ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Θεωρία και Εφαρμογές για Μηχανικούς

Εξάμηνο: **1ο** Κωδικός: **ΠΜΣ ΥΜκΠ 5** Μάθημα: **Επιλογής ΠΜΣ**

Διάλεξη **Δ.1. Εισαγωγή στο μάθημα Υπολογιστικής Ρευστομηχανικής**

Διδάσκων υπεύθυνος μαθήματος:

Χρήστος Β. Μακρής

Επίκουρος Καθηγητής (επί θητεία) ΔΠΘ

Διπλ. Πολιτικός Μηχανικός ΑΠΘ — Ειδίκευση: Υδραυλική & Περιβαλλοντική Τεχνική
ΜΔΕ Τεχνολογία Υδατικών Πόρων ΕΜΠ — Ειδίκευση: Διαχείριση Παράκτιας Ζώνης
Δρ. Πολιτικός Μηχανικός ΑΠΘ — Ειδίκευση: Υπολογιστική Ρευστοδυναμική – Κυματομηχανική

Online – Εξ αποστάσεως Παραδόσεις – Πολ. Μηχ. ΔΠΘ - Ξάνθη, 04 Νοεμβρίου 2024

Δ.1. Διάρθρωση Παρουσίασης (α)

1. **Γνωριμία με φοιτητές**
   - Συμπλήρωση καταλόγου συμμετεχόντων φοιτητών
   - Στοιχεία και τρόποι επικοινωνίας για διορθώσεις θέματος και επίλυση αποριών
   - Στόχευση μαθήματος

2. **Οργάνωση και στόχοι μαθήματος**
   - Θεωρία + Υλικό μαθήματος (format και repositories)
   - Προαπαιτούμενη γνώση + Ύλη για επανάληψη
   - Μαθησιακοί στόχοι + Γενικές αποκτηθείσες ικανότητες
   - Ασκήσεις + Απαλλακτική εργασία εξαμήνου

3. **Περιγραφή διδακτέας ύλης**
   - Ανάλυση διδακτέας ύλης σε τίτλους ανά εβδομάδα
   - Υπολογιστικά εργαλεία, κώδικες και λειτουργικά εργασίας
   - Απαραίτητοι compilers για σύνθεση μαθηματικών ομοιωμάτων

Δ.1. Διάρθρωση Παρουσίασης (β)

4. **Μέθοδος εξέτασης/αξιολόγησης**
    - Βαθμολόγηση μαθήματος
    - Παρουσίαση και προφορική εξέταση

5. **Χρονικός προγραμματισμός**
    - Συμπληρωματικές παραδόσεις έναντι απωλειών διδακτικών ωρών
    - Διαχωρισμός ομάδων εργασίας και παράδοση θέματος

6. **Βιβλιογραφία + Σημειώσεις**
    - Ελληνική
    - Ξενόγλωσση

Δ.1.1. Γνωριμία με φοιτητές

Συμπλήρωση καταλόγου συμμετεχόντων φοιτητών

Επώνυμο / Όνομα / ΑΕΜ / Εξάμηνο

E-mail / Λογαριασμοί κοινωνικής δικτύωσης (LinkedIn, Facebook, ResearchGate κ.λπ.)

Στοιχεία και τρόποι επικοινωνίας για διορθώσεις θέματος και επίλυση αποριών

Παραδόσεις μαθήματος: **Δευτέρα** **18:00 – 21:00**

Link παραδόσεων: **https://teams.microsoft.com/l/meetup-join/19%3ameeting_ZmZmYzY0NjAtNGQ2MC00ZWFiLWJhNjgtMDE3YjUyNDg4MDE1%40thread.v2/0?context=%7b%22Tid%22%3a%228035113d-c2cd-41bd-b069-0815370690c7%22%2c%22Oid%22%3a%22d960109c-023c-458f-a30b-6645084d4cf9%22%7d**

Επίλυση αποριών: **Τετάρτη** **10:00 – 13:00**

Επικοινωνία: **cmakris@civil.duth.gr** ή **chrismakris@gmail.com**

Τηλέφωνο: **25410 79882**

Ιστοσελίδα Μαθήματος: **https://eclass.duth.gr/courses/1021381/**

Στόχευση μαθήματος

Μηχανικοί + Επιστήμονες με ειδίκευση σε Υδραυλική, Ρευστομηχανική και Τεχνική Περιβάλλοντος, με έμφαση σε θέματα υπολογιστικών προσομοιώσεων στο υδάτινο περιβάλλον

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (α)

Οργάνωση θεωρίας και ύλης μαθήματος

Θα γίνει εκτενής διδασκαλία θεωρίας με αναφορά σε πρακτικές εφαρμογές και ασκήσεις σε εκείνα τα κεφάλαια που επιβάλλεται. Οι διαλέξεις θα γίνουν με τη χρήση λογισμικού προβολής διαφανειών σε Η/Υ και projector. Θα γίνεται χρήση αρχείων πολυμέσων, εικόνων, και βίντεο, με ταυτόχρονη αναζήτηση πληροφοριών στο διαδίκτυο.

Θα καλεστούν ως επισκέπτες ομιλητές, ειδικοί διδάκτορες και έμπειροι τεχνικοί σε θέματα υπολογιστικής υδραυλικής και ρευστοδυναμικής.

Θα διεξάγεται επίσης επίλυση αποριών των φοιτητών κάθε εβδομάδα σε ορισμένο χρόνο στο γραφείο του Διδάσκοντα (Γραφείο Γ-Α.6.1, Ισόγειο ΤΥΕ – Κτίριο Β’, ΤΠΜ ΔΠΘ).

Ο κύριος τρόπος εξέτασης και βαθμολόγησης θα είναι η τελική προφορική εξέταση με παρουσίαση των αποτελεσμάτων του θέματος εξαμήνου. Η βαθμολογία θα είναι με άριστα το 10, ενώ θα μεσοσταθμίζεται η τελική βαθμολογία μαθήματος με βάση τη συμμετοχή στο μάθημα και τη συνολική απόδοση των φοιτητών/ριών στις διαλέξεις.

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (β)

Χρήση σύγχρονων τεχνικών διδασκαλίας

Θα γίνει χρήση διαφανειών PowerPoint με οπτικό υλικό (εικόνες και βίντεο) για την παρουσίαση της θεωρίας, των πρακτικών εφαρμογών και των ασκήσεων.

Θα γίνει εκτενής χρήση των «ελεύθερα» διατιθέμενων Ηλεκτρονικών Ακαδημαϊκών Συγγραμμάτων

- Κρεστενίτης Γ.Ν., Κομπιάδου Κ.Δ., Μακρής Χ.Β., Ανδρουλιδάκης Γ.Σ., Καραμπάς Θ.Β. (2015) «Παράκτια Μηχανική – Θαλάσσια Περιβαλλοντική Υδραυλική» https://repository.kallipos.gr/handle/11419/2789?locale=en
- Σούλης, Ι. (2015). «Υπολογιστικές τεχνικές υδραυλικής μηχανικής» http://hdl.handle.net/11419/3997
- Συλαίος, Γ., & Μουτσόπουλος, Κ. (2015) «Περιβαλλοντική Υπολογιστική Ρευστομηχανική» https://dx.doi.org/10.57713/kallipos-643

Θα γίνει χρήση των πρότυπων υπολογιστικών μοντέλων και κωδίκων σε γλώσσα FORTRAN και των υπολογιστικών εφαρμογών Excel με αλγορίθμους VBA που συνοδεύουν το παραπάνω σύγγραμμα, διατιθέμενα μέσω των ηλεκτρονικών συνδέσμων:

https://repository.kallipos.gr/handle/11419/2795 και http://edusoft.civil.auth.gr/

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (γ)

Χρήση σύγχρονων τεχνικών διδασκαλίας

Θα μοιραστεί στους φοιτητές ολόκληρη η (ελληνική και ξενόγλωσση) Βιβλιογραφία του μαθήματος σε μορφή pdf για τη διευκόλυνση της μελέτης.

Θα μοιραστούν κατάλληλοι open-source compilers για FORTRAN, θα χρησιμοποιηθούν άδειες MATLAB στους υπολογιστές της αίθουσας Η/Υ κ.λπ.

Θα δοθούν υπολογιστικές εφαρμογές για τη σωστή παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε κατάλληλης μορφής διαγράμματα, γραφήματα και 2-D/3-D απεικονίσεις.

Θα γίνει χρήση της πλατφόρμας **e-class** του ΔΠΘ καθώς και του ftp του Διδάσκοντα για την ελεύθερη διακίνηση πληροφοριών, ανακοινώσεων σχετικά με το μάθημα και την ανάρτηση αποριών από τους φοιτητές και σχετικών απαντήσεων από τον διδάσκοντα.

Τα ηλεκτρονικά βοηθητικά αρχεία θα διατίθενται μέσω το διαδικτυακών εφαρμογών τεχνολογιών νέφους (cloud): Dropbox, GoogleDrive, κ.λπ.

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (δ)

Προαπαιτούμενη γνώση και ύλη για επανάληψη

Οι φοιτητές που θα παρακολουθήσουν το μάθημα θα πρέπει να κατέχουν βασικές γνώσεις:

Μηχανικής Ρευστών

Υδραυλικής

Ακτομηχανικής – Παράκτιας Τεχνικής

Οι φοιτητές που παρακολουθούν το μάθημα έχουν ήδη διδαχθεί τα ανάλογα υποχρεωτικά μαθήματα

του Τομέα Υδραυλικών Έργων του Τμ. Πολιτικών Μηχανικών ΔΠΘ

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (ε)

Περιεχόμενο μαθήματος

• Εισαγωγή στην Υπολογιστική Μηχανική Ρευστών: Τα υπολογιστικά ομοιώματα/μοντέλα, ορισμοί, τύποι και μέθοδοι αριθμητικής επίλυσης, αξιολόγηση καταλληλότητας/αξιοπιστίας μεθόδων, δυνατότητες και χρήση υπολογιστικών ομοιωμάτων, δυνατότητες και χρήση εργαλείων προγραμματισμού, παραδείγματα εφαρμογών.

