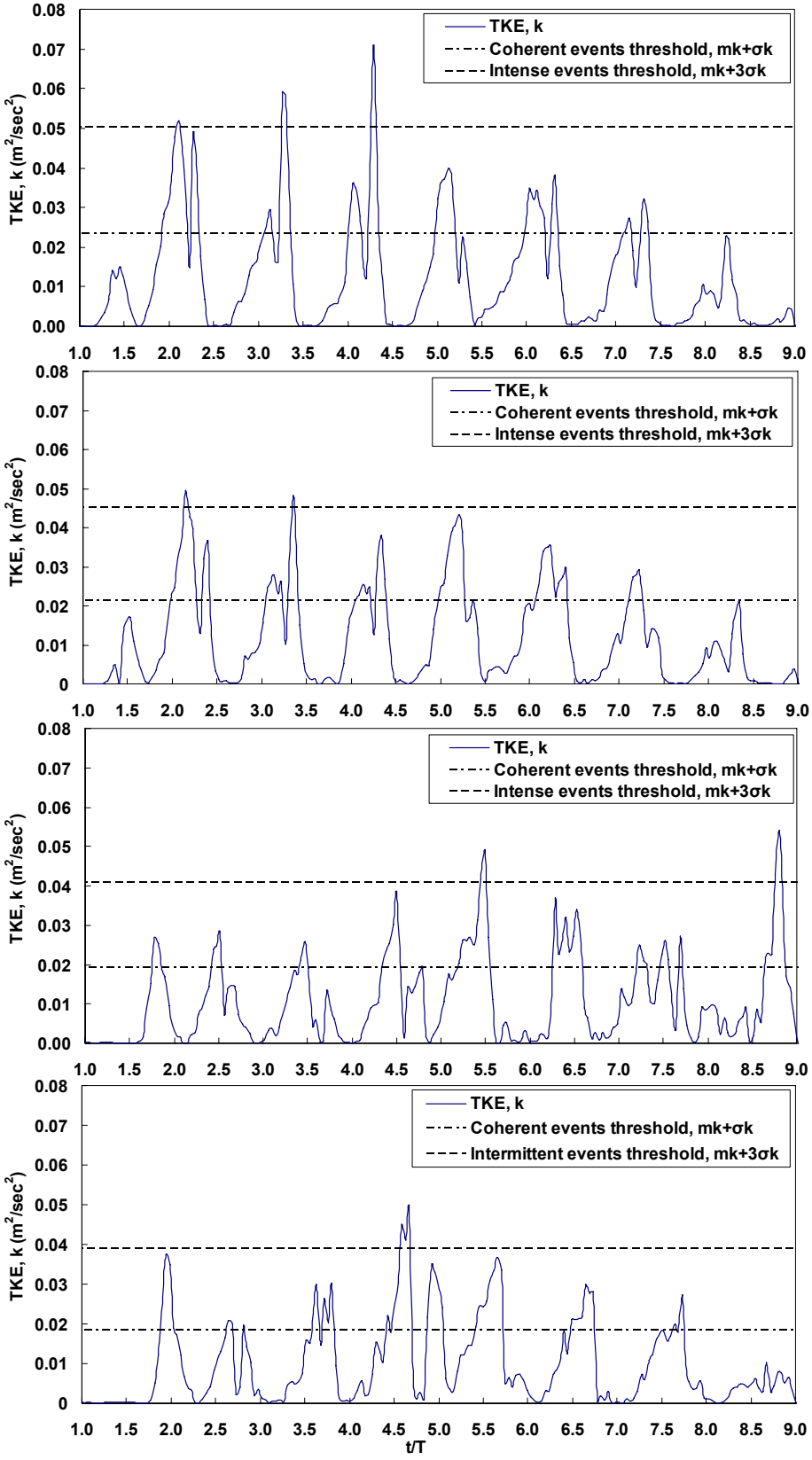


Εικ. 70. Εντοπισμός συνεκτικών και έντονων συμβάντων τυρβώδους διαλειπτότητας (κάτω γράφημα) με βάση τη διακύμανση της χρονοσειράς για την TKE k (m^2/sec^2) (άνω και μεσαίο γράφημα), στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8) για την περίπτωση ελέγχου 10. Παρέχονται η μέση τιμή και η απόκλιση της κατανομής των k, m_k και σ_k αντίστοιχα (άνω γράφημα), μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών και έντονων συμβάντων, $m_k+\sigma_k$ και $m_k+3\sigma_k$ αντίστοιχα (μεσαίο γράφημα). Επίσης σημειώνονται τα συσχετιζόμενα διαλείποντα συμβάντα λόγω k και απόλυτων διατμητικών τάσεων $|\tau|$.

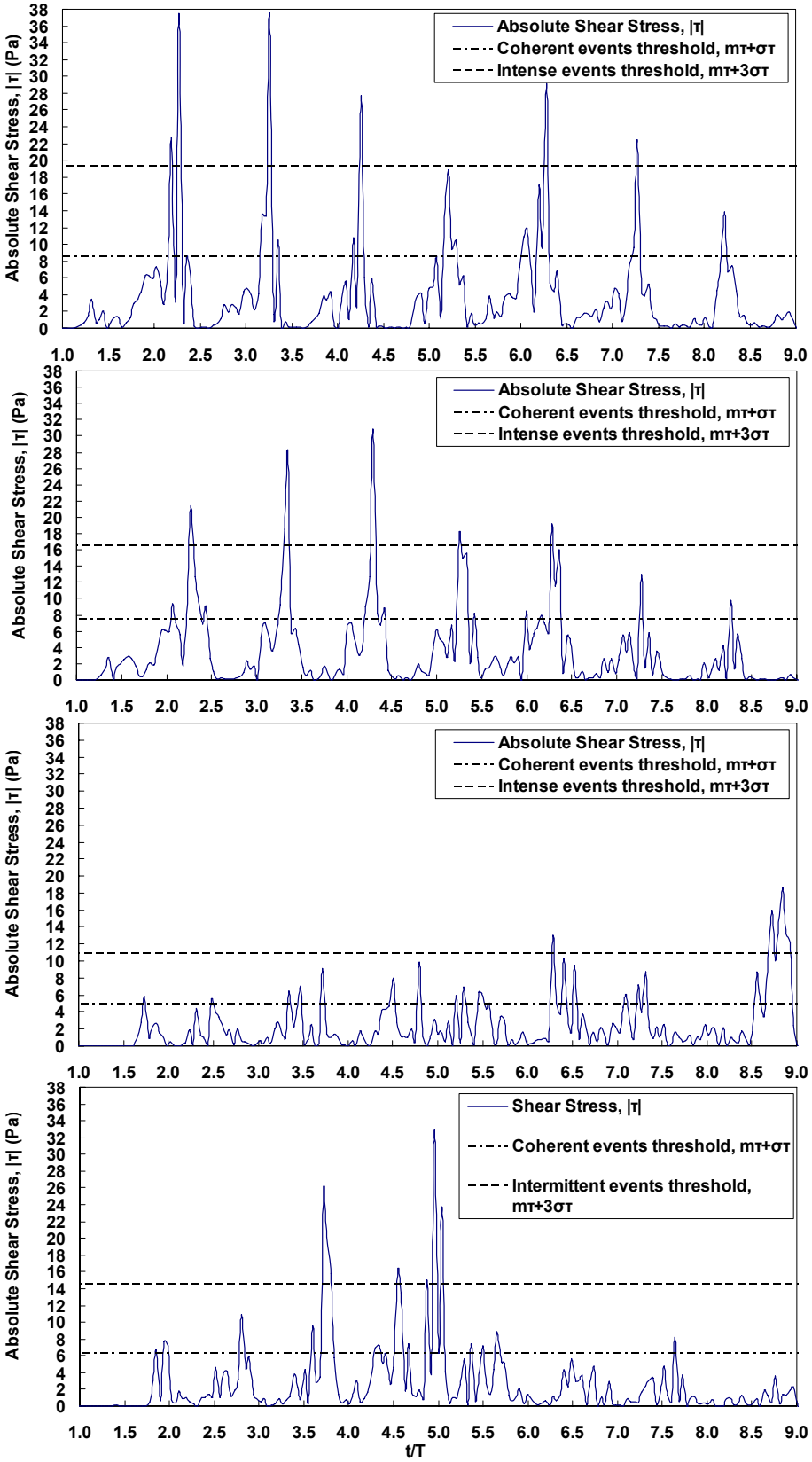


Εικ. 71. Εντοπισμός συνεκτικών και έντονων συμβάντων τυρβώδους διαλειπτότητας (κάτω γράφημα) με βάση τη διακύμανση της χρονοσειράς για την απόλυτη τιμή της διατμητικής τάσης $|\tau|$ (Pa) (άνω και μεσαίο γράφημα), στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8) για την περίπτωση ελέγχου 10. Παρέχονται η μέση τιμή και η απόκλιση της κατανομής των $|\tau|$, m_τ και σ_τ αντίστοιχα (άνω γράφημα), μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών και έντονων συμβάντων, $m_\tau+\sigma_\tau$ και $m_\tau+3\sigma_\tau$ αντίστοιχα (μεσαίο γράφημα). Επίσης σημειώνονται τα συσχετιζόμενα διαλείποντα συμβάντα λόγω $|\tau|$ και k.

Στην Εικ. 70 παρουσιάζεται η υπολογισμένη χρονοσειρά της ΤΚΕ για την αρχική ΖΘ (G8), μαζί με τη μέση τιμή m_k και την τυπική απόκλιση σ_k της κατανομής (άνω γράφημα), και το κατώφλι καθορισμού των συνεκτικών ($m_k+\sigma_k$) και των έντονων ($m_k+3\sigma_k$) συμβάντων της διαλείπουσας τύρβης (μεσαίο γράφημα). Το σήμα αφορά σε μια τυπική οκτάδα συνεχόμενων κυματικών κύκλων προσομοίωσης. Ο διαλείπων χαρακτήρας της χρονικής κατανομής της ΤΚΕ είναι εμφανής, καθώς οι εξάρσεις του σήματος της ΤΚΕ, που ορίζουν τα έντονα περιστατικά είναι σχετικά σπάνιες και δεν εμφανίζονται με το πέρασμα του κάθε (επόμενου) κύματος. Αντίθετα ακολουθούν μια παροδική και τυχαία περιοδικότητα, που οφείλεται στη συσσώρευση τυρβώδους ενέργειας από αλλεπάλληλα θραυόμενα κύματα, η οποία εκδηλώνεται με εκσπάσεις στο πεδίο, οι οποίες ξεχωρίζουν από τα πιο συνήθη συνεκτικά συμβάντα. Αυτές οι καταγραφές έντονης έκλυσης ΤΚΕ έχει εντοπιστεί, ότι προκαλούν το μεγαλύτερο ποσοστό αιώρησης ιζήματος από τον πυθμένα και μεταφοράς του εντός της ΖΘ (Yoon and Cox, 2013). Από τις διακριτές τιμές της χρονοσειράς της ΤΚΕ, που ξεπερνούν το στατιστικό κατώφλι ορισμού των διαλειπόντων συμβάντων, μπορούν να προσδιορισθούν οι πιθανότητες εμφάνισης των τελευταίων και η σημαντικότητά τους για το σύνολο της ροής και της στερεομεταφοράς. Στο κάτω γράφημα της Εικ. 70 δίνεται η σχηματική αναπαράσταση του εντοπισμού τέτοιων συμβάντων της διαλείπουσας τύρβης, π.χ. συνεκτικά, με τη συνεχή γραμμή, και έντονα, με τη διακεκομμένη. Σημειώνεται, ότι αυτή η σχετικά απλοποιημένη ανάλυση σήματος δε λαμβάνει υπόψη τη φάση του κύματος, και θεωρεί ένα στατικό κατώφλι εντοπισμού της διαλειπτότητας παρά ένα δυναμικό, το οποίο π.χ. θα μπορούσε να ακολουθεί τον τρόπο και την ποσότητα της αιώρησης των πυθμενικών ιζημάτων. Στην παρούσα φάση της έρευνας όμως, απασχολεί μόνο ο καθορισμός των μηχανισμών της θραύσης με βάση τη διαλείπουσα τύρβη, και η παραπάνω μέθοδος κρίνεται ικανοποιητική. Στην Εικ. 71 παρουσιάζονται τα ίδια ακριβώς γραφήματα για την υπολογισμένη χρονοσειρά της απόλυτης τυρβώδους διατμητικής τάσης $|\tau_{ss}|$ ($|\tau|$ στο γράφημα). Παρατηρείται, ότι τα συνεκτικά συμβάντα ακολουθούν την ίδια περίπου συχνότητα εμφάνισης, δηλ. σχεδόν με κάθε επερχόμενο θραυόμενο κυματισμό, όπως και για το σήμα της ΤΚΕ. Αυτό δεν ισχύει όμως για τα έντονα διαλείποντα περιστατικά, τα οποία παρουσιάζουν μια πιο ασύνδετη συμπεριφορά. Επιπρόσθετα στην παραπάνω πληροφορία, στα κάτω γραφήματα των Εικ. 70 και Εικ. 71 παρέχεται και ένας ιδιότυπος συμβολισμός επισημείωσης της συσχέτισης μεταξύ των διαλειπόντων συμβάντων για την k και τις $|\tau|$ και αντίστροφα, με χρονικό παράθυρο αλληλεπίδρασης περίπου μισής κυματικής περιόδου $T/2$. Οι «ρόμβοι» και τα «τετράγωνα» συμβολίζουν τα συσχετιζόμενα περιστατικά, ενώ τα «τρίγωνα» και τα «χι» τα ασυσχέτιστα. Οι εξαρτημένες πιθανότητες εμφάνισης των διαλειπόντων συμβάντων δίνονται και σχολιάζονται στα παρακάτω.

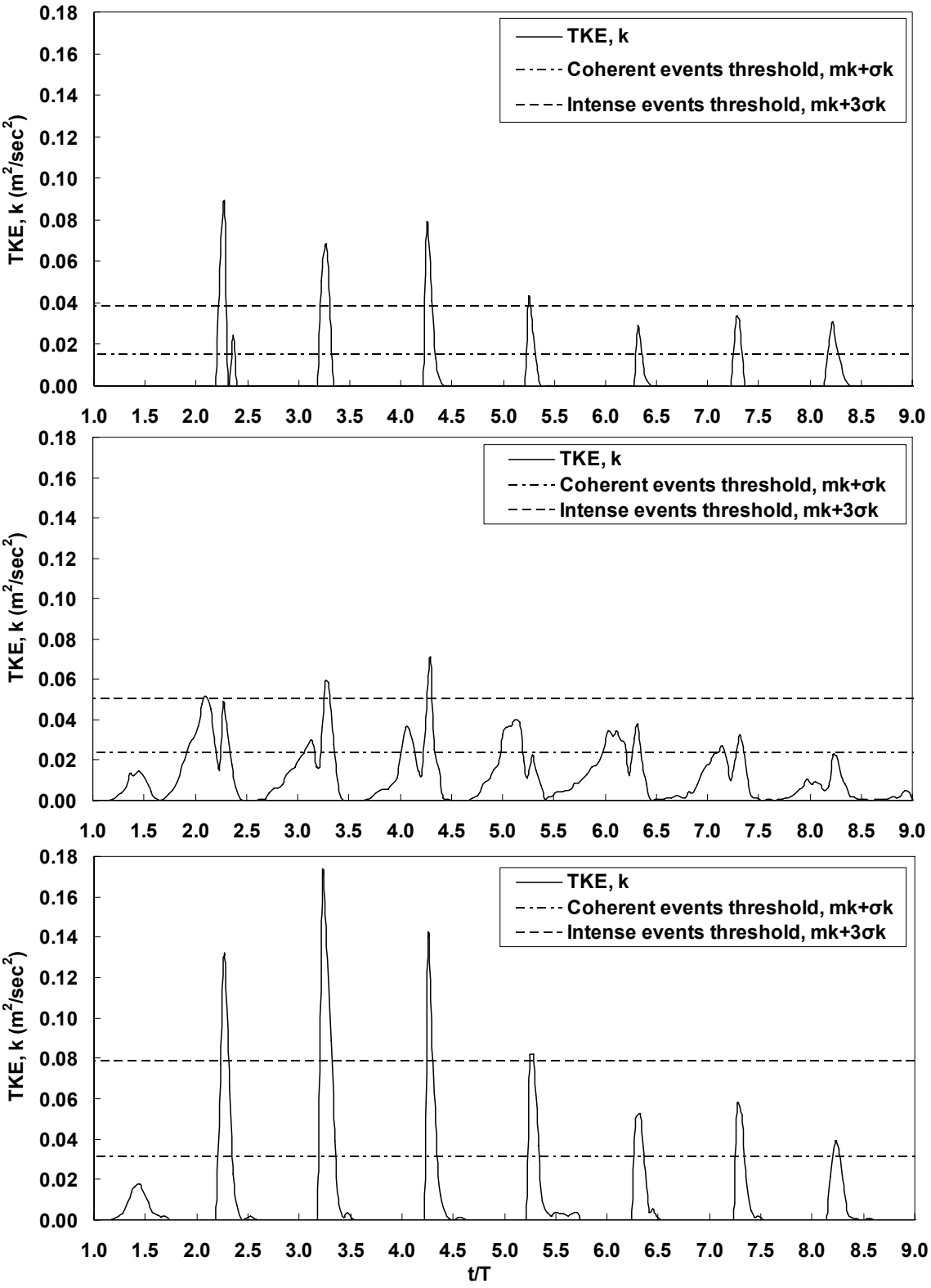


Εικ. 72. Χρονοσειρές TKE k (m^2/sec^2) στο μέσο βάθος της στήλης του νερού, για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών ($m_k+\sigma_k$) και έντονων ($m_k+3\sigma_k$) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ).

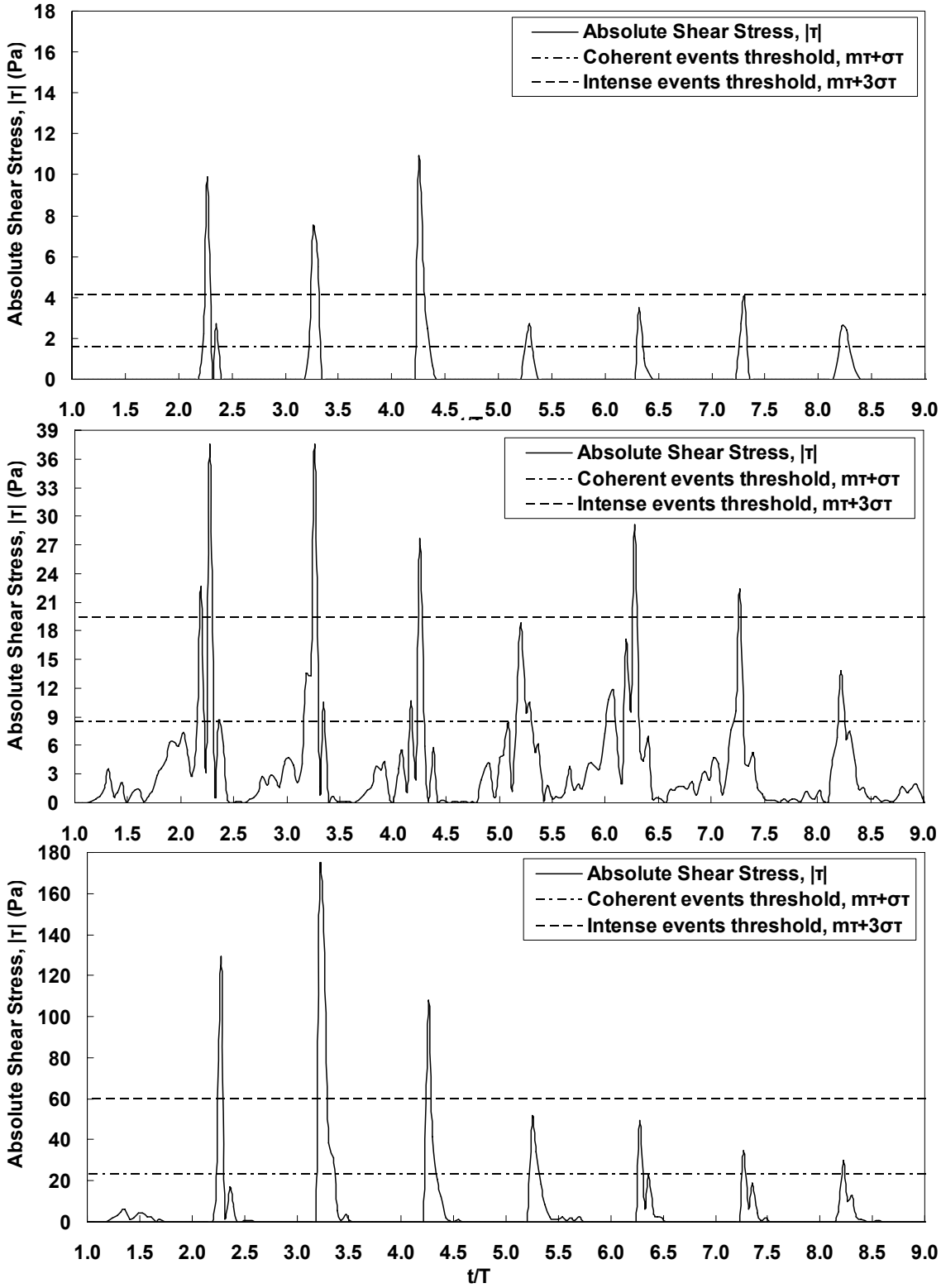


Εικ. 73. Χρονοσειρές απόλυτης διατμητικής τάσης |τ| (Pa) στο μέσο βάθος της στήλης του νερού, για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών ($m_\tau+\sigma_\tau$) και έντονων ($m_\tau+3\sigma_\tau$) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στους μετρητές G8, G10 (περιοχή έναρξης θραύσης) και G21, G23 (ενδότερη ΖΘ).

Στην Εικ. 72 παρουσιάζεται η εξέλιξη των χρονοσειρών της ΤΚΕ, καταγραμμένης στο μέσο βάθος της στήλης του νερού, κατά μήκος της ΖΘ, για την αρχική (G8, G10) και την ενδότερη (G21, G23) περιοχή αυτής. Η μεγαλύτερη έξαρση στο σήμα της ΤΚΕ παρατηρείται, όπως ήταν φυσικό στην περιοχή της έναρξης της θραύσης (G8), όπου υφίσταται έντονη διάτμηση, λόγω της πρόσκρουσης της καταδυόμενης φλέβας με την ελεύθερη επιφάνεια στην εμπρόσθια κοιλία του κύματος. Τα έντονα συμβάντα συνέχισαν να είναι καταφανώς διαλείποντα και μη περιοδικά, με ασαφή χαρακτηριστικά επαναληψιμότητας στο πέρας των κυματικών κύκλων, για όλο το εύρος της ΖΘ. Οι εκσπάσεις της τύρβης συνέβησαν σε τελείως διαφορετικούς κυματικούς κύκλους, ακόμα και για περιοχές που γειτνιάζουν υπερβολικά στο χώρο. Αυτό σημαίνει, ότι οι δομές απόσβεσης των τυρβωδών μεγεθών δρουν μέσα σε μια περίοδο κύματος, και οι υπολειμματικές ποσότητες της διάτμησης και της τύρβης δεν έχουν ικανό μέγεθος για να συντηρήσουν ένα συνεχές μοτίβο. Τόσο τα έντονα όσο και τα συνεκτικά περιστατικά της καθαρής τύρβης είναι παροδικά, όπως και οι αντίστοιχες δομές των τυρβωδών μεγεθών, παρόλη την εμφάνιση και την επιμονή των συνεκτικών δομών της στροβιλότητας για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα εντός μιας περιόδου. Η διαλειπτότητα είναι εμφανέστατη σε όλο το πεδίο εντός της ΖΘ, και αυτό επιβεβαιώνεται και από τη χρονοσειρά των απόλυτων διατμητικών τάσεων (Εικ. 73), η οποία εμφανίζει παρόμοια πρότυπα τυχαιότητας με την αντίστοιχη για την ΤΚΕ. Τα συνεκτικά και τα έντονα περιστατικά, για τα δύο μεγέθη, δεν ταυτίζονται απαραίτητα, και αυτό αποτελεί ακόμα μια απόδειξη της ανισοτροπίας στην εκδήλωση της διαλείπουσας τύρβης. Ένα ακόμα ζήτημα που εξετάστηκε ήταν η εξέλιξη των προτύπων της διαλειπτότητας κατά την κατακόρυφη διεύθυνση στη στήλη του νερού. Στις Εικ. 74 και Εικ. 75 παρέχονται γραφήματα για την ΤΚΕ και τις απόλυτες διατμητικές τάσεις αντίστοιχα, για την περιοχή έναρξης της θραύσης (G8). Για τη χρονοσειρά της ΤΚΕ, τα έντονα συμβάντα είναι περισσότερα στην οριακή στοιβάδα και τη ΜΣΘ, από ότι στο μέσο βάθος του νερού, ενώ για τις διατμητικές τάσεις ισχύει το αντίστροφο. Μια εξήγηση μπορεί να είναι, ότι η ΤΚΕ σχετίζεται με τις παροδικές, μικρής διάρκειας εκσπάσεις των στροβιλωδών δομών, που είναι έντονες κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια και τον πυθμένα στην περιοχή έναρξης της θραύσης. Αντίθετα οι διαλείπουσες τάσεις εκδηλώνονται εκεί που επικρατούν οι υπολειμματικές δομές της στροβιλότητας, δηλ. εκεί που εμφανίζεται αυξημένη συγκέντρωση και ποσότητα μέσης στο χρόνο στροβιλότητας, όπως συμβαίνει γύρω από το επίπεδο της κυματικής κοιλίας περίπου στο μέσο βάθος της στήλης του νερού. Δηλαδή οι έντονες διαλείπουσες τάσεις σε εκείνο το βάθος, λόγω της παραμένουσας στροβιλότητας από προηγούμενους κυματισμούς, δεν αποτελούν αίτιο παραγωγής της ΤΚΕ, η οποία φαίνεται πως έχει πράγματι κυρίως τοπολογικό χαρακτήρα στη θραύση τύπου κατάδυσης.



Εικ. 74. Χρονοσειρές ΤΚΕ k (m^2/sec^2) στο μετρητή G8 (περιοχή έναρξης θραύσης), για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών (m_k+σ_k) και έντονων (m_k+3σ_k) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στην οριακή στοιβάδα του πυθμένα (z=Δx), στο μέσο βάθος (z=d/2) της στήλης του νερού, και στη ΜΣΘ (z=d).



Εικ. 75. Χρονοσειρές απόλυτης τιμής της διατμητικής τάσης |*τ*| (Pa) στο μετρητή G8 (περιοχή έναρξης θραύσης), για 8 κυματικούς κύκλους, μαζί με το κατώφλι των συνεκτικών ($m_\tau+\sigma_\tau$) και έντονων ($m_\tau+3\sigma_\tau$) συμβάντων. Από πάνω προς τα κάτω τα γραφήματα αντιστοιχούν στην οριακή στοιβάδα του πυθμένα ($z=\Delta x$), στο μέσο βάθος ($z=d/2$) της στήλης του νερού, και στη ΜΣΘ ($z=d$).

8.5.3. Στατιστική αποτύπωση της διαλείπουσας τύρβης

Με βάση την προηγούμενη μέθοδο εντοπισμού των συμβάντων τυρβώδους διαλειπτότητας από τις χρονοσειρές, υπολογίστηκαν οι πιθανότητες εμφάνισής τους για όλη τη χρονική διάρκεια των προσομοιώσεων (20~50 κυματικούς κύκλους). Στον Πίν. 12 παρουσιάζονται αναλυτικά οι πιθανότητες (%) εμφάνισης συμβάντων διαλείπουσας τύρβης με βάση την ΤΚΕ k (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ. Η πρώτη στήλη αφορά στο μετρητή καταγραφής της διαλείπουσας τύρβης, η δεύτερη στήλη αφορά στο βάθος (στην ανύψωση z από τον πυθμένα) στο οποίο έγινε η αποτύπωση, η τρίτη στήλη αφορά στο ποσοστό των συνεκτικών συμβάντων (N_{COH}) σε σχέση με το σύνολο των καταγραφών (N) που δίνεται από το κλάσμα $100 \cdot N_{COH}/N$, και η τέταρτη στήλη εκφράζει το ποσοστό της κίνησης που εμπεριέχεται στα συνεκτικά συμβάντα, σε σχέση με την κίνηση που αντιστοιχεί σε ολόκληρη τη χρονοσειρά. Αυτό το ποσοστό δίνεται από το κλάσμα $100 \cdot N_{COH} \cdot m_{k,COH}/N \cdot m_k$, όπου $m_{k,COH}$ η μέση τιμή της ΤΚΕ για τις καταγραφές που ανήκουν στα συνεκτικά συμβάντα. Η πέμπτη ($100 \cdot N_{INT}/N$) και η έκτη στήλη ($100 \cdot N_{INT} \cdot m_{k,INT}/N \cdot m_k$) παρέχουν τα ίδια αποτελέσματα με την τρίτη και την τέταρτη, όμως για τα έντονα συμβάντα. Στον Πίν. 13 παρέχονται τα ίδια αποτελέσματα για τα ποσοστά εμφάνισης των διαλειπόντων συμβάντων της τύρβης, και την αντίστοιχη προσφορά τους στην ποσότητα της τύρβης σε σχέση με ολόκληρη τη χρονοσειρά της τυρβώδους κίνησης, με βάση τις απόλυτες τιμές των διατμητικών τάσεων $|\tau|$.

Πίν. 12. Πιθανότητες εμφάνισης (%) συμβάντων διαλείπουσας τύρβης με βάση την ΤΚΕ k (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ.

Μετρητής	Ανύψωση z^* (m)	Συνεκτικά Συμβάντα		Έντονα Συμβάντα	
		N_{COH}/N (%)	$N_{COH} \cdot m_{k,COH}/N \cdot m_k$ (%)	N_{INT}/N (%)	$N_{INT} \cdot m_{k,INT}/N \cdot m_k$ (%)
G8	ΟΣ	6.61	92.76	2.89	57.53
G8	d/2	15.70	57.13	1.65	9.96
G8	ΜΣΘ	8.26	84.49	3.31	52.21
G10	ΟΣ	6.20	94.44	3.72	72.41
G10	d/2	19.01	62.40	0.83	4.35
G10	ΜΣΘ	0.41	66.30	0.41	66.30
G21	ΟΣ	12.81	63.75	2.48	18.51
G21	d/2	17.36	56.50	1.65	9.01
G21	ΜΣΘ	7.85	71.73	2.48	41.04
G23	ΟΣ	9.09	71.96	3.31	35.67
G23	d/2	16.53	58.26	1.24	7.11
G23	ΜΣΘ	2.89	53.05	0.83	37.36

*ΟΣ: Οριακή Στοιβάδα, d/2: Μέσο Βάθος, ΜΣΘ: Μέση Στάθμη Θάλασσας

Παρατηρείται, ότι στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8, G10) ένα μικρό ποσοστό διαλειπόντων συμβάντων όλης της χρονοσειράς καταγραφής αντιστοιχεί σε πολύ μεγάλα ποσοστά της όλης κίνησης, που εμπεριέχουν τα μεγαλύτερα ποσοστά των καταγραμμένων ποσοτήτων της ΤΚΕ και της διάτμησης. Ειδικά στο επίπεδο της οριακής στοιβάδας (επί του πυθμένα), τα πολύ σπάνια εμφανιζόμενα συνεκτικά συμβάντα αντιστοιχούν σε πάνω από 90% της καταγραμμένης ποσότητας της τύρβης. Για τα αντίστοιχα έντονα συμβάντα στην οριακή στοιβάδα, τα ακόμα πιο σπάνια περιστατικά αφορούν σε πάνω από τις μισές τυρβώδεις κινήσεις και τη μισή ποσότητα της τύρβης. Ανάλογη είναι η εικόνα και για το επίπεδο της ΜΣΘ στην αρχική ΖΘ. Αυτό σημαίνει, ότι σε αυτά τα βάθη η παραγωγή της τύρβης και της διάτμησης είναι τοπολογικά ορμώμενη, λόγω αφενός της κατάδυσης της φλέβας και αφετέρου της διέλευσης του θραυόμενου κύματος που φέρει μαζί του ένα στρώμα ανάμιξης στον πόδα του. Αντίθετα, στο μέσο βάθος της στήλης του νερού υπάρχει πιο έντονη ανάμιξη και πιο σταθερό καθεστώς της τύρβης, χωρίς τόσο έντονες εκσπάσεις. Για του λόγου το αληθές, 10~20% των συνεκτικών συμβάντων και 1~2.5% των έντονων αντιστοιχούν σε πολύ μικρότερα ποσοστά της τυρβώδους κίνησης απ' ότι στα άλλα επίπεδα, και συγκεκριμένα σε 50~60% και 5~25% των τυρβωδών κινήσεων αντίστοιχα. Αυτά τα αποτελέσματα αφορούν συνδυαστικά στην ΤΚΕ και στη διάτμηση (Πίν. 12, Πίν. 13). Παρόμοια λογική στις αντιστοιχίες παρατηρείται και στην ενδότερη ΖΘ (G21, G23), απλά με μικρότερες τιμές ποσοστών απ' ότι για την αρχική ΖΘ. Συνεπώς στην περιοχή του κινούμενου μετώπου, η διαλείπουσα τύρβη είναι συγκρίσιμη με την υπολειμματική.

Πίν. 13. Πιθανότητες εμφάνισης (%) συμβάντων διαλείπουσας τύρβης με βάση την απόλυτη τιμή της διατμητικής τάσης $|\tau|$ (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ.

Μετρητής	Ανύψωση z^* (m)	Συνεκτικά Συμβάντα		Έντονα Συμβάντα	
		N_{COH}/N (%)	$N_{COH}\cdot m_{\tau,COH}/N\cdot m_\tau$ (%)	N_{INT}/N (%)	$N_{INT}\cdot m_{\tau,INT}/N\cdot m_\tau$ (%)
G8	ΟΣ	6.20	89.75	2.07	52.65
G8	d/2	9.50	51.67	2.48	24.41
G8	ΜΣΘ	5.37	78.15	1.65	47.93
G10	ΟΣ	7.02	96.71	3.72	67.92
G10	d/2	10.33	49.91	2.48	19.91
G10	ΜΣΘ	0.41	61.12	0.41	61.12
G21	ΟΣ	10.33	59.30	0.83	15.26
G21	d/2	11.57	54.71	2.48	19.06
G21	ΜΣΘ	8.68	75.20	2.48	39.52
G23	ΟΣ	8.68	70.07	3.31	37.57
G23	d/2	9.09	52.09	2.89	28.76
G23	ΜΣΘ	5.79	70.24	3.31	53.94

*ΟΣ: Οριακή Στοιβάδα, d/2: Μέσο Βάθος, ΜΣΘ: Μέση Στάθμη Θάλασσας

Τα μεσοσταθμισμένα στο βάθος στατιστικά χαρακτηριστικά των συνεκτικών και έντονων συμβάντων της διαλείπουσας τύρβης παρουσιάζονται συγκεντρωμένα στον Πίν. 14 (Makris et al., 2014). Αφορούν σε κάθε μετρητή ξεχωριστά, τόσο για την k (άνω τμήμα), όσο και για την $|\tau|$ (κάτω τμήμα). Βρέθηκε, ότι τα διαλείποντα συνεκτικά [ή έντονα] συμβάντα της τύρβης λαμβάνουν χώρα για ένα μικρό μέρος των χρονοσειρών N_{COH}/N<13% [ή N_{INT}/N<3.5%] των k και τ_{ss}, όμως συνεισφέρουν πάρα πολύ στην ποσότητα τη τύρβης, με το να εκφράζουν ένα μεγάλο ποσοστό όλων των τυρβωδών κινήσεων, και συγκεκριμένα $(N\cdot m)_{COH}$=60~80%($N\cdot m$) [ή $(N\cdot m)_{INT}$>22~50%($N\cdot m$)]. Αυτές οι τιμές είναι οριακές και αφορούν σε ολόκληρο το εύρος της ΖΘ και το συνδυασμό και των δύο τυρβωδών μεγεθών. Το γενικό συμπέρασμα είναι, ότι για το μέγεθος της ΤΚΕ, τα 8~13 στα 100 συμβάντα είναι συνεκτικά και αντιστοιχούν σε περίπου 60~80% της συνολικής ποσότητας των τυρβωδών κινήσεων. Για τα έντονα συμβάντα της διαλείπουσας τύρβης από τη χρονοσειρά της ΤΚΕ, οι αναλογίες είναι ακόμα πιο έντονες. Δηλαδή, για τα 1~3 διαλείποντα στα 100 συμβάντα, αντιστοιχεί περίπου το 20~50% της συνολικής ποσότητας των τυρβωδών κινήσεων με βάση την καταγραφή της χρονοϊστορίας για την ΤΚΕ. Επίσης, για το μέγεθος των τυρβωδών διατμητικών τάσεων $|\tau|$, τα 6~10 συνεκτικά στα 100 συμβάντα αντιστοιχούν σε περίπου 63~75% της συνολικής ποσότητας των τυρβωδών κινήσεων. Αντίστοιχα, για τα έντονα συμβάντα του διαλείποντος σήματος των $|\tau|$, οι αναλογίες είναι ακόμα πιο έντονες. Δηλαδή, για τα 2~3 διαλείποντα στα 100 συμβάντα, αντιστοιχεί περίπου το 25~50% της συνολικής ποσότητας των τυρβωδών διατμητικών κινήσεων. Επίσης παρατηρείται, ότι το ποσοστό των διαλειπόντων συμβάντων αυξάνεται στην ενδότερη ΖΘ σε σχέση με την αρχική ΖΘ, ενώ η αντίστοιχη ποσότητα των τυρβωδών κινήσεων μειώνεται.

Πίν. 14. Μέσες στο βάθος πιθανότητες εμφάνισης (%) συμβάντων διαλείπουσας τύρβης με βάση την ΤΚΕ k (άνω τμήμα), και την απόλυτη διατμητική τάση $|\tau|$ (κάτω τμήμα), για την περίπτωση ελέγχου 10 και διακριτούς μετρητές.

Μετρητές	Συνεκτικά Συμβάντα		Έντονα Συμβάντα	
	$N_{COH,k}/N_k$ (%)	$N_{COH,k}\cdot m_{k,COH}/N_k\cdot m_k$ (%)	$N_{INT,k}/N_k$ (%)	$N_{INT,k}\cdot m_{k,INT}/N_k\cdot m_k$ (%)
G8	10.19	78.13	2.62	39.90
G10	8.54	74.38	1.65	47.69
G21	12.67	63.99	2.20	22.85
G23	9.50	61.09	1.79	26.72
Μετρητές	$N_{COH,\tau}/N_\tau$ (%)	$N_{COH,\tau}\cdot m_{\tau,COH}/N_\tau\cdot m_\tau$ (%)	$N_{INT,\tau}/N_\tau$ (%)	$N_{INT,\tau}\cdot m_{\tau,INT}/N_\tau\cdot m_\tau$ (%)
G8	7.02	73.19	2.07	41.67
G10	5.92	69.25	2.20	49.65
G21	10.19	63.07	1.93	24.61
G23	7.85	64.14	3.17	40.09

Συνεπώς, στην περιοχή του κινούμενου μετώπου του θραυόμενου κύματος (bore), η διαλείπουσα τύρβη, ολοκληρωμένη σε όλη τη στήλη του νερού, είναι συγκρίσιμη σε μέγεθος με την αντίστοιχη υπολειμματική τύρβη, που έχει παραμείνει από τη διέλευση των προηγούμενων κυματισμών. Όλες οι παραπάνω τιμές και οι παρατηρήσεις, οι οποίες προέκυψαν από τη μετα-επεξεργασία των αποτελεσμάτων των αριθμητικών προσομοιώσεων SPS-SPH, είναι σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις των Cox and Kobayashi (2000) και των Yoon and Cox (2013). Συνεπώς, το μοντέλο SPH με κατάλληλη προσομοίωση της τύρβης για την υποσωματιδιακή κλίμακα SPS, μπορεί να χρησιμεύσει ως πρότυπο για την ανάλυση της διαλείπουσας τύρβης εντός της ΖΘ, και να προτείνει τα πρότυπα στατιστικής συσχέτισης των διαλειπουσών διεργασιών της τύρβης, με την αιώρηση ιζήματος και τη στερεομεταφορά εντός της ΖΘ σε αντίστοιχα 2D ή 3D μοντέλα κυκλοφορίας ιζήματος.