• Στοιχεία αριθμητικής ανάλυσης (αριθμητική προσέγγιση και παρεμβολή, αριθμητική ολοκλήρωση, επίλυση συστημάτων εξισώσεων, σειρές Fourier, πεπερασμένες διαφορές, αριθμητική λύση αλγεβρικών συστημάτων

• Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις (Ordinary Differential Equations – ODEs), Διαφορικές Εξισώσεις με Μερικές Παραγώγους (Partial Differential Equations – PDEs), Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (Finite Differences Method).

• Αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων (εισαγωγή, παραβολικές εξισώσεις, υπερβολικές εξισώσεις – μέθοδος χαρακτηριστικών, ελλειπτικές εξισώσεις).

• Εφαρμογή σε ροές σε κλειστούς αγωγούς (μόνιμη ροή σε δίκτυα υπό πίεση - μέθοδος Cross ή Hardy-Cross, μη μόνιμη ροή - υδραυλικό πλήγμα).

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (στ)

Περιεχόμενο μαθήματος

- Εφαρμογές σε ροές ανοιχτών αγωγών και ροές με ελεύθερη επιφάνεια (μόνιμη ανομοιόμορφη ροή, μαθηματικό ομοίωμα μη μόνιμης ροής, μετάδοση πλημμυρικού κύματος).
- Εφαρμογές σε ροές υδροδυναμικής κυκλοφορίας στο θαλάσσιο και παράκτιο περιβάλλον. Δισδιάστατη και τρισδιάστατη ροή σε περιοχές λιμένων και την παράκτια ζώνη.
- Αριθμητικά μοντέλα προσομοίωσης κυματικής διάδοσης. Εφαρμογές υπολογιστικής προσομοίωσης της διάδοσης επιφανειακών κυματισμών βαρύτητας. Εφαρμογές στην ανοιχτή θάλασσα και την παράκτια ζώνη.
- Εφαρμογές σε προβλήματα διάχυσης-διασποράς (μαθηματικό ομοίωμα διάχυσης-διασποράς, αριθμητική επίλυση). Παραδείγματα λογισμικού μεταφοράς ρύπων (μέθοδοι μεταφοράς τύπου Lagrange, παραδείγματα προσομοίωσης ρύπανσης από πετρελαιοειδή κ.λπ.)
- Εισαγωγή στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.
- Εισαγωγή στις μη-πλεγματικές μεθόδους.
- Εισαγωγή στη σωματιδιακή μέθοδο Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH).
- Προσεγγίσεις για την προσομοίωση τυρβωδών ροών και μοντέλα τύρβης (RANS, LES, DNS).
- Εξατομικευμένη Απαλλακτική Εργασία Εξαμήνου

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (ζ)

Μαθησιακοί στόχοι + Γενικές Αποκτηθείσες Ικανότητες

Η διδασκαλία του μαθήματος αποσκοπεί:

• στην απόκτηση γνώσεων σχετικών με την μαθηματική-υπολογιστική μοντελοποίηση υδραυλικών προβλημάτων που δεν επιλύονται αναλυτικά και έχουν επιχειρησιακή σημασία στη μελέτη Υδραυλικών Έργων, στην εξοικείωση των φοιτητών με τη χρήση υπολογιστικών κωδίκων και πακέτων λογισμικού.

• στην κατανόηση βασικών στοιχείων της αριθμητικής ανάλυσης, βασικών εξισώσεων και προσεγγίσεων επίλυσης προβλημάτων της υδραυλικής και των μεθόδων αριθμητικής επίλυσής τους, του τρόπου μαθηματικής περιγραφής και ανάλυσης προβλημάτων υδραυλικής.

• στην ανάλυση, κατανόηση και τροποποίηση υπολογιστικών κωδίκων

• στην αναγνώριση βασικών αρχών χρήσης υπολογιστικών ομοιωμάτων σε εφαρμογές Πολιτικού Μηχανικού.

• στη χρήση εργαλείων προγραμματισμού για διαφορετικές εφαρμογές (επίλυση προβλημάτων Πολιτικού Μηχανικού, διαχείριση, ανάλυση και γραφική αναπαράσταση δεδομένων).

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (η)

Μαθησιακοί στόχοι + Γενικές Αποκτηθείσες Ικανότητες

Απόκτηση ικανοτήτων:

Μετά την επιτυχή παρακολούθηση του μαθήματος ο/η φοιτητής/ρια θα πρέπει να έχει τις ικανότητες:

• να προγραμματίζει ο/η ίδιος/α ή να είναι ένας/μια «κριτικός» χρήστης εμπορικού λογισμικού στα αντικείμενα της Μηχανικής Ρευστών και της Υδραυλικής.

• να είναι όσο το δυνατό καλύτερα προετοιμασμένος/η για την εκπόνηση Διπλωματικών Εργασιών και μεταπτυχιακών σπουδών που συμπεριλαμβάνουν την ανάπτυξη και εφαρμογή υπολογιστικών μοντέλων στη Ρευστομηχανική και την Υδραυλική για προβλήματα που αφορούν την επιστήμη του Πολιτικού Μηχανικού.

Μετά την επιτυχή παρακολούθηση του μαθήματος ο/η φοιτητής/ρια αποκτά τις δεξιότητες:

• να εφαρμόζει είτε στη συνέχεια των σπουδών του είτε επαγγελματικά, τις γνώσεις και τις ικανότητες που αναφέρονται προηγούμενα.

Δ.1.2. Οργάνωση - στόχοι μαθήματος (θ)

Μέθοδος εξέτασης/αξιολόγησης μαθήματος

Βασικός στόχος είναι η κρίση/βαθμολόγηση των φοιτητών να γίνεται με βάση την εβδομαδιαία επαφή τους με το υλικό των παραδόσεων του μαθήματος και την εξέλιξη της εργασίας του εξαμήνου και όχι να κριθούν από την απόδοσή τους σε ολιγόωρη γραπτή εξέταση. Συνεπώς, στο πέρας του εξαμήνου θα εξεταστεί προφορικά η εργασία (**Θέμα**) στα πλαίσια 3ωρου παρουσιάσεων των εργασιών των ομάδων.

Η τελική βαθμολογία θα υπολογιστεί ως εξής:

- Θέμα/Εργασία 60%

ορθότητα/πληρότητα υπολογισμών 30% + κατανόηση εννοιών 10% + πρωτοτυπία υπολογιστικών κωδίκων 10%

- Προφορική εξέταση 20%

πάνω στο Θέμα/Εργασία 10% + θέματα γενικότερης κατανόησης του μαθήματος 10%

- Παρουσίαση 20%

Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (α)

2η Εβδομάδα:

Ανακεφαλαίωση/υπενθύμιση βασικών εννοιών Υδραυλικής και Μηχανικής Ρευστών. Εισαγωγή στη Ρευστοδυναμική. Εισαγωγή στα Μαθηματικά Μοντέλα και στα Υπολογιστικά/Αριθμητικά Μοντέλα Προσομοίωσης. Πλαίσιο αριθμητικής μοντελοποίησης. Καλά δομημένα μαθηματικά μοντέλα και αριθμητικές προσεγγίσεις. Διακριτικοποίηση και αριθμητική επίλυση μαθηματικών/αριθμητικών μοντέλων. Αξιοπιστία μοντέλων προσομοίωσης. Εισαγωγή στην ανάπτυξη και εφαρμογή αριθμητικών μοντέλων. Εισαγωγή στις μεθόδους πεπερασμένων διαφορών.

Στοιχεία αριθμητικής ανάλυσης (αριθμητική προσέγγιση και παρεμβολή, αριθμητική ολοκλήρωση, επίλυση συστημάτων εξισώσεων, σειρές Fourier, πεπερασμένες διαφορές, αριθμητική λύση αλγεβρικών συστημάτων).

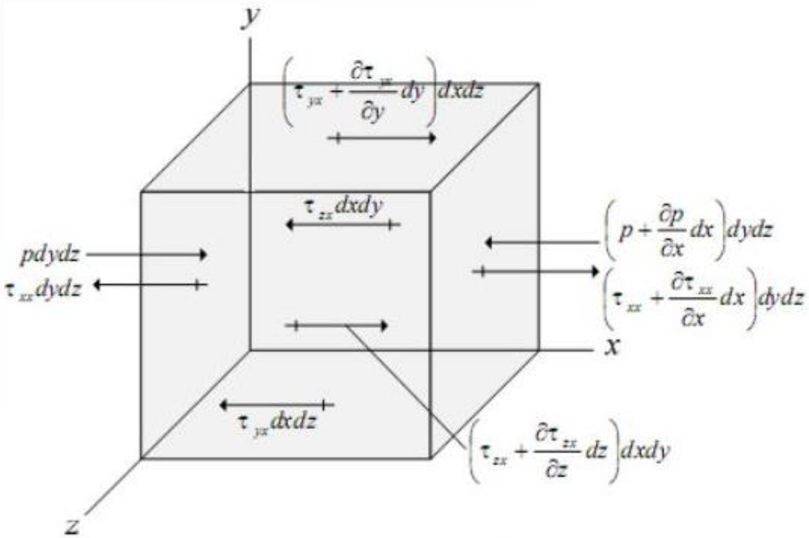
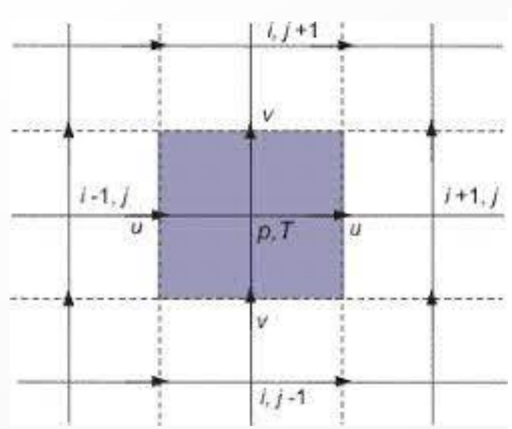
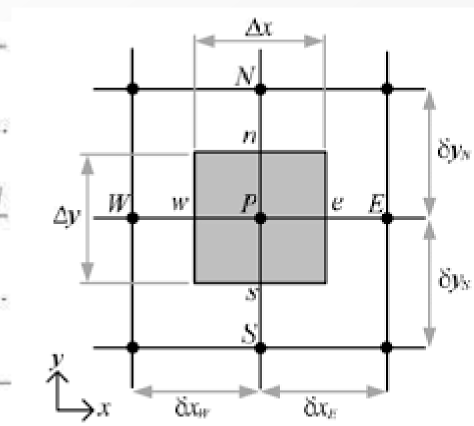


Figure 3: Moving fluid element model for the x component





Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (β)

3η Εβδομάδα:

Εισαγωγή Διαφορικές Εξισώσεις, Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις (Ordinary Differential Equations – ODEs). Μέθοδοι επίλυσης. Παραδείγματα εφαρμογής. Διαχείριση δεξαμενής αποθήκευσης νερού. Αριθμητικές λύσεις διόδευσης νερού από ταμιευτήρα. Διαχείριση ποιότητας νερού σε λιμνοθάλασσα. Αρχικές και οριακές συνθήκες.

ODE	PDE
$\frac{dy}{dx} = x\sin\left(x^2\right)\cos y$	$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + u = e^{x-y}$
$\frac{dy}{dx} = y\csc x + e^x$	$3\frac{\partial u}{\partial x^2} + 7\frac{\partial u}{\partial x \partial y} + 6\frac{\partial u}{\partial y^2} = 0$
$\frac{d^2y}{dx^2} + 4xy\frac{dy}{dx} + 5y = 0$	$\frac{\partial v}{\partial t} - k\frac{\partial v}{\partial x^2} = v$

ODE

- Definition

independent

$$f\left[t, \rho(t), \rho'(t), \ldots, \rho^{(n)}(t)\right] = 0$$

dependent

- Example

$$\rho''' + 2e^t\rho'' + \rho\rho' = t^4$$

- A 3rd order differential equation for $\rho = \rho(t)$
- Solution $\frac{dQ}{dt} = kQ$

$$Q(t) = ce^{kt}, -\infty < t < \infty$$

Discharge

$$u = \frac{y}{a}U + \frac{y^2 - ay}{2\mu}\left(\rho g_x + \frac{dp}{dx}\right)$$

$$q = \int_0^a u\,dy = \int_0^a \left(\frac{y}{a}U + \frac{y^2 - ay}{2\mu}\left(\rho g_x + \frac{dp}{dx}\right)\right)dy$$

$$q = \frac{Ua}{2} - \frac{a^3}{12\mu}\left(\rho g_x + \frac{dp}{dx}\right)$$

Discharge per unit width!

Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (γ)

4η Εβδομάδα:

Διαφορικές Εξισώσεις με Μερικές Παραγώγους (Partial Differential Equations – PDEs). Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (Finite Differences Method). Κάνναβος και Πλέγμα. Έκκεντροι κάνναβοι. Δομημένα και αδόμητα πλέγματα. Αρχικές και οριακές συνθήκες. Κριτήρια ευστάθειας και ακρίβειας επίλυσης (κριτήριο Courant κ.λπ.). Ταξινόμηση διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους. Χαρακτηριστικές κατευθύνσεις σύνθεσης αριθμητικού προβλήματος και επίλυσης. Αριθμητικές λύσεις. Ελλειπτικές διαφορικές εξισώσεις με μερικές διαφορές. Εξίσωση Laplace. Επαναληπτική μέθοδος Gauss-Seidel για λύση γραμμικού αλγεβρικού συστήματος διαφορικών εξισώσεων. Προσέγγιση Οριακών Συνθηκών. Επίλυση παραβολικών διαφορικών εξισώσεων με μερικές διαφορές. Εξίσωση διάχυσης.

Navier–Stokes Equations
3 – dimensional – unsteady

Glenn Research Center

Coordinates: (x,y,z)
Velocity Components: (u,v,w)
Time : t
Density: ρ
Total Energy: Et
Pressure: p
Stress: τ
Heat Flux: q
Reynolds Number: Re
Prandtl Number: Pr

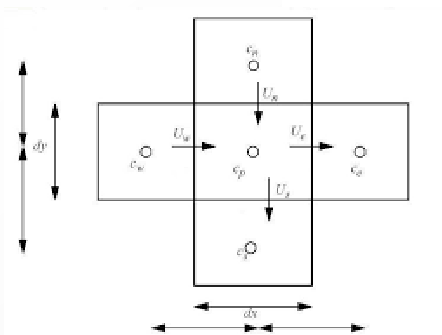
Continuity:
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$$

X – Momentum:
$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho uw)}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{Re_r}\left[\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}\right]$$

Y – Momentum:
$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho vw)}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{Re_r}\left[\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}\right]$$

Z – Momentum
$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uw)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vw)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{Re_r}\left[\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z}\right]$$

Energy:
$$\frac{\partial(E_T)}{\partial t}+\frac{\partial(uE_T)}{\partial x}+\frac{\partial(vE_T)}{\partial y}+\frac{\partial(wE_T)}{\partial z}=-\frac{\partial(up)}{\partial x}-\frac{\partial(vp)}{\partial y}-\frac{\partial(wp)}{\partial z}-\frac{1}{Re_r Pr_r}\left[\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}+\frac{\partial q_z}{\partial z}\right]$$
$$+\frac{1}{Re_r}\left[\frac{\partial}{\partial x}(u\,\tau_{xx}+v\,\tau_{xy}+w\,\tau_{xz})+\frac{\partial}{\partial y}(u\,\tau_{xy}+v\,\tau_{yy}+w\,\tau_{yz})+\frac{\partial}{\partial z}(u\,\tau_{xz}+v\,\tau_{yz}+w\,\tau_{zz})\right]$$



Euler Equations

Glenn Research Center

2 – Dimensional, Steady Form:

Coordinates: (x,y)
Velocity Components: (u,v)
Pressure: p
Density: ρ

Continuity:
$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0$$

X – Momentum:
$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial x}$$

Y – Momentum:
$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}$$

Incompressible Form:

Continuity:
$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

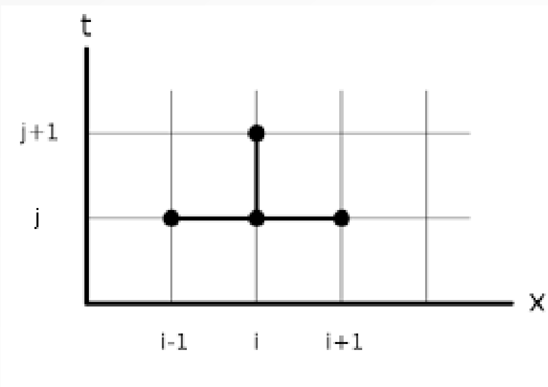
X – Momentum:
$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

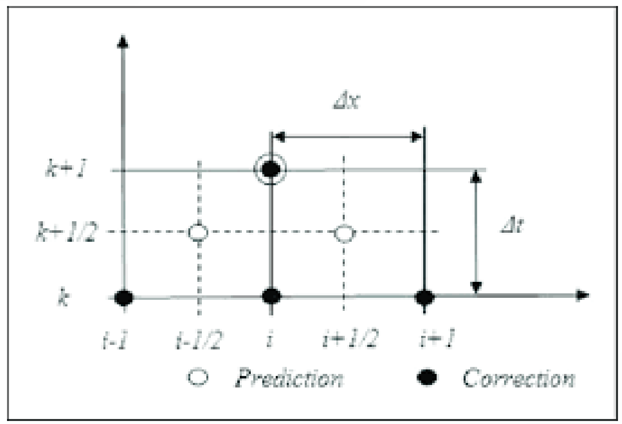
Y – Momentum:
$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

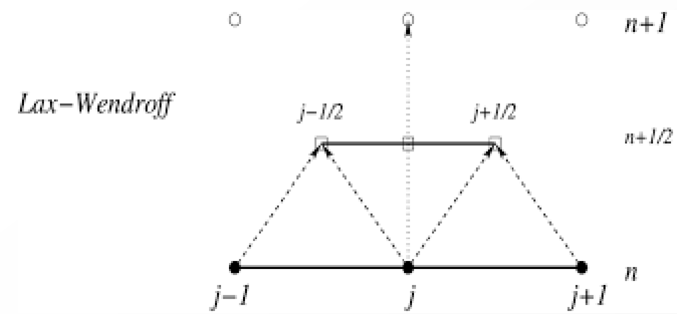
Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (δ)

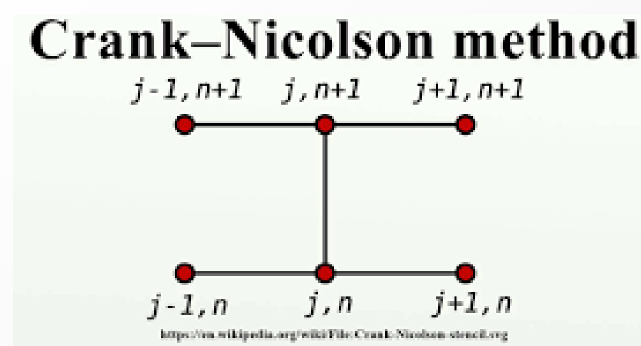
5η Εβδομάδα:

Αριθμητικά σχήματα: Εμπρόσθιο στο χρόνο, κεντρικό στο χώρο (FTCS). Αριθμητικό σχήμα Crank-Nicolson. Επίλυση υπερβολικών PDEs. Εξίσωση κυμάτων. Ρητό αριθμητικό σχήμα Euler. Αριθμητικό σχήμα Godunov. Αριθμητικό σχήμα Lax και Lax-Wendroff. Αριθμητικό σχήμα Fromm. Σχήμα Total variation diminishing (TVD). Αριθμητική τεχνική Leap-frog. Αριθμητική τεχνική Runge-Kutta.