Πίν. 15. Ποσοστά (%) συσχέτισης διαλειπόντων συμβάντων μεταξύ k & $|\tau|$ (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ.

Μετρητές	Ανύψωση z^* (m)	Συνεκτικά Συμβάντα		Έντονα Συμβάντα	
		Συσχετιζόμενα Συμβάντα (%)	Ασυσχέτιστα Συμβάντα (%)	Συσχετιζόμενα Συμβάντα (%)	Ασυσχέτιστα Συμβάντα (%)
G8	ΟΣ	100.00	0.00	85.71	14.29
G8	d/2	100.00	0.00	100.00	0.00
G8	ΜΣΘ	100.00	0.00	75.00	25.00
G10	ΟΣ	100.00	0.00	100.00	0.00
G10	d/2	100.00	0.00	100.00	0.00
G10	ΜΣΘ	100.00	0.00	100.00	0.00
G21	ΟΣ	96.77	3.23	50.00	50.00
G21	d/2	100.00	0.00	50.00	50.00
G21	ΜΣΘ	100.00	0.00	100.00	0.00
G23	ΟΣ	95.45	4.55	87.50	12.50
G23	d/2	82.50	17.50	100.00	0.00
G23	ΜΣΘ	100.00	0.00	100.00	0.00
Μέσος Όρος (%)		97.89	2.11	87.35	12.65

*ΟΣ: Οριακή Στοιβάδα, d/2: Μέσο Βάθος, ΜΣΘ: Μέση Στάθμη Θάλασσας

Η σχέση αυτών των διαλειπόντων συνεκτικών και έντονων συμβάντων εξετάστηκε με τη χρήση εξαρτημένων πιθανοτήτων (conditional probabilities). Αυτές ορίζονται ως το ποσοστό των συνεκτικών ή έντονων συμβάντων π.χ. της k, για τα οποία υπάρχει αντιστοιχία μέσα σε ένα χρονικό διάστημα $\pm T/2$ από το σημείο καταγραφής του συμβάντος, με τα συνεκτικά ή έντονα συμβάντα στη χρονοσειρά των $|\tau|$. Το ίδιο ισχύει και για τα διαλείποντα συμβάντα της χρονοσειράς των $|\tau|$ σε σχέση με τα συμβάντα της χρονοσειράς της k. Παράδειγμα αποτύπωσης αυτής της σύγκρισης μέσω εξαρτημένων

πιθανοτήτων δίνεται στα κάτω γραφήματα των Εικ. 70 και Εικ. 71, για την περιοχή έναρξης της θραύσης (G8) και την περίπτωση ελέγχου 10. Στον Πίν. 15 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες εξαρτημένες πιθανότητες, για τους υπόλοιπους μετρητές και όλα τα σχετικά βάθη στη στήλη του νερού, ως βαθμοί συσχέτισης των συνεκτικών συμβάντων για την ΤΚΕ *k* σε σχέση με τα συνεκτικά συμβάντα των διατμητικών τάσεων τ_{ss}, αλλά και οι αντίστοιχες τιμές για τα έντονα περιστατικά της διαλείπουσας τύρβης. Στον Πίν. 16 παρέχονται κατ' αναλογία οι τιμές για τη συσχέτιση των διαλειπόντων συμβάντων της χρονοσειράς των διατμητικών τάσεων |*τ*| ως προς τη χρονοσειρά της ΤΚΕ *k*.

Πίν. 16. Ποσοστά (%) συσχέτισης διαλειπόντων συμβάντων μεταξύ |*τ*| & *k* (για την περίπτωση ελέγχου 10), σε διακριτούς μετρητές στην περιοχή έναρξης της θραύσης και στην ενδότερη ΖΘ.

Μετρητές	Ανύψωση *z** (m)	Συνεκτικά Συμβάντα		Έντονα Συμβάντα	
		Συσχετιζόμενα Συμβάντα (%)	Ασυσχέτιστα Συμβάντα (%)	Συσχετιζόμενα Συμβάντα (%)	Ασυσχέτιστα Συμβάντα (%)
G8	ΟΣ	100.00	0.00	100.00	0.00
G8	d/2	95.65	4.35	66.67	33.33
G8	ΜΣΘ	100.00	0.00	100.00	0.00
G10	ΟΣ	100.00	0.00	100.00	0.00
G10	d/2	96.00	4.00	50.00	50.00
G10	ΜΣΘ	100.00	0.00	100.00	0.00
G21	ΟΣ	100.00	0.00	100.00	0.00
G21	d/2	100.00	0.00	83.33	16.67
G21	ΜΣΘ	95.24	4.76	100.00	0.00
G23	ΟΣ	95.24	4.76	100.00	0.00
G23	d/2	100.00	0.00	57.14	42.86
G23	ΜΣΘ	92.86	7.14	25.00	75.00
Μέσος Όρος (%)		97.92	2.08	81.85	18.15

*ΟΣ: Οριακή Στοιβάδα, d/2: Μέσο Βάθος, ΜΣΘ: Μέση Στάθμη Θάλασσας

Για την περιοχή της έναρξης της θραύσης σχεδόν όλα τα συνεκτικά και έντονα συμβάντα από τη χρονοσειρά της ΤΚΕ αντιστοιχίζονται σε συμβάντα διατμητικών τάσεων, εκτός από την περιοχή της οριακής στοιβάδας και τη ΜΣΘ στο σημείο της κατάδυσης, όπου παρατηρείται έντονη παραγωγή της τύρβης, χωρίς να υπάρχει αντίστοιχο πεδίο δράσης για τις τυρβώδεις τάσεις. Αυτό πιθανότατα οφείλεται στην τοπολογικής φύσης παραγωγή της τύρβης εκεί που δε γεννάται λόγω της στροβιλότητας ή της διάτμησης, αλλά αντιθέτως τις προκαλεί ως αποτέλεσμα. Το αντίστροφο ισχύει για τη συσχέτιση των διαλειπόντων συμβάντων των |*τ*| με αυτά της *k*, για τα οποία έχουμε απόλυτη συσχέτιση σε όλο το μήκος της αρχικής ΖΘ στις περιοχές της ΜΣΘ και της οριακής στοιβάδας, αλλά μικρή ασυμβατότητα για το μέσο βάθος. Σε

αυτό το επίπεδο της στήλης του νερού, ειδικά για τα έντονα συμβάντα του διαλείποντος σήματος των |*r*|, παρατηρούμε ότι τα μισά συμβάντα έντονης διάτμησης δε σχετίζονται με παραγωγή έντονης ΤΚΕ. Δηλ. η διάτμηση εκεί δεν είναι τόσο αποτέλεσμα των εκσπάσεων στην τύρβη, όσο υπολειμματική εκδήλωση του πεδίου στροβιλότητας. Στην ενδότερη ΖΘ η εικόνα των σχετικών πιθανοτήτων για τα διαλείποντα συμβάντα δε φανερώνει κάποιο ξεκάθαρο πρότυπο συσχέτισης. Οι εξαρτημένες πιθανότητες εμφάνισης είναι πολύ μεγάλες σε όλα τα βάθη τόσο για τα συνεκτικά όσο και για τα έντονα συμβάντα, εκτός από συγκεκριμένα σημεία όπως η ΜΣΘ για τα έντονα περιστατικά διαλείπουσας διάτμησης, που δε σχετίζονται με τα αντίστοιχα συμβάντα για την ΤΚΕ. Η αιτιολόγηση των συσχετισμών είναι η ίδια, όπως και στην προηγούμενη ανάλυση. Στον Πίν. 17 δίνονται οι μέσες στο βάθος τιμές των εξαρτημένων πιθανοτήτων εμφάνισης των περιστατικών της διαλείπουσας τύρβης.

Πίν. 17. Μέσες στο βάθος τιμές των ποσοστών (%) συσχέτισης των διαλειπόντων συμβάντων μεταξύ *k* & |*r*| (άνω τμήμα) και |*r*| & *k* (κάτω τμήμα), για την περίπτωση ελέγχου 10, σε διακριτούς μετρητές.

Μετρητές	Συνεκτικά Συμβάντα		Έντονα Συμβάντα	
	Συσχετιζόμενα (%)	Ασυσχέτιστα (%)	Συσχετιζόμενα (%)	Ασυσχέτιστα (%)
G8	100.00	0.00	86.90	13.10
G10	100.00	0.00	100.00	0.00
G21	98.92	1.08	66.67	33.33
G23	92.65	7.35	95.83	4.17
G8	98.55	1.45	88.89	11.11
G10	98.67	1.33	83.33	16.67
G21	98.41	1.59	94.44	5.56
G23	96.03	3.97	60.71	39.29

Σε γενικές γραμμές, όπως και στην ανάλυση του εντοπισμού των διαλειπόντων συμβάντων εντός της ΖΘ, έτσι και στην εξαρτημένη συσχέτιση των συμβάντων μπορεί να καταλήξει κανείς σε συμπεράσματα. Κατά πρώτον, τα διαλείποντα περιστατικά της τύρβης λαμβάνουν χώρα κατά μέσο όρο για ένα μικρό χρονικό διάστημα (<20%) της χρονοσειράς καταγραφής των τυρβωδών μεγεθών, ενώ συνεισφέρουν σημαντικά στην ποσότητα όλων των τυρβωδών κινήσεων (>50%) σε όλη τη ΖΘ και τη στήλη του νερού. Κατά δεύτερον, η συσχέτιση των διαλειπόντων συμβάντων τόσο της ΤΚΕ με τη διάτμηση, όσο και το αντίστροφο, μειώνεται (προσοχή!) κατά μέσο όρο ελαφρά όσο προελαύνει το θραυόμενο κύμα προς την ακτή, τόσο για τα συνεκτικά όσο και για τα έντονα περιστατικά της διαλείπουσας τύρβης. Αυτή η παρατήρηση είναι σύμφωνη με την ανάλυση των μηχανισμών θραύσης των κυματισμών και των προτύπων της στερεομεταφοράς που εντοπίστηκαν από τους Cox and Kobayashi (2000).

8.6. Σχολιασμός αποτελεσμάτων SPH

8.6.1. Δειγματοληψία τυρβωδών μεγεθών από προσομοιώσεις LES/SPH

Στην παρούσα διατριβή, εκτός από την ανάλυση των κλασικών υδροδυναμικών μεγεθών για την κυματογενή ροή εντός της ζώνης θραύσης των κυματισμών, παρουσιάστηκε και η εξέταση των συνεκτικών δομών της τύρβης πάνω σε ένα 2D κατακόρυφο επίπεδο. Σε αυτό το πλαίσιο, ήταν απαραίτητη η χρονική ανάλυση μέχρι και την 60η αρμονική της κυματικής συχνότητας (f_N≈25 Hz). Αυτή αντιστοιχεί στη συχνότητα του φίλτρου Nyquist ή αλλιώς σε τυρβώδεις κινήσεις και στροβιλώδεις δομές με χρόνο ζωής της τάξης των t_λ≈0.04 sec (τέσσερα εκατοστά του δευτερολέπτου). Με την εφαρμογή της μεθόδου φιλτραρίσματος τύπου κινούμενου μέσου για 121 διαιρέσεις (τμήματα) της κυματικής περιόδου, υπονοείται ότι η τυχαία τύρβη, για κυματάριθμους με χαμηλότερη τιμή από αυτόν που αντιστοιχεί στην 60η αρμονική, χάθηκε στη διαδικασία μεσοστάθμισης. Παρ' όλα αυτά, η μέθοδος δειγματικής μεσοστάθμισης (ensemble-averaging), που συνίσταται σε ένα συνδυασμό τεχνικών φιλτραρίσματος (filtering) και μεσοστάθμισης κατά τη φάση του κύματος (phase-averaging) επί 50 κυματικών κύκλων, επέτρεψε το διαχωρισμό της υπολειμματικής τύρβης (residual turbulence) από τις μεγαλύτερες σε κλίμακα συνεκτικές δομές, και τον εντοπισμό τους μέχρι τις πρώτες αρμονικές, όπως φάνηκε από την ανάλυση σήματος των τυρβωδών ταχυτήτων κατά Fourier. Έτσι, κατά κάποιον τρόπο, «απολυμάνθηκαν» οι πραγματικές διατεταγμένες περιστροφικές κινήσεις, λόγω του κύματος, από τις δίνες μεγάλης κλίμακας. Αυτή η παρατήρηση υποστηρίζεται και από το γεγονός, ότι οι χονδροειδείς βαθμίδες -5/3 (στη διλογαριθμική κλίμακα), για το φάσμα των τυρβωδών ταχυτήτων, ακολούθησαν αυτήν την τάση μέχρι τη συχνότητα με τιμή περίπου f=1 Hz για την περιοχή έναρξης της θραύσης και f=0.7 Hz για την ενδότερη ΖΘ. Αυτές οι τιμές αντιστοιχούν στις περιοχές του φάσματος ανάμεσα στην 3η και την 2η αρμονική (όπου οι στροβιλώδεις δομές έχουν χρόνο ζωής 1.21 < t_λ≈1 < 0.807 sec) και ανάμεσα στην 2η και την 1η αρμονική (όπου οι στροβιλώδεις δομές έχουν χρόνο ζωής 2.42 < t_λ≈1.43 < 1.21 sec). Για να υπάρχει μια πρακτική κατανόηση της σημαντικότητας των συνεκτικών δομών της τύρβης, η τελευταία περίπτωση (στροβιλώδεις κινήσεις στην ενδότερη ΖΘ) αντιστοιχεί σε συνεκτικές τυρβώδεις κινήσεις και μεγάλες δίνες με διάρκεια μεγαλύτερη από τη μισή περίοδο του κύματος, t_λ>T/2. Σημειώνεται ότι η δειγματοληψία της καταγραφής των μεγεθών στους αριθμητικούς μετρητές αντιστοιχούσε στην 242η αρμονική (Δt_s=0.01 sec, f_s=100 Hz), το φίλτρο διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών αντιστοιχούσε στην 121η αρμονική (Δt_{MA}=0.02 sec, f_{MA}=50 Hz), το όριο του φίλτρου του Nyquist αντιστοιχούσε περίπου στην 60η αρμονική (Δt_N=0.04 sec, f_N=25 Hz), οπότε το

μοντέλο SPS-SPH κρίθηκε ότι πληρούσε τεχνικά τις προϋποθέσεις απόδοσης της κατάλληλης λεπτομέρειας για την αναπαραγωγή και ανάλυση των βραχύσυχνων συνεκτικών δομών της τύρβης (μεγάλης κλίμακας).

Η χωρική κατανομή των τάσεων Reynolds φανέρωσαν την ανισοτροπία της υπολειμματικής τύρβης, παρά τη σχετικά υψηλή συχνότητα αποκοπής (frequency cut-off) σε σύγκριση με προηγούμενες μελέτες αριθμητικών προσομοιώσεων της κυματογενούς τύρβης. Στις περισσότερες κάθε άτακτη κίνηση (irregular motion) είχε θεωρηθεί ότι αποτελεί συνιστώσα της τύρβης, όμως αυτή η εννοιολογική προσέγγιση απορρίφτηκε στην παρούσα έρευνα, λόγω της μεταβατικής φύσης της ροής υπό εξέταση. Σε παλαιότερες μελέτες (αριθμητικές και πειραματικές) χρησιμοποιήθηκε απλή μεσοστάθμιση κατά τη φάση του κύματος (phase-averaging), όμως αυτό μπορεί να οδηγήσει σε επικαλύψεις της τύρβης με τις κυματογενείς διατεταγμένες περιστροφικές κινήσεις και τις συνεκτικές στροβιλώδεις δομές. Γι’ αυτόν το λόγο, στην παρούσα μελέτη, εφαρμόστηκε η σύνθετη ευρετική τεχνική της δειγματικής μεσοστάθμισης (ensemble-averaging) των Nadaoka et al. (1989), έτσι ώστε να διαχωριστούν οι συνιστώσες της κίνησης λόγω του κύματος από τις συνεκτικές δομές και την υπολειμματική τύρβη. Όλα τα αριθμητικά αποτελέσματα μεσοσταθμίστηκαν δειγματικά για αρκετές κυματικές περιόδους, αφού επετεύχθησαν συνθήκες ημι-ευστάθειας (quasi-steady state conditions), με σκοπό τη βελτίωση της στατιστικής τους. Σε αυτό το πλαίσιο, οι βαθμίδες του διλογαριθμικού φάσματος Fourier για τις τυρβώδεις ταχύτητες βεβαίωσαν, ότι η αριθμητικά εξαγόμενη τύρβη περιείχε επίσης συνεκτικές δομές, παρόλη την προσέγγιση των κλίσεων −5/3 κατά Kolmogorov. Ως εκ τούτου, ο σαφής και αυστηρός καθορισμός της τύρβης δεν ήταν δυνατός μόνο με τη χρήση σημειακών μετρήσεων των ταχυτήτων κατά Euler. Παρ' όλα αυτά, οι συνεκτικές στροβιλώδεις δομές επί της 2D κατακόρυφης διατομής του πεδίου ροής αναπαράχθηκαν με αξιόπιστο τρόπο, επιδεικνύοντας την κατάλληλη ποικιλία στις κλίμακες μήκους. Για το φαινόμενο της θραύσης κυματισμών σε μορφή ασθενούς κατάδυσης, οι εν λόγω δομές εμφανίστηκαν κατά τη διάρκεια των αρχικών σταδίων της θραύσης και έμοιαζαν με εκείνες που έχουν εντοπιστεί παλαιότερα π.χ. από τους Nadaoka et al. (1989), για θραυόμενους κυματισμούς με μορφή υπερχείλισης. Ωστόσο, τα τοπολογικά χαρακτηριστικά τους στην ενδότερη ΖΘ ήταν αρκετά διαφορετικά, αλλά ευλόγως παρόμοια με τα πειραματικά δεδομένα των SF05, το φυσικό ομοίωμα των οποίων χρησιμοποιήθηκε ως πρότυπο για τις προσομοιώσεις που παρουσιάζονται στην παρούσα διατριβή. Οι λοξά καταδυόμενες δίνες και άλλες 3D δομές δεν παρουσιάζονται στην παρούσα μελέτη, αλλά πρέπει θα ληφθούν υπόψη σε μελλοντικές σχετικές έρευνες.

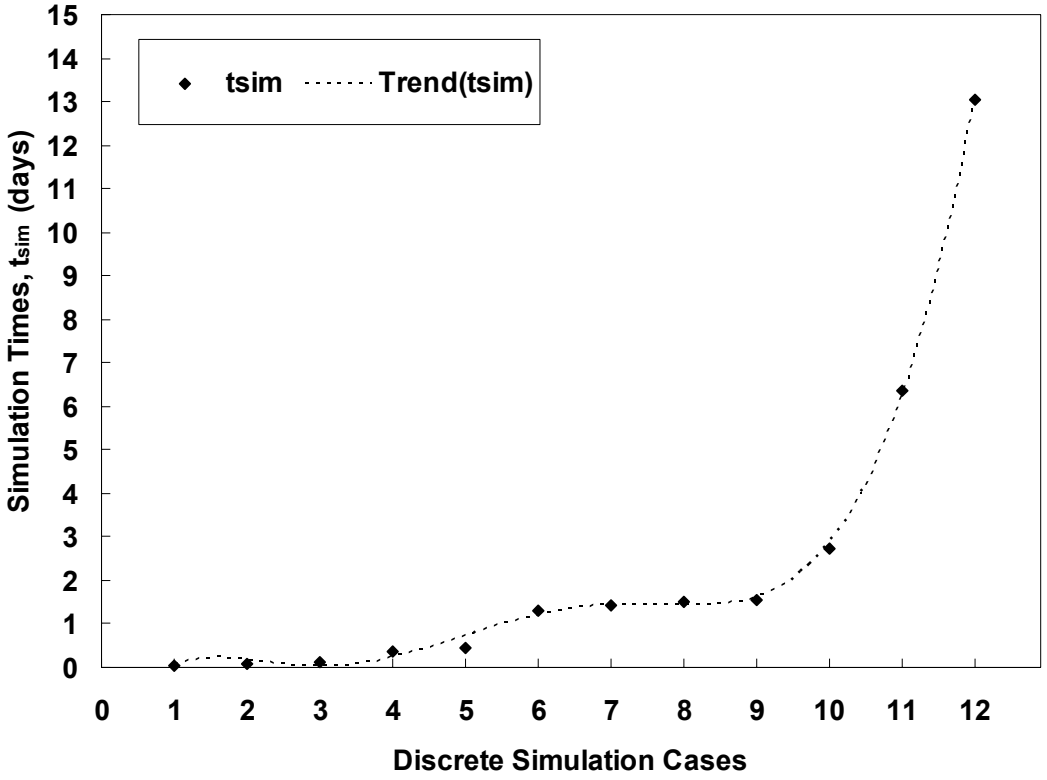
Σκιαγραφώντας το γεγονός της θραύσης του κύματος σε μορφή ασθενούς κατάδυσης, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η τύρβη εμφανίστηκε λίγο πριν το σχηματισμό της καταδυόμενης φλέβας, στον πόδα και την κορυφή του κύματος. Παρ' όλα αυτά, τα σημαντικά ποσά στροβιλότητας εμφανίστηκαν απότομα με την πρόσκρουση της δημιουργηθείσας γλώσσας νερού με την εμπρόσθια κοιλία του κύματος. Η καταδυόμενη φλέβα είχε ως αποτέλεσμα την παραγωγή έντονης ΤΚΕ στον όγκο του νερού μπροστά από το θραυόμενο κύμα. Συνεπώς, η περιοχή της επαφής της αποκολλημένης φλέβας με την ελεύθερη επιφάνεια στην πράξη συμπεριφέρθηκε ως τοπολογική πηγή τύρβης. Ακόμα και αν η καταδυόμενη φλέβα δεν διείσδυσε την ελεύθερη επιφάνεια, αλλά αναπήδησε επί αυτής αρκετές φορές, οι δημιουργηθείσες δίνες έφτασαν αρχικά μέχρι το επίπεδο της κυματικής κοιλίας, χωρίς να διαχυθούν σε ολόκληρη τη στήλη του νερού. Ακολούθως, η τύρβη κάτω από το θραυόμενο κύμα απλώθηκε οριζόντια μέσω δινών μεγάλης κλίμακας (large scale eddies) και στο μέτωπο του θραυόμενου κυματισμού παρατηρήθηκε η υπόλοιπη παραγωγή της τύρβης. Αυτή οφειλόταν, κατά μεγάλο ποσοστό, σε αρκετά διαδοχικά πλαταγίσματα των δευτερευουσών και μικρότερων σε μέγεθος και ένταση καταδυόμενων γλωττίδων νερού, οι οποίες δημιουργήθηκαν κατά την προέλαση του θραυόμενου μετώπου. Η στροβιλότητα κατανεμήθηκε σε όλη την στήλη του νερού, παρόλο που η τύρβη εμφάνισε δύο διακριτές περιοχές με υψηλή ένταση, η πρώτη στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8 και G10) και η άλλη στην ενδότερη ΖΘ (G21 και G23). Τα μεσοσταθμισμένα στην περίοδο του κύματος κινηματικά μεγέθη τη ροής αποκάλυψαν ότι η διάτμηση, μεταξύ της προς την ακτή κυματογενούς ροής στο επίπεδο του υποτιθέμενου επιφανειακού κυλίνδρου και της επιπυθμένιας ροής επιστροφής κάτω από την κυματική κοιλία, προκάλεσε έντονες αστάθειες στην κατακόρυφη κατανομή της στροβιλότητας, οδηγώντας στην ανάπτυξη μιας σειράς οριζοντίων συνεκτικών στροβιλωδών δομών. Η παραγωγή της ΤΚΕ σχετίστηκε με αυτές τις δίνες μεγάλης κλίμακας, όμως η τοπολογία των συνεκτικών μορφωμάτων της ήταν διαφορετική από εκείνη των στροβιλωδών δομών. Η τύρβη αποσβέστηκε σχεδόν πλήρως πριν το πλησίασμα του επόμενου επερχόμενου θραυόμενου κυματισμού, παρόλο που κάποιες στροβιλώδεις κινήσεις μικρής έντασης επέμειναν. Αυτή η ασυνέχεια και η ανισοτροπία στην εξέλιξη της τύρβης επιβεβαιώθηκε και με την ανάλυση της διαλείπουσας συμπεριφοράς των τυρβωδών μεγεθών εντός της ΖΘ. Οι στατιστική αποτύπωση των διαλειπουσών ιδιοτήτων της ροής ήταν σε πολύ καλή συμφωνία με παλαιότερες μελέτες του φαινομένου, και επιβεβαίωσαν ότι οι συνεκτικές δομές της τύρβης και οι έντονες εκσπάσεις της τύρβης, παρόλο που είναι σπάνιες στην εξέλιξη του φαινομένου της θραύσης παράκτιων κυματισμών, κουβαλάνε το μεγαλύτερο ποσοστό της έντασης

της τύρβης και προκαλούν σχεδόν όλη τη σημαντική διάτμηση στον πυθμένα για την αιώρηση των ιζημάτων και τη διαμόρφωση της στερεομεταφοράς.

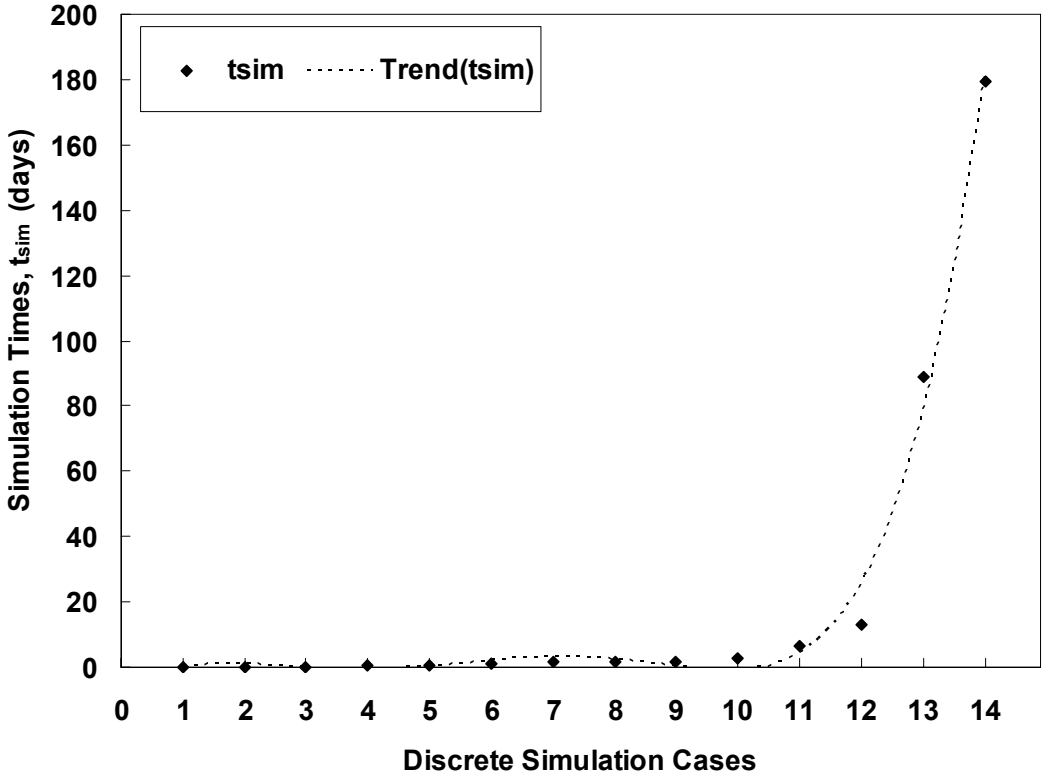
8.6.2. Υπολογιστικό κόστος

Η αξιοπιστία, η ευρωστία και η προσαρμοστικότητα των προσομοιώσεων με τον μοντέλο SPHysics εξαρτήθηκε πολύ και από τους ικανούς και απαραίτητους υπολογιστικούς χρόνους των προσομοιώσεων. Οι καταγραμμένοι χρόνοι των διακριτών προσομοιώσεων με τη «σειριακή» εκδοχή του κώδικα SPHysics, που έγιναν σε έναν Η/Υ, με 8-πύρηνο επεξεργαστή Intel CPU i7-860@2.8GHz και 4GB μνήμη RAM, παρουσιάζονται στην Εικ. 76. Είναι κάτι περισσότερο από προφανές, ότι η αύξηση της χωρικής ανάλυσης των προσομοιώσεων οδήγησε στην εκθετική αύξηση του απαιτούμενου χρόνου προσομοίωσης. π.χ. έως ~13.5 ημέρες για τη δοκιμή 12. Στην Εικ. 77 παρέχονται για σύγκριση με τις προηγούμενες και οι δύο τελευταίες περιπτώσεις προσομοίωσης (13 και 14), η μεγαλύτερη σε διάρκεια των οποίων έκανε περίπου ένα εξάμηνο (~180 ημέρες!) για να ολοκληρωθεί, συμπεριλαμβανομένου βέβαια και των «κενών» ημερών, λόγω π.χ. διακοπής ρεύματος, μέχρι την επανεκκίνηση της προσομοίωσης.

Με βάση την προηγούμενη ανάλυση των φασμάτων Fourier, θα πρέπει να εφαρμοστούν ακόμη λεπτότερη χωρική διακριτοποίηση, προκειμένου να ληφθούν λογικές τιμές για τις u', w', την TKE και τις κατανομές των φασμάτων τους $P(f)$, για ολόκληρο το εύρος της ροής στο σύνολο της στήλης του νερού και όχι μόνο στην ελεύθερη επιφάνεια. Αυτή η απαίτηση εγείρει την αδήριτη ανάγκη για τη μελλοντική χρήση των νέων «παράλληλων» εκδόσεων του κώδικα SPHysics, όπως το ParallelSPHysics, το GPUSPH και το DualSPHysics v2.0, για την προσομοίωση του φαινομένου με τη χρήση γραφικών καρτών (GPUs) ή συστοιχίας επεξεργαστικών μονάδων (CPU clusters) (Hérault et al., 2010, Crespo et al., 2011, και Rogers et al., 2011). Στόχος είναι η μείωση των χρόνων προσομοίωσης, ειδικά για πλήρεις προσεγγίσεις τύπου LES σε 3D πεδία SPH με τη συμμετοχή πολλών εκατομμυρίων σωματιδίων για τη χωρική διακριτοποίηση.



Εικ. 76. Καταγραμμένοι χρόνοι προσομοίωσης t_{sim} για τις 12 διακριτές περιπτώσεις ελέγχου με προωθητικά αυξανόμενη χωρική διακριτοποίηση.



Εικ. 77. Καταγραμμένοι χρόνοι προσομοίωσης t_{sim} για τις 14 διακριτές περιπτώσεις ελέγχου με προωθητικά αυξανόμενη χωρική διακριτοποίηση.

9. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διατριβή μελετήθηκε η θραύση μη γραμμικών μονοχρωματικών κυματισμών υπό μορφή ασθενούς κατάδυσης, κάθετα στην ακτή, πάνω από αδιαπέρατο και λείο πυθμένα σταθερής (σχετικά ήπιας) κλίσης. Αυτό έγινε με τη χρήση ενός σχετικά νέου μοντέλου αριθμητικής προσομοίωσης τύπου Lagrange, χωρίς τη χρήση υπολογιστικού πλέγματος. Το μαθηματικό ομοίωμα είναι μια ειδική εκδοχή, διαμορφωμένη με βάση τις απαιτήσεις των προσομοιώσεων, του ακαδημαϊκού μοντέλου «ανοιχτού» κώδικα SPHysics. Βασίζεται στην αριθμητική μέθοδο SPH και κάνει χρήση των εξισώσεων Navier-Stokes, σε τυποποίηση Lagrange στα πλαίσια σωματιδιακού τύπου χωρικής διακριτοποίησης, για ψευδο-συμπιεστή ροή με ελεύθερη επιφάνεια, σταθερά και κινούμενα στερεά όρια. Η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων επιτυγχάνεται με προχωρημένες σύγχρονες μεθόδους χρονικής ολοκλήρωσης και πολύ μικρά βήματα χρονικής διακριτοποίησης. Αυτές οι τεχνικές συνδυάζονται με τη βασική ιδέα πίσω από τη μέθοδο SPH, που είναι η απεικόνιση και ο υπολογισμός όλων των υδροδυναμικών μεγεθών και των οποιασδήποτε τάξης παραγώγων τους με μορφή αθροισμάτων, τα οποία αποτελούν τη διακριτοποιημένη έκφανση συνελικτικών ολοκληρωμάτων για την παρεμβολή των μεγεθών στο πεδίο. Η βασική προσέγγιση της παρούσας διατριβής είναι η προσομοίωση των στροβιλωδών δομών μεγάλης κλίμακας από το ομοίωμα SPH και των μικρότερων SPS (υποσωματιδιακής κλίμακας) τυρβωδών κινήσεων, μέσω ενός μοντέλου τύπου Smagorinsky στη λογική των μεθόδων LES. Οι προσομοιώσεις στοχεύουν στην αναπαραγωγή των κυματικών χαρακτηριστικών εντός της ζώνης θραύσης (ΖΘ) και της κυματογενούς κυκλοφορίας εγκάρσια στην ακτή, στον εντοπισμό και καθορισμό των χαρακτηριστικών των συνεκτικών δομών της τύρβης, προβεβλημένων σε ένα 2D κατακόρυφο επίπεδο, και τέλος την ταυτοποίηση και στατιστική αποτύπωση των διαλειπόντων συμβάντων της τύρβης εντός της ΖΘ, τα οποία καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη στερεομεταφορά των ιζημάτων εγκάρσια στην ακτή.

Με βάση την ανάλυση, κατά πρώτον της διαμόρφωσης του υπολογιστικού μοντέλου SPS-SPH (κεφάλαια 3 και 4), κατά δεύτερον της διαμόρφωσης του υπολογιστικού πεδίου και της προ-επεξεργασίας των προσομοιώσεων (κεφάλαιο 6), και κατά τρίτον και κυριότερο των αποτελεσμάτων (κεφάλαια 7 και 8), που παρουσιάστηκε στα παραπάνω, τα συμπεράσματα μπορούν να χωριστούν σε δύο κύριες κατηγορίες. Η πρώτη αφορά στην επικύρωση της ικανότητας του συζευγμένου μοντέλου SPS-SPH να αναπαραγάγει επαρκώς το φαινόμενο της θραύσης των κυματισμών, τα κυματογενή κινηματικά μεγέθη και τη δυναμική των τυρβωδών διεργασιών εντός της ΖΘ. Η δεύτερη κατηγορία αφορά αυτό καθαυτό το φαινόμενο της θραύσης παράκτιων κυματισμών με

μορφή ασθενούς κατάδυσης, την ποσοτικοποίηση των συνεκτικών δομών της στροβιλότητας και της έντασης της τύρβης, μαζί με τον εντοπισμό της διαλείπουσας φύσης του φαινομένου.

9.1. Συμπεράσματα αναφορικά με τη μέθοδο SPH

Όσον αφορά στην επικύρωση της σωματιδιακής μεθόδου SPH, μπορεί να ειπωθεί ότι έγινε χρήση του ακαδημαϊκού μοντέλου SPHysics, βαθμονομημένου με βάση αρκετά εκλεπτυσμένες χωρικές αναλύσεις, σε συνδυασμό με μια προσέγγιση SPS τύπου Smagorinsky για το «κλείσιμο» της τύρβης. Έτσι ερευνήθηκε ένα ευρύ φάσμα των δυναμικών παραμέτρων της τυρβώδους παράκτιας ροής, που προκαλείται από τη θραύση μη γραμμικών μονοχρωματικών κυματισμών υπό μορφή ασθενούς κατάδυσης, πάνω από ήπια κεκλιμένο αδιαπέρατο πυθμένα.

Για την επίτευξη των παραπάνω, προτάθηκε η χρήση ευρετικής μεθόδου για τη μετατροπή των διάσπαρτων αριθμητικών τιμών, που φέρουν μαζί τους τα σωματίδια τύπου Lagrange, για τις παραμέτρους της ροής, σε τιμές τύπου Euler για όλα τα υδροδυναμικά μεγέθη σε σταθερά σημεία (κόμβους) μετρητών, καλύπτοντας όλο το εύρος του υδροδυναμικού πεδίου (Farahani et al., 2012). Αυτή η μέθοδος συνδυάστηκε με μια τεχνική δειγματικής μεσοστάθμισης των υδροδυναμικών παραμέτρων του πεδίου στη φάση του κύματος, η οποία συνίσταται στη σύνθεση ενός φίλτρου διάβασης βραχύσυχνων αρμονικών και της κλασικής μεσοστάθμισης στη φάση του κύματος (Nadaoka et al., 1989). Αυτό έγινε για να διαχωριστούν, με σχετικά σαφή τρόπο, η υπολειμματική τύρβη μικρής κλίμακας από τις δίνες μεγάλης κλίμακας, τις συνεκτικές δομές της τύρβης, και τη διατεταγμένη περιστροφική κίνηση των μορίων του νερού λόγω του κύματος (Makris et al., 2014).

Τα αποτελέσματα των αριθμητικών προσομοιώσεων συγκρίθηκαν έναντι των πειραματικών δεδομένων των Stansby and Feng (2005). Επιτεύχθηκε πολύ καλή συμφωνία αναφορικά με την εξέλιξη του ύψους κύματος στην περιοχή της προέλασης, της ρήχωσης, και εντός της ΖΘ, ειδικά για τις πιο λεπτομερείς προσομοιώσεις από άποψη χωρικής διακριτοποίησης. Επιπρόσθετα, τα αριθμητικά αποτελέσματα των προσομοιώσεων SPS-SPH ήταν πολύ ικανοποιητικά σε σύγκριση με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα για τη μέση κυματογενή ανύψωση, τις περιβάλλουσες της κοιλίας και της κορυφής του κύματος, τις δειγματικά μεσοσταθμισμένες και τις *rms* τιμές της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας.

Τα παραπάνω επιτεύχθηκαν έπειτα από τη διενέργεια ανάλυσης ευαισθησίας του μοντέλου, σε σχέση με τη χωρική ανάλυση του υπολογιστικού πεδίου. Αυτό το γεγονός οδήγησε στην επιλογή του βήματος της χωρικής διακριτοποίησης με διαστάσεις που

γειτνιάζουν στα μεγέθη των στροβιλωδών κινήσεων, οι οποίες αντιστοιχούν στο σημείο διαχωρισμού μεταξύ των ολοκληρωματικών και των αδρανειακών κλιμάκων μήκους της τύρβης. Σε αυτό το πλαίσιο έγινε προ-επεξεργασία των δεδομένων, που βασίστηκε στην ενδελεχή ανάλυση των κλιμάκων μήκους της τυρβώδους ροής και των μηκών ανάμιξης με βάση το μοντέλο των Cox et al. (1994). Αυτή η πρακτική κρίθηκε ότι έπαιξε καθοριστικό ρόλο για την ακρίβεια των αποτελεσμάτων, και προτείνεται ανεπιφύλακτα σε ανάλογες ερευνητικές προσπάθειες, οι οποίες απαιτούν μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους προσομοίωσης.