Let us adopt Forward-difference in Time & Central-difference in Space (FTCS) scheme

$$\frac{\partial u}{\partial t}+c\frac{\partial u}{\partial x}=0 \Rightarrow \frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t}+c\frac{u_{j+1}^n-u_{j-1}^n}{2\Delta x}=0$$

$$\Rightarrow \boxed{u_j^{n+1}=u_j^n-\frac{1}{2}\nu_{\text{CFL}}\left(u_{j+1}^n-u_{j-1}^n\right)}$$

Here we introduced the CFL number

$$\boxed{\nu_{\text{CFL}}\equiv c\frac{\Delta t}{\Delta x}}$$

the Crank-Nicolson method for the advection-diffusion equation:

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t}+\frac{1}{2}c\frac{u_{j+1}^{n+1}-u_{j-1}^{n+1}}{2\Delta x}+\frac{1}{2}c\frac{u_{j+1}^n-u_{j-1}^n}{2\Delta x}$$
$$=\frac{1}{2}\nu\frac{u_{j+1}^{n+1}-2u_{j-1}^{n+1}+u_{j-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}+\frac{1}{2}\nu\frac{u_{j+1}^n-2u_{j-1}^n+u_{j-1}^n}{(\Delta x)^2}$$

Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (ε)

6η Εβδομάδα:

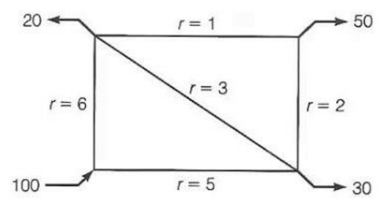
Εφαρμογή σε ροές σε κλειστούς αγωγούς (μόνιμη ροή σε δίκτυα υπό πίεση - μέθοδος Cross ή Hardy-Cross, μη μόνιμη ροή - υδραυλικό πλήγμα). Ροή σε αγωγούς υπό πίεση. Βασικές αρχές της ροής σε δίκτυα κλειστών αγωγών. Εξίσωση συνέχειας (διασταύρωση). Εξίσωση ενέργειας (βρόχου). Μέθοδος Hardy Cross. Μη μόνιμη ροή σε κλειστό αγωγό. Εξίσωση συνέχειας και ορμής για υδραυλικό πλήγμα. Γραμμικοποίηση εξισώσεων υδραυλικού πλήγματος. Αριθμητική επεξεργασία των εξισώσεων. Αρχικές συνθήκες. Οριακές συνθήκες. Αριθμητικός αλγόριθμος.

Hardy-Cross Method: Steps

- With given inflow & outflow, assume suitable Q & its direction in each pipe that satisfy continuity Eq^n at each junction
- Divide pipe network into a number of loops
  - Include each pipe in at least one of the loops
- For each loop, compute HL in each pipe & sum them up: $\sum h_f = \sum rQ^2$
  - Also compute $2\sum rQ$ for each circuit; w/o considering sign (i.e., absolute value is taken)
- Compute the correction: $\Delta Q = -\dfrac{\sum rQ^2}{2\sum rQ}$

Handout

Hardy-Cross Procedure



1) How many loops are there?
2) What is n?
3) Define direction
4) Label pipes and loops
5) Assign "guess" flow rates
6) Find r for all pipes
7) Find rQ|Q| and nr|Q| for every pipe in a loop
8) Sum rQ|Q| and nr|Q| for **each loop** (sum them per loop, not all loops)
9) Find ΔQ for each loop
10) Apply correction factor to each pipe in the loop

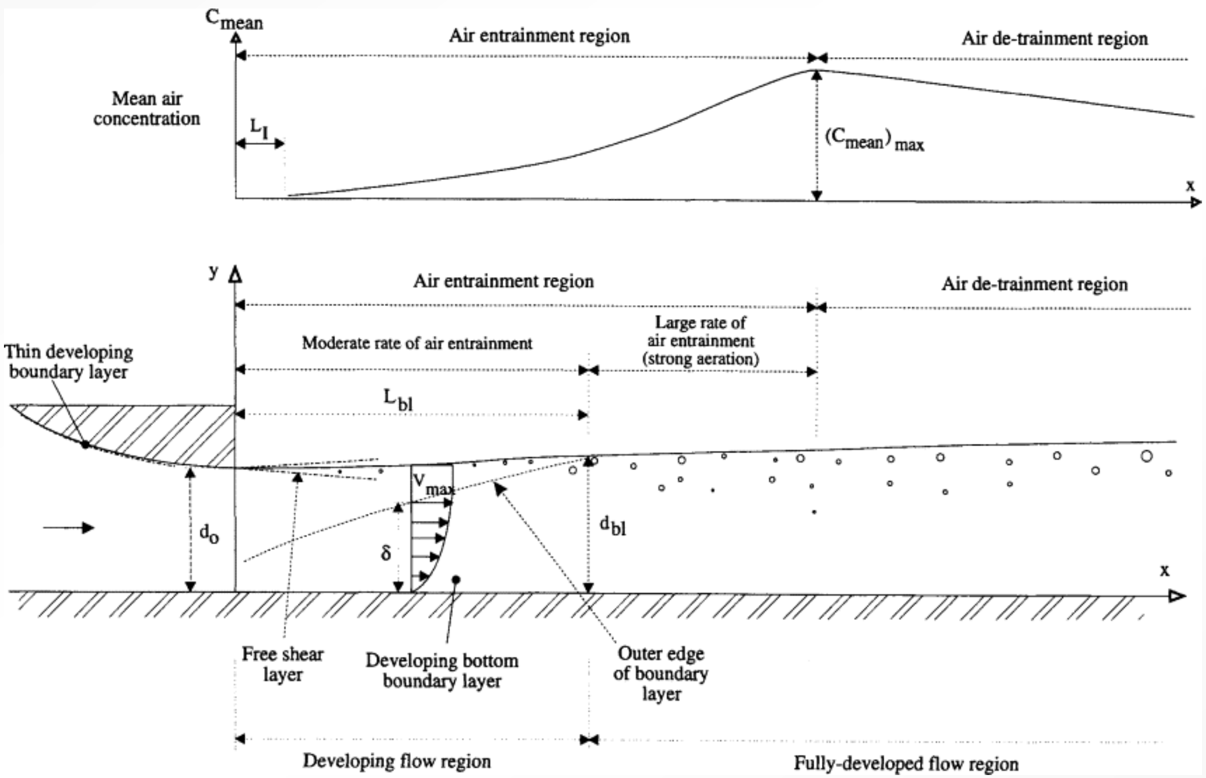
$$\Delta Q = -\frac{\sum rQ|Q|}{\sum nr|Q|}$$

Example

Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (στ)

7η Εβδομάδα:

Εφαρμογές σε ροές ανοιχτών αγωγών και ροές με ελεύθερη επιφάνεια (μόνιμη ανομοιόμορφη ροή, μαθηματικό ομοίωμα μη μόνιμης ροής, μετάδοση πλημμυρικού κύματος). Ημι-οριζόντιες ροές με ελεύθερη επιφάνεια. Μονοδιάστατη ροή ανοιχτού αγωγού (καναλιού). Σταδιακά μεταβαλλόμενη μη ομοιόμορφη ροή. Μέθοδος Newton-Raphson. Προφίλ επιφάνειας νερού. Μη μόνιμη ροή ανοιχτού αγωγού. Βασικές εξισώσεις. Αλγόριθμος αριθμητικής λύσης.



1D Saint Venant Equation

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x} = g(S_0 - S_f)$$

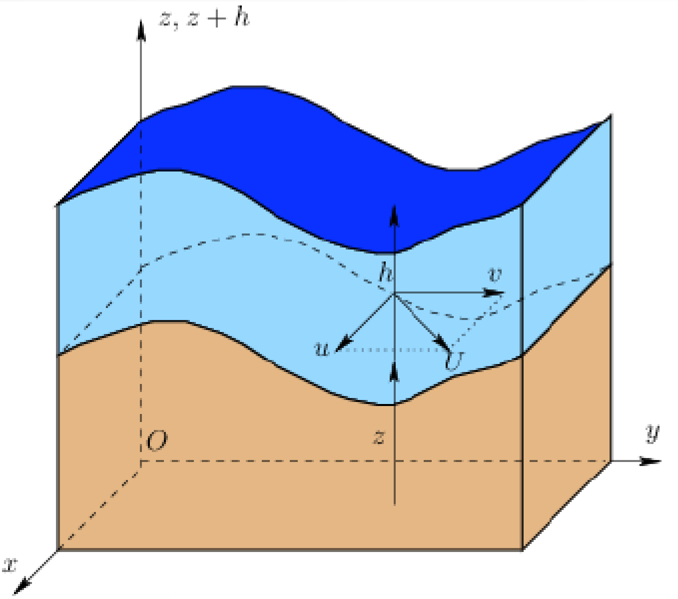
The friction slope Sf is usually obtained from a uniform flow formula such as Manning or chezy.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (ζ)

8η Εβδομάδα:

Δισδιάστατες οριζόντιες ροές ελεύθερης επιφάνειας. Βασικές εξισώσεις. Αρχικές και οριακές συνθήκες. Εφαρμογές σε ροές υδροδυναμικής κυκλοφορίας στο θαλάσσιο και παράκτιο περιβάλλον. Τάσεις ακτινοβολίας. Σχήμα αριθμητικής λύσης. Στρωματοποιημένες γεωφυσικές ροές. Βασικές εξισώσεις. Μονοδιάστατο στρωματοποιημένο σύστημα.



$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\Big((H+h)u\Big) + \frac{\partial}{\partial y}\Big((H+h)v\Big) = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g\frac{\partial h}{\partial x} - ku + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g\frac{\partial h}{\partial y} - kv + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right),$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial H\upsilon}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial Hu}{\partial t} + \frac{\partial Hu^2}{\partial x} + \frac{\partial Hu\upsilon}{\partial y} - fH\upsilon =$$

$$-gH\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] + \frac{\tau_u^w}{\rho 0} - \frac{\tau_u^b}{\rho 0}$$

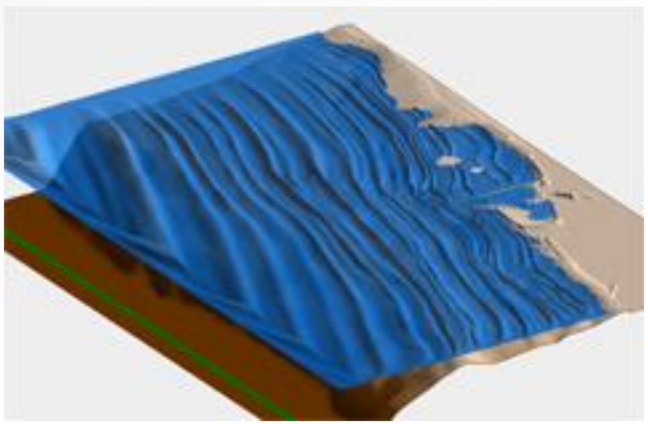
$$\frac{\partial H\upsilon}{\partial t} + \frac{\partial H\upsilon u}{\partial y} + \frac{\partial H\upsilon^2}{\partial y} + fHu =$$

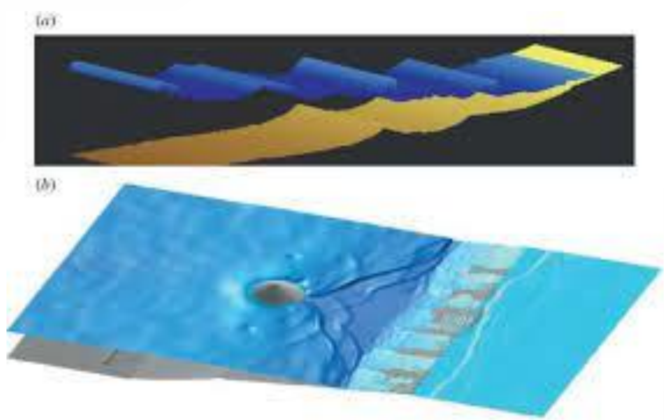
$$-gH\frac{\partial \eta}{\partial y} + v\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(H\frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(H\frac{\partial \upsilon}{\partial y}\right)\right] + \frac{\tau_\upsilon^w}{\rho 0} - \frac{\tau_\upsilon^b}{\rho 0}$$

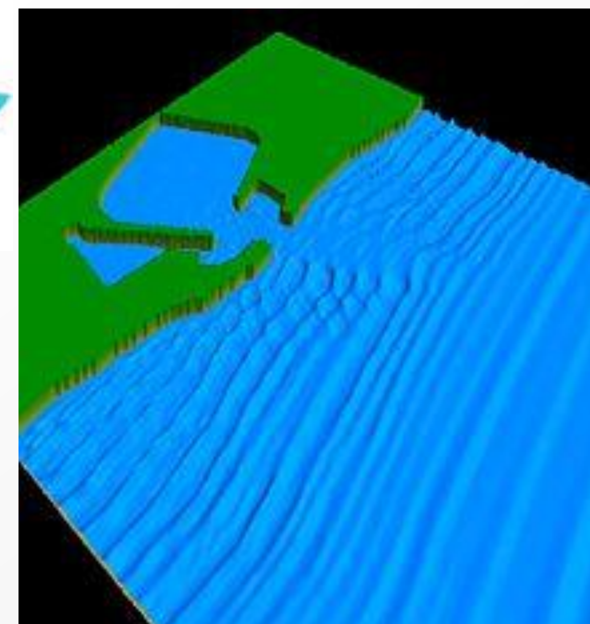
Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (η)

9^{η} Εβδομάδα:

Αριθμητικά μοντέλα προσομοίωσης κυματικής διάδοσης. Εφαρμογές υπολογιστικής προσομοίωσης της διάδοσης επιφανειακών κυματισμών βαρύτητας. Κυματικά μοντέλα Εξισώσεις ήπιας κλίσης ακτής (παραβολικές, υπερβολικές, ελλειπτικές). Εξισώσεις τύπου Boussinesq. Παραδείγματα κυματικών μοντέλων επίλυσης στη φάση του κύματος. Προσέγγιση κυματικών μοντέλων $3^{\eta\varsigma}$ γενιάς (μεσοσταθμισμένα στη φάση του κύματος) για σύνθετους κυματισμούς.



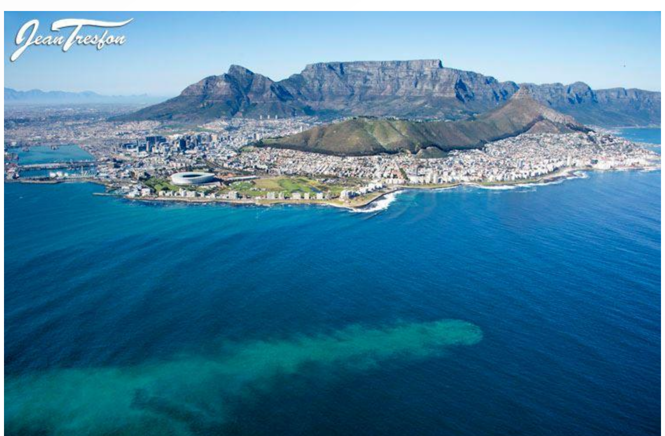


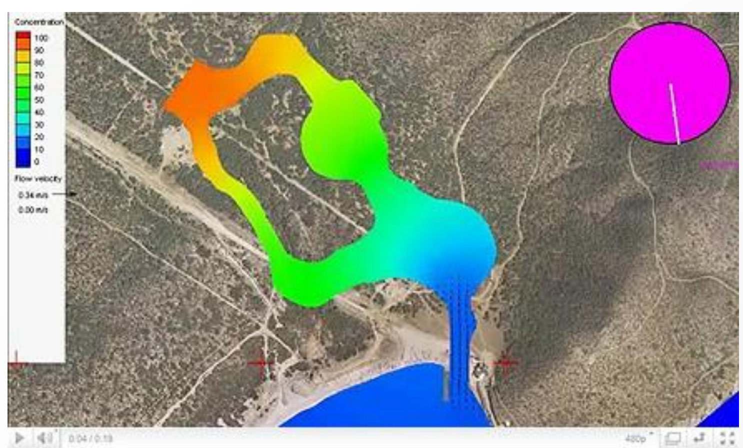


Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (θ)

10η Εβδομάδα:

Εφαρμογές σε προβλήματα διάχυσης-διασποράς (μαθηματικό ομοίωμα διάχυσης-διασποράς, αριθμητική επίλυση). Παραδείγματα λογισμικού μεταφοράς ρύπων (μέθοδοι μεταφοράς τύπου Lagrange, παραδείγματα προσομοίωσης ρύπανσης από πετρελαιοειδή κ.λπ.). Μέθοδοι παρασυρόμενων σωματιδίων. Μαθηματική διατύπωση. Αριθμητικές λύσεις του μοντέλου διάχυσης-διασποράς, συναγωγής – μεταγωγής και μεταφοράς. Εισαγωγή στη μεθόδου random-walk. Ανάλυση της μεταφοράς και ανάμιξης διαλυμάτων και αιωρημάτων σε θαλάσσιους και λιμναίους (υδάτινους) αποδέκτες και οικοσυστήματα. Συντελεστές οριζόντιας και κατακόρυφης ανάμιξης. Ανάλυση (πυκνομετρικού και απλού) αριθμού Richardson και Froude. Μοντέλα μεταφοράς – διασποράς φερτών υλών με χρήση της μεθόδου του ιχνηθέτη. Αναφορά σε συντηρητικούς και αποδομήσιμους ρύπους με επίλυση των εξισώσεων μεταφοράς. Παρουσίαση τυπικών υπολογιστικών εργαλείων και μαθηματικών ομοιωμάτων.

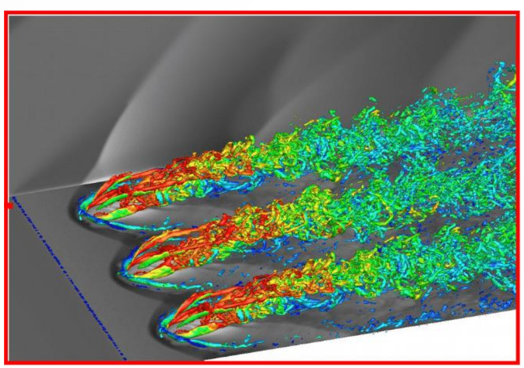


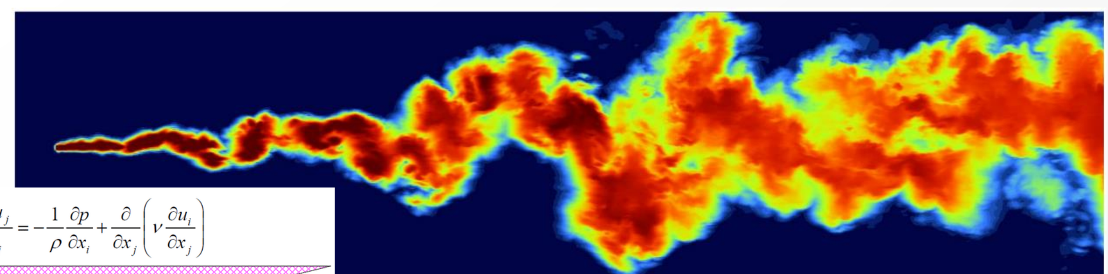


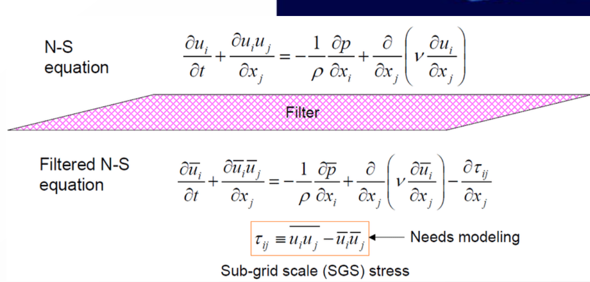
Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (ι)

11η Εβδομάδα:

Εισαγωγή στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Μέθοδοι σταθμισμένων υπολοίπων. Μέθοδος συνεγκατάστασης. Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων. Μέθοδος ροπών. Μέθοδος Galerkin. Μέθοδος Rayleigh-Ritz. Εξίσωση Telegrapher. Σύστημα εξισώσεων Saint-Venant. Μέθοδος οριακών στοιχείων. Μαθηματικό υπόβαθρο. Προσεγγίσεις για την προσομοίωση τυρβωδών ροών και μοντέλα τύρβης (RANS, LES, DNS). Μοντέλα μηδενικής εξίσωσης. Μοντέλα μιας εξίσωσης. Μοντέλα δύο εξισώσεων. Μοντέλα κλεισίματος δεύτερης τάξης (μοντέλα τάσης Reynolds). Αλγεβρικά μοντέλα τάσεων Reynolds. Επιδράσεις συμπιεστότητας. Μέθοδος Προσομοίωσης Μεγάλων Δινών (Large Eddy Simulation, LES). Φιλτράρισμα, υποπλεγματικές τάσεις κλίμακας και ενεργειακά φάσματα. Βασικές Εξισώσεις LES για Συμπιεστές Ροές. Μοντελοποίηση υποπλεγματικής κλίμακας. Μέθοδος άμεσης αριθμητικής προσομοίωσης (Direct Numerical Simulation, DNS). Μέθοδοι επίλυσης, αρχικές και οριακές συνθήκες. Μοντέλα Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS).