Οι μικρές ασυμφωνίες προσομοιώσεων και πειραμάτων στην περιοχή της έναρξης της θραύσης, όπου επικρατεί έντονη διάτμηση, υποδηλώνουν ότι ακόμα πιο λεπτομερής χωρική ανάλυση θα έπρεπε να επιδιωχθεί στο μέλλον, κινούμενοι σε ένα ορίζοντα προς και πέρα από τις τυρβώδεις μικροκλίμακες Taylor. Συνεπώς η χωρική διακριτοποίηση αποδείχθηκε ότι είναι ο πιο σημαντικός παράγοντας στη διαμόρφωση ρεαλιστικών αποτελεσμάτων για τις προσομοιώσεις SPS-SPH, οι οποίες φάνηκε ότι είναι πολύ παρόμοιες προς άλλες προσομοιώσεις με μεθόδους τύπου LES, όμως όχι ακριβώς σαν και αυτές από άποψη ακρίβειας, τουλάχιστον στην παρούσα φάση. Εξαιτίας του παραπάνω, οι στατιστικές ιδιότητες των μέσων στο βάθος ταχυτήτων στην αρχική ΖΘ δεν αποδόθηκαν πολύ καλά, ενώ βέβαια παντού στο υπόλοιπο πεδίο ήταν πολύ κοντά στις πειραματικές τιμές. Ωστόσο, το μοντέλο SPS-SPH απέδωσε πολύ καλύτερα αποτελέσματα απ’ ότι η μέθοδος των μη συνεκτικών εξισώσεων ρηχών νερών (SWE), που χρησιμοποιήθηκε από τους Stansby and Feng (2005), για όλες τις παραμέτρους της ροής που εξετάστηκαν.

Επιπλέον, οι κυματογενείς μέσες ροές (ρεύματα μεταφοράς μάζας) εγκάρσια στην ακτή αναπαράχθηκαν ποιοτικά πολύ καλά σε σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα. Η κατακόρυφη κατανομή των μέσων στην κυματική περίοδο διανυσμάτων της ταχύτητας κατέδειξαν εμφανώς τις περιοχές του ρεύματος επιστροφής και του ρεύματος Stokes (μαζί με το θραυσιγενές ρεύμα προς την ακτή εντός της ΖΘ), καθώς και το φαινόμενο της ποταμηδόν ροής στην οριακή στοιβάδα επί του πυθμένα. Ειδικά το τελευταίο ήταν κάτι το ιδιαίτερα καινοτομικό, καθώς έγινε χωρίς κάποια εξειδικευμένη θεώρηση για τις εξισώσεις του μοντέλου SPH. Επίσης, οι υπολογισμένες ολοκληρωμένες στο χρόνο ροές μέσα σε μία κυματική περίοδο έδειξαν ένα «καθαρό» (μηδενικό) ισοζύγιο των αντίθετων μέσων ροών, τόσο για το περιοδικά όσο και για το δειγματικά μεσοσταθμισμένο πεδίο των ταχυτήτων, οι τιμές των οποίων ήταν σε συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα.

Εκτός των άλλων εξετάστηκαν και τα τυρβώδη υδροδυναμικά μεγέθη της ροής εντός της ΖΘ με τη χρήση του μοντέλου SPS-SPH. Τα φάσματα Fourier των τυρβωδών συνιστωσών των ταχυτήτων φανέρωσαν ισοτροπία της τύρβης μέχρι και αρκετά

υψηλές συχνότητες (ή κυματάριθμους της τύρβης), μόνο σε περιοχές με έντονη διάτμηση, όπως η ελεύθερη επιφάνεια στο σημείο έναρξης της θραύσης. Η ανισοτροπία της τύρβης ήταν ακραιφνής παντού αλλού μέσα στο υπολογιστικό πεδίο, και αυτό επιβεβαιώθηκε από τη χρονική εξέλιξη του πεδίου τύπου Euler για τις τάσεις Reynolds, όπως αναφέρθηκε και από τους Stansby and Feng (2005).

Συνεπώς η μέθοδος SPS-SPH μπορεί να χρησιμοποιείται για αναλύσεις της τύρβης, ειδικά σε περιοχές με ελεύθερη επιφάνεια και έντονες παραμορφώσεις, μακριά όμως από στερεά όρια, τουλάχιστον προς το παρόν. Ο συνδυασμός των αριθμητικών αποτελεσμάτων της μεθόδου SPH με την ευρετική προσέγγιση της δειγματικής μεσοστάθμισης των Nadaoka et al. (1989), και μια υψηλή συχνότητα αποκοπής στη δειγματοληψία βοήθησε πολύ σε αυτήν την κατεύθυνση, αν και σε ορισμένες περιοχές του πεδίου αποδείχθηκε ότι δεν είναι απολύτως ικανός αναφορικά με τον ξεκάθαρο διαχωρισμό των συνεκτικών δομών μεγάλης κλίμακας από την υπολειμματική τύρβη.

Παρ' όλα αυτά, οι συνεκτικές τυρβώδεις δομές και τα επαναληπτικά μορφώματα της στροβιλότητας μεγάλης κλίμακας, εντοπίστηκαν και αποτυπώθηκαν με εύλογο τρόπο από το μοντέλο SPS-SPH. Η αναπαραγωγή τους ήταν ικανοποιητική σε σύγκριση με τις αντίστοιχες πειραματικές μελέτες, αν και οι τιμές των αριθμητικών αποτελεσμάτων ήταν κάπως αυξημένες σε σχέση με τις αντίστοιχες πειραματικές.

Επιπρόσθετα η τεχνική δειγματοληψίας στους αριθμητικούς μετρητές έδειξε, ότι η μέθοδος SPH μπορεί να βοηθήσει στον εντοπισμό των διαλειπόντων τυρβωδών συμβάντων εντός της ΖΘ. Η στατιστική αποτύπωση των συνεκτικών και των έντονων συμβάντων, που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο SPH, ήταν σύμφωνη με τα πειραματικά ευρήματα των Cox and Kobayashi (2000). Συνεπώς η μέθοδος SPH μπορεί να χρησιμεύσει για τη σύζευξη με μοντέλα στερεομεταφοράς μικρής κλίμακας στην παράκτια ζώνη.

Το κυματογενές μέγεθος της αναρρίχησης στη ζώνη διαβροχής εκτιμήθηκε και συζητήθηκε (*σημ.* με μη σχολαστικό τρόπο), και η χωρική διακριτοποίηση, με διαστάσεις κοντά στην ολοκληρωματική κλίμακα μήκους της τύρβης, φάνηκε ότι επαρκεί για τον υπολογισμό της αναρρίχησης πάνω σε ακτές με μοντέλα SPH.

9.2. Συμπεράσματα αναφορικά με τη θραύση των κυματισμών

Αναφορικά με καθαυτό το μηχανισμό της θραύσης τύπου ασθενούς κατάδυσης, για τη συγκεκριμένη περίπτωση του πυθμένα με κλίση 1:20, οι υπολογισμένες συνεκτικές δομές της στροβιλότητας μεγάλης κλίμακας, επί του 2D επιπέδου της κατακόρυφης διατομής, κάλυψαν ένα εύρος μεγέθους της τάξης ενός μεγάλου μέρους της στήλης του νερού έως ένα πολύ μικρό κλάσμα αυτού.

Σημαντικές ποσότητες στροβιλότητας παράχθηκαν στο μπροστινό μέτωπο του κύματος πριν και κατά τη διάρκεια της θραύσης. Στη συνέχεια αυτές οι ποσότητες συμπαρασύρθηκαν από την κίνηση των δινών μεγάλης κλίμακας, στο υποκείμενο πεδίο της ροής, όπως έχει αναφερθεί και από τους Nadaoka et al. (1989).

Η στροβιλότητα φάνηκε να λαμβάνει σημαντικές τιμές στον πόδα του θραυόμενου κύματος και αυξήθηκε σε μέγεθος επί του απότομου μετώπου μετά την πρόσκρουση της καταδυόμενης φλέβας στην εμπρόσθια κοιλία. Δηλαδή στα αρχικά στάδια τη θραύσης η στροβιλότητα παράχθηκε με τοπολογικούς όρους. Σημαντικές τιμές παρατηρήθηκαν και στη στέψη του προελαύνοντος θραυόμενου μετώπου, οι οποίες μειώθηκαν όμως ταχέως μετέπειτα, όπως φάνηκε και από τα πειράματα των Stansby and Feng (2005).

Οι δημιουργηθείσες πολλαπλές (συνεκτικές ή επαναλαμβανόμενες) στροβιλώδεις δομές διασκορπίστηκαν και συνακόλουθα ένα επίμηκες στρώμα στροβιλότητας έκανε την εμφάνισή του παράλληλα και κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια κατά την προέλαση του θραυόμενου μετώπου.

Επίσης, συνεκτικές δομές αρνητικής (αντι-ωρολογιακής) στροβιλότητας παρατηρήθηκαν στην οριακή στοιβάδα κοντά στον πυθμένα τόσο κάτω από το κινούμενο μέτωπο όσο και μπροστά από το μέτωπο του κύματος πριν τη θραύση, οι οποίες έμοιαζαν με στρώμα ανάμιξης, όπως έχει αναφερθεί και στα αντίστοιχα εργαστηριακά πειράματα. Αυτές οι δομές προκαλούν και την αποτύπωση της ανάστροφης ποταμηδόν ροής προς την ακτή επί του πυθμένα, κατά τη μεσοστάθμιση του πεδίου των ταχυτήτων.

Η οριζόντια κλίμακα μήκους των μέσων (στην περίοδο του κύματος) συνεκτικών στροβιλωδών δομών ήταν περίπου 22% έως 24% του τοπικού μήκους κύματος από την περιοχή έναρξης της θραύσης έως την ενδότερη ΖΘ ή περίπου 4,4 έως 6,7 φορές το τοπικό βάθος του νερού σε αυτές τις περιοχές.

Οι συνεκτικές δομές της τύρβης είχαν διάρκεια ζωής περίπου το 1/8 της κυματικής περιόδου στην περιοχή έναρξης της θραύσης, η οποία μετατράπηκε σε περίπου το 1/4 της κυματικής περιόδου στη μεταβατική (ενδιάμεση) περιοχή της ΖΘ, και κατέληξε σε περίπου τη μισή κυματική περίοδο στην ενδότερη ΖΘ. Οι μέγιστες τιμές της δειγματικά μεσοσταθμισμένης στροβιλότητας σε αυτές τις συνεκτικές δομές παρατηρήθηκαν κατά τη διαμόρφωση του κινούμενου μετώπου του θραυόμενου κύματος (στην ενδιάμεση περιοχή της ΖΘ). Τα πρότυπα συνεκτικά μορφώματα της στροβιλότητας είχαν μορφή πυκνών και λεπτών σχετικά στρωμάτων με ελλειψοειδές σχήμα.

Οι συνεκτικές δομές της τυρβώδους κινητικής ενέργειας (ΤΚΕ) ακολούθησαν σε γενικές γραμμές την ίδια εξέλιξη στο χρόνο με τις δομές στροβιλότητας, αν και οι διαφοροποιήσεις στα πρότυπα μορφώματα των δύο, κατέδειξαν ότι μπορεί να υπάρχει

παραμένουσα στροβιλότητα από τους προηγούμενους κυματισμούς, που δεν προκαλεί επιπρόσθετη παραγωγή της ΤΚΕ. Οι τιμές της τελευταίας αντιστοιχούν σε περίπου 40% και 29% του τετραγώνου της ταχύτητας του ρηχού κύματος για την περιοχή έναρξης της θραύσης και την ενδότερη ΖΘ αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές είναι κάπως υπερεκτιμημένες σε σχέση με άλλες καταγραφές π.χ. για θραυόμενα κύματα τύπου υπερχείλισης (Christensen and Deigaard, 2001), όμως οι μέγιστες τιμές της ΤΚΕ συνήθως υπερεκτιμώνται στα μοντέλα τύπου LES, ειδικά για θραυόμενα κύματα κατάδυσης, στα οποία επικρατεί έντονη διάτμηση.

Οι υπολογισμένες τυρβώδεις τάσεις Reynolds ήταν σαφώς ανισοτροπικές, παρά τη σχετικά μεγάλη συχνότητα δειγματοληψίας για αριθμητικές προσομοιώσεις.

Αναφορικά με τη διαλείπουσα συμπεριφορά της τύρβης, παρατηρήθηκε ότι τα συνεκτικά συμβάντα της ΤΚΕ και των διατμητικών τάσεων ακολουθούν την ίδια περίπου συχνότητα εμφάνισης, δηλ. σχεδόν με κάθε επερχόμενο θραυόμενο κυματισμό. Αυτό δεν ισχύει όμως για τα έντονα διαλείποντα περιστατικά, τα οποία παρουσιάζουν μια πιο ασύνδετη συμπεριφορά.

Οι εκσπάσεις της τύρβης συνέβησαν σε τελείως διαφορετικούς κυματικούς κύκλους, ακόμα και για περιοχές που γειτνιάζουν υπερβολικά στο χώρο. Συνεπώς, οι δομές απόσβεσης των τυρβωδών μεγεθών έδρασαν μέσα σε μια κυματική περίοδο, και οι υπολειμματικές ποσότητες της διάτμησης και της τύρβης δεν είχαν ικανό μέγεθος για να συντηρήσουν ένα συνεχές μοτίβο.

Τόσο τα έντονα όσο και τα συνεκτικά περιστατικά της καθαρής τύρβης ήταν παροδικά, όπως και οι αντίστοιχες δομές των τυρβωδών μεγεθών, παρόλη την εμφάνιση και την επιμονή των συνεκτικών δομών της στροβιλότητας για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα εντός μιας περιόδου.

Συνεκδοχικά, η ΤΚΕ σχετίζεται με τις παροδικές, μικρής διάρκειας εκσπάσεις των στροβιλωδών δομών, που είναι έντονες κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια και τον πυθμένα στην περιοχή έναρξης της θραύσης. Αντίθετα οι διαλείπουσες τάσεις εκδηλώνονται εκεί που επικρατούν οι υπολειμματικές δομές της στροβιλότητας, δηλ. εκεί που εμφανίζεται αυξημένη συγκέντρωση και ποσότητα μέσης στο χρόνο στροβιλότητας, όπως συμβαίνει γύρω από το επίπεδο της κυματικής κοιλίας περίπου στο μέσο βάθος της στήλης του νερού. Δηλαδή οι έντονες διαλείπουσες τάσεις σε εκείνο το βάθος, λόγω της παραμένουσας στροβιλότητας από προηγούμενους κυματισμούς, δεν αποτελούν αίτιο παραγωγής της ΤΚΕ, η οποία φαίνεται πως έχει πράγματι κυρίως τοπολογικό χαρακτήρα στη θραύση τύπου κατάδυσης.

Το γενικό συμπέρασμα είναι, ότι π.χ. για το μέγεθος της ΤΚΕ, τα συνεκτικά συμβάντα αποτελούν περίπου το 10% των τυρβωδών κινήσεων και αντιστοιχούν σε περίπου 60~80% της συνολικής ποσότητας της τύρβης. Για τα έντονα συμβάντα της

διαλείπουσας τύρβης, οι αναλογίες είναι ακόμα πιο έντονες. Δηλαδή τα διαλείποντα συμβάντα αποτελούν περίπου το 2% των τυρβωδών κινήσεων και αντιστοιχούν σε περίπου το 20~50% της συνολικής ποσότητας της τύρβης. Για τις διατμητικές τάσεις τα συνεκτικά συμβάντα αντιστοιχούν σε περίπου 8% όλων των κινήσεων και περίπου στο 70% της συνολικής ποσότητας της τύρβης. Αντίστοιχα, για τα έντονα συμβάντα του διαλείποντος σήματος της διάτμησης, οι αναλογίες είναι ότι σε περίπου 3% των συμβάντων αντιστοιχεί περίπου το 25~50% της συνολικής ποσότητας της τύρβης.

Επίσης παρατηρείται, ότι το ποσοστό των διαλειπόντων συμβάντων αυξάνεται στην ενδότερη ΖΘ σε σχέση με την περιοχή έναρξης της θραύσης, ενώ οι αντίστοιχες ποσότητες και κινήσεις της τύρβης μειώνονται.

Η στατιστική των εν λόγω μεγεθών καταδεικνύει με ξεκάθαρο τρόπο την παροδικότητα (μη συχνή εμφάνιση) των συνεκτικών και έντονων συμβάντων, τα οποία όμως είναι κυρίως υπεύθυνα για την παραγωγή της τύρβης, της διάτμησης και της στερεομεταφορά ιζήματος εγκάρσια στην ακτογραμμή.

Τέλος η συσχέτιση των διαλειπόντων συμβάντων τόσο της ΤΚΕ με τη διάτμηση, όσο και το αντίστροφο, μειώνεται (προσοχή!) κατά μέσο όρο ελαφρά όσο προελαύνει το θραυόμενο κύμα προς την ακτή, τόσο για τα συνεκτικά όσο και για τα έντονα περιστατικά της διαλείπουσας τύρβης. Αυτή η παρατήρηση είναι σύμφωνη με την ανάλυση των μηχανισμών θραύσης των κυματισμών και των προτύπων της στερεομεταφοράς που εντοπίστηκαν από τους Cox and Kobayashi (2000).

9.3. Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Η μελλοντική έρευνα πάνω στο θέμα της προσομοίωσης με μοντέλα SPH των ροών με έντονες παραμορφώσεις της ελεύθερης επιφάνειας και στερεά όρια, όπως η θραύση των παράκτιων κυματισμών σε εργαστηριακές κλίμακες, θα πρέπει να επικεντρωθεί σε τέσσερα κυρίαρχα ζητήματα.

Το πρώτο είναι η αναπαραγωγή των 3D συνεκτικών δομών της τύρβης, όπως οι λοξά καταδυόμενες δίνες, με τη χρήση υλοποιήσεων των μοντέλων SPS-SPH σε πλήρως 3D υπολογιστικά πεδία, με αντίστοιχα λεπτομερή χωρική ανάλυση.

Το δεύτερο είναι η κατάλληλη διαμόρφωση του πεδίου ροής κοντά στα στερεά όρια και ειδικά η ρύθμιση των τριβών των σωματιδίων του νερού επί των σωματιδίων που αντιστοιχούν στο στερεό όριο.

Το τρίτο είναι η ανάπτυξη και η κατάλληλη χρήση ενός δυναμικού μοντέλου τύπου Smagorinsky για την προσομοίωση της τύρβης σε υπο-σωματιδιακές κλίμακες (DSPS), με βάση την ταυτότητα του Germano (Germano et al. 1991, Lilly 1992), η οποία λαμβάνει υπόψη την εξέλιξη του πεδίου των ταχυτήτων. Έτσι θα διορθωθούν τα τυχόν

σφάλματα από τη χρήση ενιαίου συντελεστή Smagorinsky στο πεδίο άσχετα με την παρατηρούμενη διάτμηση στην περιοχή.

Το τέταρτο και κυριότερο είναι η περαιτέρω μείωση του χωρικού βήματος διακριτοποίησης σε διαστάσεις πολύ μικρότερες των ολοκληρωματικών κλιμάκων μήκους της τύρβης, τόσο για τη στήλη του νερού όσο και για την οριακή στοιβάδα. Αυτό συνεπάγεται τη χρήση $\Delta x << 10^{-3}$ m, μπορεί και της τάξης των μερικών ή δεκάδων νανοχιλιοστών (10^{-6} m).

Όλα τα παραπάνω απαιτούν πρωτίστως την προσπάθεια να ξεπεραστεί το πρόβλημα των υπερβολικά χρονοβόρων υπολογισμών των προσομοιώσεων, οι οποίες πρέπει να περιλαμβάνουν μερικά εκατομμύρια σωματίδια για τις 2D περιπτώσεις προσομοίωσης και πολλές δεκάδες ή εκατοντάδες εκατομμύρια για 3D προσομοιώσεις. Αυτό είναι αρκετά πιθανό στο κοντινό μέλλον, καθώς ήδη παρατηρείται γρήγορη ανάπτυξη νέων μαζικά «παράλληλων» εκδοχών των κλασικών μοντέλων SPH, με έμφαση στους κώδικες που εκμεταλλεύονται την επεξεργαστική δύναμη των καρτών γραφικών (GPU).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Anderson, JD, 1995. *Computational fluid dynamics: the basics with applications*. McGraw-Hill.

Baiesi, M, and Maes, C, 2005. Enstrophy dissipation in two-dimensional turbulence. *Physical Review E*. 72:056314, pp 1-7.

Bakhtyar, R, Barry, DA, Bakhtiary, AY, and Ghaheri, A, 2009. Numerical simulation of surf-swash zone motions and turbulent flow. *Advances in Water Resources.* 32, pp 250-263.

Batchelor, GK, 1969. Computation of the energy spectrum in homogeneous two dimensional turbulence. *Physics of Fluids*. II:12, 233-239.

Batchelor, GK, 1974. *Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.

Batchelor, GK, and Townsend, AA, 1949. The nature of turbulent motion at large wave-numbers. *Proceedings of the Royal Society of London*. Series A. 199, pp 238-255.

Battjes, JA, 1974. Surf similarity. *Proceedings of 14th International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. pp 466-480.

Battjes, JA, and Janssen, JPFM, 1978. Energy loss and set-up due to breaking of random waves. *Proceedings of 16th International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. ASCE, pp 569-587.

Battjes, JA, 1988. Surf Zone Dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 20, pp 257-291.

Beeman, D, 1976. Some Multistep Methods for Use in Molecular Dynamics Calculations. *Journal of Computational Physics*. 20, pp 130-139.

Beissel, S, and Belytschko, T, 1996. Nodal integration of the element-free Galerkin method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 139, pp 49-74.

Belytschko, T, and Chen, JS, 2007. *Meshfree and Particle Methods*, John Wiley and Sons Ltd.

Benz, W, 1989. Smoothed particle hydrodynamics: a review. *NATO Workshop*, Les Arcs, France.

Benz, W, 1990. Smoothed Particle Hydrodynamics: A review. *Numerical Modelling of Nonlinear Stellar Pulsations: Problems and Prospects*. NATO ASI Series, ed. JR Butchler, Kluwer Academic Publishing. 302, pp 269-288.

Berkhoff, JW, 1972. Computation of combined refraction-diffraction. *Proceedings of the 13th International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. Vancouver, Canada.

Biausser, B, Grilli, ST, and Fraunié, P, 2003. Numerical Simulations of Three-Dimensional Wave Breaking by Coupling of a VOF Method and a Boundary Element

Method. *Proceedings 13th International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE)*, Honolulu, pp 333-339.

Blinn, L, Hadjadj, A, and Vervisch, L, 2002. Large eddy simulation of turbulent flows in reversing systems. In: Vuillermoz, P, Comte, P, and Lesieur (Eds). *Selected Proceedings of the 1st French Seminar on Turbulence and Space Launchers*. CNES, Paris, France.

Bonet, J, and Kulasegaram, S, 2000. Correction and stabilization of smoothed particle hydrodynamics method with applications in metal forming simulations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 47, pp 1189-1214.

Bonet, J, and Lok, TSL, 1999. Variational and momentum preservation aspects of Smoothed Particle Hydrodynamic formulations. *Computational Methods Applied Mechanical Engineering*. 180, pp 97-115.

Bradford, SF, 2000. Numerical Simulation of Surf Zone Dynamics. *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering*. 126:1, pp 1-13.

Bradshaw, P, 1974. Possible origin of Prandtl's mixing length theory. *Nature*. 249, pp 135-136.

Camfield, FE, 1991. Wave Force on Wall. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. ASCE, 117:1.

Capone, T, Panizzo, A, Cecioni, C, and Dalrymple, RA, 2007. Accuracy and Stability of Numerical Schemes in SPH, *Proceedings of 2nd SPH European Research Interest Community Workshop*, May 2007, Madrid, Spain, pp 156-160.

Chang, KA, Liu, PLF, 1998. Velocity, acceleration and vorticity under a breaking wave. *Physics of Fluids*. 10, pp 327-329.

Christensen, ED, 2006. Large eddy simulation of spilling and plunging breakers. *Coastal Engineering*. 53, pp 463-485.

Christensen, ED, and Deigaard, R, 2001. Large eddy simulation of breaking waves. *Coastal Engineering*. 42, pp 53-86.

Christensen, ED, Walstra, DJ, and Emerat, N, 2002. Vertical variation of flow across the surf zone. *Coastal Engineering*. 45:(3-4), pp 169-198.

Cleary PW, and Monaghan, JJ, 1993. Boundary interactions and transition to turbulence for standard CFD problems using SPH. *Proceedings of 6th International Computational Techniques and Applications Conference*, pp 157-165.

Clercx, HJH, and Nielsen, AH, 2000. Vortex statistics for turbulence in a container with rigid boundaries. *Physical Review Letters.* 85, pp 752-755.

Colagrossi, A, and Landrini, M. 2003. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*. 191, pp 448-475.

Copeland, GJM, 1985. A practical alternative to the mild-slope wave equation. *Coastal Engineering*. 9, pp 125-149.

Cox, DT, and Anderson, SL, 2001. Statistics of intermittent surf zone turbulence and observations of large eddies using PIV. *Coastal Engineering Journal*. 43:2, pp 121-131.

Cox, DT, Kobayashi, N, and Okayasu, A, 1994. Vertical Variations of Fluid Velocities and Shear Stress in Surf Zones. *Proceedings 24th International Conference on Coastal Engineering*. ASCE. Kobe, pp 98-112.

Cox, DT, and Kobayashi, 1998. Coherent Motions in the Bottom Boundary Layer Under Shoaling and Breaking Waves. *Proceedings 26th International Conference on Coastal Engineering*. ASCE, pp 457-470.

Cox, DT, and Kobayashi, S, 2000. Identification of intense, intermittent coherent motions under shoaling and breaking waves. *Journal of Geophysical Research*. 105:C6, pp 14223-14236.

Cox, DT, and Shin, S, 2003. Laboratory measurements of void fraction and turbulence in the bore region of surf zone waves. *Journal of Engineering Mechanics*. 129:10, pp 1197-1205.

Crespo, AC, Dominguez, JM, Barreiro, A, Gómez-Gesteira, M, and Rogers, BD, 2011. GPUs, a new tool of acceleration in CFD: Efficiency and reliability on Smoothed Particle Hydrodynamics methods. *PLoS One*. 6(6): e20685, doi:10.1371/journal.pone.0020685

Crespo, AC, Gómez-Gesteira, M, Dalrymple, RA, 2007a. 3D SPH simulation of large waves mitigation with a dike. *Journal of Hydraulic Research*. 45:5, pp 631-642.

Crespo, AC, Gómez-Gesteira M, and Dalrymple, RA, 2007b. Boundary Conditions Generated by Dynamic Particles in SPH Methods. *Computers, Materials, & Continua*. 5:3, pp 173-184

Crespo, AC, Gómez-Gesteira M, and Dalrymple, RA, 2008. Modeling Dam Break Behavior over a Wet Bed by a SPH Technique. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 134:6, pp 313-320.

Dalrymple, RA, and Rogers, BD, 2006. Numerical Modeling of Water Waves with the SPH Method. *Coastal Engineering*, 53:2-3, pp 141-147.

Dalrymple, RA, and Knio, O, 2000. SPH modelling of water waves. *Proceedings of Coastal Dynamics*. Lund.

Deigaard, R, Fredsoe, J, and Hedegaard, IB, 1986. Suspended sediment in the surf zone. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. ASCE. 112:1, pp 115-127.

Dean, RG, and Dalrymple, RA, 1984. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc. Reprinted Singapore: World Scientific Publishing Co, 1991.

Delis, AI, Kazolea, M, and Kampanis, NA, 2008. A robust high resolution finite volume scheme for the simulation of long waves over complex domains. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*. 56, pp 419-452.

Δημακόπουλος, ΑΣ, 2009. *Αριθμητική προσομοίωση της τρισδιάστατης τυρβώδους ροής θραυόμενων κυμάτων στην παράκτια ζώνη απόσβεσης*. Διδακτορική Διατριβή. Εργαστήριο Υδραυλικής Μηχανικής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα.

Dilts, GA, 1999. Moving least square particle hydrodynamics I: consistency and stability. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 44, pp 1115-1155.

Dilts, GA, 2000. Moving least square particle hydrodynamics II: conservation and boundaries. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 48, pp 1503-1524.

Dimakopoulos, AS, and Dimas, AA, 2011. Large-wave simulation of three-dimensional, cross-shore and oblique, spilling breaking on constant slope beach, *Coastal Engineering*, 58:8, pp 790-801.

Dimas, AA, and Dimakopoulos, AS, 2009. Surface Roller Model for the Numerical Simulation of Spilling Wave Breaking over Constant Slope Beach. *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering*. 135:5, pp 235-244.

Dimas, AA, and Fialkowski, LT, 2000. Large-wave simulation (LWS) of free-surface flows developing weak spilling breaking waves. *Journal of Computational Physics*. 159:2, pp 172-196.

Dingemans, MW, 1997. *Water wave propagation over uneven bottoms*. Advanced Series on Ocean Engineering, Vol 13. World Scientific. Singapore.

Divoky, D, LeMéhauté, B, and Lin, A, 1970. Breaking Waves on Gentle Slopes. *Journal of Geophysical Research*. 75:9, pp 1681-1692.

Dommermuth, DG, Yue, DKP, Lin, WM, Rapp, RJ, Chan, ES, and Melville, WK, 1988. Deep-water Plunging Breakers: A comparison between potential theory and experiments. *Journal of Fluid Mechanics*. 189, pp 423-442.

Dyka, CT, Randles, PW, and Ingel, RP, 1997. Stress points for tension instability in smoothed particle hydrodynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 40, pp 2325-2341.

Elfrink, B, and Baldock, T, 2002. Hydrodynamics and sediment transport in the swash zone: a review of perspectives. *Coastal Engineering*. 45:3-4, pp 149-167.

Falco, RE, and Gendrich, CP, 1988 (published in 1990). The turbulence burst detection algorithm of Zoltan Zaric. In: *Zoltan Zaric Memorial Conference on Near-Wall Turbulence*. Hemisphere, edited by SJ Kline and NH Afgan. Hemisphere Publishing Corporation. Washington, DC, USA, pp 911-931.

Farahani, RJ, Dalrymple, RA, Hérault, A, and Bilotta, G, 2012. SPH modeling of mean velocity circulation in a rip current system. *Proceedings of 33rd International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. ASCE. Santander, Spain.

Fiedler, HE, 1988. Coherent Structures in Turbulent Flows. *Progress in Aerospace Sciences*. 25, pp 231-269.

Flick, RE, George, RA, 1990. Turbulence scales in the surf and swash. *Proceedings of the 22nd International Conference on Coastal Engineering*. ASCE, Delft, The Netherlands, pp 557-569.

Flick, RE, and Guza, RT, 1980. Paddle Generated Waves in Laboratory Channels. *Journal of Waterways, Ports, Coastal and Ocean Division*. ASCE, 106.

Fredsøe, J, and Deigaard, R, 1992. *Mechanics of Coastal Sediment Transport*. Advanced Series on Ocean Engineering, Vol. 3. World Scientific. New Jersey.

Frisch, U, 1985. Fully Developed Turbulence and Intermittency. Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics, Corso, Societa Italiana di Fisica, Bologna, Italy.

Galvin, CJ Jr, 1968. Breaker-Type Classification on Three Laboratory Beaches. *Journal of Geophysical Research*. 73:12.

García, M, López, F, and Niño, Y, 1995. Characterization of near-bed coherent structures in turbulent open channel flow using synchronized high-speed video and hot-film measurements. *Experiments in Fluids*. 19, pp 16–28.

George, R, Flick, RE, and Guza, RT, 1994. Observation of turbulence in the surf zone. *Journal of Geophysical Research*. 99(C1), pp 801-810.

Germano, M, Piomelli, U, Moin, P, and Cabot, WH, 1991. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*. 3:7, pp 1760-1765.

Gingold, RA, and Monaghan, JJ, 1977. Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 181, pp 375-389.

Glauert, H, 1928. The Effect of Compressibility on the Lift of an Aerofoil. *Proceedings of the Royal Society of London.* Series A. 118, pp 113-119.

Gómez-Gesteira, M, Rogers, BD, Dalrymple, RA, Crespo, AC, and Narayanaswamy, M, 2010a. *User Guide for the SPHysics Code v2.0*. http://wiki.manchester.ac.uk/sphysics

Gómez-Gesteira, M, Rogers, BD, Violeau, D, Grassa, JM, and Crespo AC, 2010b. State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research*. 48 (extra issue), pp 6-27.

Gómez-Gesteira, M, Rogers, BD, Crespo, AC, Dalrymple, RA, Narayanaswamy, M, and Dominguez, JM, 2012a. SPHysics - development of a free-surface fluid solver - Part 1: Theory and Formulations. *Computers & Geosciences*. 48, pp 289-299.

Gómez-Gesteira, M, Crespo, AC, Rogers, BD, Dalrymple, RA, Dominguez, JM, and Barreiro, A, 2012b. SPHysics - development of a free-surface fluid solver - Part 2: Efficiency and test cases. *Computers & Geosciences*. 48, pp 300-307.

Gotoh, H, Shao S, and Memita, T, 2004. SPH-LES model for numerical investigation of wave interaction with partially immersed breakwater. *Coastal Engineering Journal*, 46:1, pp 39-63.

Grilli, ST, Gilbert RW, Lubin, P, Vincent, S, Astruc, D, Legendre, D, Duval, M, Kimmoun, O, Branger, H, Devrard, D, Fraunie P, and Abadie, S, 2004. Numerical Modeling and Experiments for Solitary Wave Shoaling and Breaking over a Sloping Beach, *Proceedings 14th International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE)*. Toulon, France, pp 306-311.

Grilli, ST, Guyenne, P, and Dias, F, 2001. A Fully Non-Linear Model for Three-Dimensional Overturning Waves over an Arbitrary Bottom. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*. 35, pp 829-867.

Grilli, ST, and Horrillo, J, 1997. Numerical Generation and Absorption of Fully Nonlinear Periodic Waves. *Journal of Engineering Mechanics*. 123:10, pp 1060-1069.

Grue, J, Liu, PLF, and Pedersen, GK, [Editors], 2004. *PIV and water waves*. Advances in Coastal and Ocean Engineering, Vol 9. World Scientific Publishing.

Guyenne, P, and Grilli, ST, 2003. Computations of Three-Dimensional Overturning Waves in Shallow Water: Dynamics and Kinematics. *Proceedings 13th International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE)*. Honolulu, Hawaii, pp 347-352.

Guyenne, P, and Grilli, ST, 2006. Numerical study of three-dimensional overturning waves in shallow water. *Journal of Fluid Mechanics*. 547, pp 361-388.

Hérault, A, Bilotta, G, and Dalrymple, RA, 2010. SPH on GPU with CUDA. *Journal of Hydraulic Research*. 48, Extra Issue, pp 74-79.

Hernquist, L, and Katz, N, 1989. TreeSPH - A unification of SPH with the hierarchical tree method, *The Astrophysical Journal Supplement Series*. 70, pp 419-446.

Hirsch, C, 1988. *Numerical Computation of Internal and External Flows*, Vol 1. Wiley-Interscience.

Hirt, CW, and Nichols, BD, 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*. 39:1, pp 201–225.

Hornung, HG, Willeri, C, and Turner, S, 1995. The flow field downstream of a hydraulic jump. *Journal of Fluid Mechanics*. 287, pp 299-316.

Hoyas, S, and Jiménez, J, 2006. Scaling of the Velocity Fluctuations in Turbulent Channels up to Re_τ=2003. *Physics of Fluids*. 18, pp 1-4.

Hunt, JCR, Wray, AA, and Moin, P, 1988. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. *Center for Turbulence Research Report CTR* - S88. pp 193.

Hussain, AKMF, 1984. Coherent structures and incoherent turbulence. *Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids*. IUTAM-Kyoto, ed. Tatsumi, T, Elsevier.

Hussain, AKMF, 1986. Coherent structures and turbulence. *Journal of Fluid Mechanics.* 173, pp 303-356.

Iafrati, A, 2009. Numerical Study of the Effects of Breaking Intensity on Wave Breaking Flows. *Journal of Fluid Mechanics*. 622, pp 371-411.

Issa, R, 2004. *Numerical assessment of the Smoothed Particle Hydrodynamics gridless method for incompressible flows and its extension to turbulent flows*. PhD thesis, University of Manchester, Institute of Science and Technology (UMIST).

Issa, R, Violeau, D, and Laurence, D, 2005. A first attempt to adapt 3D large eddy simulation to the smoothed particle hydrodynamics gridless method. *Proceedings of the International Conference on Computational and Experimental Engineering and Sciences*. 1st Symposium on Meshless Methods.

Jaffe, BE, and Sallenger AH Jr, 1992. The contribution of suspension events to sediment transport in the surf zone. *Proceedings of the 23rd International Coastal Engineering Conference*, ASCE, pp 2690-2693.

Jeong, J, and Hussain, F, 1995. On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*. 285, pp 69.

Johnson, GR, and Beissel, SR, 1996. Normalized smoothed functions for SPH impact computations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39, pp 2725-2741.

Johnson, GR, Stryk, RA, and Beissel, SR, 1996. Interface effects for SPH computations. *Structures Under Shock and Impact*, Jones N et al (eds), pp 285-294.

Karambas, T, and Koutitas, C, 1992. A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equations. *Coastal Engineering.* 18, pp 1-19.

Khayyer, A, Gotoh, H, and Shao, SD, 2005. Corrected Incompressible SPH Method for Accurate Water-Surface Tracking in Breaking Waves. *Coastal Engineering*. 55, pp 236-250.

Kimmoun, O, and Branger, H, 2007. A particle image velocimetry investigation on laboratory surf zone breaking waves over a sloping beach. *Journal of Fluid Mechanics*. 588, pp 353-397.

Kline, SJ, and Robinson, SK, 1989. Turbulent boundary layer structure: progress, status and challenges. *Proceedings of IUTAM Symposium on Structure of Turbulence and Drag Reduction*, Zurich, Switzerland.

Kolmogorov, AN, 1941. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences*. 30, pp 299-303. (in Russian), translated into English by V. Levin: Kolmogorov, AN, (July 8, 1991). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Proceedings of the Royal Society*. Series A. 434(1991), pp 9-13.

Komar, PD, and Gaughan, MK, 1973. Airy wave theory and breaker height prediction. *Proceedings of the 13th Coastal Engineering Conference*. ASCE. pp 405-418.

Κουκουβίνης, ΦΧΚ, 2012. *Ανάπτυξη μη πλεγματικής σωματιδιακής μεθοδολογίας για την προσομοίωση μόνιμων και μη μόνιμων ροών με ελεύθερη επιφάνεια: εφαρμογή και πιστοποίηση σε υδροστροβίλους δράσης*. Διδακτορική Διατριβή. Εργαστήριο Υδροδυναμικών Μηχανών, Τομέας Ρευστών, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, ΕΜΠ, Αθήνα.

Κουτίτας, ΧΓ, 1994. *Εισαγωγή στην Παράκτια Τεχνική και τα Λιμενικά Έργα*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.

Kraichnan, RH, 1967. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*. 10, pp 1417-1423.

Lam, KY, Liu, GR, Liu, MB, and Zong, Z, 2000. Smoothed particle hydrodynamics for fluid dynamic problems. *Proceedings of International Symposium on Supercomputing and Fluid Science*, Institute of fluid Science, Tohoku University, Sendai, Japan, pp 1-16.

Landahl, MT, 1984. Coherent structures in turbulence and Prandtl's mixing length theory. *Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung.* 8:4, pp 233-242.

Lee, YG, and Heo, JK, 2005. Simulating nonlinear waves on the free surface in surf zones with two-dimensional sloping beach. *Ocean Engineering*. 32, pp 57-84.

Leimkuhler, BJ, and Patrick, GW, 1996. A symplectic integrator for Riemannian manifolds, *Journal of Nonlinear Science*. 6:4, pp 367-384.

Leimkuhler, BJ, Reich, S, and Skeel, RD, 1996. Integration Methods for Molecular dynamics. *Mathematical Approaches to biomolecular structure and dynamics*. IMA Volumes in Mathematics and its Applications. Springer, pp 161-185.

Lennard-Jones, JE, 1924. On the Determination of Molecular Fields. *Proceedings of the Royal Society of London.* Series A. 106:738, pp 463-477.

Lesieur, M, 2008. *Turbulence in Fluids*. 4th Edition, Fluid Mechanics and its Applications, 84. Springer.

Li, L, and Dalrymple, RA, 1998. Instabilities of the undertow. *Journal of Fluid Mechanics*. 369, pp 175-190.

Li, S, Liu, WK, 2004. *Meshfree Particle Methods*. Berlin: Springer-Verlag.

Liiv, T, 2001. Investigation of turbulence in a plunging breaking wave. Proc. of Estonian Academy of Science and Engineering. 7(1), 58-78.

Lilly, DK, 1992. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A*. 4:3, pp 633-635.

Lin, P, and Liu, PLF, 1998. A numerical study of breaking waves in the surf zone. *Journal of Fluid Mechanics*. 359, pp 239-264.

Lin, C, and Hwung, HH, 1992. External and internal flow fields of plunging breakers. *Experiments in Fluids.* 12, pp 229-237.

Liu, GR, and Liu, MB, 2003. *Smoothed Particle Hydrodynamics, a meshfree particle method*. World Scientific Publishing.

Liu, MB, and Liu, GR, 2010. Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), an Overview and Recent Developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*. Vol 17, Issue 1, pp 25-76.

Lo, E, and Shao, S, 2002. Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method. *Applied Ocean Research*. 24, pp 275-286.

Longo, S, 2003. Turbulence under spilling breakers using discrete wavelets. *Experiments in Fluids*. 34, pp 181-191.

Longo, S, 2009. Vorticity and intermittency within the pre-breaking region of spilling breakers, *Coastal Engineering*, 56:3, pp 285-296.

Longo, S, Petti, M, and Losada, IJ, 2002. Turbulence in swash and surf zones: a Review. *Coastal Engineering*. 45:3-4, pp 129-147.

Longuet-Higgins, MS, 1953. Mass transport in water waves. *Philosophical Transactions Royal Society of London A*. 245, pp 535-581.

Longuet-Higgins, MS, 1992. Capillary rollers and bores. *Journal of Fluid Mechanics*. 240, pp 659-679.

Lubin, P, Glockner, S, Kimmoun, O, and Branger, H, 2011. Numerical Study of the Hydrodynamics of Regular Waves Breaking over a Sloping Beach. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*. 30:6, pp 552-564.

Lubin, P, Vincent, S, Abadie, S, and Caltagirone, JP, 2006. Three-dimensional large eddy simulation of air entrainment under plunging breaking waves. *Coastal Engineering*. 53, pp 631-655.

Lucy, LB, 1977. Numerical approach to testing the fission hypothesis. *Astronomical Journal*. 82, pp 1013-1024.

Madsen, OS, 1971. On the Generation of Long Waves. *Journal of Geophysical Research.* 76:36.

Madsen, PA, Sorensen, OR, and Schäffer, HA, 1997. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves. *Coastal Engineering*. 32, pp 255-287.

Madsen, PA, and Svendsen, IA, 1983. Turbulent bores and hydraulic jumps. *Journal of Fluid Mechanics*. 129, pp 1-25.

Makris, CV, Memos, CD, and Krestenitis, YN, 2009. Numerical Simulation of Near-Shore Wave Breaking using SPH Method, *Proceedings of 4th International Short Conference on Applied Coastal Research (SCACR)*. IAHR, CIIRC, EDUS, LIM/UPC, Barcelona, Spain, 15-17 June 2009, pp 241-252.

Makris, CV, Krestenitis, YN, and Memos, CD, 2010a. SPH Numerical Simulation of Surf Zone Characteristics. *Proceedings of 6th International Symposium on Environmental Hydraulics (ISEH)*. IAHR, NTUA, TGC, Athens, Greece, 23-25 June 2010, Vol 1, pp 445-450.

Makris, CV, Krestenitis, YN, and Memos, CD, 2010b. SPHysics code validation against a near-shore wave breaking experiment. *Proceedings of 5th International SPH European Research Interest Community Workshop (SPHERIC)*. ERCOFTAC, UoM, Manchester, UK, 23-25 June 2010, pp 245-252.

Makris, CV, Memos, CD, and Krestenitis, YN, 2011. Modeling of breaking wave dynamics, surf zone turbulence and wave-induced mean flows with the SPH numerical method. *Proceedings of 5th International Short Conference on Applied Coastal Research (SCACR)*. IAHR, Institute of Hydraulic Engineering and Water Resources Management of RWTH, Aachen University, EDUS, Aachen, Germany, 6-9 June 2011, pp 507-514.

Makris, CV, Krestenitis, YN, and Memos, CD, 2012. SPH modeling of plunging wave breaking, surf zone turbulence and wave-induced currents, *Proceedings of 22nd International Offshore (Ocean) and Polar Engineering Conference*. ISOPE, Rhodes, Greece, 17-22 June 2012, pp 1204-1212.

Makris, CV, Memos, CD, and Krestenitis, YN, 2014. On SPH Modelling of Surf Zone Turbulence Under Weak Plungers. *Proceedings of 3rd International Association of Hydraulic Research Europe Congress*. IAHR, Porto, Portugal, 14-16 April 2014.

Mansour, J, 2007. *SPH and α-SPH: Applications and Analysis*. PhD Thesis. Monash University, Australia.

McCowan, J, 1894. On the highest wave of permanent type. *Philosophical Magazine*. 38, pp 351-358.

Μέμος, ΚΔ, 2005. *Εισαγωγή στα Λιμενικά Έργα*. Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα.

Mininni, PD, and Pouquet, A, 2013. Inverse cascade behavior in freely decaying two-dimensional fluid turbulence. arXiv:1302.2988v1.

Monaghan, JJ, 1985. Particle methods for hydrodynamics. *Computer Physics Report*. 3, pp 71-124.

Monaghan, JJ, 1988. An introduction to SPH. *Computer Physics Communications*. 48, pp 89-96.

Monaghan, JJ, 1989. On the problem of penetration in particle methods. *Journal of Computational Physics*. 82, pp 1-15.

Monaghan, JJ, 1990. Modeling the universe. *Proceedings of the Astronomical Society of Australia*, 18, pp 233-237.

Monaghan, JJ, 1992. Smoothed particle hydrodynamics. *Annual Review of Astronomical and Astrophysics*. 30, pp 543-574.

Monaghan, JJ, 1994. Simulating free surface flow with SPH. *Journal of Computational Physics*. 110, pp 399.

Monaghan, JJ, 1995. Simulating gravity currents with SPH lock gates. *Applied Mathematics Reports and Preprints*, Monash University, Australia.

Monaghan, JJ, 2000. SPH without a tensile instability. *Journal of Computational Physics*. 159, pp 290-311.

Monaghan, JJ, 2005. Smoothed Particle Hydrodynamics. *Reports on Progress in Physics*. IOP Science, 68, pp 1703-1759.

Monaghan, JJ, and Gingold, RA, 1983. Shock simulation by the particle method SPH. *Journal of Computational Physics*, 52, pp 374-389.

Monaghan, JJ, and Lattanzio, JC, 1985. A refined particle method for astrophysical problems. *Astronomy and Astrophysics*. 149, pp 135-143.

Monaghan, JJ, and Lattanzio, JC, 1991. A simulation of the collapse and fragmentation of cooling molecular clouds. *Astrophysical Journal*. 375, pp 177-189.

Monaghan, JJ, and Kos, A, 1999. Solitary waves on a Cretan beach. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. 125, pp 145-154.

Morris, JP, 1996. *Analysis of smoothed particle hydrodynamics with applications*. PhD Thesis, Monash University.

Morris, JP, Fox, PJ, and Zhu, Y, 1997. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH, *Journal of Computational Physics*, 136, pp 214-226.

Mumford, JC, 1982. The structure of large eddies in fully developed turbulent shear flows – Part 2: The plane wake. *Journal of Fluid Mechanics*. 137, pp 447.

Munk, WH, 1949. The solitary wave theory and its applications to surf problems. *New York Academic Science Annals*. 51, pp 376.

Nadaoka, K, 1986. *A fundamental study on shoaling and velocity field structure of water waves in the nearshore zone*. Doctoral Dissertation. Tokyo Institute of Technology. (reproduced in Technical Report of Department of Civil Engineering, No 36, pp 33-125, 1986).

Nadaoka, K, Ueno, S, and Igarashi, T, 1988. Sediment Suspension due to large scale eddies in the surf zone. *Proceedings of the 21st International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. ASCE. , pp 1646-1660.

Nadaoka, K, Hino, M, and Koyano, Y, 1989. Structure of the Turbulent Flow Field Under Breaking Waves in the Surf Zone. *Journal of Fluid Mechanics*. 204, pp 359-387.

Nezu, I, and Nakagawa, H, 1993. *Turbulence in Open Channel Flows*. IAHR Monograph Series, A. Balkema, Rotterdam, Netherlands.

Oetzel, KG, and Vallis, GK, 1997. Strain, vortices, and the enstrophy inertial range in two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*. 9:10, pp 2991-3004.

Okamoto, T, and Basco, DR, 2006. The Relative Trough Froude Number for initiation of wave breaking: Theory, experiments and numerical model confirmation. *Coastal Engineering*. 53, pp 675-690.

Owen, JM, Villumsen, JV, Shapiro, PR, and Martel, H, 1998. Adaptive smoothed particle hydrodynamics methodology II, *Astrophysical Journal Supplement Series*. 116, pp 155-209.

Panizzo, A, 2004. *Physical and numerical modeling of subaerial landslide generated waves*. PhD Dissertation, Universita Degli Studi di L'Aquila, Italy.

Pearson, K, 1895. Notes on regression and inheritance in the case of two parents. *Proceedings of the Royal Society of London*. 58, pp 240-242.

Peregrine, DH, and Svendsen, IA, 1978. Spilling Breakers, Bores and Hydraulic Jumps. *Proceedings 16th International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. ASCE. Hamburg, pp 540-550.

Petti, M, and Longo, S, 2001a. Turbulence experiments in the swash zone. *Coastal Engineering*. 43:1, pp 1-24.

Petti, M, and Longo, S, 2001b. Hydrodynamics in the Swash Zone. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*. ISOPE.

Pope, SB, 2000. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press.

Prandtl, L, 1925. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *ZAMM*. 5, pp 136-139.

Prandtl, L, 1932. Zur turbulenten Strömung in Rohren und längs Platten. *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen*. 4, pp 18-29.

Prandtl, L, 1965. *Führer durch die Strömungslehre*. Viewig & Sohn, Braunschweig, 6th ed.

Puleo, JA, Beach, RA, Holman, RA, and Allen, JS, 2000. Swash zone sediment suspension and transport and the importance of bore-generated turbulence. *Journal of Geophysical Research*. 105, pp 17021-17044.

Puleo, JA, Holland, KT, Slinn, DN, Smith, E, and Webb, BM, 2002. Numerical modeling of swash zone hydrodynamics. *Proceedings 28th International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. ASCE. Cardiff.

Qiao, H, and Duncan, JH, 2001. Gentle spilling breakers: crest flow-field evolution. *Journal of Fluid Mechanics*. 439, pp 57-85.

Randles, PW, and Libersky, LD, 1996. Smoothed particle hydrodynamics some recent improvements and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 138, pp 375-408.

Randles, PW, and Libersky, LD, 2000. Normalized SPH with stress points. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 47, pp 1445-1462.

Richardson, LF, 1920. The Supply of Energy from and to Atmospheric Eddies. *Proceedings of the Royal Society*. Series A. 97, pp 354-73.

Robinson, SK, 1991. Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 23:1, pp 601-639.

Robinson, M, 2009. Turbulence and Viscous Mixing using Smoothed Particle Hydrodynamics. PhD Thesis. Department of Mathematical Science, Monash University, Australia. July 2009.

Rodi, W, Constantinescu, G, and Stroesser, T, 2013. *Large-Eddy Simulation in Hygraulics*. IAHR Monograph. CRC Press/Balkema, Taylor and Francis Group, London, UK.

Rodriguez, A, Sanchez-Arcilla, A, Redondo, JM, and Mosso, C, 1999. Macroturbulence measurements with electromagnetic and ultrasonic sensors: a comparison under high-turbulent flows. *Experiments in Fluids*. 27, pp 31-42.

Rogallo, RS, and Moin, P, 1984. Numerical simulation of turbulent flows. *Annual Reviews on Fluid Mechanics.* 16, pp 99.

Rogers, BD, and Dalrymple, RA, 2004. SPH modeling of breaking waves. *Proceedings 29th International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*. ASCE, World Scientific Press. Lisbon, Portugal, pp. 415-427.

Rogers, BD, and Dalrymple, RA, 2008. SPH Modeling of tsunami waves. *Advances in Coastal and Ocean Engineering, Vol 10*. Advanced Numerical Models for tsunami waves and runup. World Scientific.

Rogers, BD, Dalrymple, RA, Gómez-Gesteira, M, and Crespo, AC, 2011. *User Guide for the ParallelSPHysics Code using MPI v2.0*.

Ruessnik, BG, 2010. Observations of Turbulence within a Natural Surf Zone. *Journal of Physical Oceanography*. 40, pp 2696-2712.

Rutgers, MA, 1998. Forced 2D Turbulence: Experimental Evidence of Simultaneous Inverse Energy and Forward Enstrophy Cascades. *Physical Review Letters*. 81, pp 2244-2247.

Schäffer, H, Madsen, P, and Deigaard, R 1993. A Boussinesq model for waves breaking in shallow water. *Coastal Engineering*. 20, pp 185-202.

Schmitt, FG, Huang, Y, Lu, Z, Liu, Y, and Fernandez, N, 2009. Analysis of velocity fluctuations and their intermittency properties in the surf zone using empirical mode decomposition. *Journal of Marine Systems*. 77, pp 473-481.

Shao, S, and Ji, C, 2006. SPH Computation of Plunging Waves Using a 2D Sub-Particle Scale (SPS) Turbulence Model. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*. 51, pp 913-936.

Smagorinsky, J, 1963. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic Experiment. *Monthly Weather Review*. 91, pp 99-164.

Staicu, AD, 2002. *Intermittency in Turbulence*. PhD Thesis. Department of Fluid Dynamics, University of Technology of Eindhoven, The Netherlands.

Stansby, PK, and Feng, T, 2005. Kinematics and Depth-Integrated Terms in Surf Zone Waves from Laboratory Measurement. *Journal of Fluid Mechanics*. 529, pp 279-310.

Stive, MJF, 1984. Energy Dissipation in Waves Breaking on Gentle Slopes. *Coastal Engineering*. 8, pp 99-127.

Stive, MJF, and Wind, HJ, 1982. A study of radiation stress and set-up in the surf zone. *Coastal Engineering*. 6, pp 1-25.

Stive, MJF, and Wind, HJ, 1986. Cross-shore mean flow in the surfzone. *Coastal Engineering*. 10, pp 325–340.

Suzuki, T, Shin, S, Cox, DT, and Mori, N, 2010. Spatiotemporal characteristics of near-bed pressure gradient on a barred beach. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. 136, pp 327-336.

Svendsen, IA, 1984. Wave Heights and Set-up in a Surf Zone. *Coastal Engineering*. 8, pp 303-329.

Svendsen, IA, 1987. Analysis of surf zone turbulence. *Journal of Geophysical Research*. 92(CS), pp 5115-5124.

Svendsen, IA, 2005. *Introduction to nearshore hydrodynamics*. Advanced Series on Ocean Engineering: Vol 24. World Scientific. River Edge, NJ, USA.

Svendsen, IA, and Lorenz, RS, 1989. Velocities in Combined Undertow and Longshore Currents. *Coastal Engineering*. 13, pp 55-79.

Svendsen, IA, Schäffer, HA, and Hansen, JB, 1987. The interaction between the undertow and boundary layer flow on a beach. *Journal of Geophysical Research*. 92, pp 11845-11856.

Swegle, JW, and Attaway, SW, 1995. On the feasibility of using smoothed particle hydrodynamics for underwater explosion calculations. *Computational Mechanics*, 17, pp 151-168.

Swegle, JW, Hicks, DL, and Attaway, SW, 1995. Smoothed particle hydrodynamics stability analysis, *Journal of Computational Physics*, 116:1, pp 123-134.

Tabeling, P, 2002. Two-dimensional turbulence: a physicist approach. *Physics Reports*. 362, pp 1-62.

Tait, PG, 1888. Report on some of the physica; properties of fresh water and sea water. Report on the scientific results of the voyage of HMS Challenger during the years 1873-76. *Physical Chemistry*. 2, pp 1-76.

Tallent, JR, Yamashita, T, and Tsuchiya, Y, 1989. Transformation characteristics of breaking water waves. In: Torum, A, Goudmestad, OT (Eds), *Water Wave Kinematics*. NATO ASI Series E: Applied Sciences. 178, pp 509-523.

Taylor, GI, 1938. The spectrum of turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London*. Series A. 164:919, pp 476-490.

Tian, Z, Perlin, M, and Choi, W, 2010. Energy Dissipation in Two-Dimensional Unsteady Plunging Breakers and an Eddy Viscosity Model. *Journal of Fluid Mechanics*. 655, pp 217-257.

Ting, FC, and Kirby, JT, 1994. Observation of Undertow and Turbulence in a Laboratory Surf Zone. *Coastal Engineering*. 24, pp 51-80.

Ting, FC, and Kirby, JT, 1995. Dynamics of surf-zone turbulence in a strong plunging breaker. *Coastal Engineering*. 24:3-4, pp 177-204.

Ting, FC, and Kirby, JT, 1996. Dynamics of surf-zone turbulence in a spilling breaker. *Coastal Engineering*. 27:3-4, pp 131-160.

Townsend, AA, 1976. *The Structure of Turbulent Shear Flows*. 2nd Ed. Cambridge University Press.

Trowbridge, J, and Elgar, S, 2001. Turbulence measurements in the surf zone. *Journal of Physical Oceanography*. 31, pp 2403-2417.

USACE (US Army Corps of Engineers) 2002. *Coastal Engineering Manual*. Engineer Manual 1110-2-1100. Washington DC, USA. (6 volumes)

Veeramony, J, and Svendsen, IA, 2000. The flow in surf-zone waves. *Coastal Engineering.* 39, pp 93-122.

Verlet, L, 1967. Computer experiments on classical fluids. I. Thermodynamical properties of Lennard-Jones molecules. *Physical Review*. 159, pp 98-103.

Vila, J-P, 1999. On particle weighted methods and Smooth Particle Hydrodynamics. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 9:2, pp 161-209.

Violeau, D, 2012. *Fluid Mechanics and the SPH Method - Theory and Applications*. Oxford University Press.

Violeau, D, and Issa, R, 2006. Numerical modelling of complex turbulent free surface flows with the SPH Lagrangian method: an overview. International Journal of Numerical Methods in Fluids. 53:2, pp 277-304.

Von Neumann, J, and Richtmyer, RD, 1950. A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks, *Journal of Applied Physics*. 21, pp 232-247.

Walker, RG, and James, NP, 1992. *Facies Models: Geological Association of Canada*. Ontario, Canada, pp 409.

Watanabe, Y, and Saeki, H, 2002. Velocity Field after Wave Breaking. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*. 39, pp 607-637.

Watanabe, Y, Saeki, H, and Hosking, RJ, 2005. Three-dimensional vortex structures under breaking waves. *Journal of Fluid Mechanics*. 545, pp 291-328.

Weggel, JB, 1972. Maximum Breaker Height. *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division*, ASCE, 98:WW4, pp 529-548.

Weiss, J, 1991. The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics. *Physica D*. 48, pp 273-294.

Wendland, H, 1995. Piecewiese polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. *Advances in Computational Mathematics*. 4:1, pp 389-396.

Yeh, H, 1991. Vorticity generation in bores. *Proceedings of the Royal Society of London*, Series A. 432, pp 215-231.

Yeh, HH, and Mok, KM, 1990. On turbulence in bores. *Physics of Fluids*. 2, pp 821-828.

Yoon, HD, and Cox, DT, 2013. Cross-shore variation of intermittent sediment suspension and turbulence induced by depth-limited wave breaking. *Continental Shelf Research*. 47, pp 93-106.

Yue, W, Lin, CL, and Patel, VC, 2005. Large Eddy Simulation of Turbulent Open-Channel Flow with Free-Surface Simulated by Level-Set Method. *Physics of Fluids*. 17.

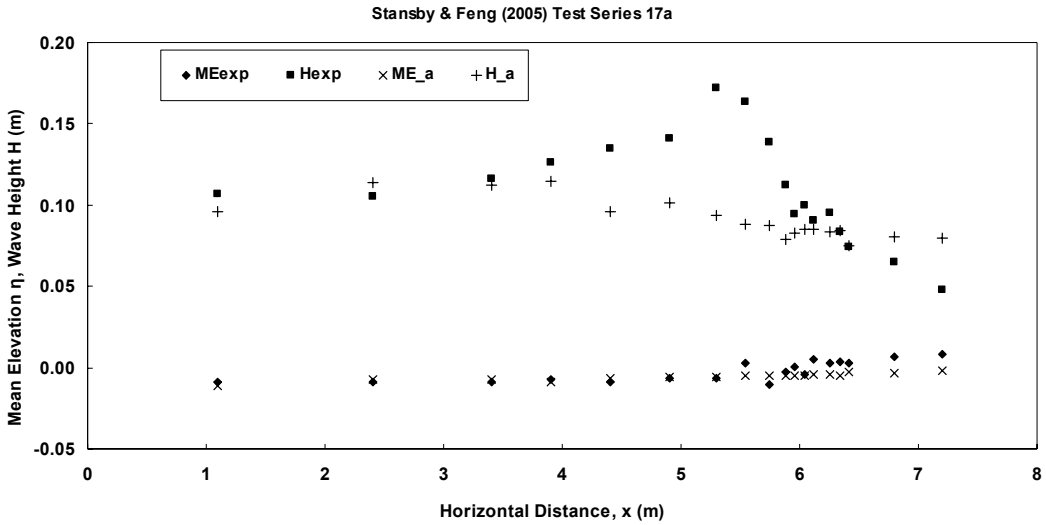
Zeris, A, and Prinos, P, 2005. Coherent structures analysis in turbulent open channel flow using Hilbert-Huang and Wavelets transforms. In: *The Hilbert-Huang Transform in Engineering*. Eds Huang, NE, and Attoh-Okine, NO. Taylor and Francis Group LLC. Boca Raton, USA. Chapter 7, pp 141-158.

Zhao, Q, Armfield, S, and Tanimoto, K, 2004. Numerical Simulation of Breaking Waves by a Multi-Scale Turbulence Model. *Coastal Engineering*. 51, pp 53-80.

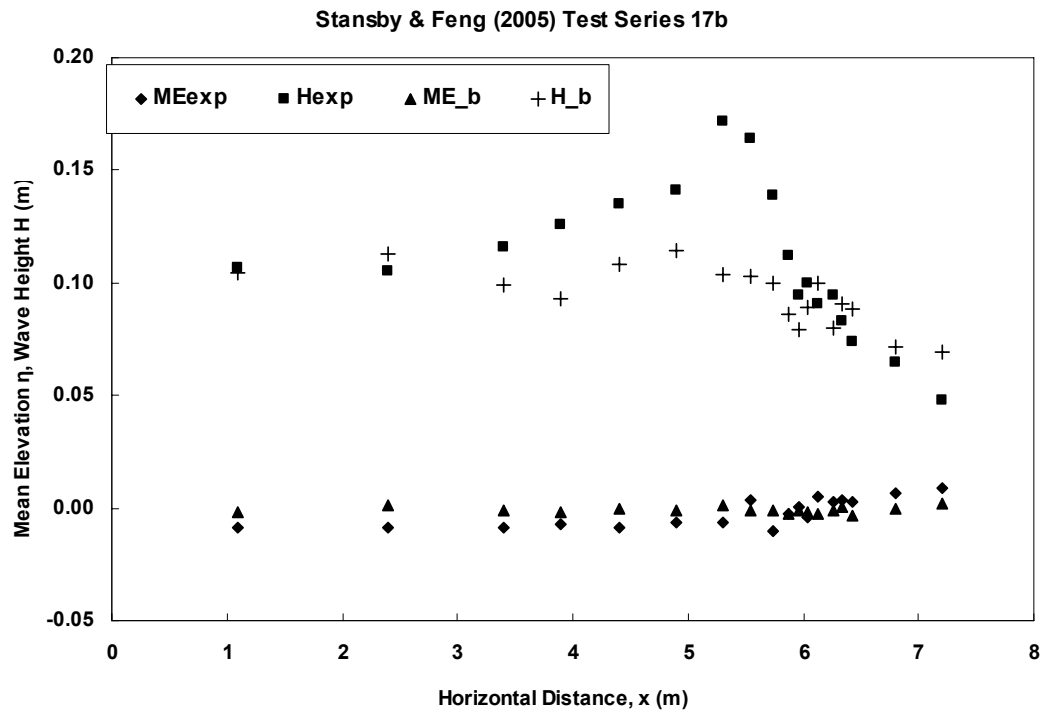
Zhou, J, Adrian, RJ, and Balachandar, S, 1996. Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow. *Physics of Fluids*. 8, 288-290.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

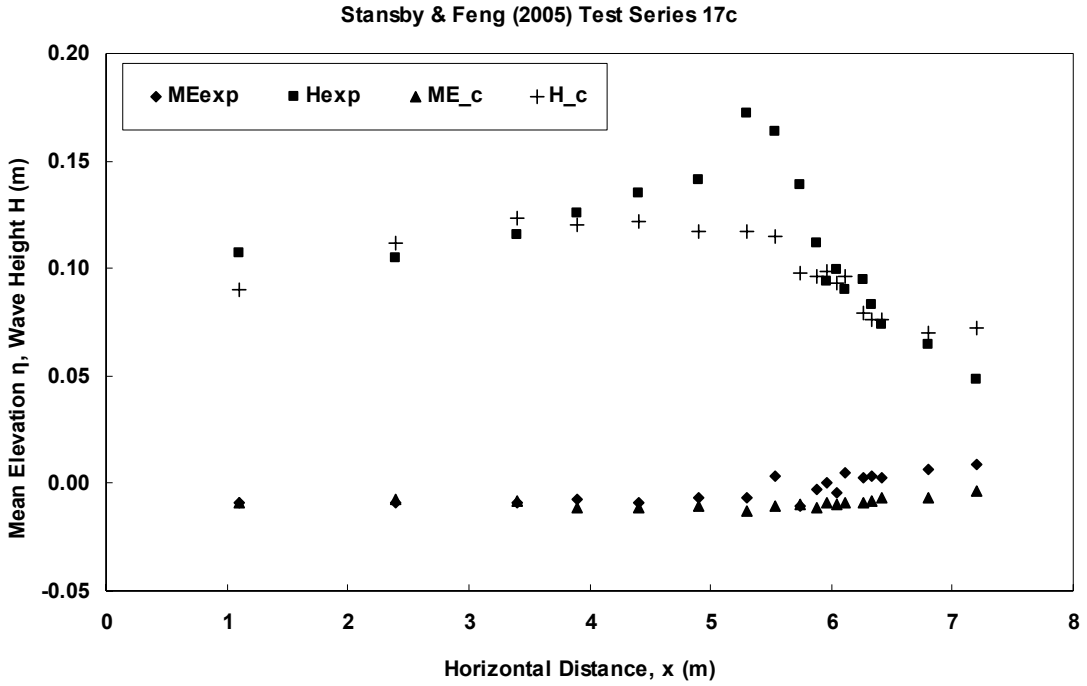
Α.1. Αποτελέσματα για τα ύψη κύματος από τις πρώτες προσομοιώσεις με τις αρχικές εκδοχές του κώδικα SPHysics v.1.0. και v.1.4.



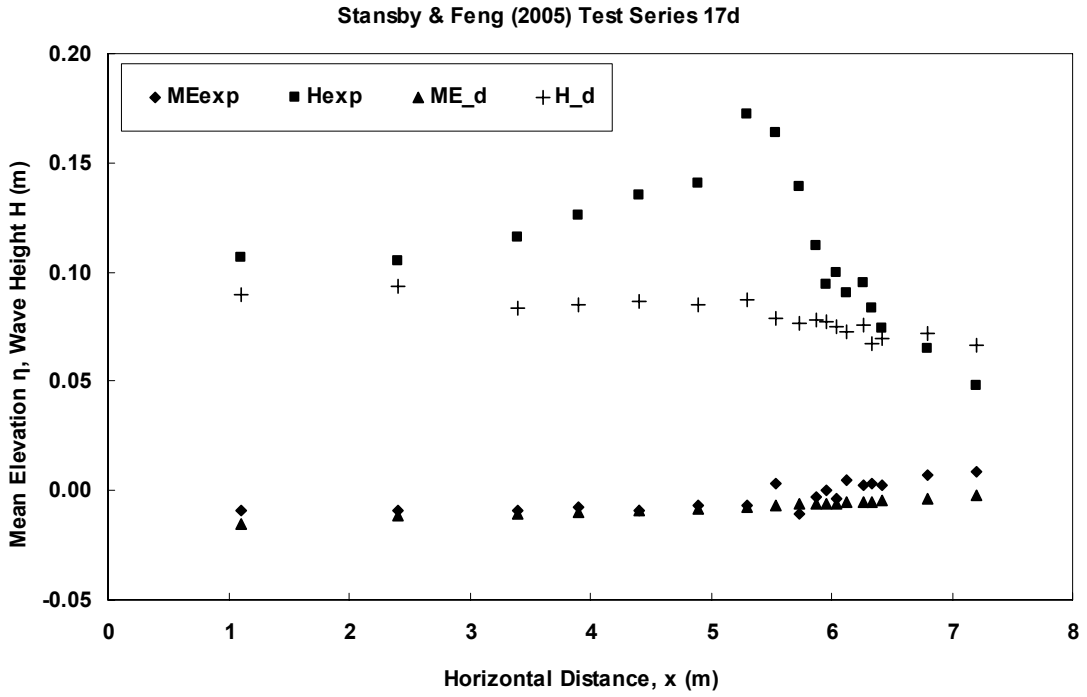
Σχ. 1. Συγκρίσεις κατανομών υψών κύματος *H* και μέσης κυματογενούς ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας *ME*, μεταξύ των πειραμάτων (exp) και των προσομοιώσεων (sim), για την περίπτωση a των Πίν. 5 και Πίν. 6.



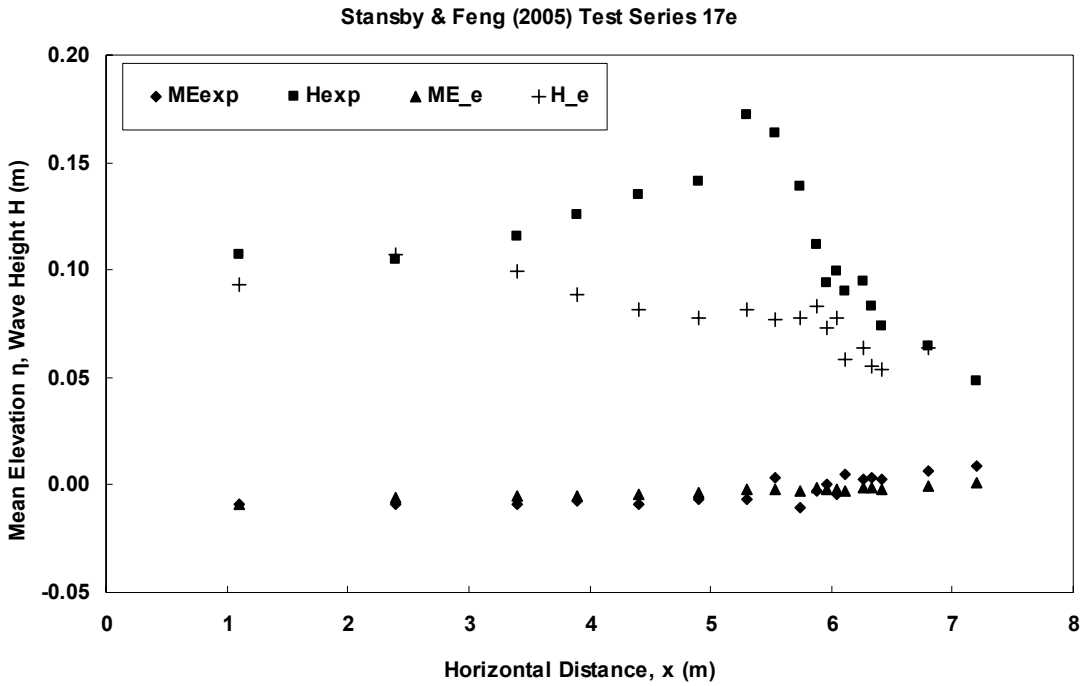
Σχ. 2. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση b των Πίν. 5 και Πίν. 6.



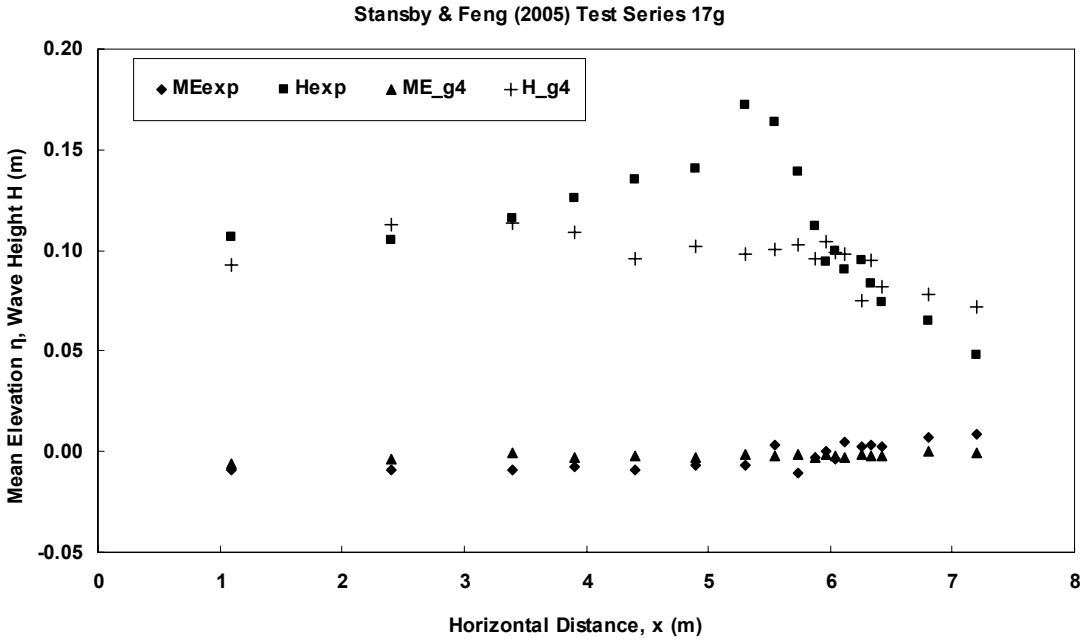
Σχ. 3. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση c των Πίν. 5 και Πίν. 6.



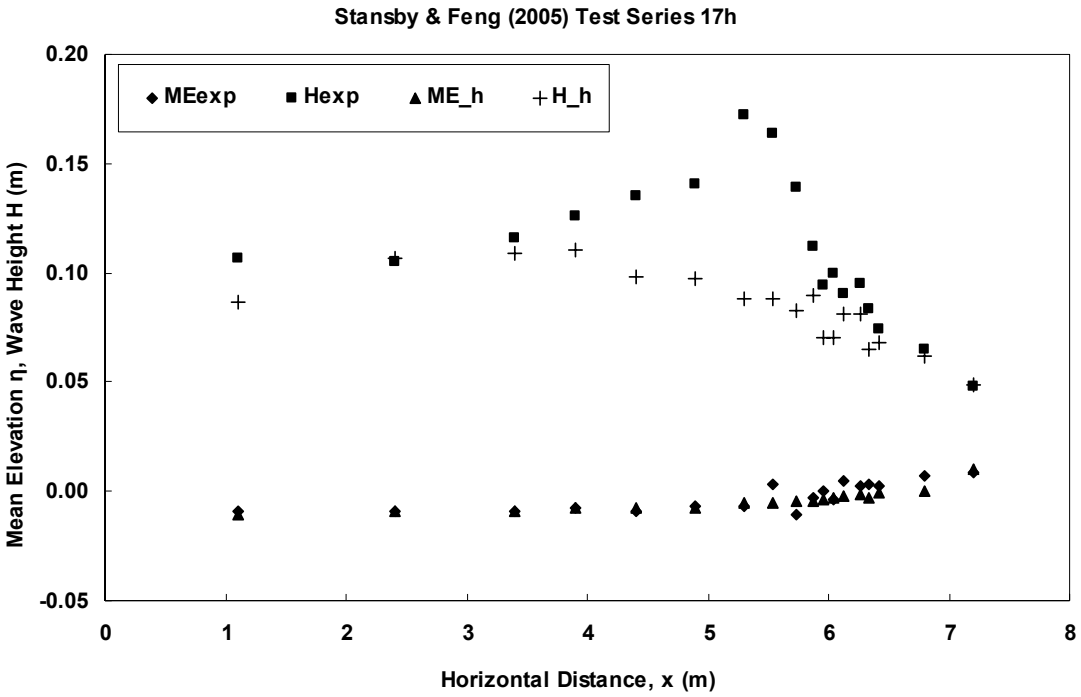
Σχ. 4. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση d των Πίν. 5 και Πίν. 6.



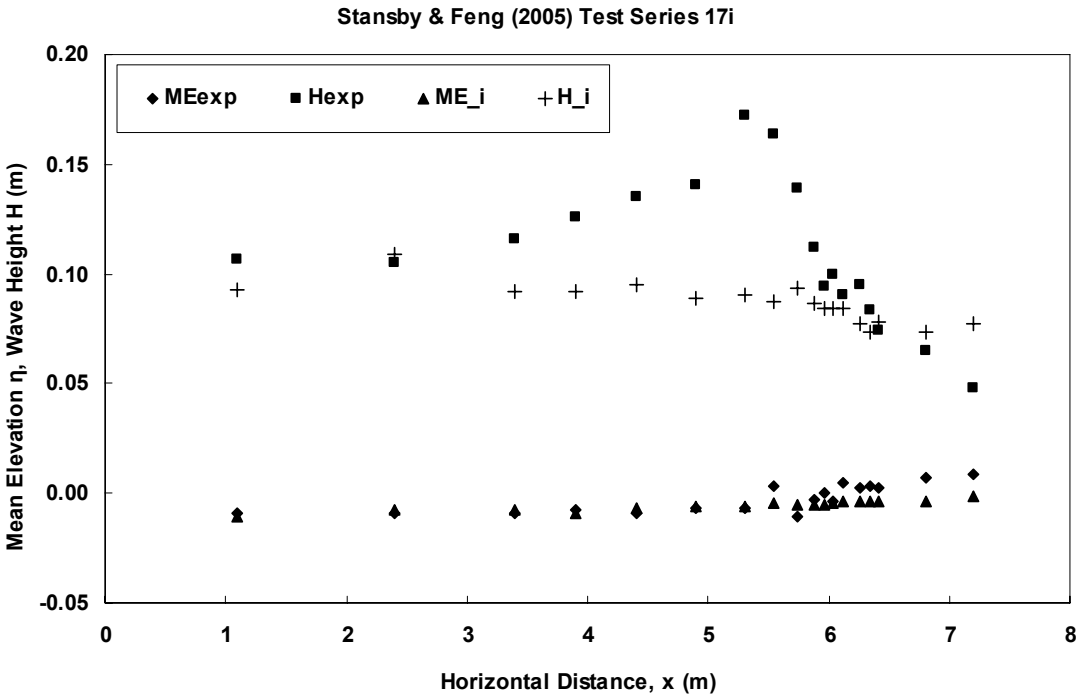
Σχ. 5. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση e των Πίν. 5 και Πίν. 6.