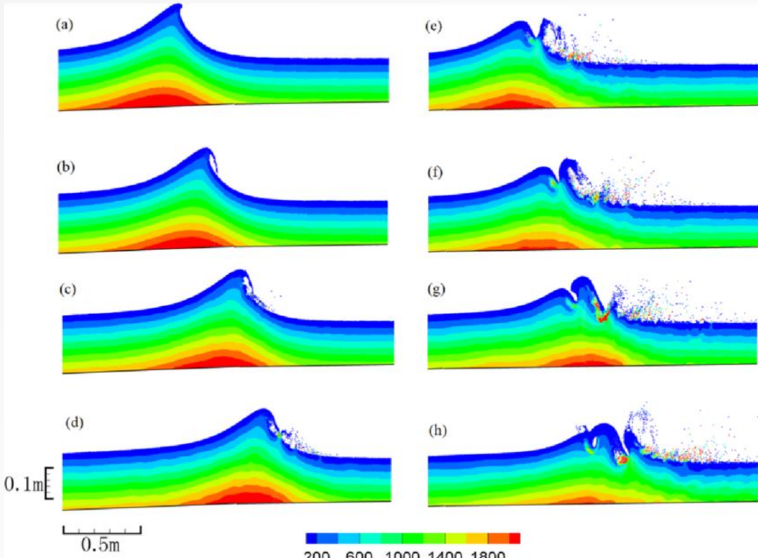




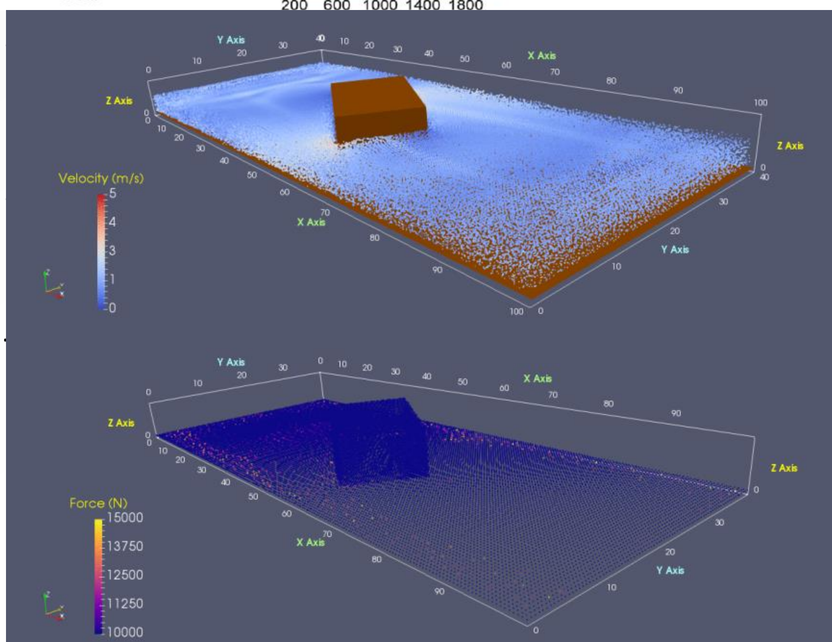


Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (ια)

12η Εβδομάδα:



Equation Description	Field Equation	SPH Form
Conservation of mass	$\frac{D\rho}{Dt}+\rho\nabla\cdot\bar{v}=0$	$\frac{d\rho_i}{dt}=\rho_i\sum_{j=1}^{N_i}\frac{m_j}{\rho_j}(v_i^{\beta}-v_j^{\beta})\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}}$
Conservation of momentum	$\frac{D\bar{v}}{Dt}=\frac{1}{\rho}\nabla\cdot\bar{\bar{\sigma}}$	$\frac{dv_i^{\alpha}}{dt}=\sum_{j=1}^{N_i}m_j\left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2}+\frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2}\right)\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}}$
Heat diffusion equation	$\rho C_p\frac{DT}{Dt}=\nabla\cdot(k\nabla T)+\dot{q}$	$\frac{dT_i}{dt}=\frac{1}{\rho_i C_{p_i}}\left[\sum_{j=1}^{N_i}\frac{m_j}{\rho_j}\frac{4k_ik_j}{k_i+k_j}\frac{(T_i-T_j)}{\lvert x_{ij}\rvert^2}x_{ij}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}}+\dot{q}_i\right]$
Strain rate tensor	$\dot{\bar{\bar{\varepsilon}}}=\frac{1}{2}(\nabla\otimes\bar{v}+(\nabla\otimes\bar{v})^T)+\alpha_{CTE}\frac{DT}{Dt}\bar{\bar{I}}$	$\dot{\varepsilon}_i^{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N_i}\left(\frac{m_j}{\rho_j}v_{ji}^{\alpha}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}}+\frac{m_j}{\rho_j}v_{ji}^{\beta}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\alpha}}\right)+\alpha_{CTE_i}\frac{\Delta T}{dt_i}\delta^{\alpha\beta}$
Spin tensor	$\bar{\bar{\Omega}}=\frac{1}{2}(\nabla\otimes\bar{v}-(\nabla\otimes\bar{v})^T)$	$\Omega_i^{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N_i}\left(\frac{m_j}{\rho_j}v_{ji}^{\alpha}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}}-\frac{m_j}{\rho_j}v_{ji}^{\beta}\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\alpha}}\right)$



εξισώσεις Navier-Stokes

συνθήκες στη μέθοδ

υπολογιστική ταχύτ

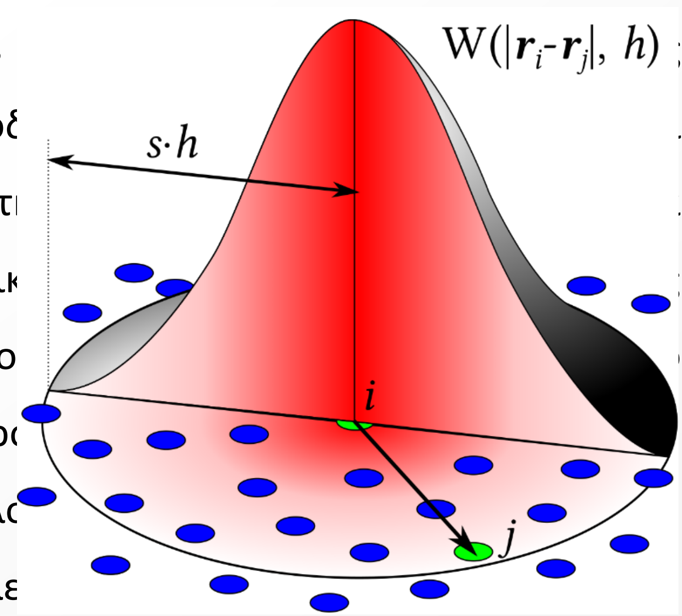
θόδου SPH. Τανυστικ

αι διάτμηση στη μέθο

μητικές τάσεις με πρ

LES. Κλασικό μοντέλο

ολοκλήρωσης: πρόβλε



w.youtube.com/watch?v=xJRxCu_I8LI&t=7s&ab_channel=The
oject

Δ.1.3. Περιγραφή διδακτέας ύλης (ιβ)

13η Εβδομάδα:

Παραδείγματα. Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα όλων των μεθόδων αριθμητικής επίλυσης. Απορίες και επιλύσεις προβλημάτων των θεμάτων εξαμήνου. Επανάληψη – συμπερασματική ολοκλήρωση συνεδριών.

+ ένα τελικό τρίωρο προφορικής εξέτασης και παρουσιάσεων των εργασιών στο κοινό (ξεχωριστά για κάθε εξεταστική περίοδο Ιουνίου – Σεπτεμβρίου).

Δ.1.3. Περιγραφή τεχνικού υλικού (ιγ)

Υπολογιστικά εργαλεία, κώδικες και λειτουργικά εργασίας

https://repository.kallipos.gr/handle/11419/2789?locale=en

http://edusoft.civil.auth.gr/

Γλώσσα **FORTRAN** ή **C/C++**

Υπολογιστικές εφαρμογές **Excel** με αλγορίθμους Visual Basic for Application (**VBA**)

Εφαρμογή **MATLAB/Python**

Υπολογιστικές εφαρμογές για παρουσίαση αποτελεσμάτων σε κατάλληλης μορφής διαγράμματα, γραφήματα και 2-D/3-D απεικονίσεις: *Golden Software* **Grapher** και **Surfer**

Έτοιμα πακέτα λογισμικού (μοντέλα): XBeach, MIKE21, HEC-RAS2D *κ.α.*

Απαραίτητοι compilers για σύνθεση μαθηματικών ομοιωμάτων

Απλοί compilers: Simply Fortran + Digital Visual Fortran + Visual Studio (Intel Visual Fortran)

Free - OpenSource compilers: GNU g-fortran, PGI, G95, F77

Δ.1.4. Μέθοδος εξέτασης/αξιολόγησης

Βασικός στόχος είναι η κρίση/βαθμολόγηση των φοιτητών να γίνεται με βάση την εβδομαδιαία επαφή τους με το υλικό των παραδόσεων του μαθήματος και την εξέλιξη της εργασίας του εξαμήνου και όχι να κριθούν από την απόδοσή τους σε ολιγόωρη γραπτή εξέταση. Συνεπώς, στο πέρας του εξαμήνου θα εξεταστεί προφορικά η παραδοθείσα από τους φοιτητές εργασία (Θέμα) στα πλαίσια 3ωρου παρουσιάσεων των εργασιών των ομάδων στο κοινό. Η τελική βαθμολογία θα υπολογιστεί ως εξής:

- Θέμα/Εργασία 60%

ορθότητα/πληρότητα υπολογισμών 30% + προσπάθεια/συμμετοχή στο μάθημα 20% + πρωτοτυπία υπολογιστικών κωδίκων 10%

- Προφορική εξέταση 20%

πάνω στο Θέμα/Εργασία 10% + θέματα γενικότερης κατανόησης του μαθήματος 10%

- Παρουσίαση 20%

κατανόηση εργασίας διδακτέας ύλης 10% + άνεση στην παρουσίαση και απάντηση ερωτήσεων του κοινού 10%

Δ.1.5. Χρονικός προγραμματισμός

Συμπληρωματικές παραδόσεις έναντι απωλειών διδακτικών ωρών

13 εβδομάδες

+

1 τρίωρο παρουσιάσεων

Διαχωρισμός ομάδων εργασίας και παράδοση θέματος

Ομάδες 2 ατόμων

Παράδοση θέματος: 8η εβδομάδα

– 4 τύποι θεμάτων:

Α) αριθμητικές προσομοιώσεις διάχυσης – διασποράς – μεταφοράς ρύπων σε υδάτινα οικοσυστήματα

Β) αριθμητικές προσομοιώσεις 2D υδροδυναμικής κυκλοφορίας – Μετεωρολογικής παλίρροιας

Γ) αριθμητικές προσομοιώσεις παράκτιων πλημμυρών

Δ) ……

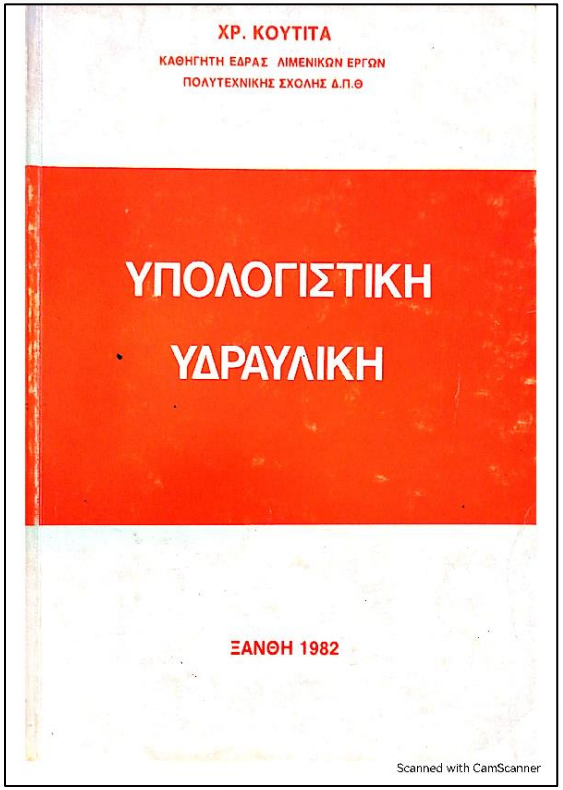
Δ.1.6. Βιβλιογραφία (Ελληνική)

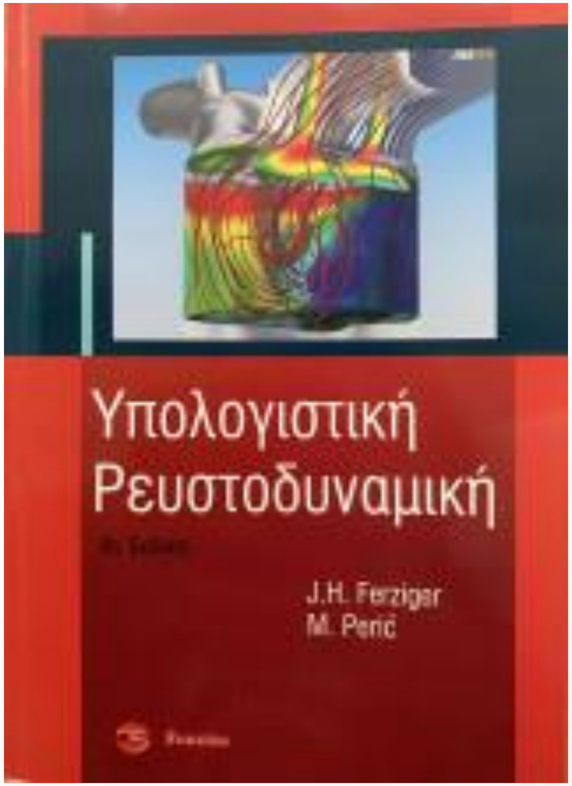
Πρωτότυπη ελληνική διαθέσιμη από ΕΥΔΟΞΟ

Κουτίτας ΧΓ (2005). Υπολογιστική Υδραυλική, Εκδ. Επίκεντρο, Σελ.: 199, ISBN:9789606645501

Μεταφρασμένη στα ελληνικά Βιβλιογραφία διαθέσιμη από ΕΥΔΟΞΟ

J.H. Ferziger - M. Peric (2002). Υπολογιστική ρευστοδυναμική. Εκδόσεις Fountas, ISBN-13:9789603307495, ISBN-10: 9603307491





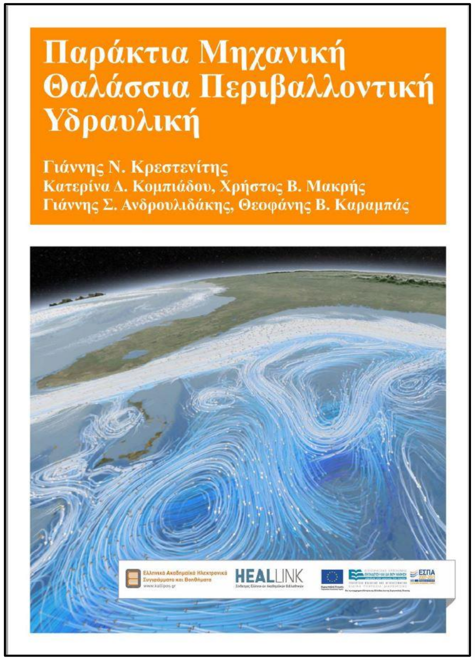
Δ.1.6. Βιβλιογραφία (Ελληνική)

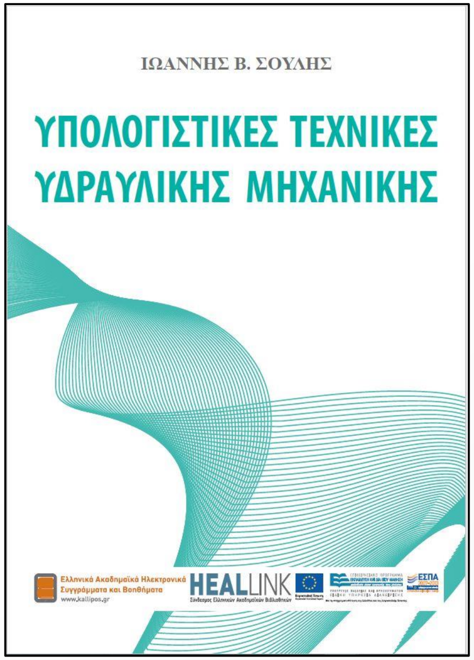
Ελεύθερα διαθέσιμα σε μορφή pdf:

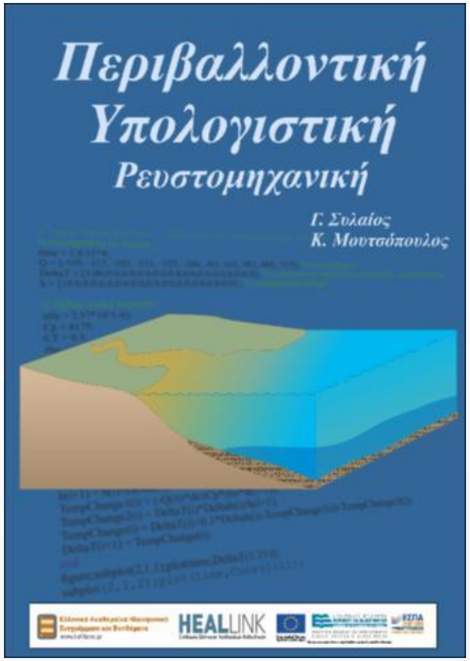
Κρεστενίτης Γ.Ν., Κομπιάδου Κ.Δ., Μακρής Χ.Β., Ανδρουλιδάκης Γ.Σ., Καραμπάς Θ.Β. (2015). **Παράκτια Μηχανική – Θαλάσσια Περιβαλλοντική Υδραυλική**, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα, Κάλλιπος, Αθήνα. Link: https://repository.kallipos.gr/handle/11419/2789?locale=en

Σούλης, Ι. (2015). **Υπολογιστικές τεχνικές υδραυλικής μηχανικής**. Kallipos, Open Academic Editions. http://hdl.handle.net/11419/3997

Συλαίος, Γ., & Μουτσόπουλος, Κ. (2015). **Περιβαλλοντική Υπολογιστική Ρευστομηχανική,** Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις. https://dx.doi.org/10.57713/kallipos-643







Δ.1.6. Βιβλιογραφία (Ελληνική)

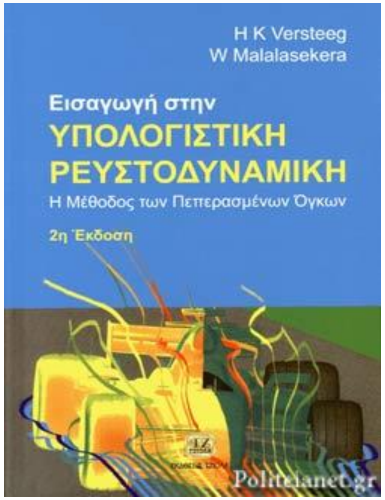
Συμπληρωματική:

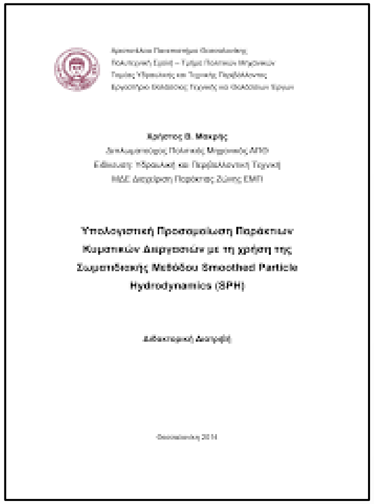
Versteeg H. K. & Malalasekera W. (2015). **Εισαγωγή στην Υπολογιστική Ρευστοδυναμική**. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Α. Τζιόλα.