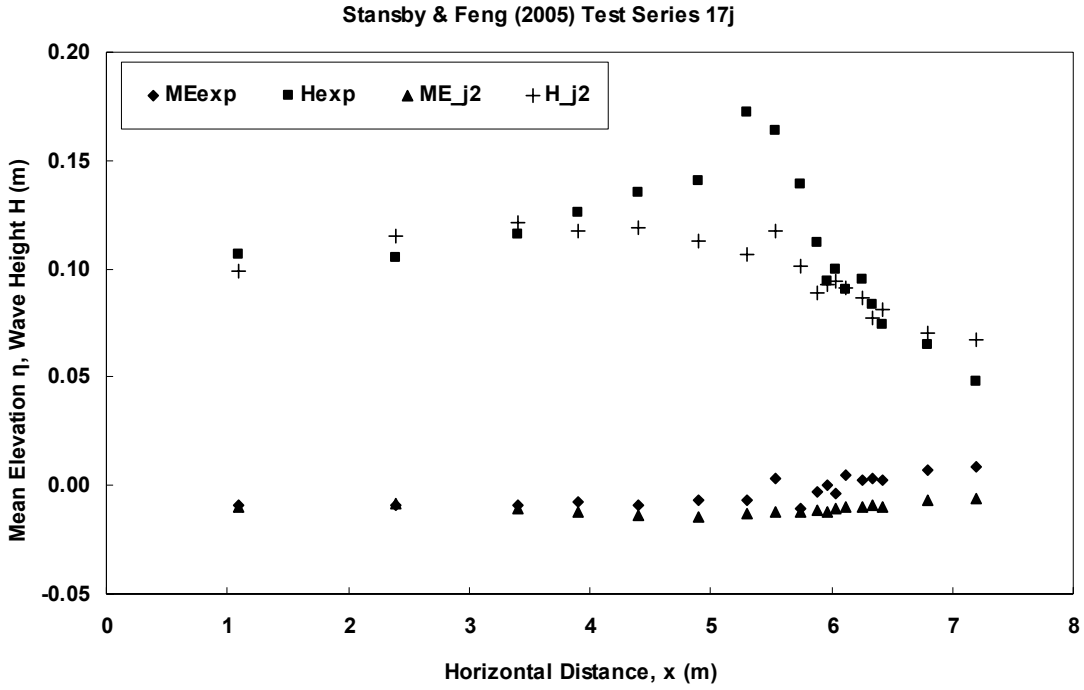
Σχ. 6. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση g των Πίν. 5 και Πίν. 6.



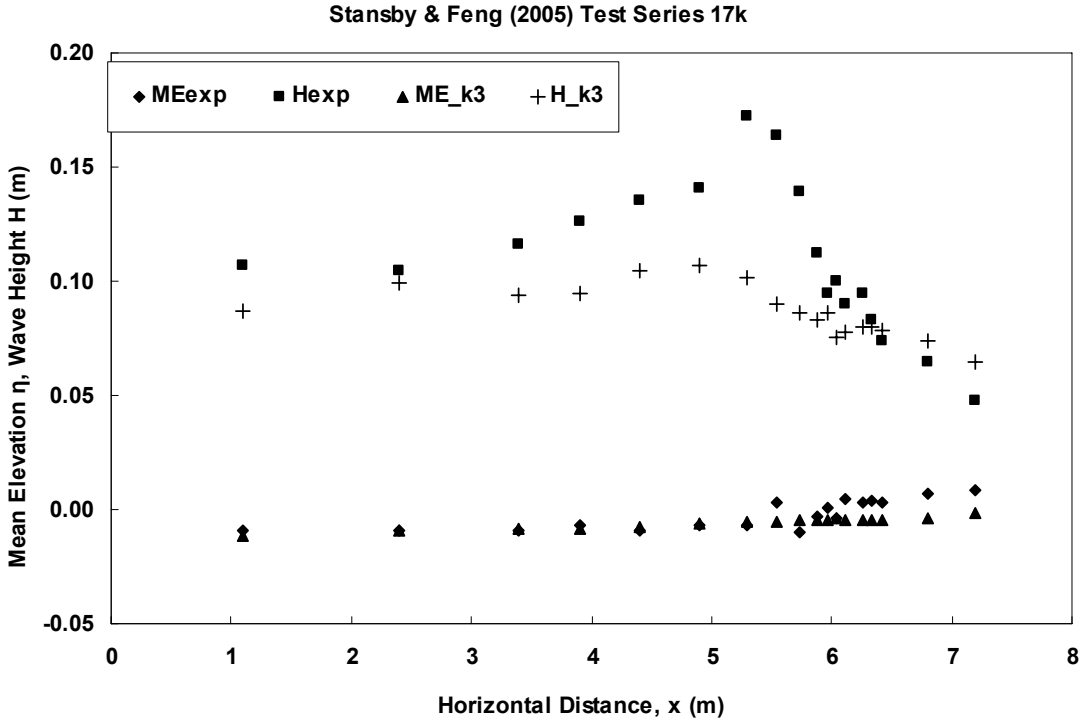
Σχ. 7. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση h των Πίν. 5 και Πίν. 6.



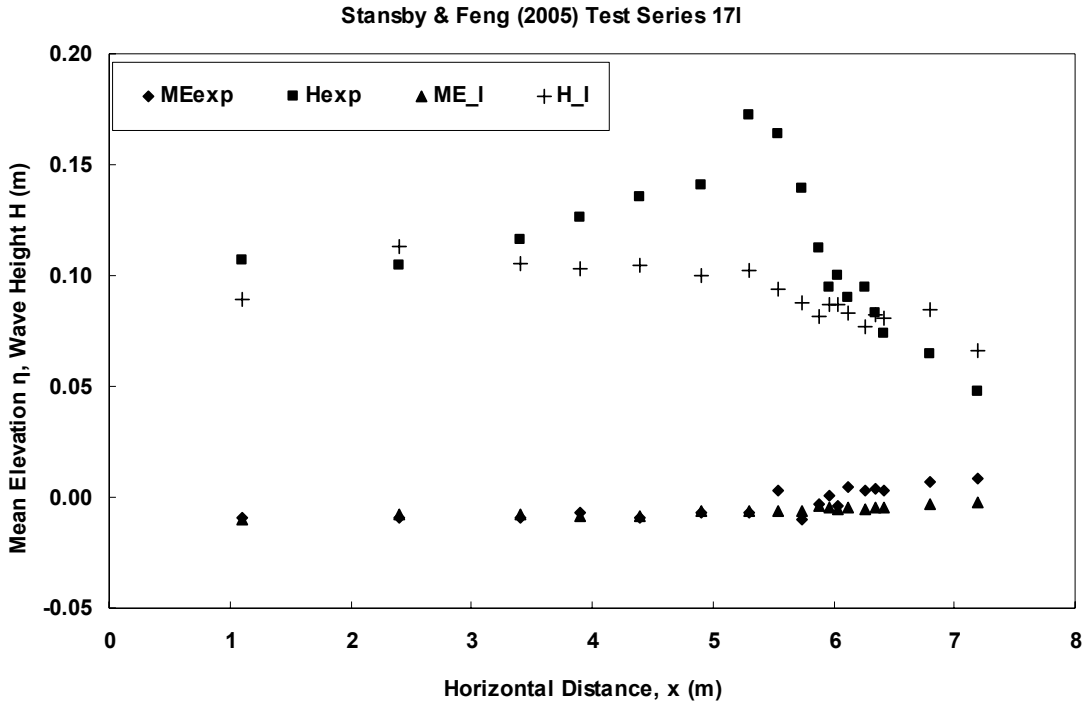
Σχ. 8. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση i των Πίν. 5 και Πίν. 6.



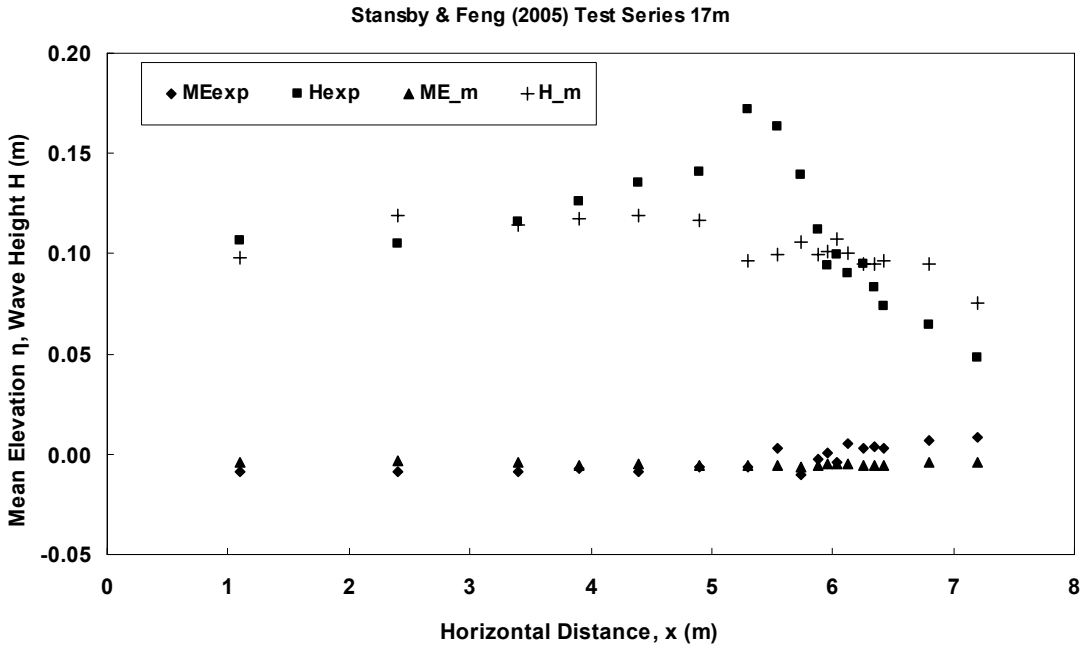
Σχ. 9. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση j των Πίν. 5 και Πίν. 6.



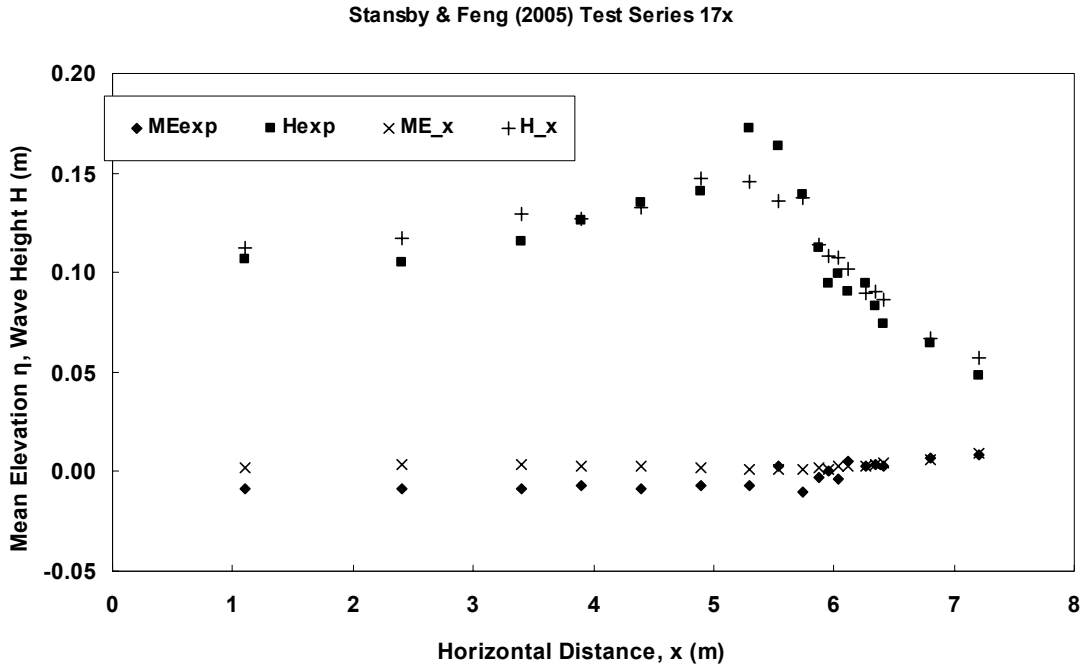
Σχ. 10. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση k των Πίν. 5 και Πίν. 6.



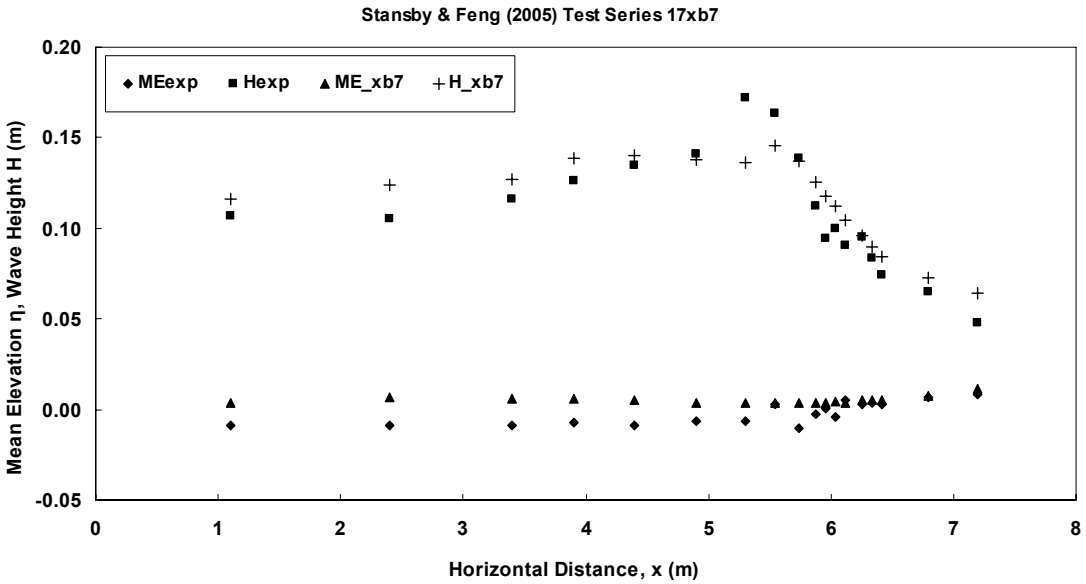
Σχ. 11. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση l των Πίν. 5 και Πίν. 6.



Σχ. 12. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση m των Πίν. 5 και Πίν. 6.

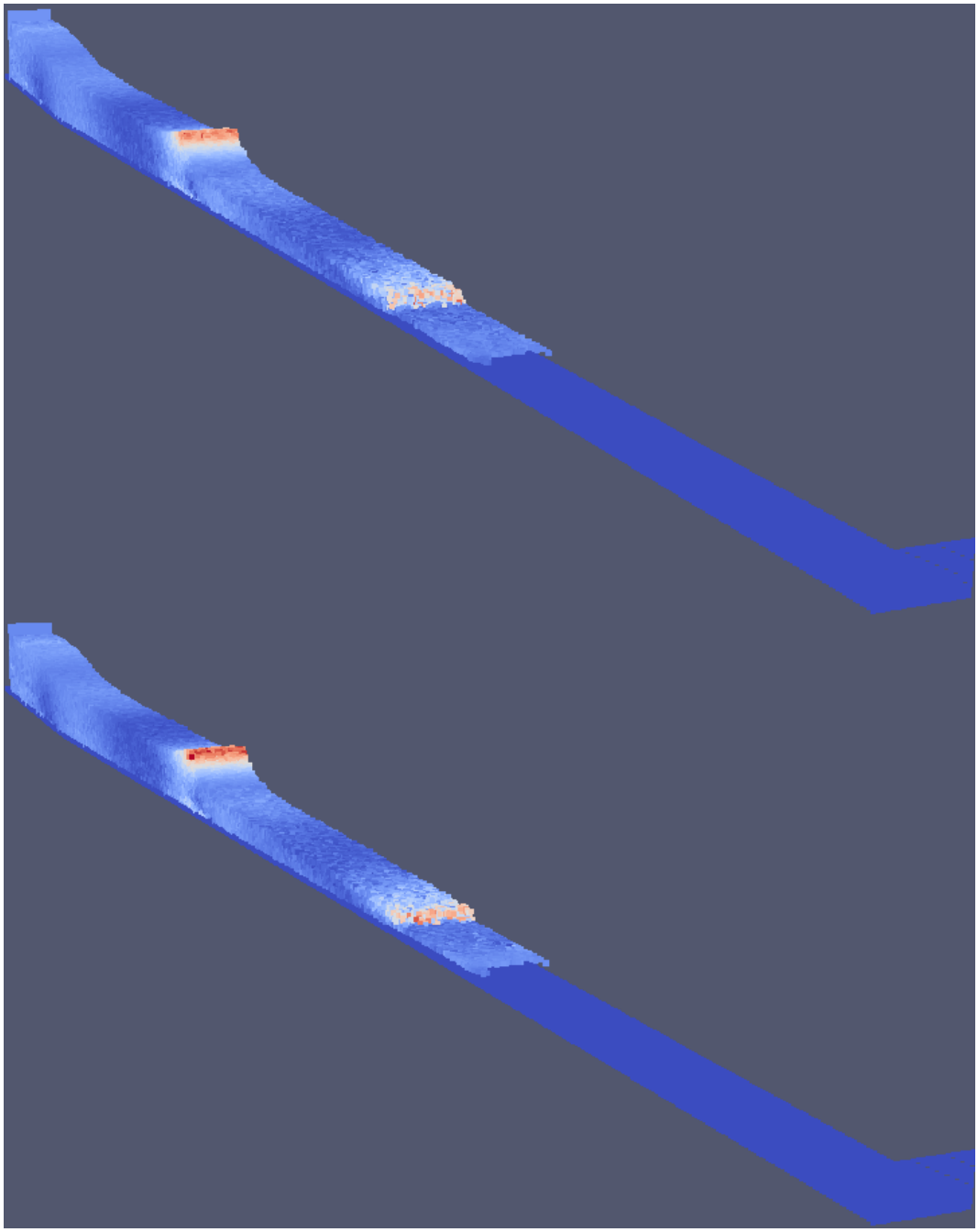


Σχ. 13. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση x των Πίν. 5 και Πίν. 6.

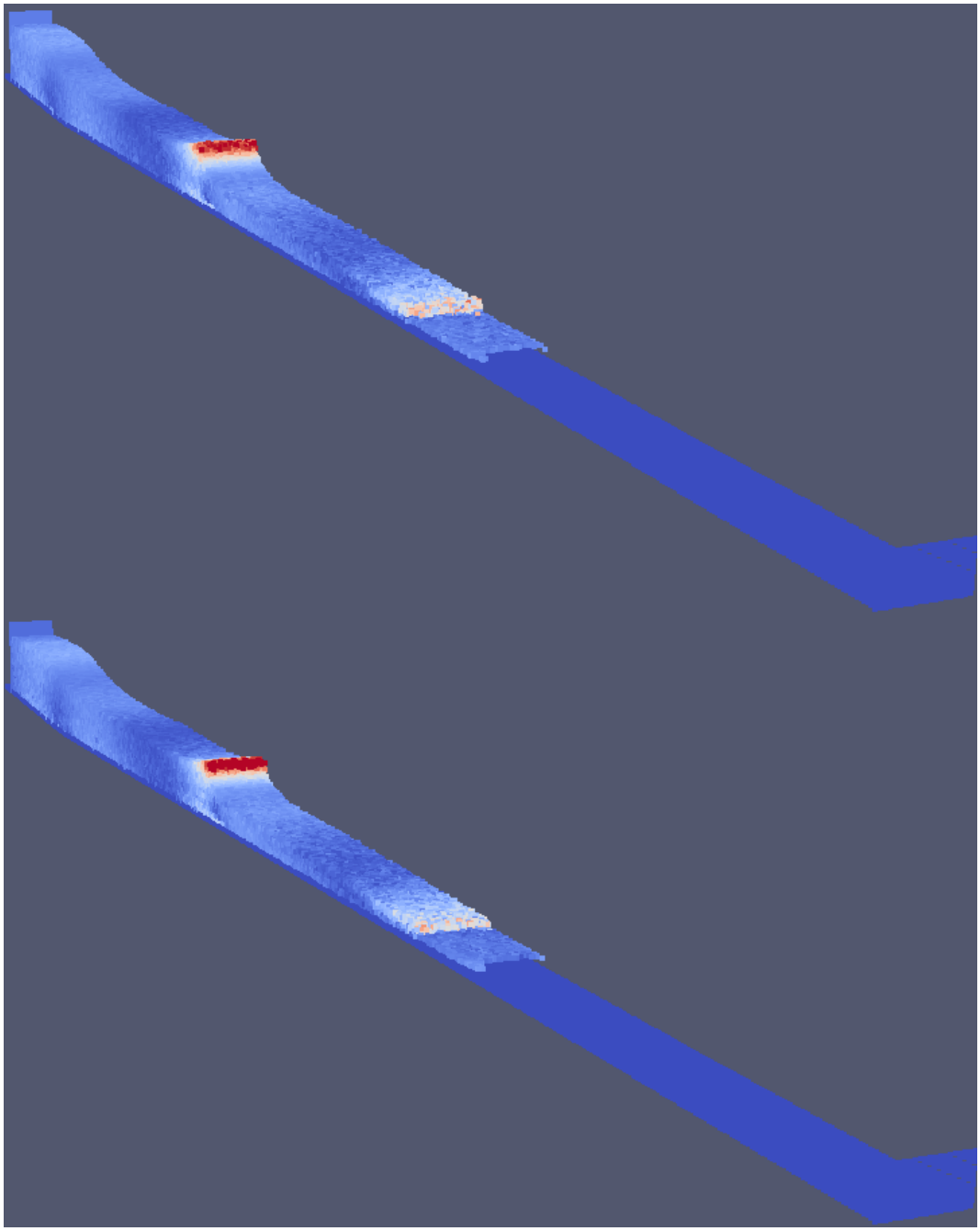


Σχ. 14. Βλ. λεζάντα του Σχ. 1. Περίπτωση x+b7 των Πίν. 5 και Πίν. 6.

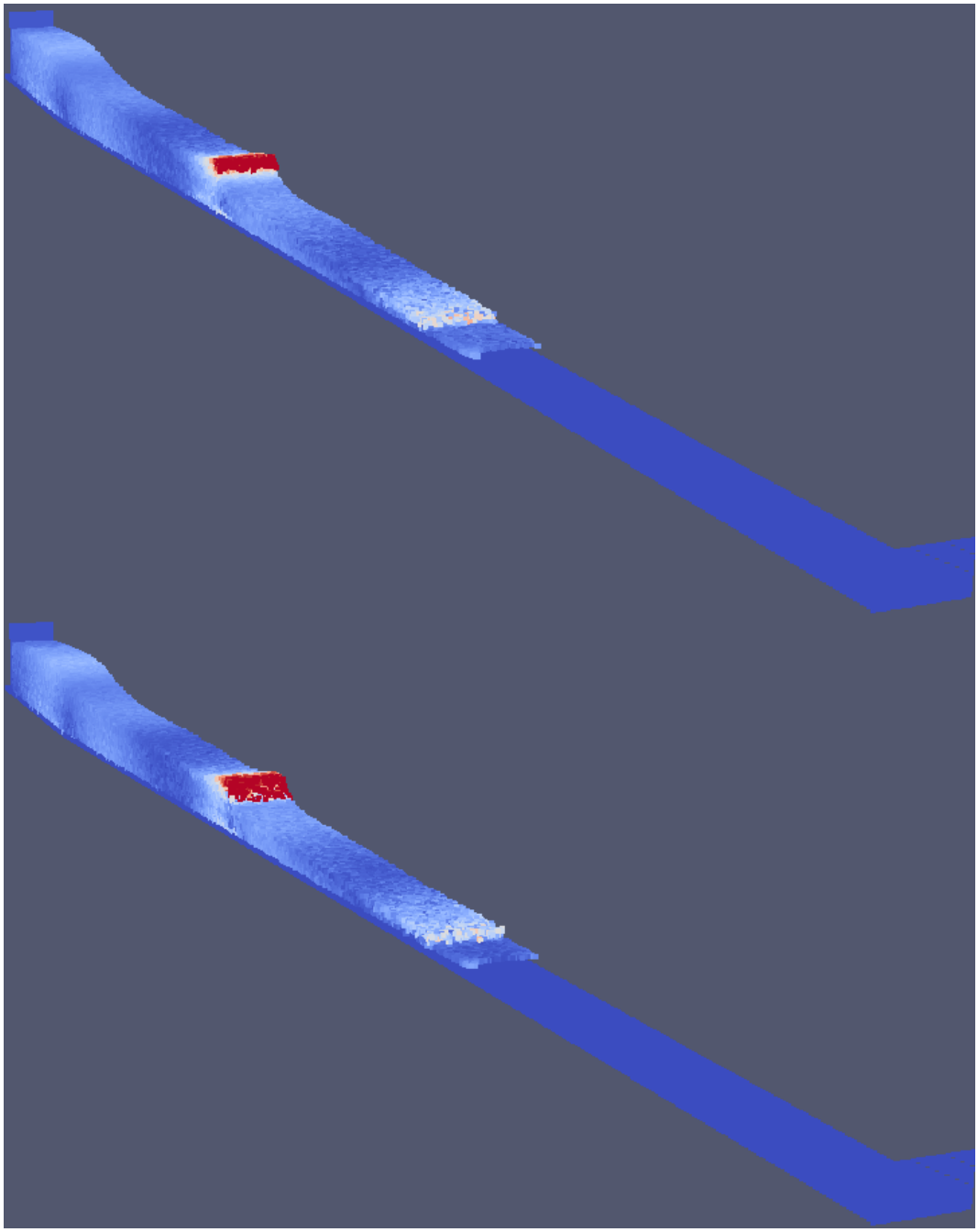
Α.2. Λοιπά αποτελέσματα για την αποτύπωση της θραύσης από τις 3D και 2D προσομοιώσεις με το SPHysics v.2.



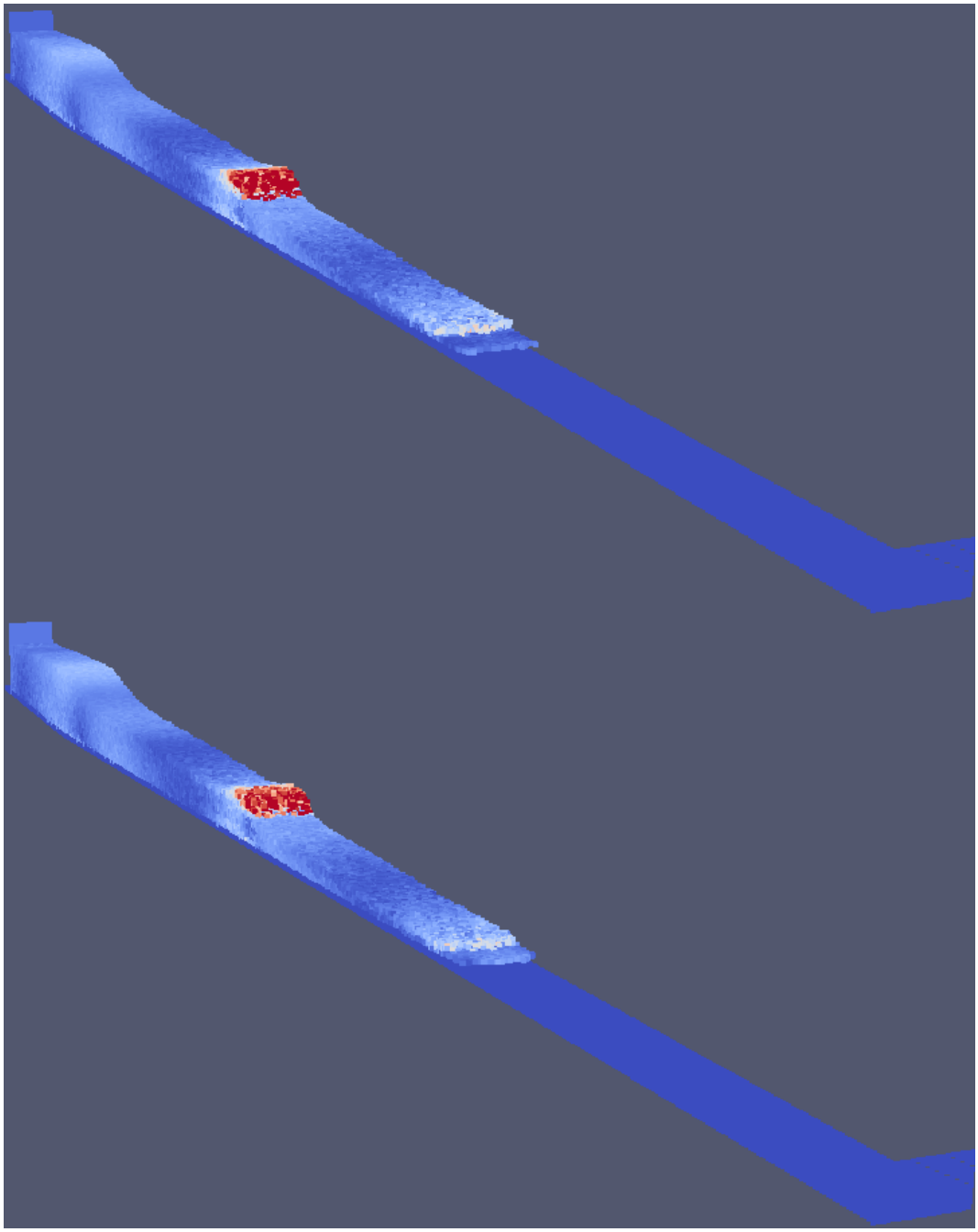
Σχ. 15. Στιγμιότυπα της αποτύπωσης της θραύσης (ParaView) από τις 3D προσομοιώσεις για μια ολόκληρη κυματική περίοδο. Προβολή της εξέλιξης στο χρόνο από πάνω προς τα κάτω, με χρονικό βήμα προβολής 0.1 sec.



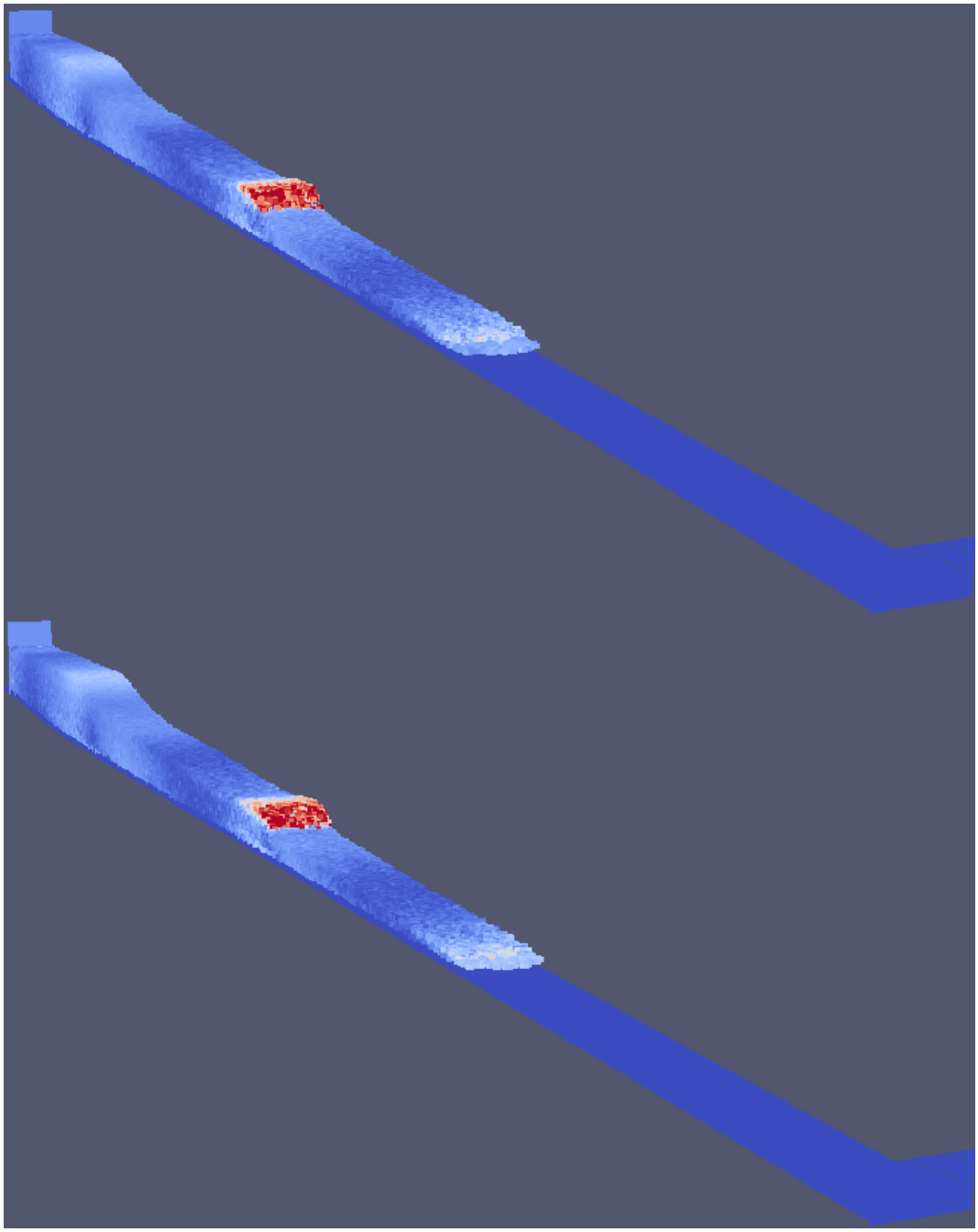
Σχ. 16. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



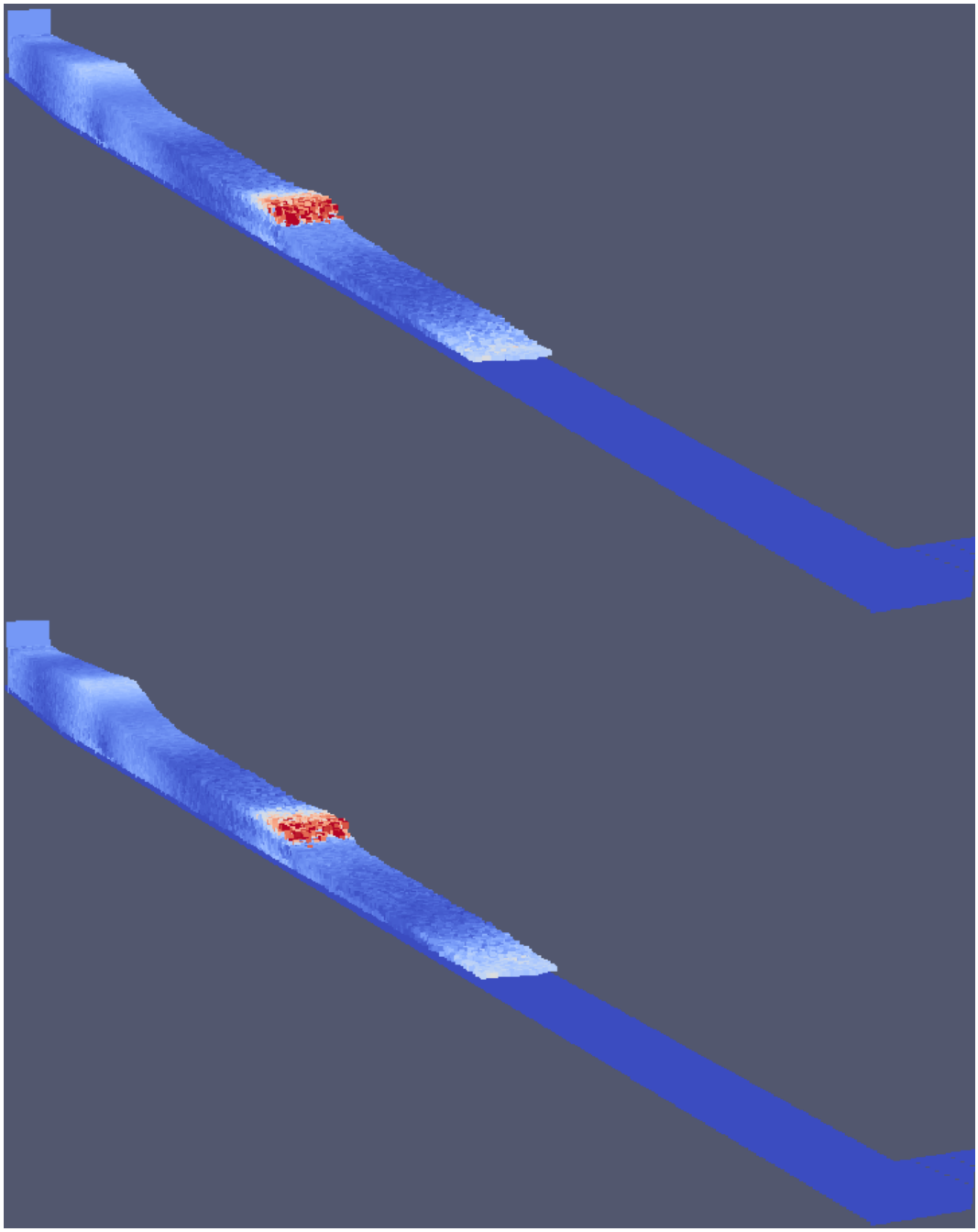
Σχ. 17. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



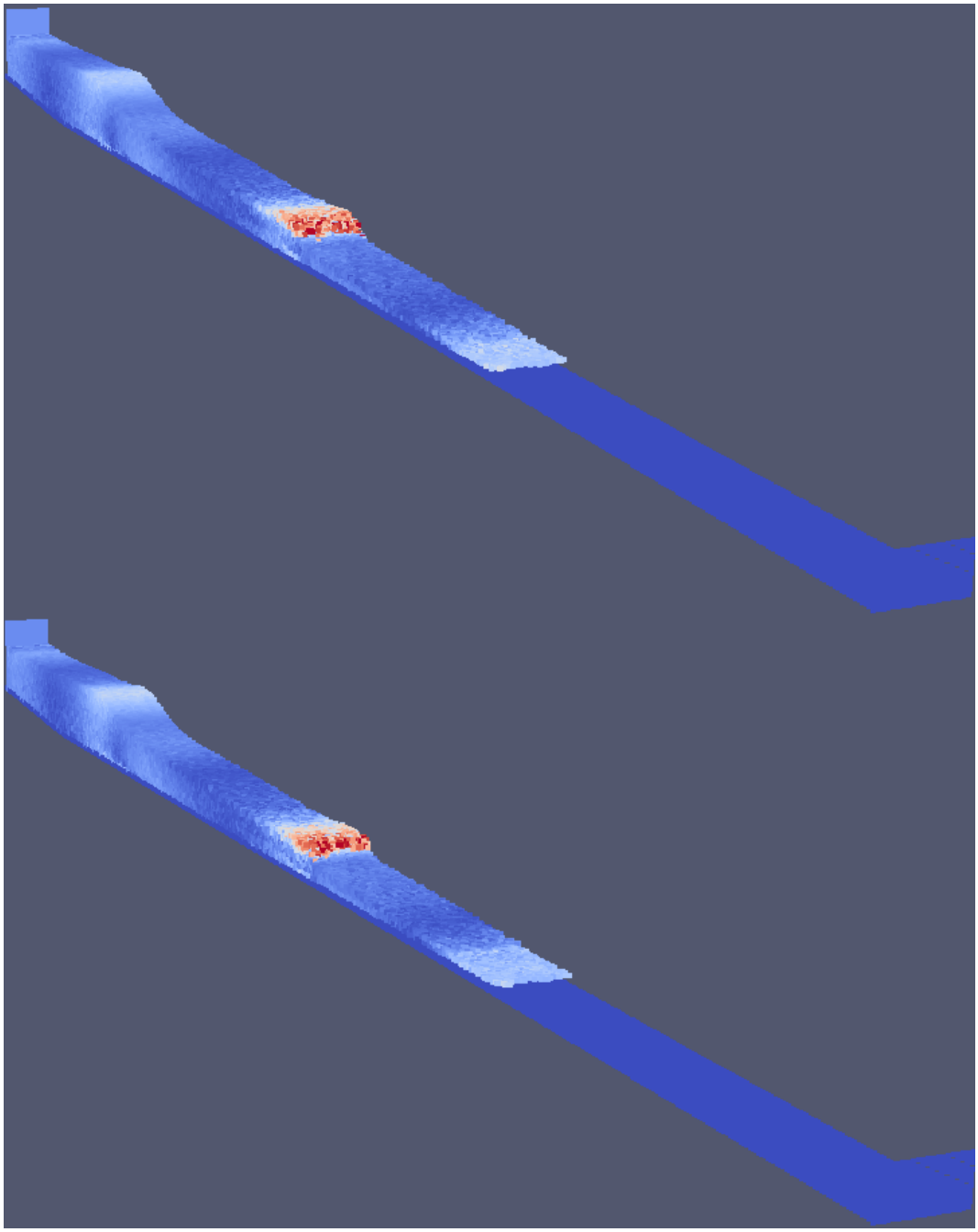
Σχ. 18. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



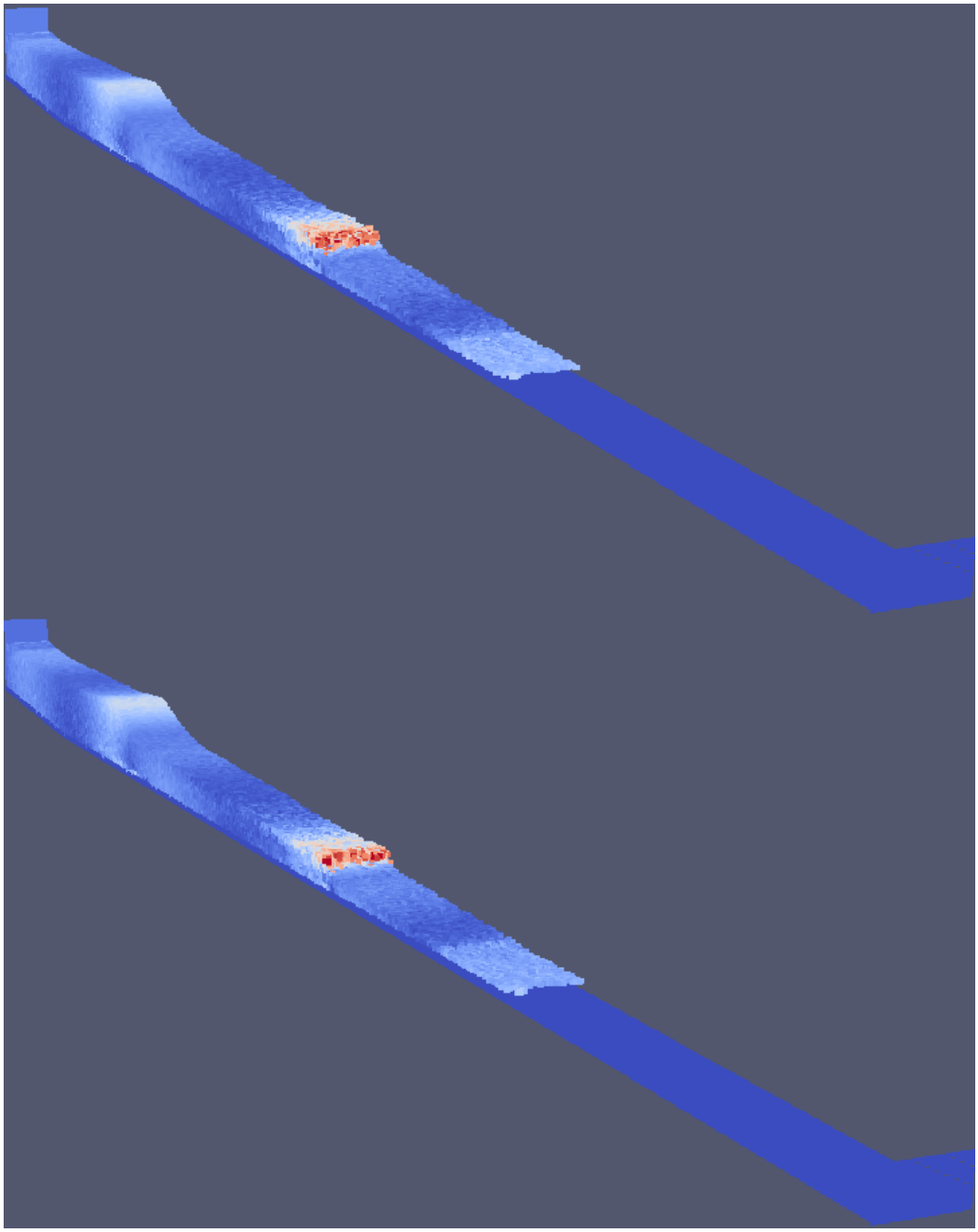
Σχ. 19. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



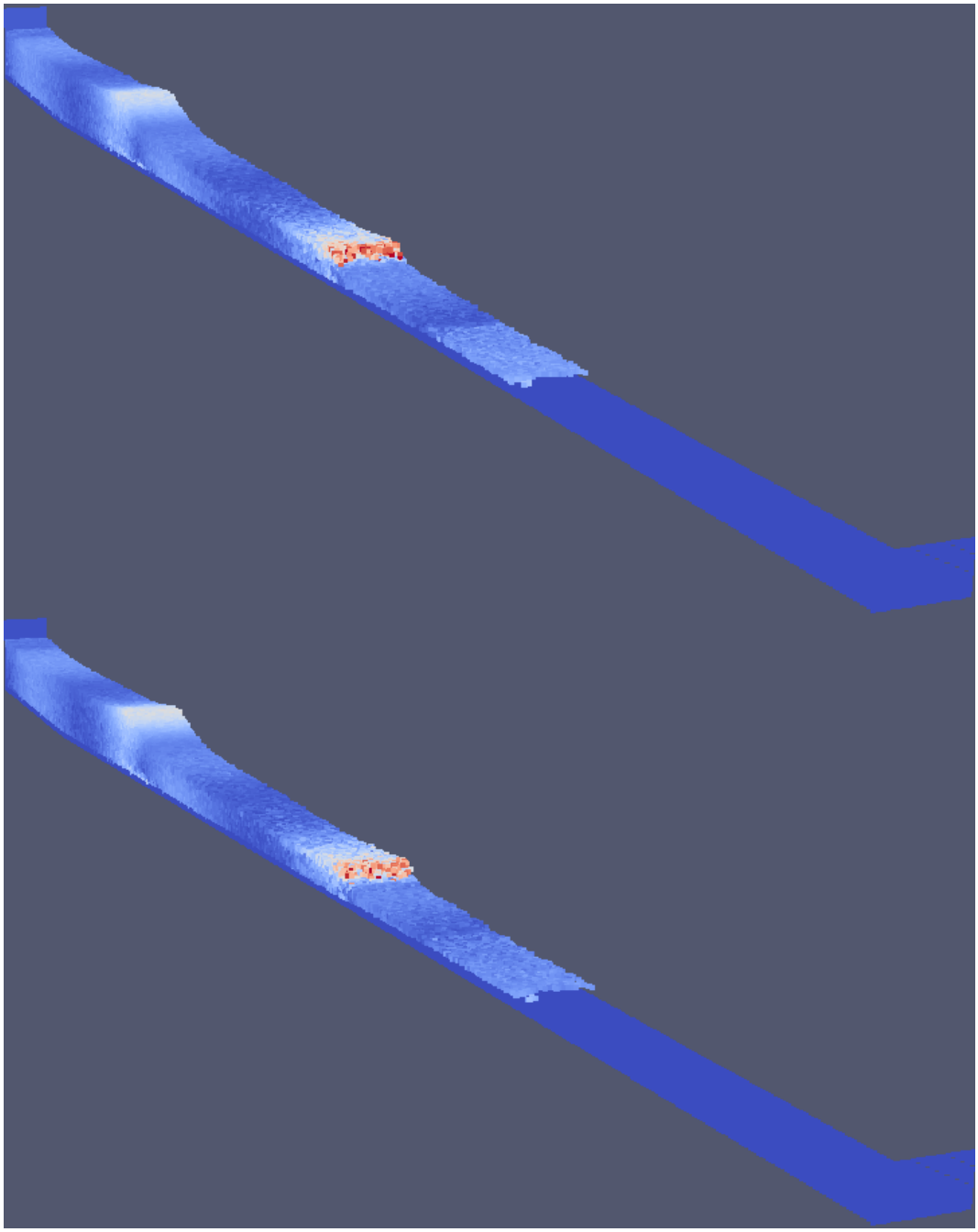
Σχ. 20. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



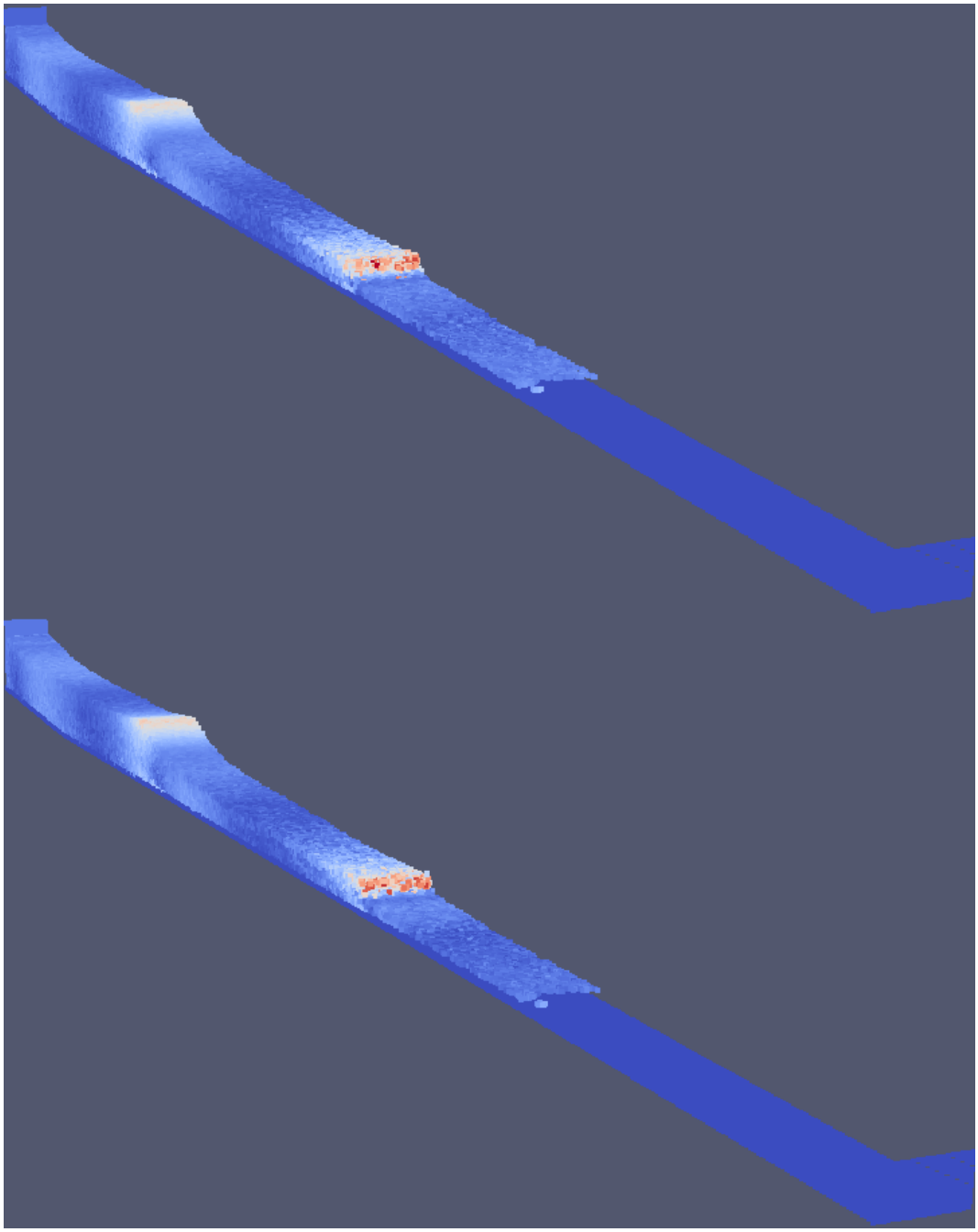
Σχ. 21. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



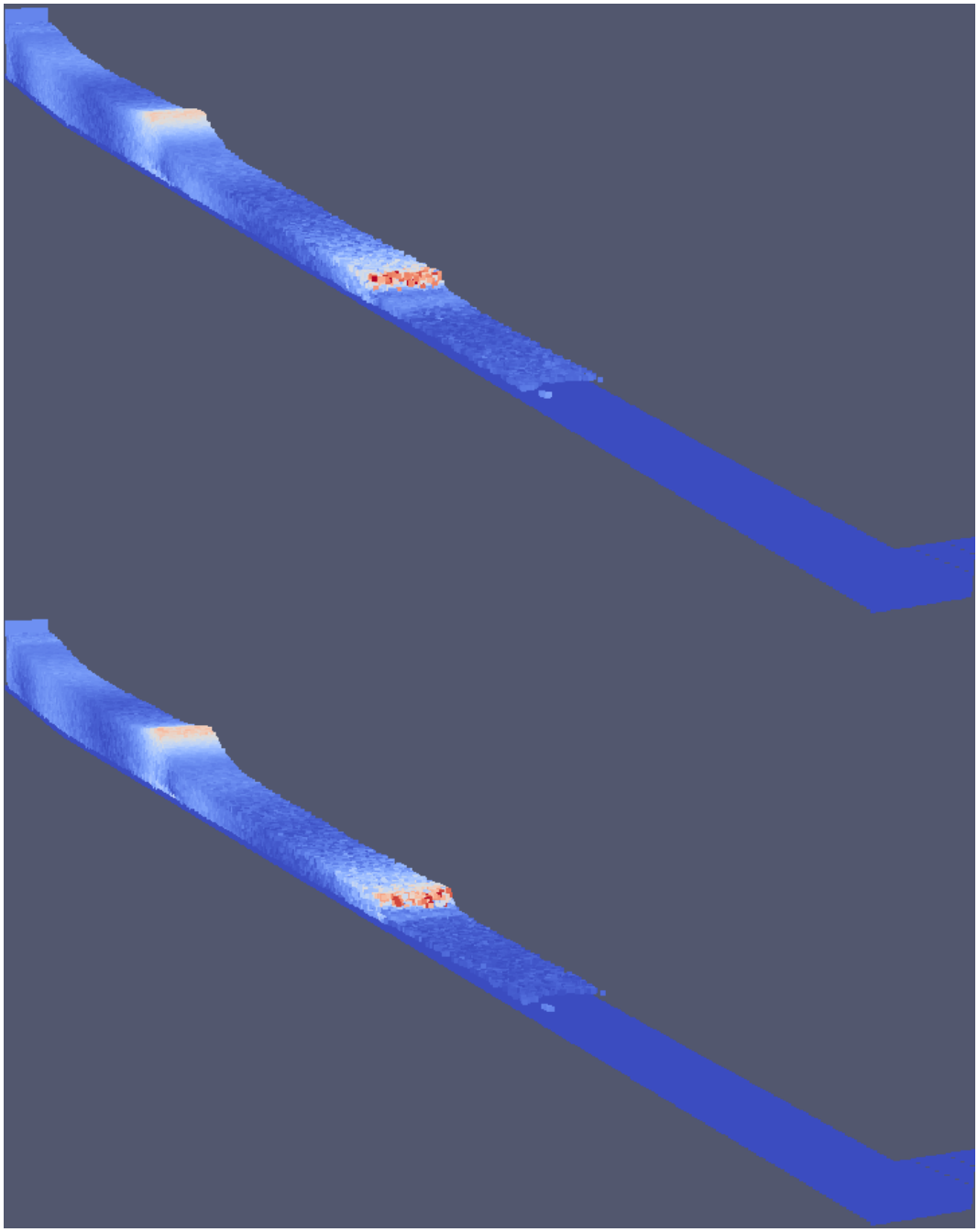
Σχ. 22. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



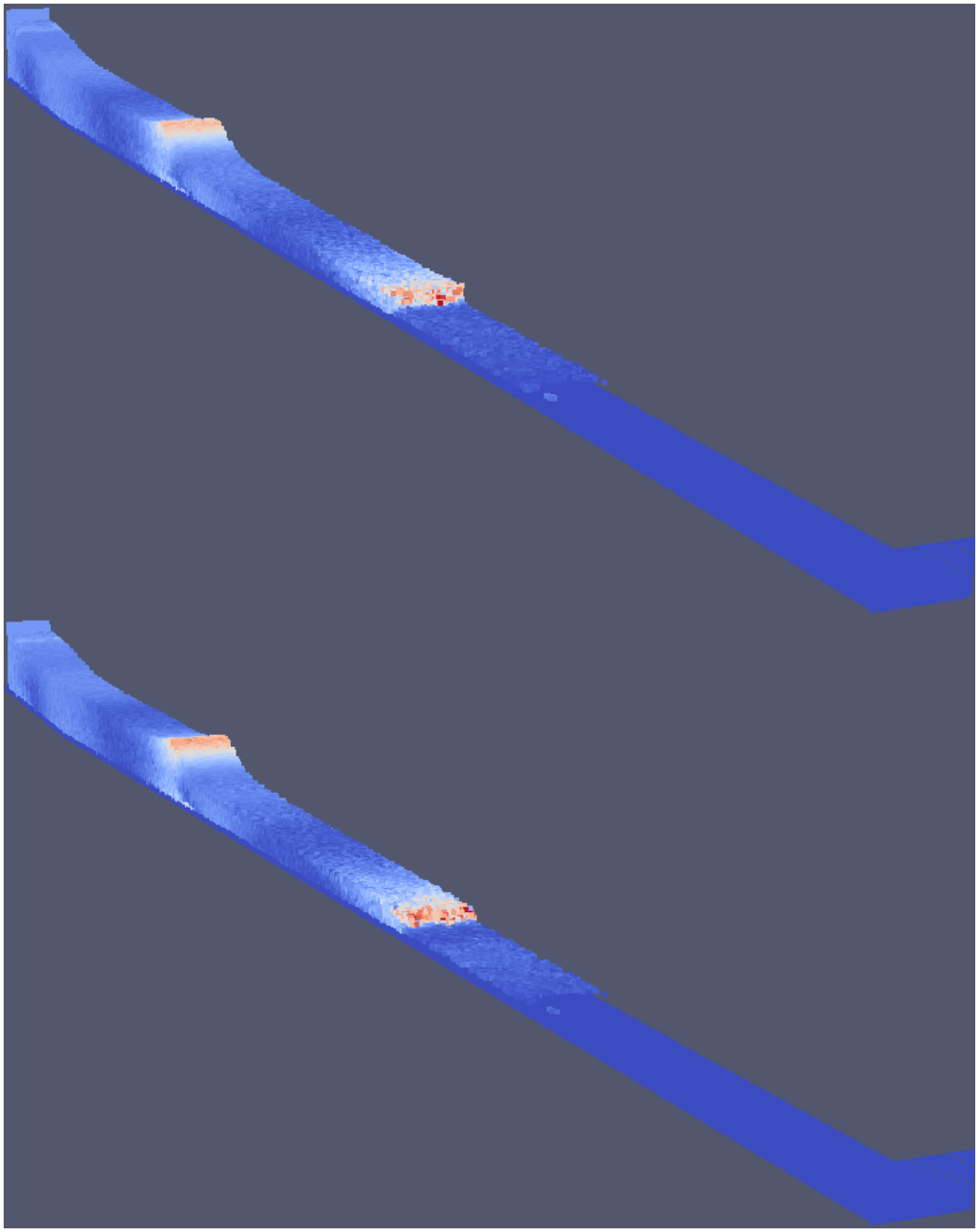
Σχ. 23. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



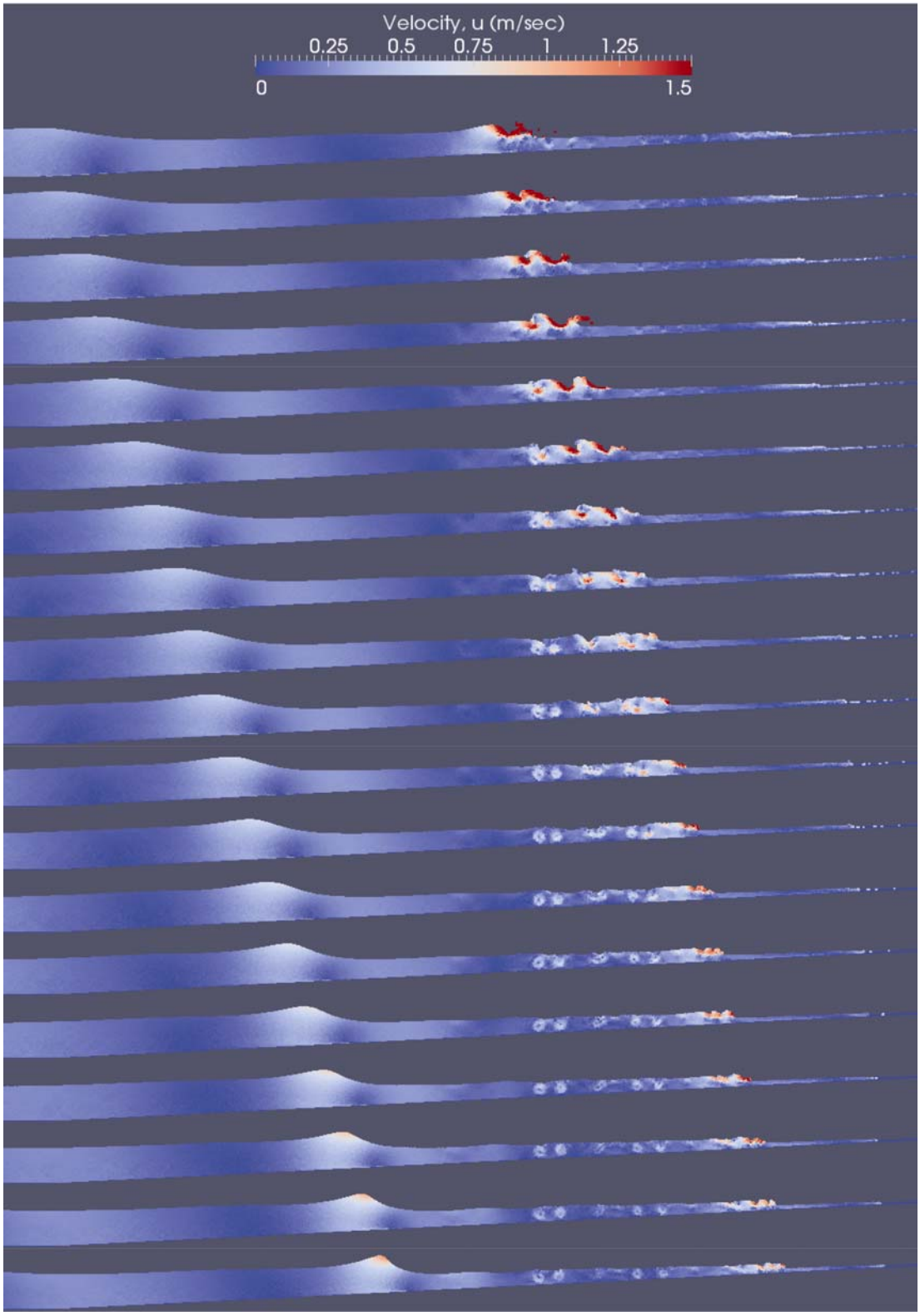
Σχ. 24. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



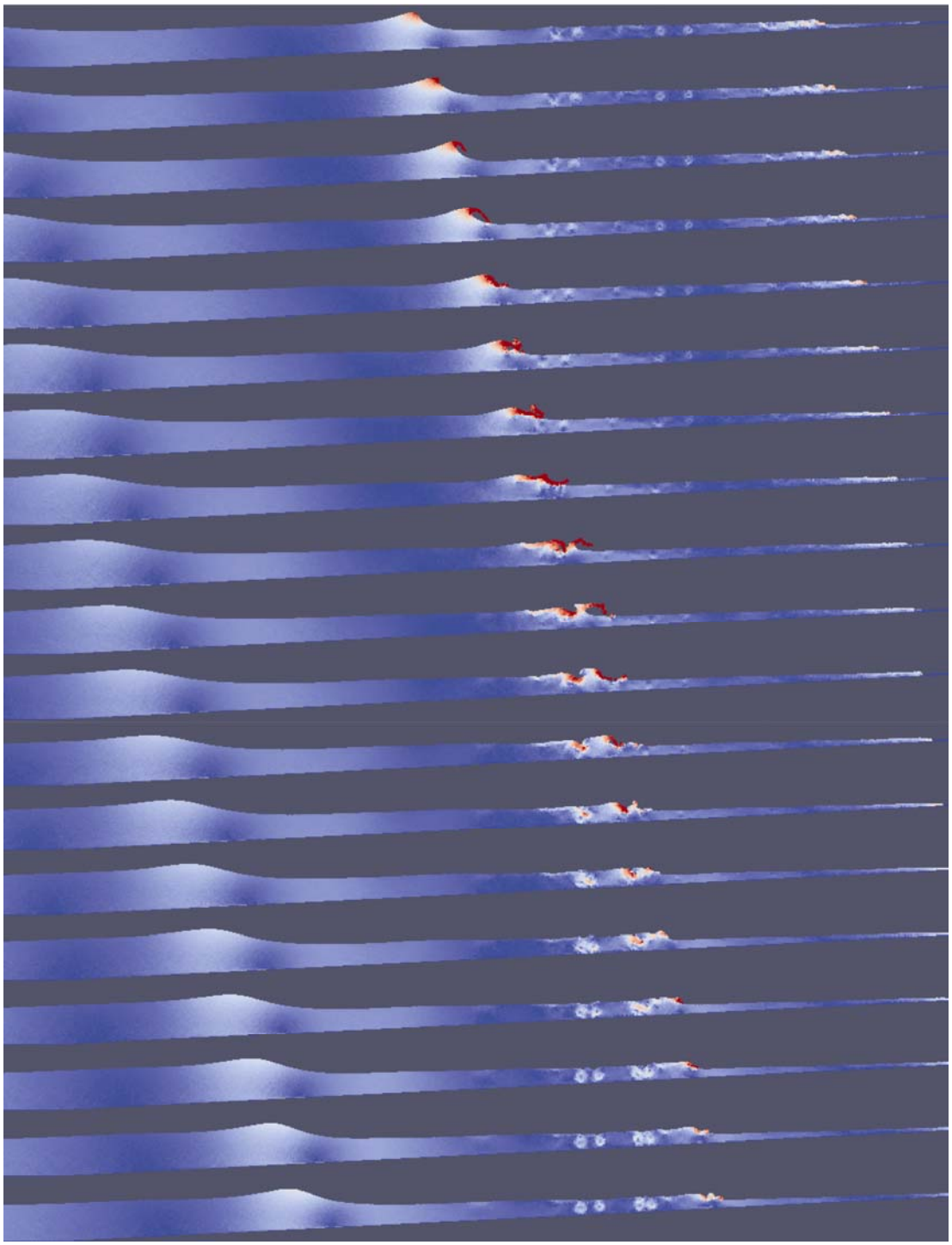
Σχ. 25. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



Σχ. 26. Συνέχεια 3D στιγμιοτύπων (βλ. λεζάντα στο Σχ. 15).



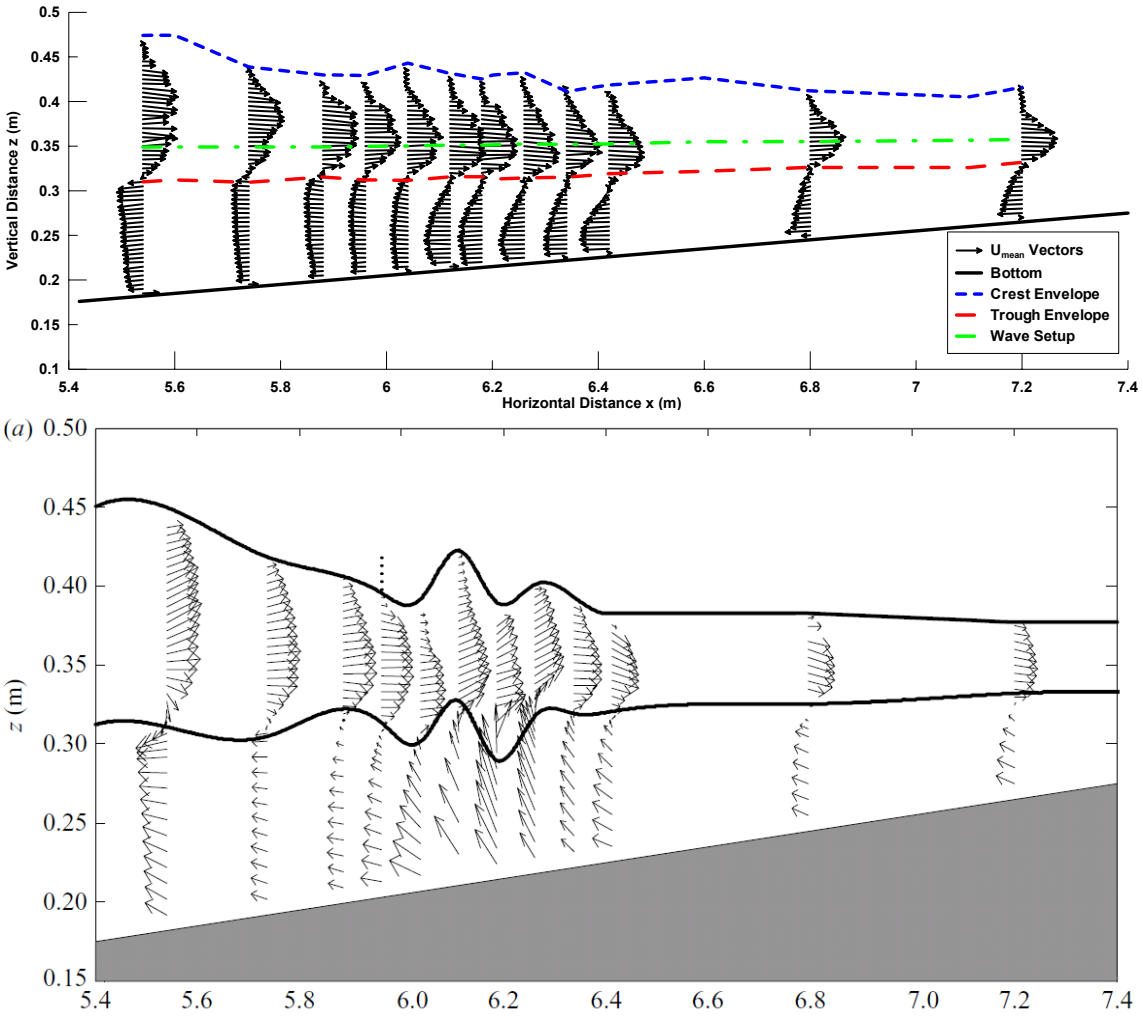
Σχ. 27. Διαδοχικά στιγμιότυπα (ParaView) από τα αποτελέσματα των 2D προσομοιώσεων με το SPHysics, για τη θραύση τύπου ασθενούς κατάδυσης και τη συνακόλουθη δημιουργία του τυρβώδους κινούμενου υδραυλικού άλματος μέσα σε 1.5 κυματική περίοδο, για τη δοκιμή ελέγχου 12. (Χρονικό βήμα προβολής 0.1 sec)



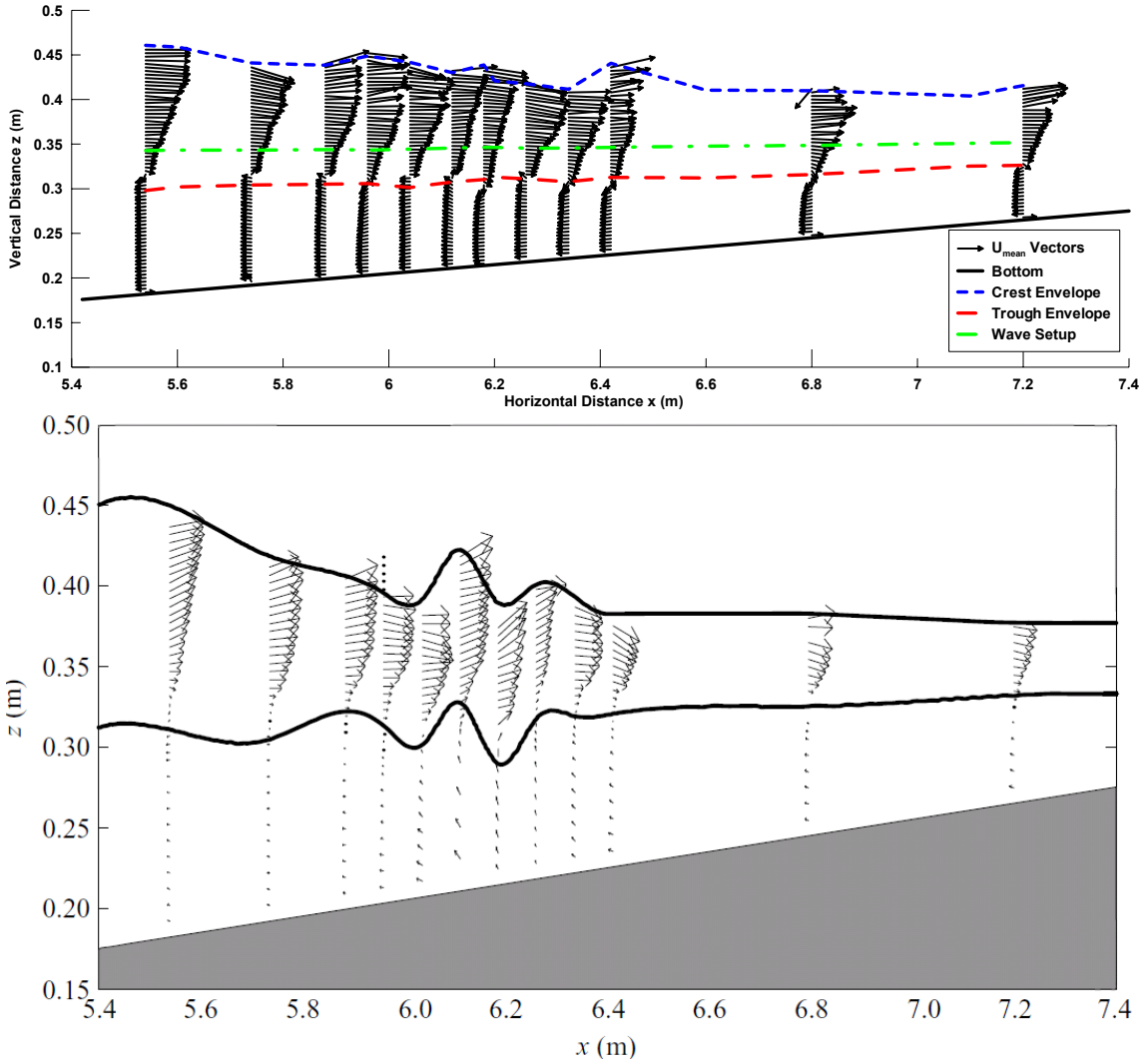
Σχ. 28. Συνέχεια από Σχ. 27.

Πίν. 18. Μέγιστες τιμές αριθμού Froude Fr_{max} και Fr'_{max}, θεωρητική και πειραματική αντίστοιχα, στη στήλη του νερού για όλους τους μετρητές (περίπτωση ελέγχου 10). Δίνονται και οι θεωρητικές και μετρημένες φασικές ταχύτητες του κύματος, c_t και c αντίστοιχα.

Μετρητές	c_t (m/sec)	c/c_t	c (m/sec)	$\|\mathbf{u}\|_{max}$ (m/sec)	Fr_{max}	Fr'_{max}
G1	1.826	1.060	1.936	0.362	0.198	0.187
G2	1.757	1.060	1.863	0.556	0.316	0.298
G3	1.612	1.060	1.708	0.709	0.440	0.415
G4	1.534	1.060	1.626	0.762	0.497	0.469
G5	1.452	1.060	1.539	1.067	0.735	0.693
G6	1.365	1.060	1.446	1.426	1.045	0.986
G7	1.291	1.060	1.368	2.231	1.729	1.631
G8	**1.245**	**1.060**	**1.320**	**2.844**	**2.284**	**2.155**
G9	1.234	1.120	1.382	2.656	2.153	1.922
G10	**1.206**	**1.190**	**1.435**	**2.868**	**2.379**	**1.999**
G11	1.175	1.230	1.445	2.804	2.387	1.941
G12	1.159	1.230	1.425	2.825	2.438	1.982
G13	1.143	1.240	1.417	2.897	2.535	2.044
G14	1.128	1.235	1.394	2.495	2.211	1.790
G15	1.127	1.230	1.386	2.506	2.224	1.808
G16	1.110	1.210	1.343	2.857	2.574	2.127
G17	1.094	1.210	1.323	2.743	2.508	2.073
G18	1.077	1.200	1.292	2.566	2.384	1.986
G19	1.059	1.200	1.271	2.483	2.343	1.953
G20	1.014	1.230	1.247	2.488	2.454	1.995
G21	**0.966**	**1.260**	**1.218**	**1.597**	**1.653**	**1.312**
G22	0.885	1.300	1.150	1.939	2.192	1.686
G23	**0.858**	**1.320**	**1.132**	**2.300**	**2.682**	**2.032**
G24	0.733	1.350	0.990	1.879	2.563	1.899

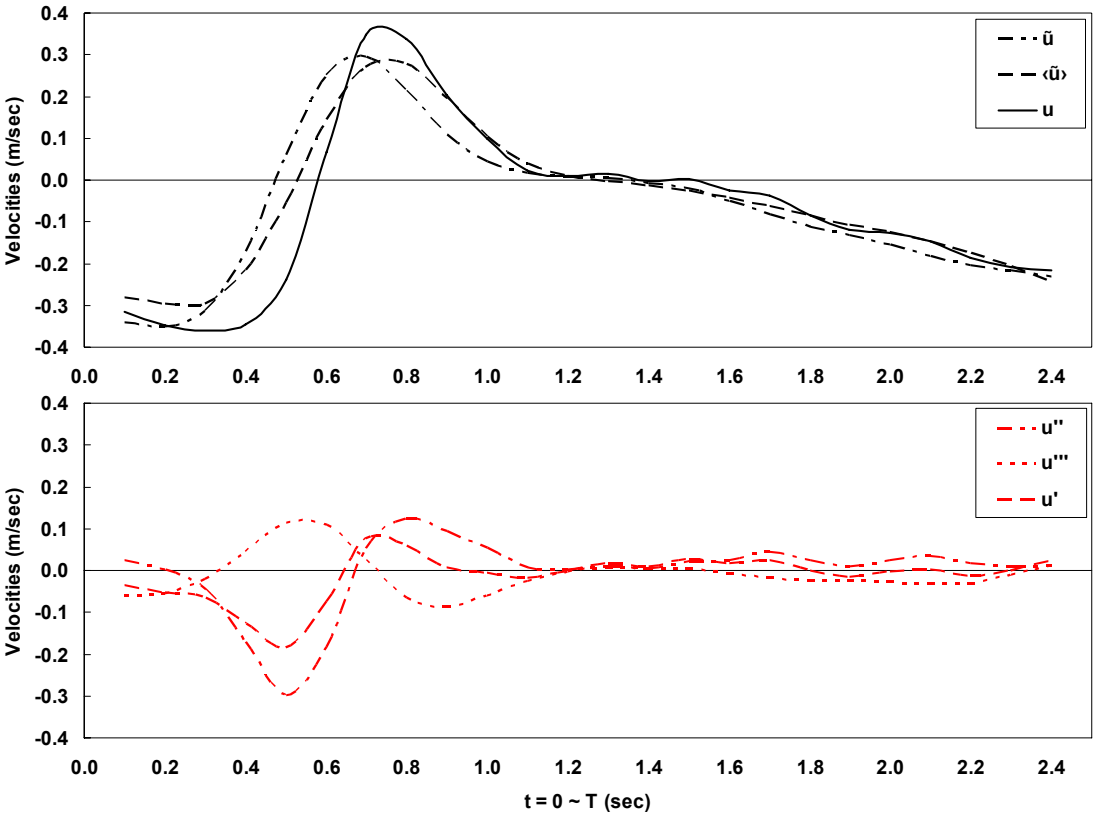


Σχ. 29. Σύγκριση μέσων κυματογενών εγκάρσιων στην ακτή ρευμάτων στη ΖΘ από προσομοιώσεις (άνω γράφημα) και πειράματα (κάτω γράφημα). Αντιστοιχούν στην Εικ. 49 του κυρίως κειμένου.

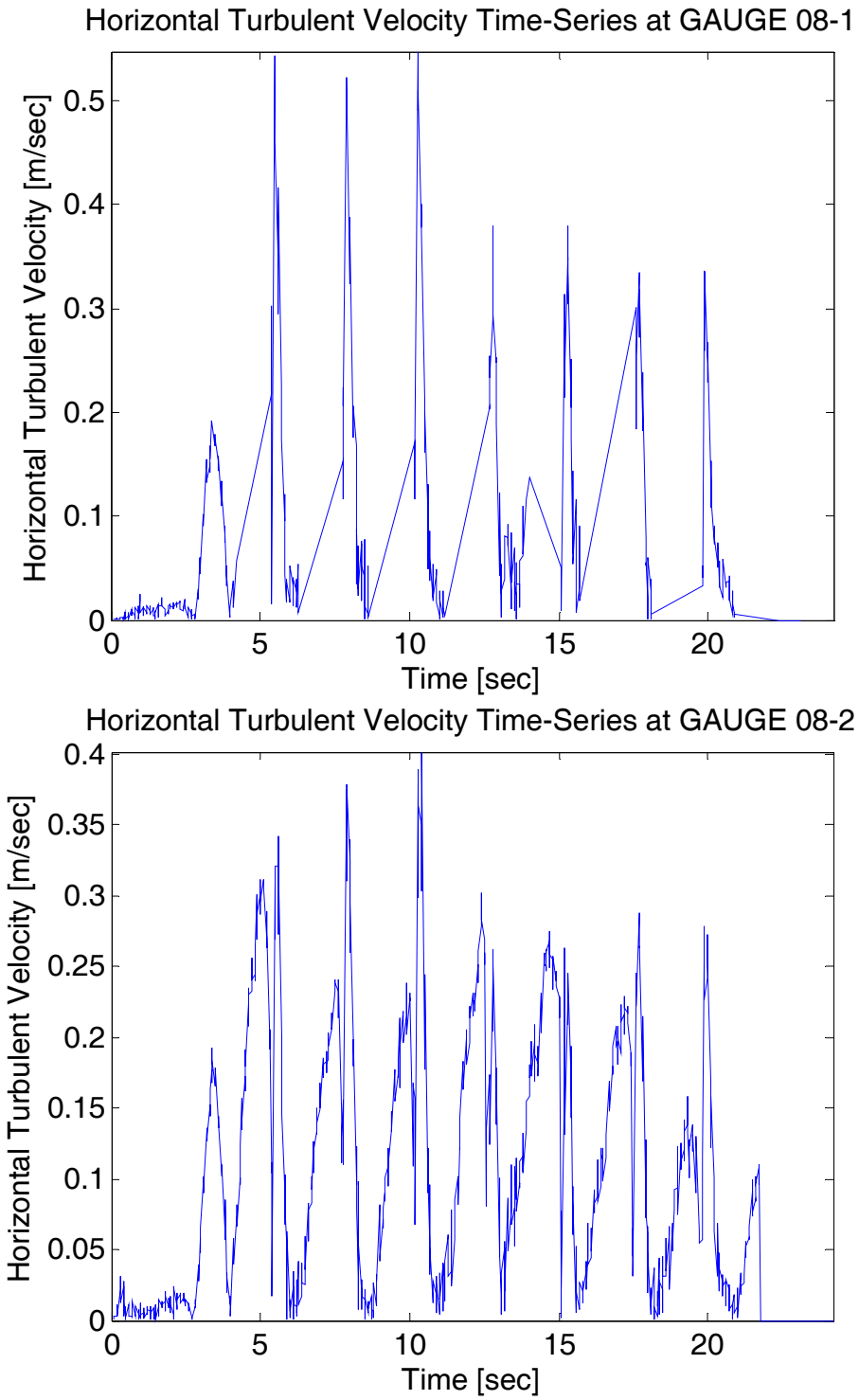


Σχ. 30. Σύγκριση μέσων «βρεχόμενων» κυματογενών εγκάρσιων στην ακτή ρευμάτων στη ΖΘ από προσομοιώσεις (άνω γράφημα) και πειράματα (κάτω γράφημα). Αντιστοιχούν στην Εικ. 50 του κυρίως κειμένου.

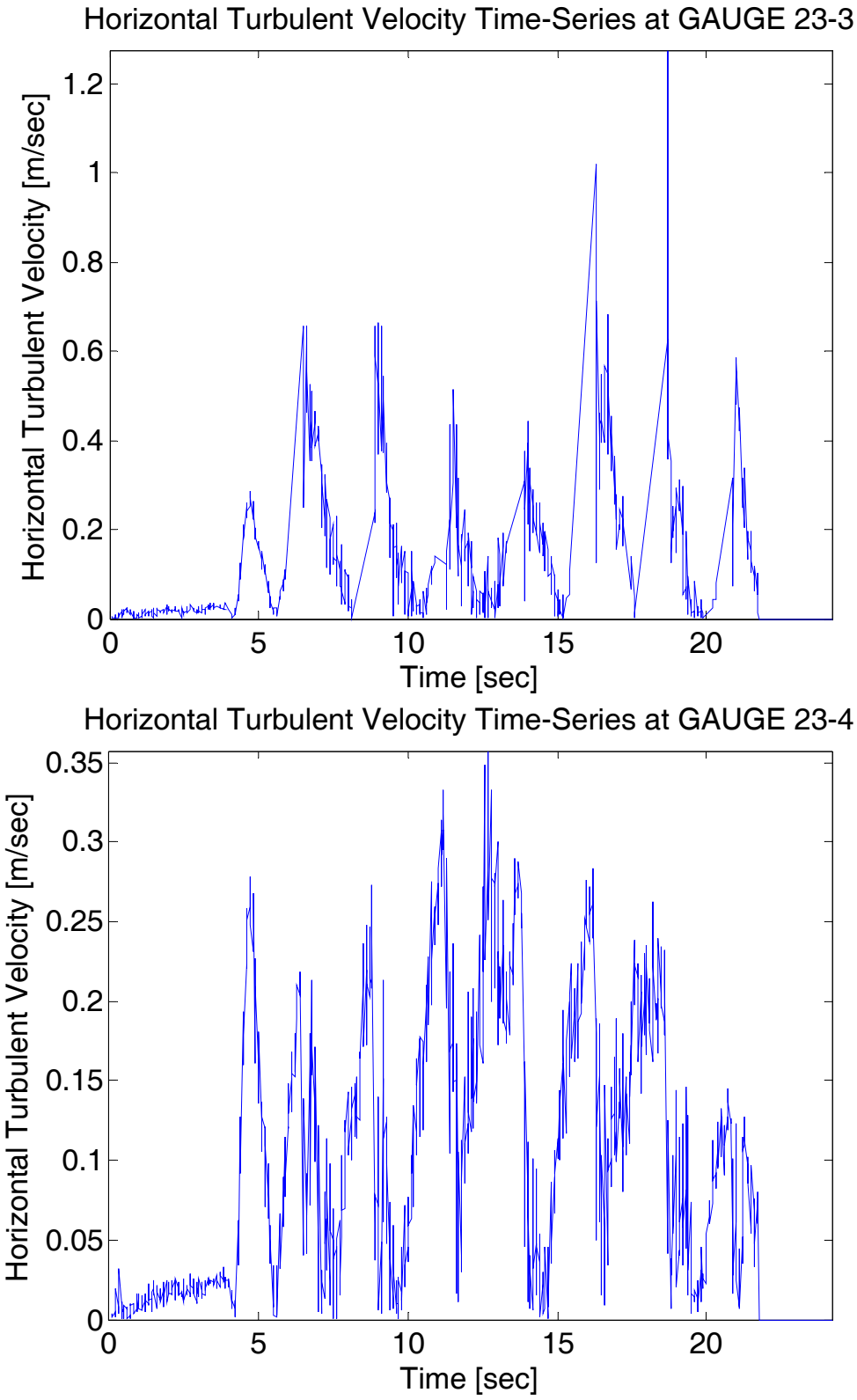
Α.3. Λοιπά αποτελέσματα για τα τυρβώδη μεγέθη εντός της ζώνης θραύσης από τις προσομοιώσεις με το SPHysics v.2.



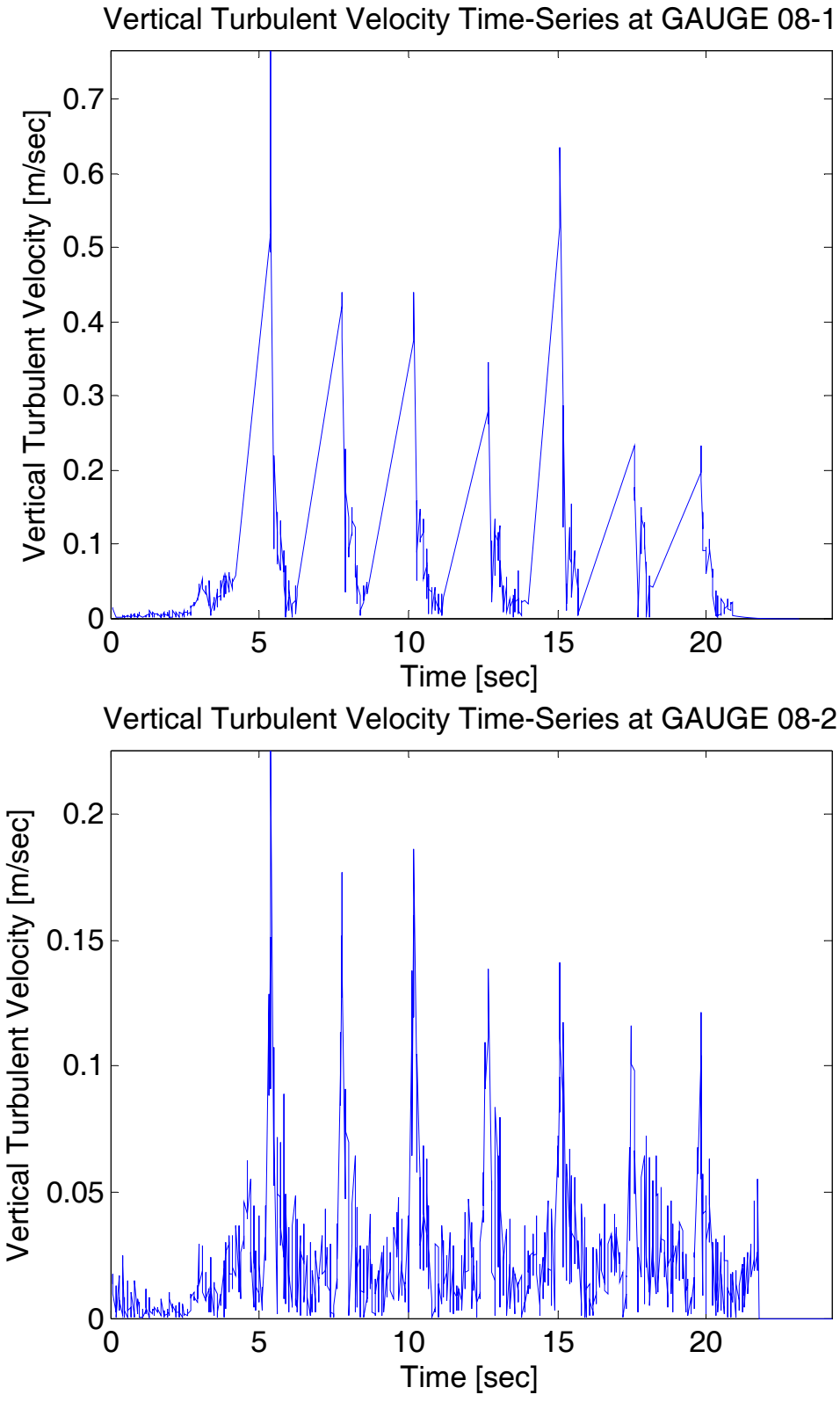
Σχ. 31. Βλ. Εικ. 53. Σήματα καταγραμμένων ταχυτήτων $u(t)$ από προσομοιώσεις SPS-SPH, και μετα-επεξεργασμένα σήματα (§7.5.1) για τις φιλτραρισμένες (διάβαση βραχύσυχνων αρμονικών) ταχύτητες $\tilde{u}(t)$ και τις δειγματικά μεσοσταθμισμένες ταχύτητες $\langle\tilde{u}\rangle(t)$ (άνω γράφημα). Αντίστοιχες απεικονίσεις για τις τυρβώδεις συνιστώσες των ταχυτήτων $u'(t)$, $u''(t)$ και $u'''(t)$, που αφορούν αντίστοιχα στο σύνολο των τυρβωδών κινήσεων, στην υπολειμματική τύρβη και στις συνεκτικές τυρβώδεις δομές μεγάλης κλίμακας (κάτω γράφημα).



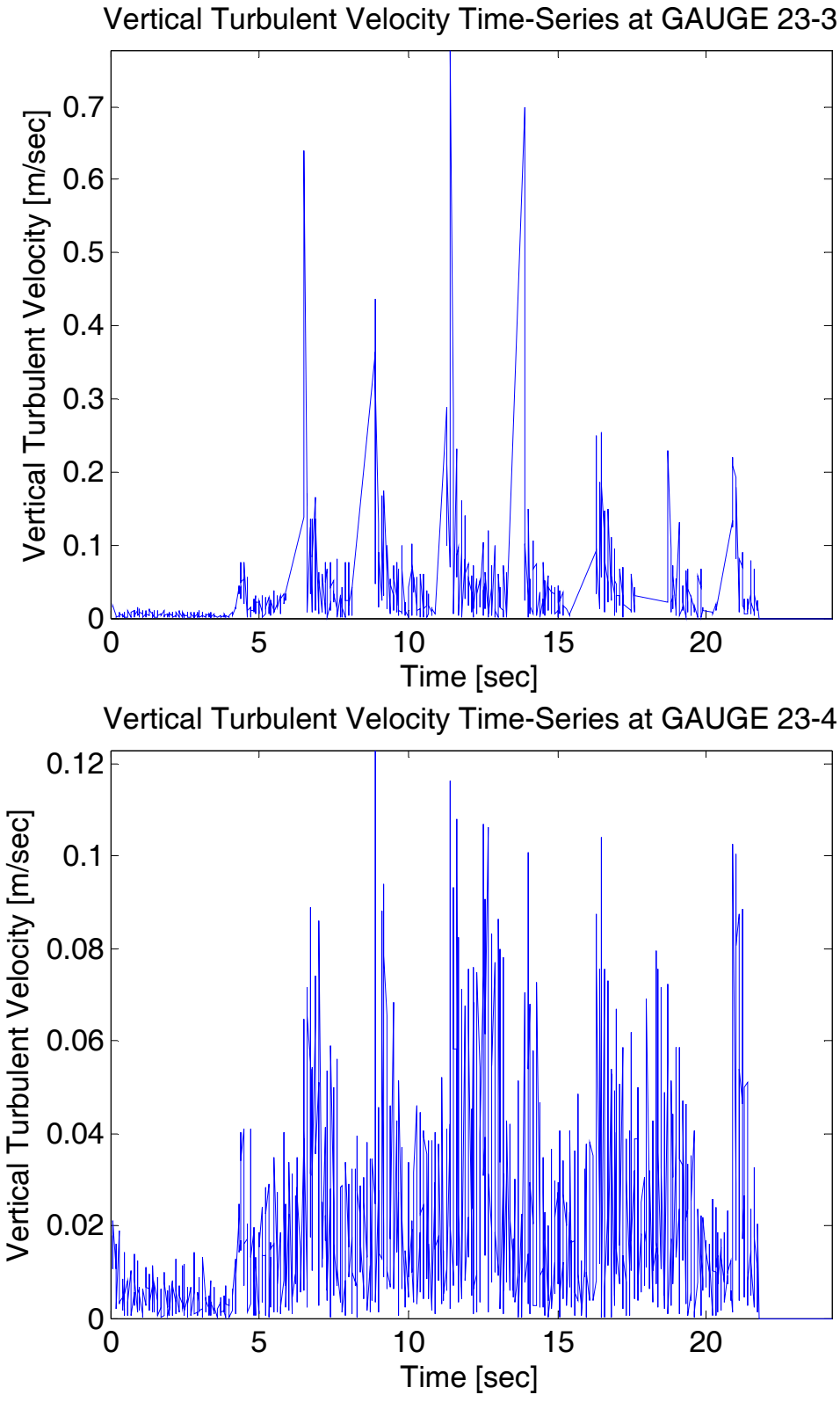
Σχ. 32. Ενδεικτική χρονοσειρά για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12. Τα ευθεία τμήματα στην καμπύλη αντιστοιχούν σε τιμές που λείπουν.



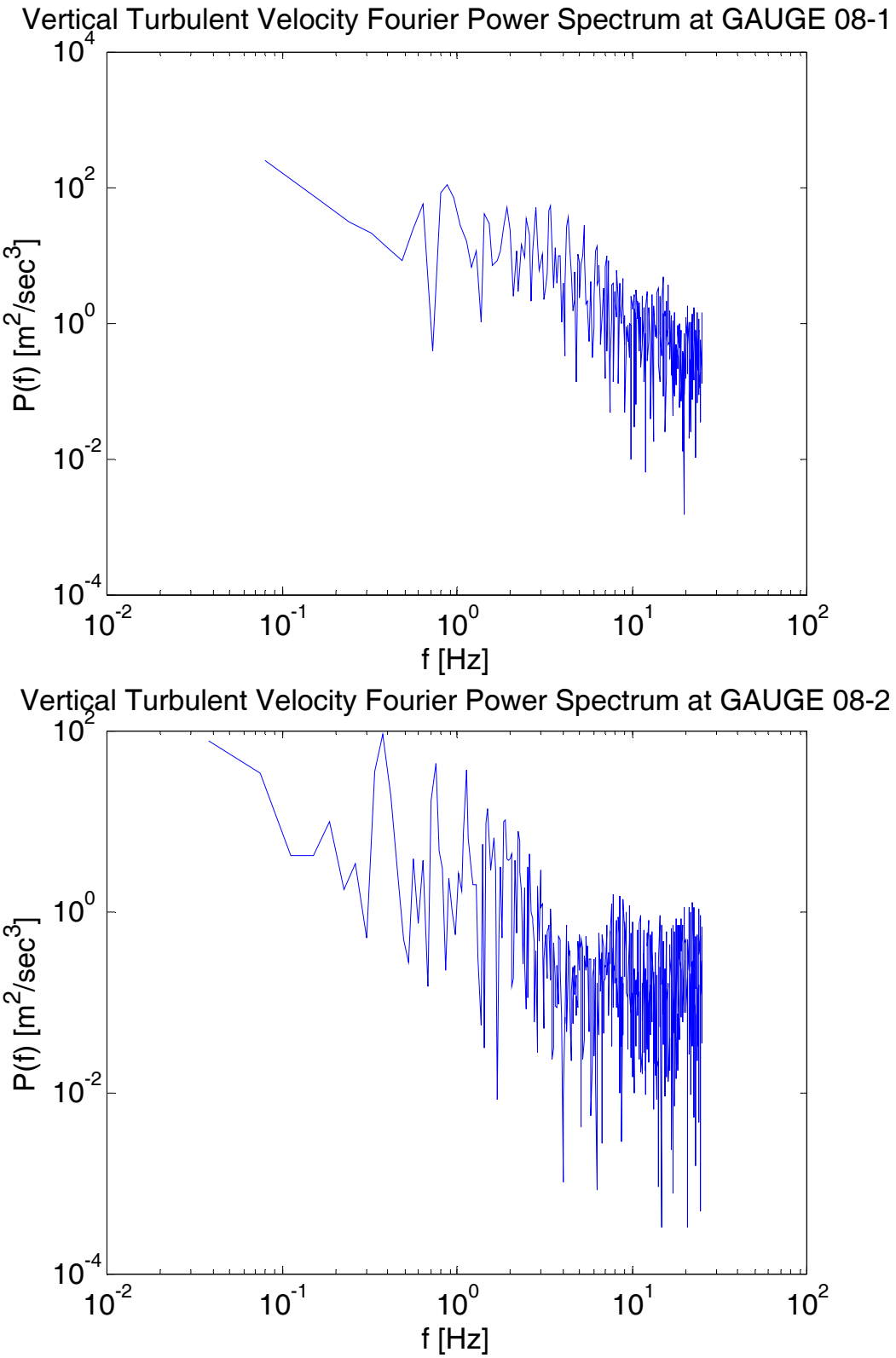
Σχ. 33. Ενδεικτική χρονοσειρά για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12. Τα ευθεία τμήματα στην καμπύλη αντιστοιχούν σε τιμές που λείπουν.



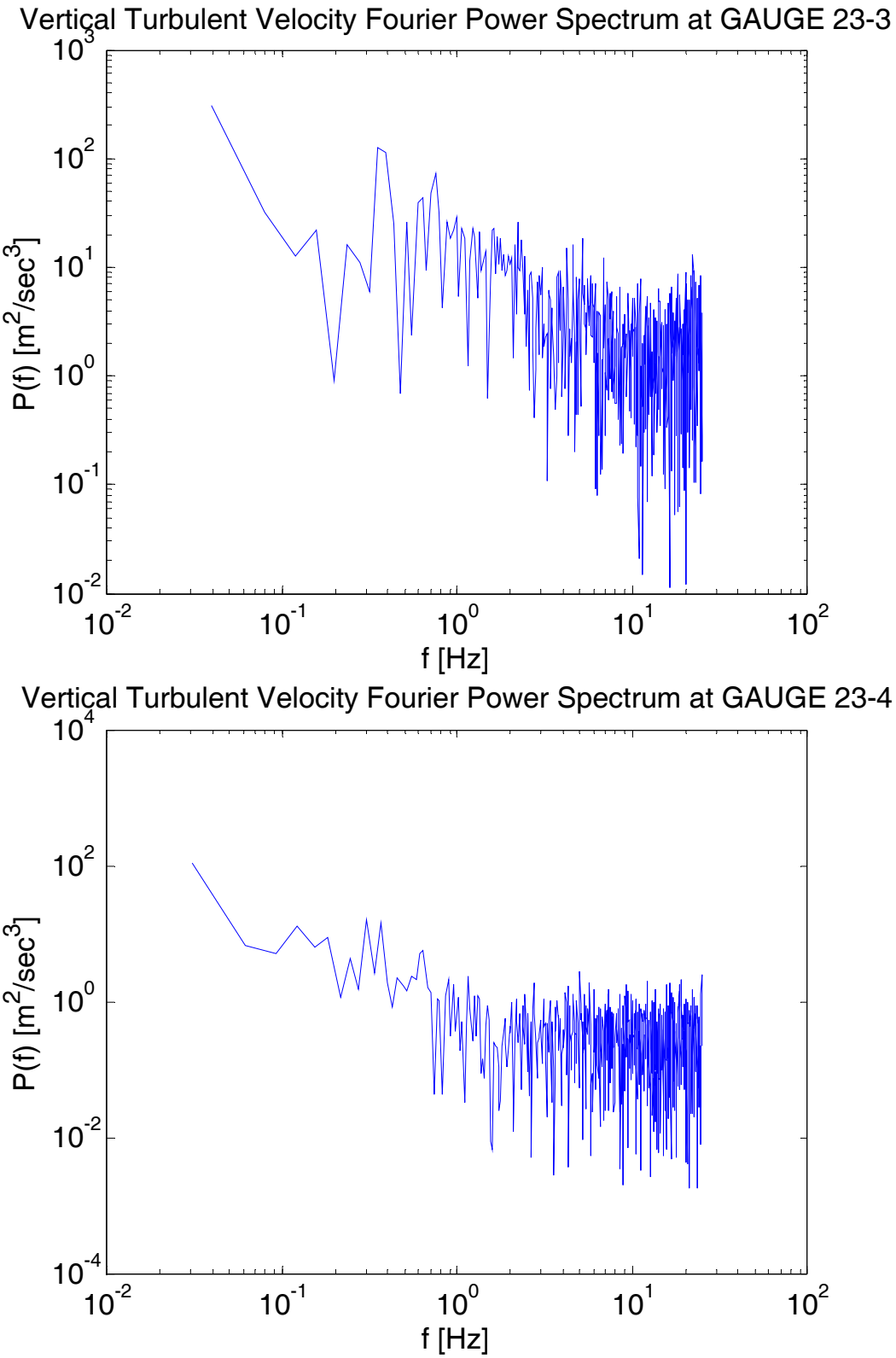
Σχ. 34. Ενδεικτική χρονοσειρά για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12. Τα ευθεία τμήματα στην καμπύλη αντιστοιχούν σε τιμές που λείπουν.



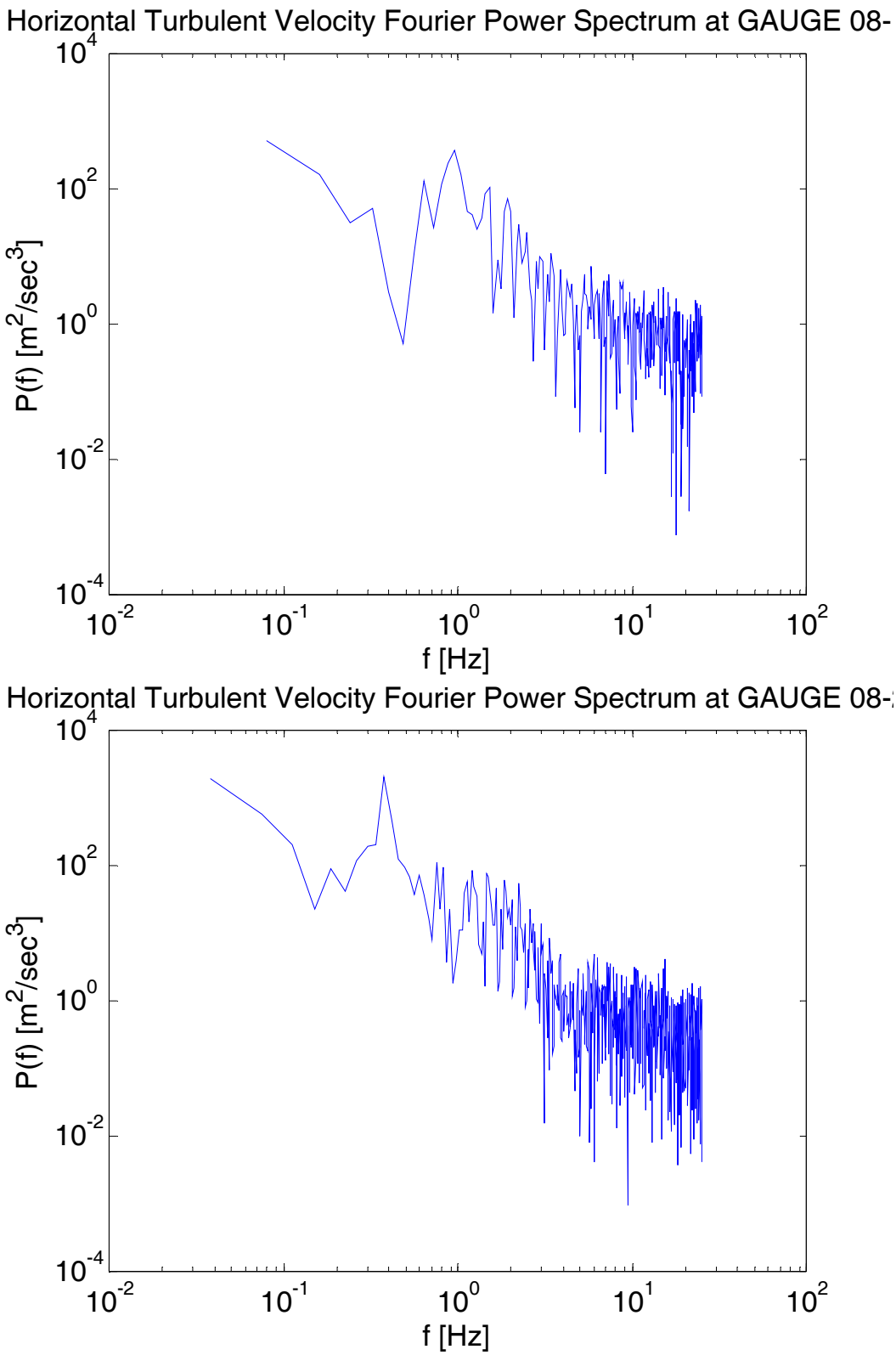
Σχ. 35. Ενδεικτική χρονοσειρά για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12. Τα ευθεία τμήματα στην καμπύλη αντιστοιχούν σε τιμές που λείπουν.



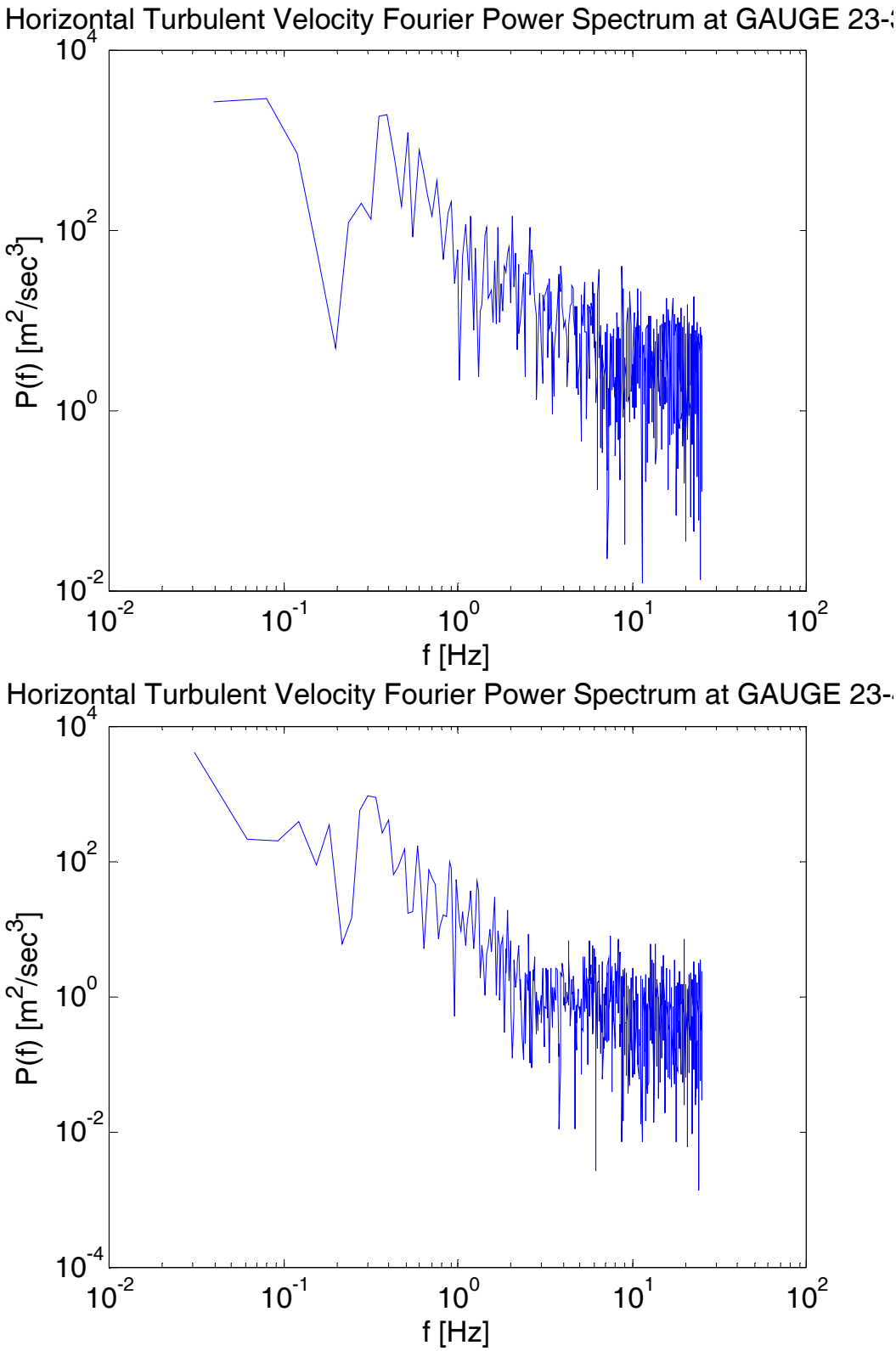
Σχ. 36. Διλογαριθμικά φάσματα Fourier για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



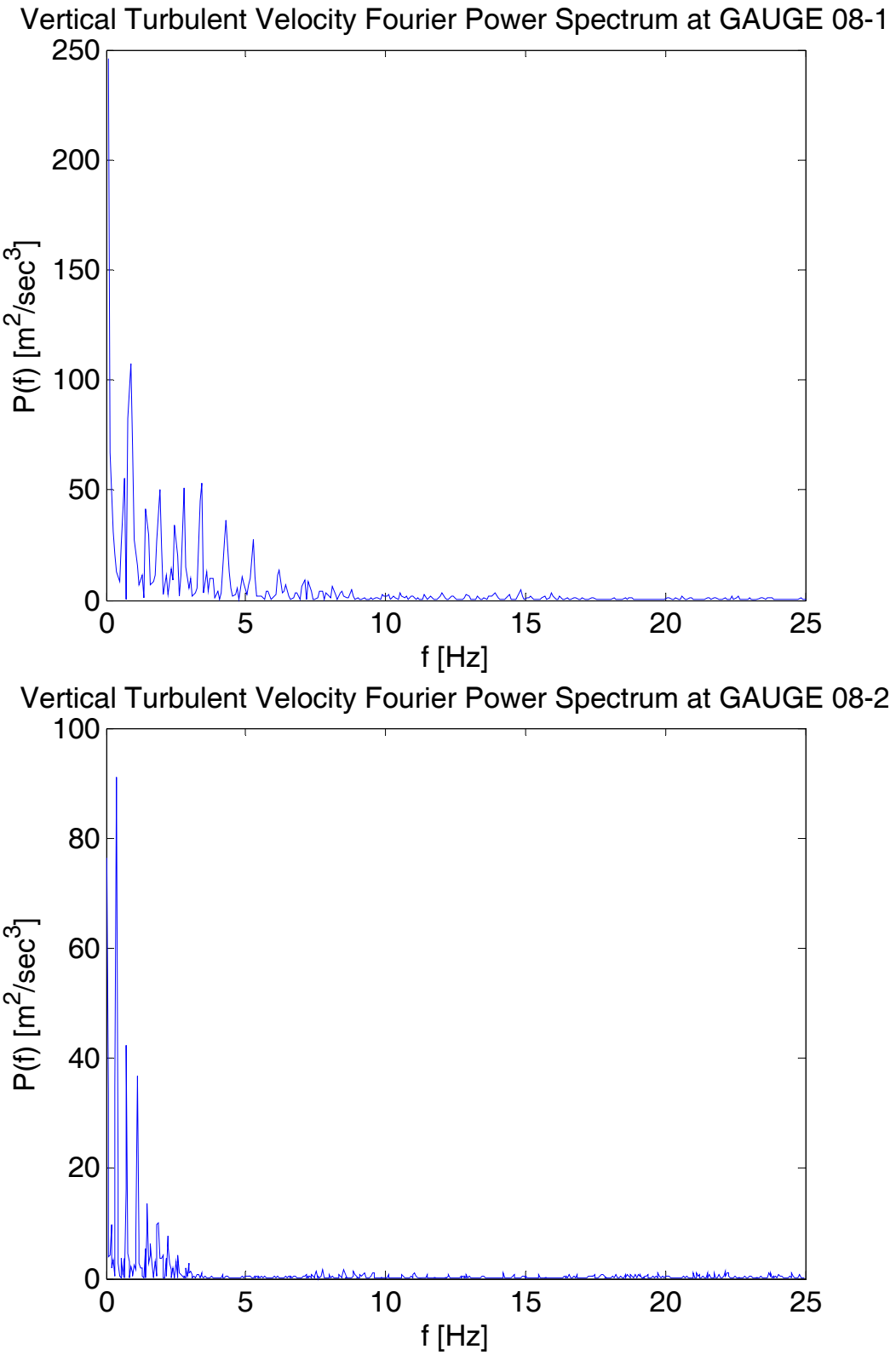
Σχ. 37. Διλογαριθμικά φάσματα Fourier για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



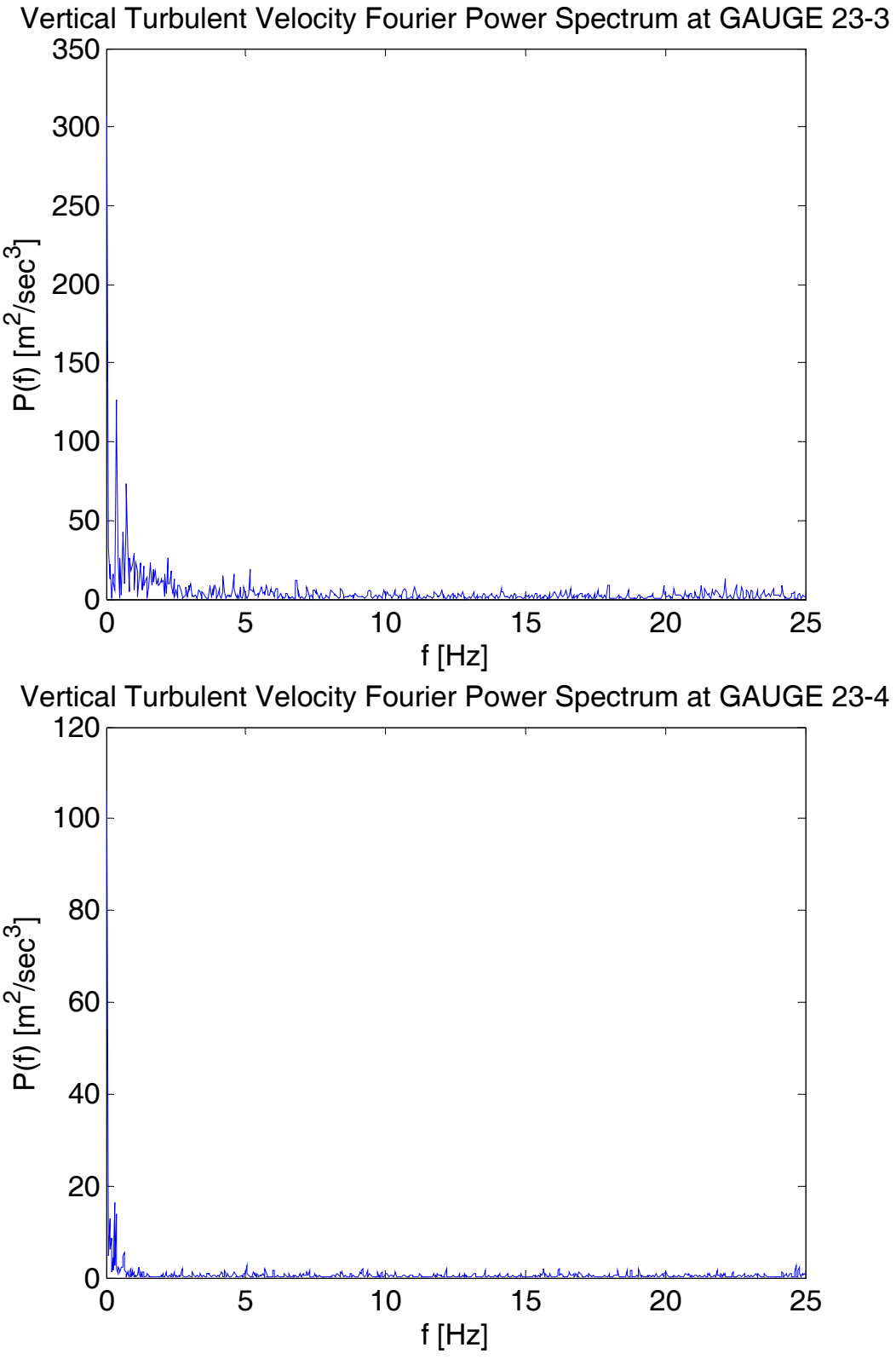
Σχ. 38. Διλογαριθμικά φάσματα Fourier για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



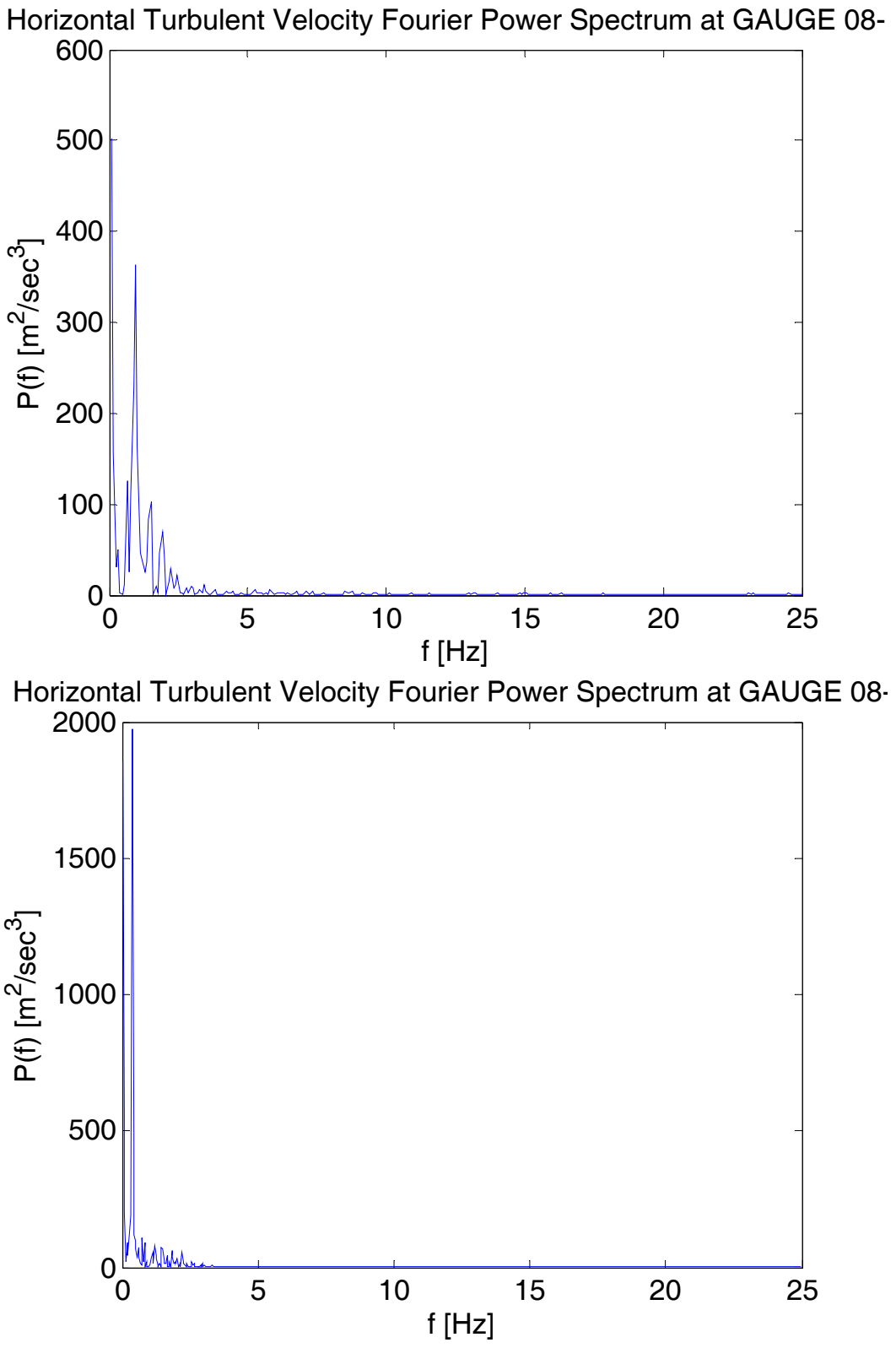
Σχ. 39. Διλογαριθμικά φάσματα Fourier για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



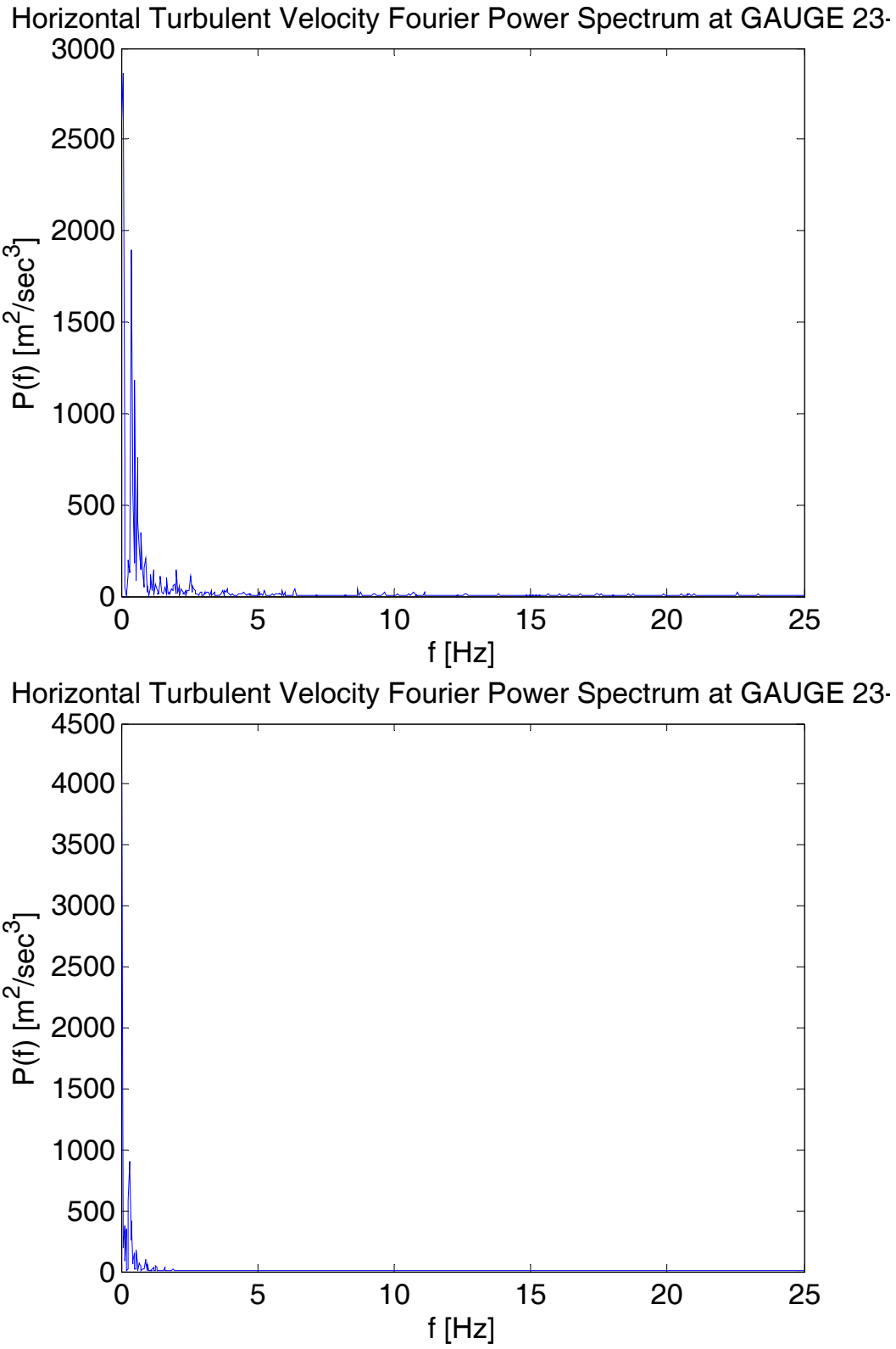
Σχ. 40. Φάσματα Fourier για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



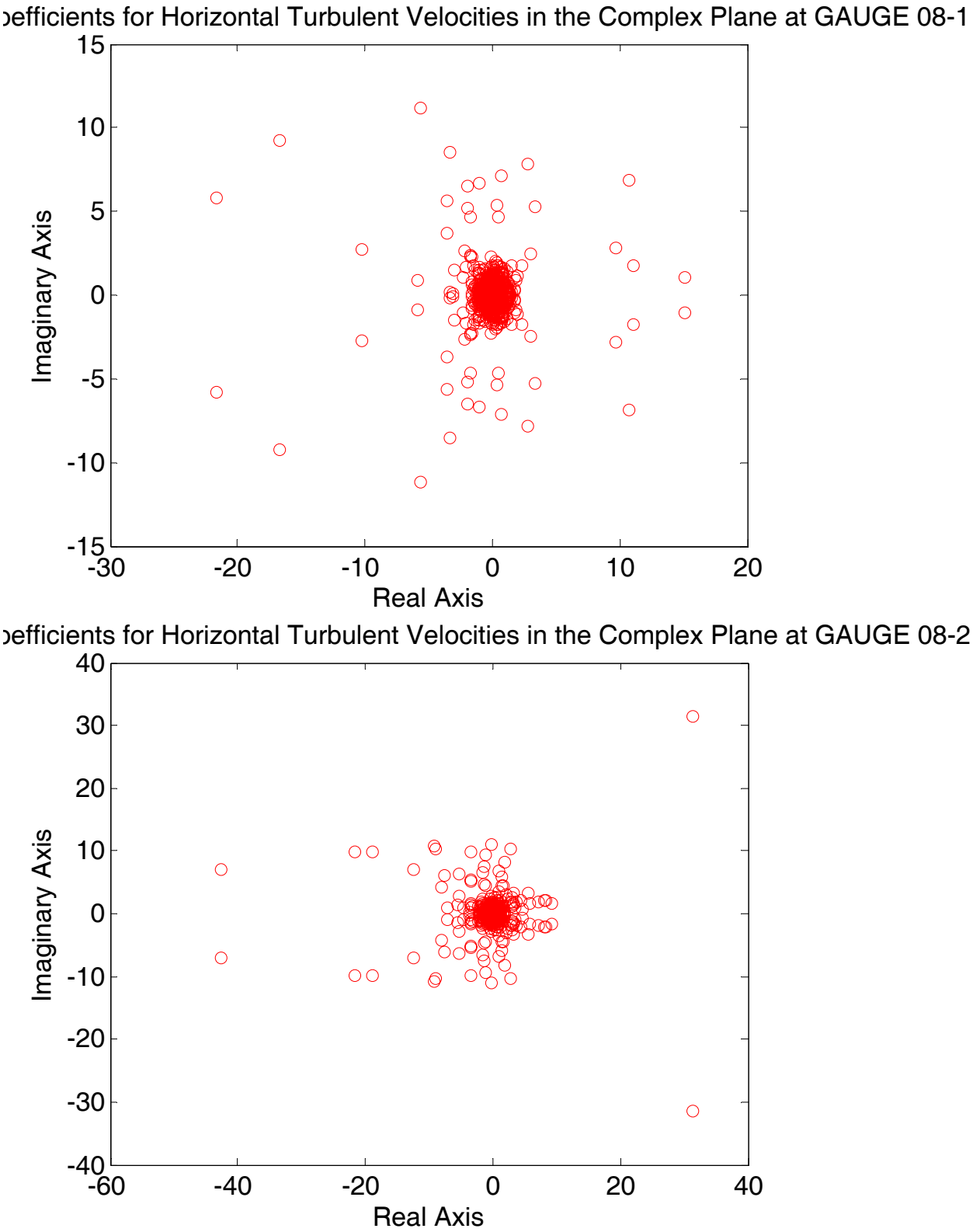
Σχ. 41. Φάσματα Fourier για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



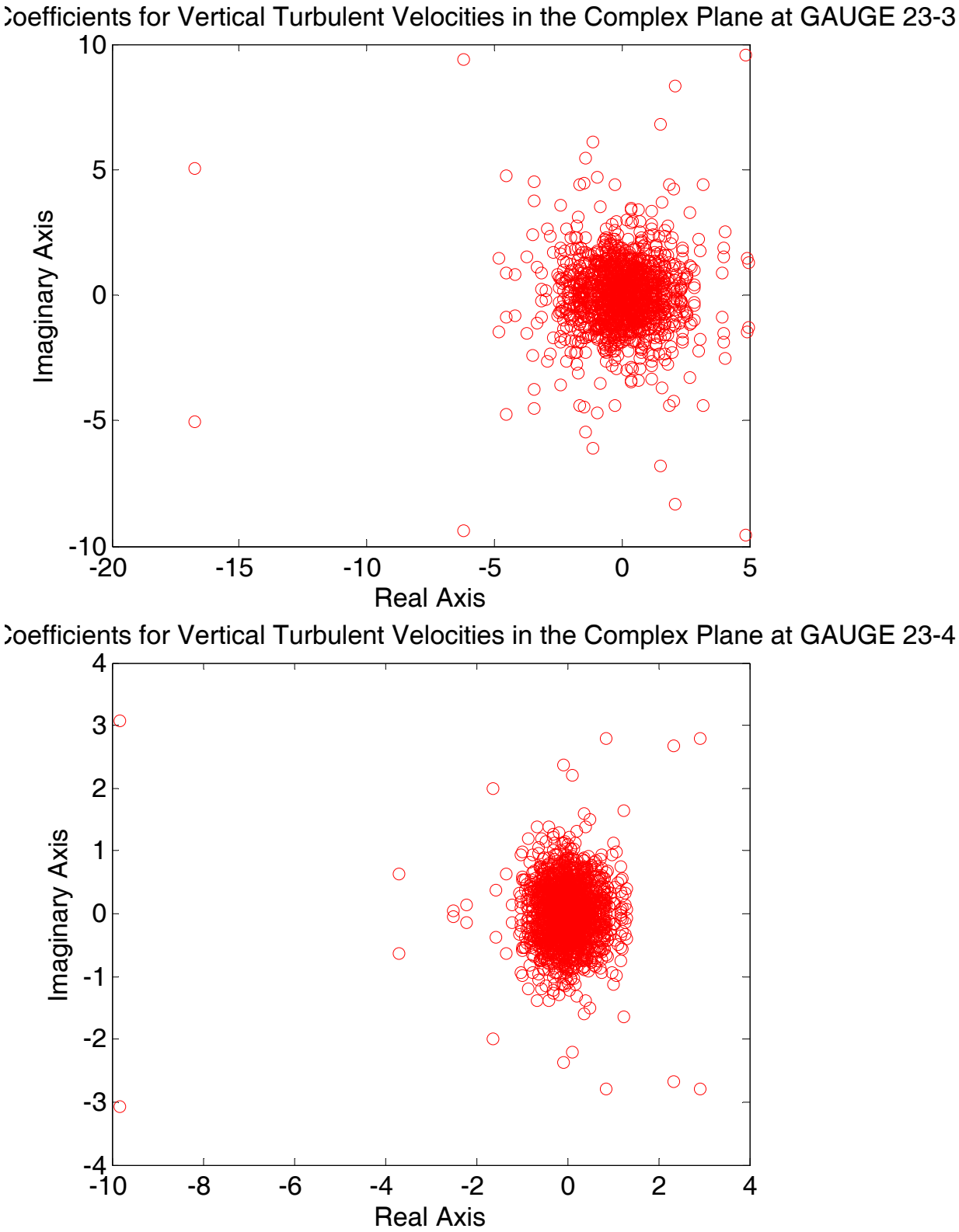
Σχ. 42. Φάσματα Fourier για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



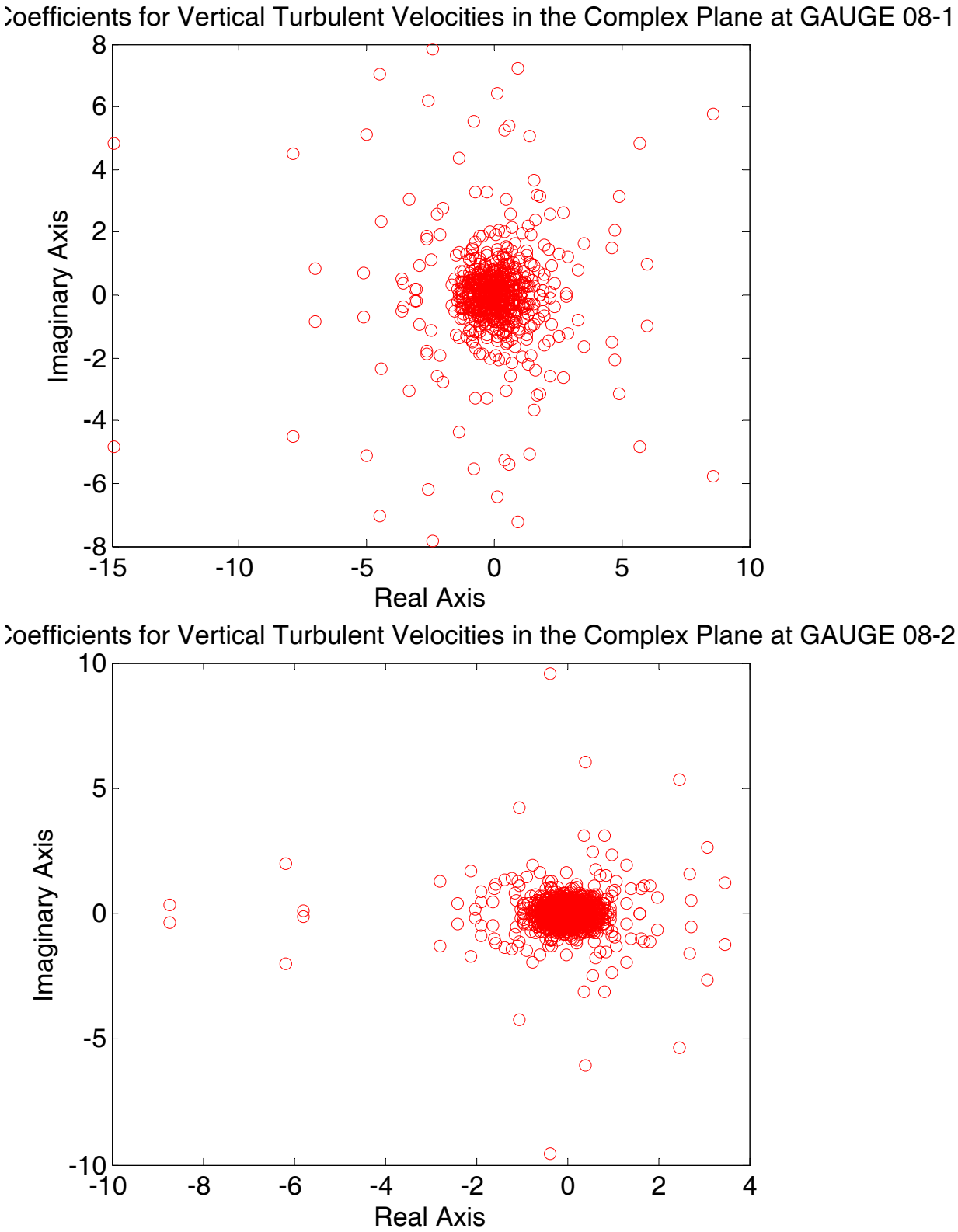
Σχ. 43. Φάσματα Fourier για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



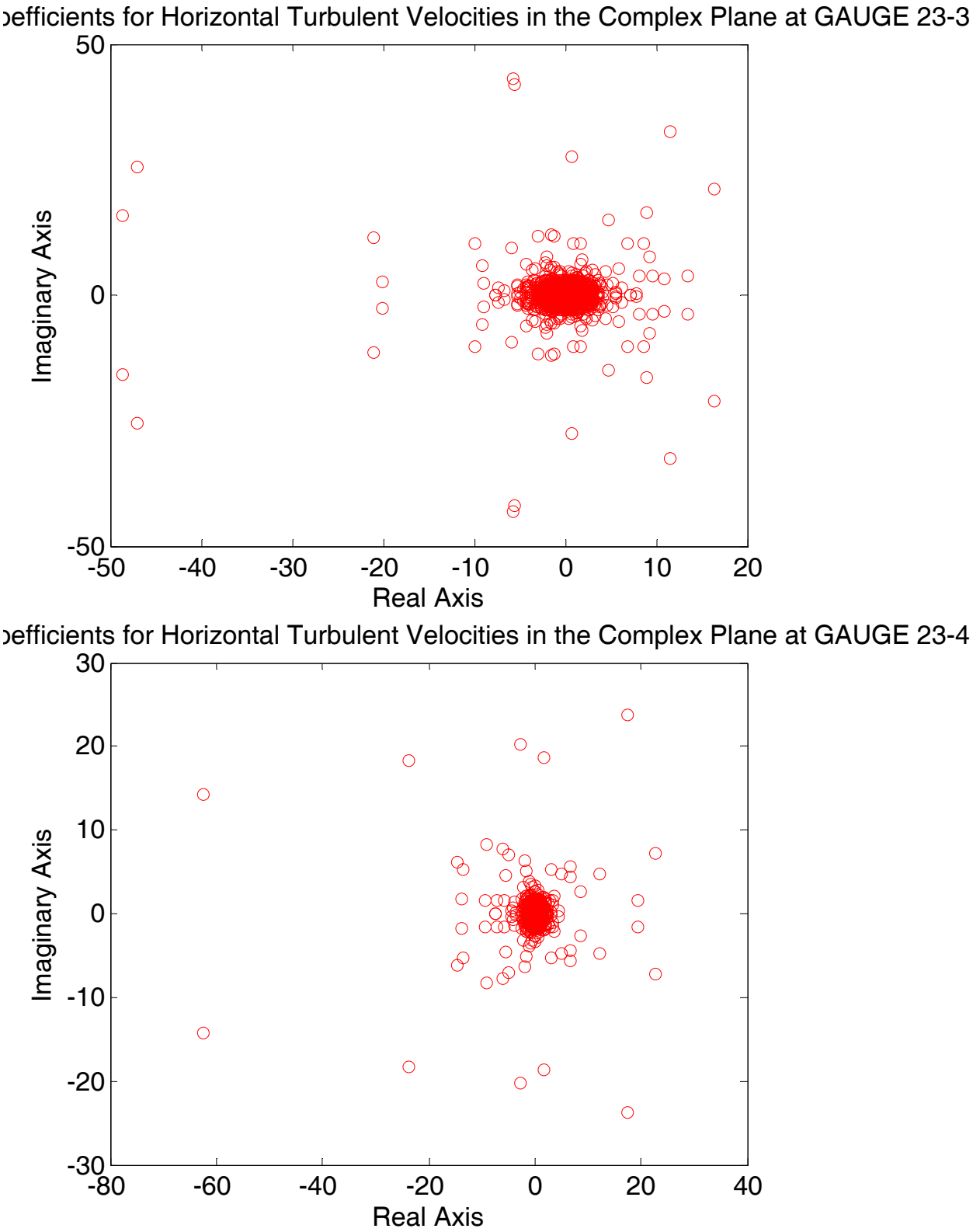
Σχ. 44. Συντελεστές μετασχηματισμού Fourier στο μιγαδικό επίπεδο, για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



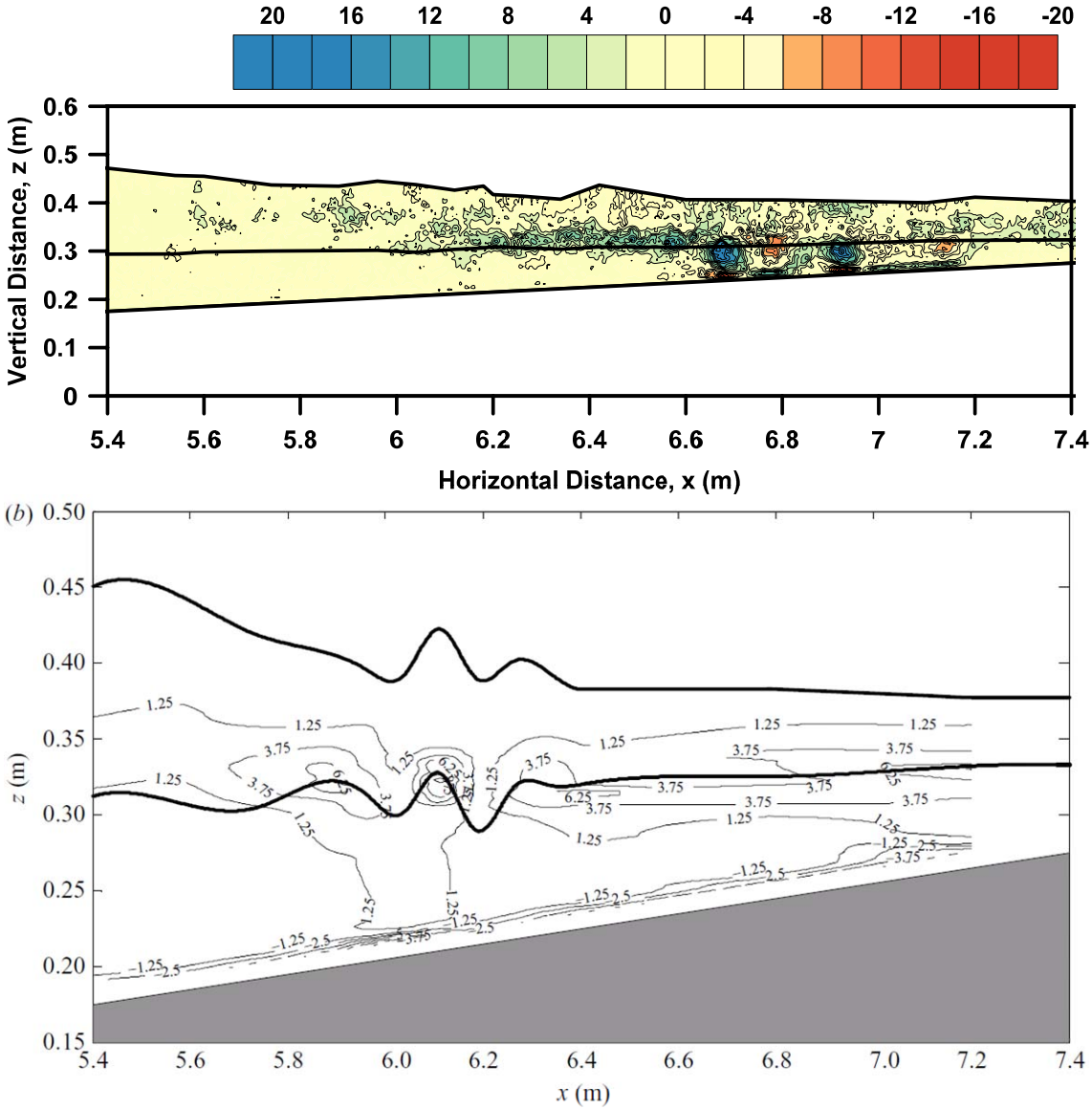
Σχ. 45. Συντελεστές μετασχηματισμού Fourier στο μιγαδικό επίπεδο, για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



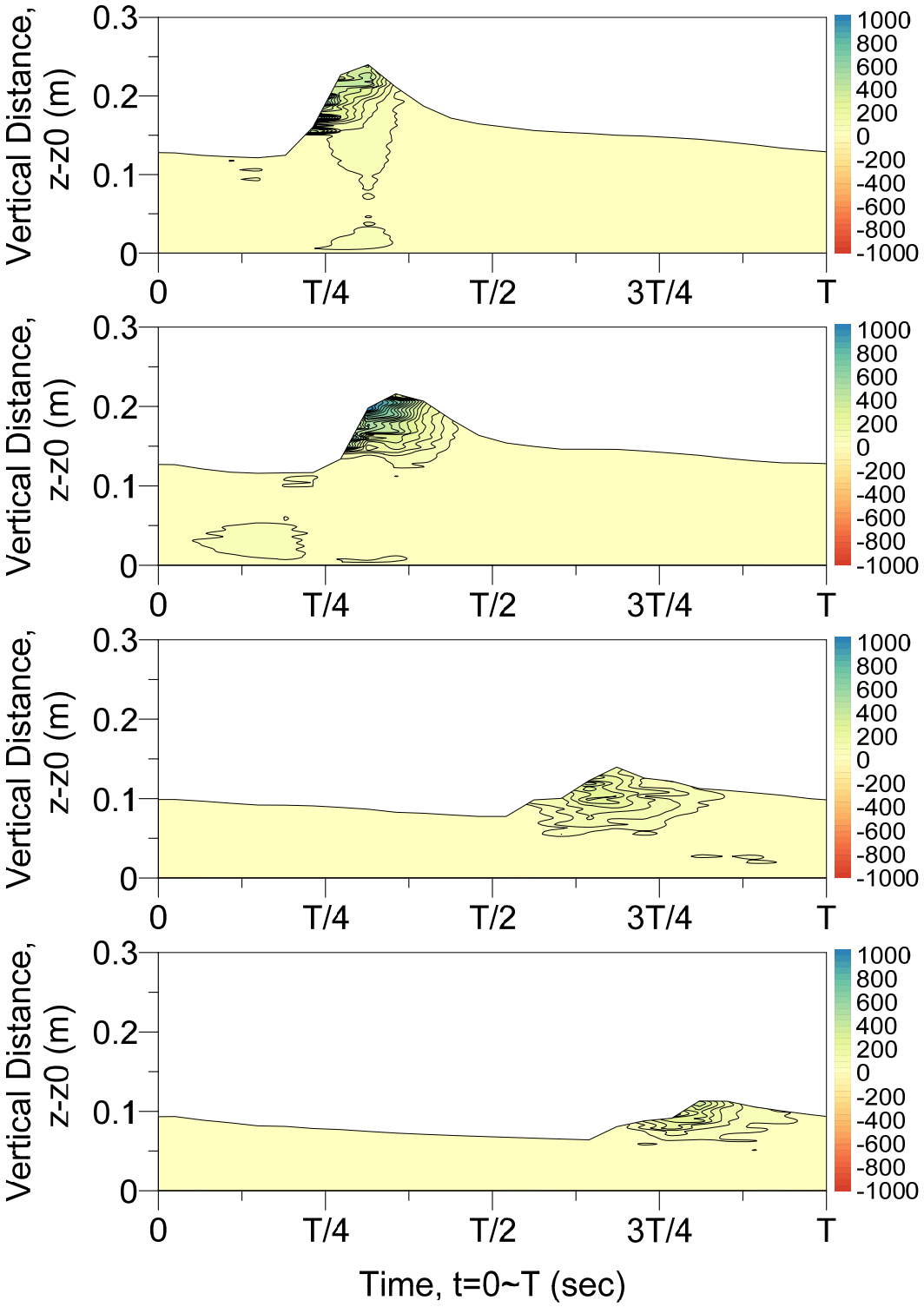
Σχ. 46. Συντελεστές μετασχηματισμού Fourier στο μιγαδικό επίπεδο, για τις κατακόρυφες τυρβώδεις ταχύτητες στην περιοχή έναρξης της θραύσης (G8), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



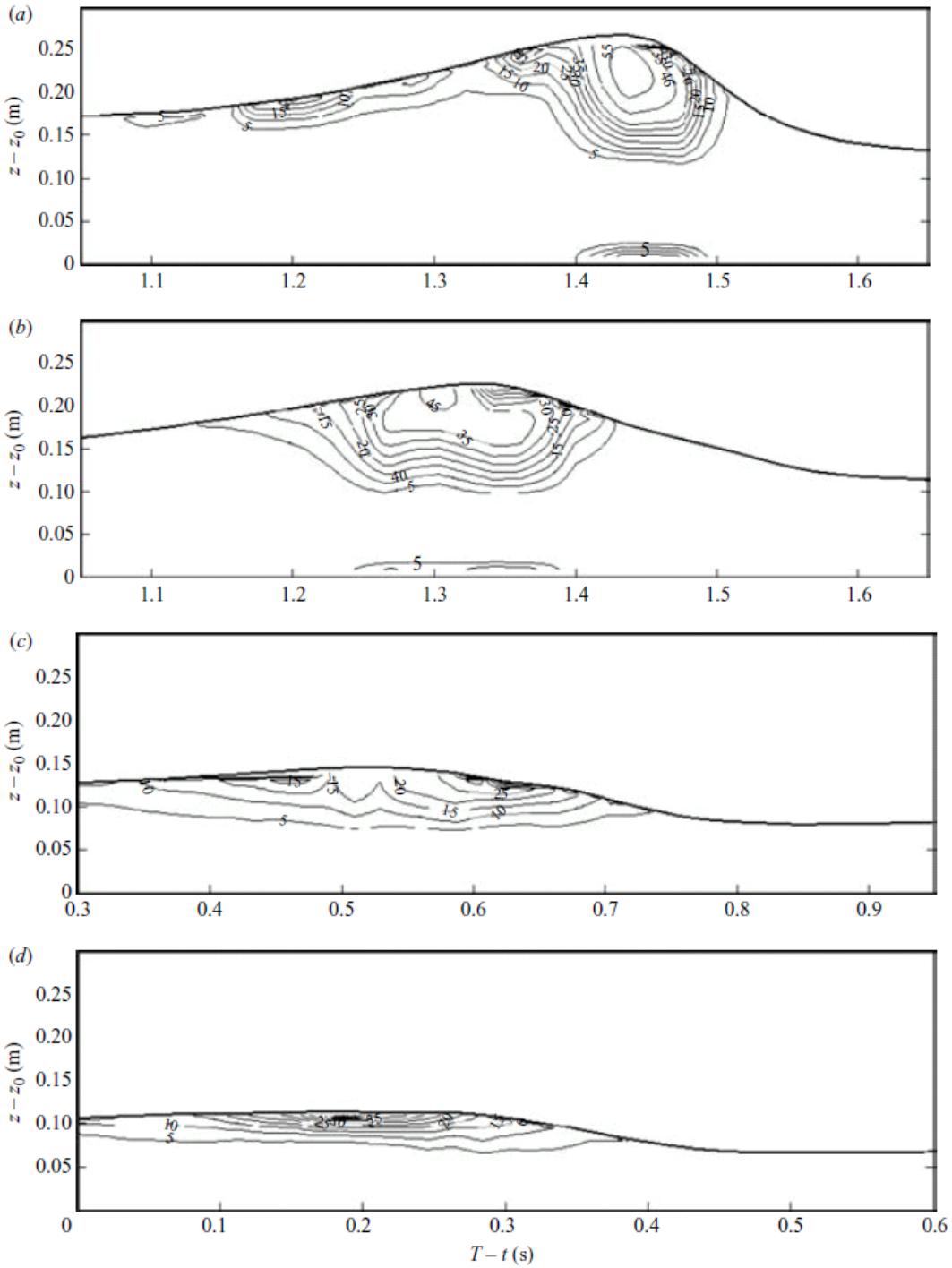
Σχ. 47. Συντελεστές μετασχηματισμού Fourier στο μιγαδικό επίπεδο, για τις οριζόντιες τυρβώδεις ταχύτητες στην ενδότερη ΖΘ (G23), στη ΜΣΘ (άνω γράφημα) και στο μέσο βάθος (κάτω γράφημα), για την περίπτωση ελέγχου 12.



Σχ. 48. Σύγκριση του πεδίου μέσης στροβιλότητας για τα συνεκτικά μορφώματα στροβιλότητας τύπου Lagrange από προσομοιώσεις (άνω γράφημα) και πειραματικά δεδομένα (κάτω γράφημα). Αντιστοιχεί στην Εικ. 62.



Σχ. 49. Σύγκριση του πεδίου των ορθών τάσεωνμεμέσης για τα συνεκτικά μορφώματα τυρβωδών τάσεων τύπου Euler από προσομοιώσεις (παρόν γράφημα) και πειραματικά δεδομένα (γράφημα απέναντι σελίδας, Σχ. 50). Αντιστοιχεί στην Εικ. 67.



Σχ. 50. Σύγκριση του πεδίου των ορθών τάσεων για τα συνεκτικά μορφώματα τυρβωδών τάσεων τύπου Euler από προσομοιώσεις (γράφημα απέναντι σελίδας, Σχ. 49) και πειραματικά δεδομένα (παρόν γράφημα). Αντιστοιχεί στην Εικ. 67. *ΠΡΟΣΟΧΗ*: ο x-άξονας είναι ανεστραμμένος, οπότε χρειάζεται αντικατοπτρική παράθεση για άμεση σύγκριση. Επίσης ο x-άξονας δεν καλύπτει όλη την κυματική περίοδο, όπως τα διαγράμματα από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων.

© Χρήστος Β. Μακρής

(ράχη):



Χρήστος Β. Μακρής

Υπολογιστική Προσομοίωση Παράκτιων Κυματικών Διεργασιών με τη Χρήση της Σωματιδιακής Μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

Διδακτορική Διατριβή
ΑΠΘ (2014)