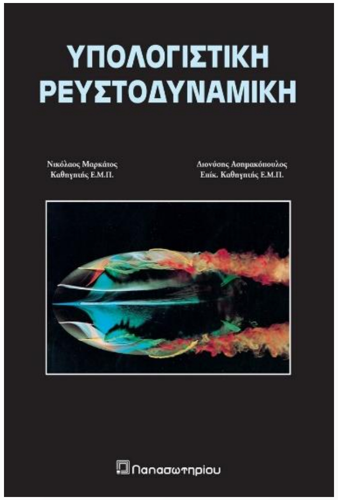
Μακρής Χ.Β. (2014). **Υπολογιστική Προσομοίωση Παράκτιων Κυματικών Διεργασιών με τη χρήση της Σωματιδιακής Μεθόδου Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)**. Διδακτορική Διατριβή, ΑΠΘ.

Μαρκάτος Ν.& Ασημακόπουλος Δ. (1995). **Υπολογιστική Ρευστοδυναμική**. Αθήνα: Εκδ. Παπασωτηρίου.

Μπεργελές, Γ. (2016). **Υπολογιστική Ρευστομηχανική**, Εκδόσεις Συμεών, ISBN 9789607888693, Σελ. 484







Δ.1.6. Βιβλιογραφία (Ξενόγλωσση)

Abbott, M.B. and Minns, A.W., 2017. Computational hydraulics. Routledge.

Chung, T.J., 2002. Computational Fluid Dynamics. Cambridge university press.

Ferziger, J.H. and M. Peric, 2002. Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer.

Fletcher, C.A., 1988. Computational Techniques For Fluid Dynamics. Volume 1 - Fundamental and general techniques. Volume 2-Specific techniques for different flow categories. Berlin and New York, 1.

Fletcher, C.A., 2012. Computational Techniques For Fluid Dynamics 2: Specific techniques for different flow categories. Springer Science & Business Media.

Li, S. and Liu, W.K., 2007. Meshfree Particle Methods. Springer Science & Business Media.

Liu, G.R. and Liu, M.B., 2003. Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method. World scientific.

Petrila, T. and D. Trif, 2005. Basics of Fluid Mechanics and Introduction to Computational Fluid Dynamics, Springer.

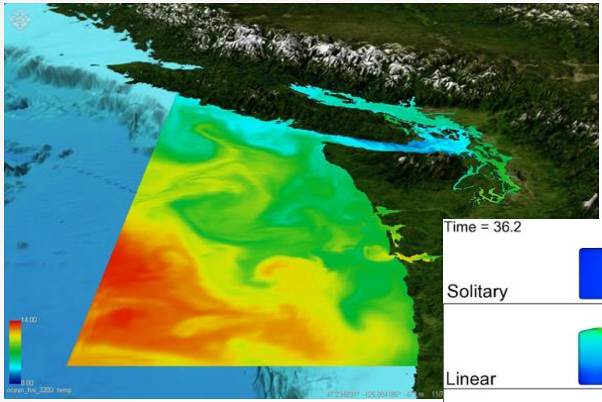
Violeau, D., 2012. Fluid Mechanics And The Sph Method: Theory And Applications. Oxford University Press.

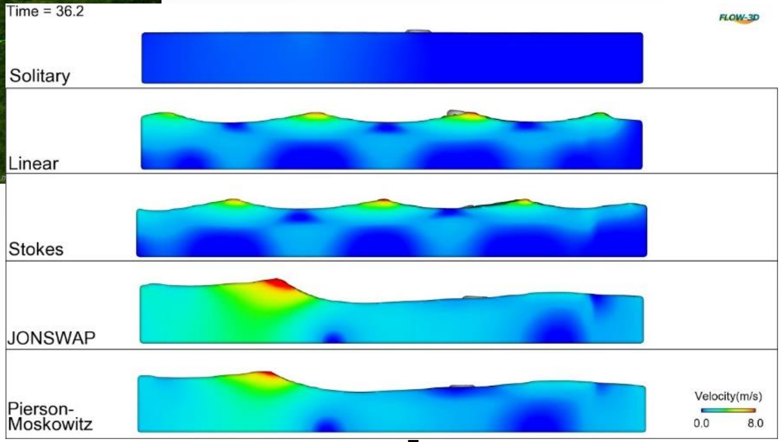
Vreugdenhil, C.B., 2012. Computational Hydraulics: An Introduction. Springer Science & Business Media.

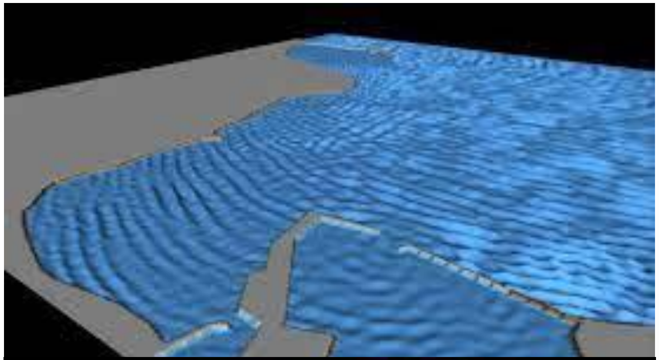
Zienkiewicz O.C., R.L. Taylor, P. Nithiarasu (2005). The Finite Element Method for Fluid Dynamics, Sixth Edition. Butterworth-Heinemann (first published 1975) ISBN0750663227 (ISBN13: 9780750663229)

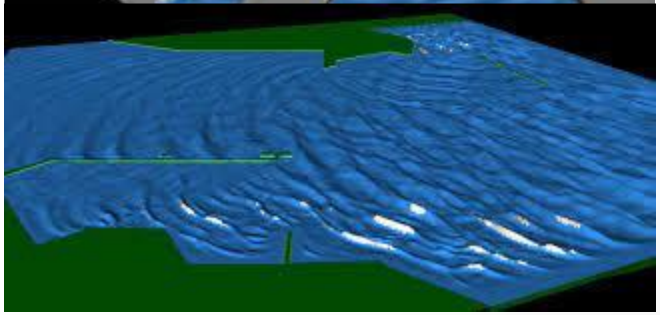
Δ.1.7. Επίλογος

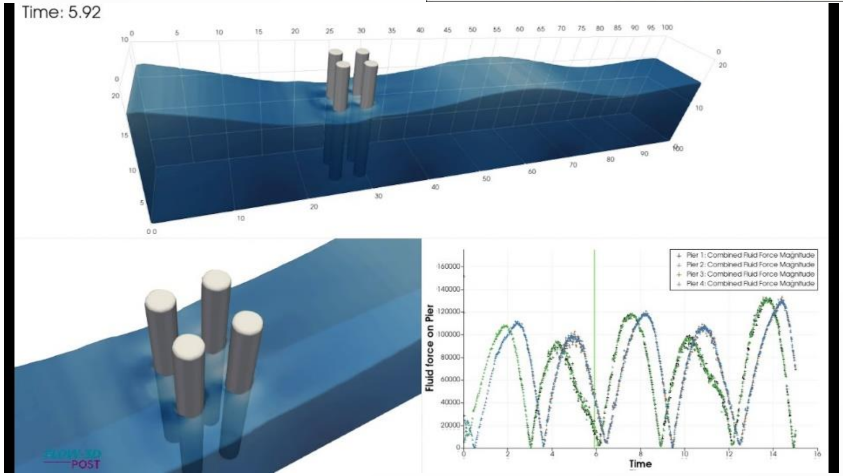
ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ πολύ για την προσοχή σας !!!

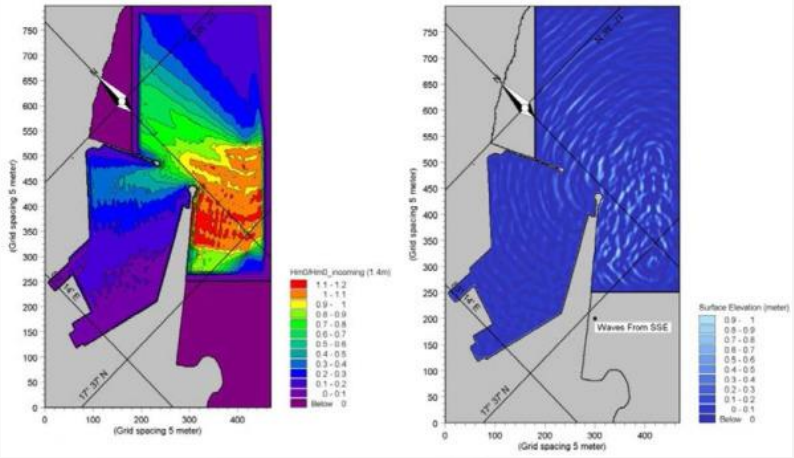












ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΡΟΩΝ