



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ



# Υπολογιστική Μηχανική Ρευστών

## Θεωρία και Εφαρμογές για Πολιτικούς Μηχανικούς

Εξάμηνο: **9<sup>ο</sup>**

Κωδικός: **TMB329**

Μάθημα: **Επιλογής ΤΥΕ**

### Διάλεξη **Δ.6. Μοντέλα 2-D Ροών με Ελεύθερη Επιφάνεια και Πλημμύρας**

Διδάσκων υπεύθυνος μαθήματος:

**Χρήστος Β. Μακρής**

Επίκουρος Καθηγητής (επί θητεία)

**ΔΠΘ**

Διπλ. Πολιτικός Μηχανικός ΑΠΘ

Ειδίκευση: Υδραυλική & Περιβαλλοντική Τεχνική

ΜΔΕ Τεχνολογία Υδατικών Πόρων ΕΜΠ

Ειδίκευση: Διαχείριση Παράκτιας Ζώνης

Δρ. Πολιτικός Μηχανικός ΑΠΘ

Ειδίκευση: Υπολογιστική Ρευστοδυναμική - Κυματομηχανική

**Αίθουσα Η/Υ - Ισόγειο Κτιρίου Α' Πολ. Μηχ. ΔΠΘ - Ξάνθη, 12-19 Δεκεμβρίου 2024**

## Δ.6. Διάρθρωση Παρουσίασης

- 1. Δισδιάστατες (2-D) οριζόντιες ροές ελεύθερης επιφάνειας**
  - Βασικές εξισώσεις
  - Αρχικές και οριακές συνθήκες
- 2. Εφαρμογές σε ροές υδροδυναμικής κυκλοφορίας**
  - Θαλάσσιο περιβάλλον (μετεωρολογικές παλίρροιες)
  - Παράκτιο περιβάλλον (βαροτροπική κυκλοφορία, τάσεις ακτινοβολίας)
- 3. Τυπικά σχήματα αριθμητικών λύσεων για 2-D οριζόντιες ροές**
- 4. Στρωματοποιημένες γεωφυσικές ροές**
  - Βασικές εξισώσεις
  - Παραδοχή 1-D στρωματοποιημένου συστήματος
- 5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας (storm surge)**
- 6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας σε παράκτιες περιοχές**

## Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

### Γενικές παραδοχές και προσεγγίσεις

Για 2-D ροές ελεύθερης επιφάνειας, το πεδίο αριθμητικής προσομοίωσης και επίλυσης των εξισώσεων επίλυσης είναι συνήθως μια μεγάλη λεκάνη νερού (π.χ. ανοιχτή θάλασσα, λίμνη ή δεξαμενή) που χαρακτηρίζεται από σχετικά χαμηλές ταχύτητες νερού. Οι κατακόρυφες συνιστώσες των ταχυτήτων ( $U_z=w$ ) θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με τις οριζόντιες ( $U_x=u$ ,  $U_y=v$ ) συνιστώσες, μεσημβρινή και ζωνική ή παράλληλη (meridional and zonal components) συνιστώσες.

Εάν το χρησιμοποιούμενο σύστημα συντεταγμένων δεν είναι αδρανειακό, αλλά ακολουθεί την ακτινική επιτάχυνση της γης (δλδ η μάζα του κινούμενου σώματος είναι αρκετά μεγάλη ώστε οι «αδρανειακές» ψευδοδυνάμεις να παίζουν ρόλο), η επίδραση της περιστροφής της γης, όποτε είναι σημαντική και εμφανίζεται έμμεσα.

Έτσι, στις εξισώσεις ορμής για ένα **μη αδρανειακό σύστημα**, τα φαινόμενα **Coriolis** εισάγονται με τη μορφή μιας **εσωτερικής κατανεμημένης δύναμης** που εκφράζεται ως

$$\vec{C} = -2\rho\vec{\Omega} \times \vec{U}$$

$$\|\vec{\Omega}\| = \frac{2\pi}{86400} \text{ rad/sec}$$

όπου  $\Omega$  είναι το διάνυσμα της ακτινικής ταχύτητας της γης, και  $\mathbf{U}=u\mathbf{i}+v\mathbf{j}$  είναι το διάνυσμα της ταχύτητας των σωματιδίων του ρευστού. Οι συνιστώσες της δύναμης Coriolis στο οριζόντιο επίπεδο ροής ( $x$ - $y$ ) δίνονται ως

$$\frac{C_x}{\rho} = fv \quad \text{and} \quad \frac{C_y}{\rho} = -fu$$

όπου  $f=2\Omega\sin\varphi$  και  $\varphi$  είναι το γεωγραφικό πλάτος της γεωγραφικής θέσης της ροής.

## Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

### Γενικές παραδοχές και προσεγγίσεις

Στην περίπτωση 2-D ροών, οι άγνωστες μεταβλητές είναι η μεταβολή της ελεύθερης επιφάνειας  $\zeta(x,y,t)$  από την οριζόντια στάθμη ηρεμίας του σταθερού νερού  $h(x,y)$  [still water level, SWL ή Mean Sea Level, MSL] και οι συνιστώσες της μέσης (ολοκληρωμένης) με το βάθος οριζόντιας ταχύτητας  $u(x,y,t)$  και  $v(x,y,t)$ .

Οι κυρίαρχες εξισώσεις διατυπώνονται με βάση τις **αρχές της διατήρησης της μάζας και της ισορροπίας της ορμής** κατά μήκος των οριζόντιων αξόνων  $x$  και  $y$ . Οι εξωτερικές δυνάμεις που δρουν στον όγκο ελέγχου (μια στήλη νερού που εκτείνεται από τον πυθμένα προς την ελεύθερη επιφάνεια με διαστάσεις κελιών  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ) είναι η τριβή (διατμητική τάση) του ανέμου στην επιφάνεια του νερού ( $\tau_{sx}$ ,  $\tau_{sy}$ ) και η τριβή του πυθμένα στο κάτω στερεό όριο ( $\tau_{bx}$ ,  $\tau_{by}$ ). Αυτές οι διατμητικές τάσεις εκφράζονται συνήθως ως τετραγωνικές συναρτήσεις των ταχυτήτων του ανέμου ( $\mathbf{w}=w_x\mathbf{i}+w_y\mathbf{j}$ ) στην επιφάνεια και του νερού ( $\mathbf{U}=u_x\mathbf{i}+u_y\mathbf{j}$ ) στον πυθμένα, μαζί με τους αντίστοιχους συντελεστές τριβής  $f_s$  και  $f_b$ :

$$\frac{\tau_{sx}}{\rho} = f_s w_x \sqrt{w_x^2 + w_y^2} \quad \text{and} \quad \frac{\tau_{sy}}{\rho} = f_s w_y \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$$

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = f_b u \sqrt{u^2 + v^2} \quad \text{and} \quad \frac{\tau_{by}}{\rho} = f_b v \sqrt{u^2 + v^2}$$

Η τάξη μεγέθους αυτών των αδιάστατων συντελεστών τριβής είναι  $\mathbf{O}(f_b)=10^{-3}$ ,  $\mathbf{O}(f_s)=10^{-6}$ .

## Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

### Γενικές παραδοχές και προσεγγίσεις

Εκτός από αυτές τις εξωτερικές δυνάμεις, στην ισορροπία επεμβαίνουν **εσωτερικές δυνάμεις τριβής, με αποτέλεσμα τη διάχυση της ορμής στο υδάτινο σώμα**. Δεδομένου ότι οι αριθμοί Reynolds είναι αρκετά υψηλοί, οι ροές είναι τυρβώδεις και η εσωτερική τριβή ρυθμίζεται, όχι από το **μοριακό ιξώδες,  $\mu$** , αλλά από την **τυρβώδη συνεκτικότητα ή τυρβώδες ιξώδες,  $\epsilon$** . Τα φαινόμενα εσωτερικής τριβής μπορούν να περιγραφούν, με την απλούστερη δυνατή μορφή, μέσω όρων διάχυσης:

$$D_x = \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \text{and} \quad D_y = \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

όπου  $\epsilon_h$  είναι ο **συντελεστής οριζόντιας τυρβώδους συνεκτικότητας** (Rodi 2000).

## Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

### Βασικές εξισώσεις

Οι εξισώσεις διατήρησης μάζας και ισορροπίας ορμής για ένα δισδιάστατο σύστημα μπορούν να γραφτούν ως:

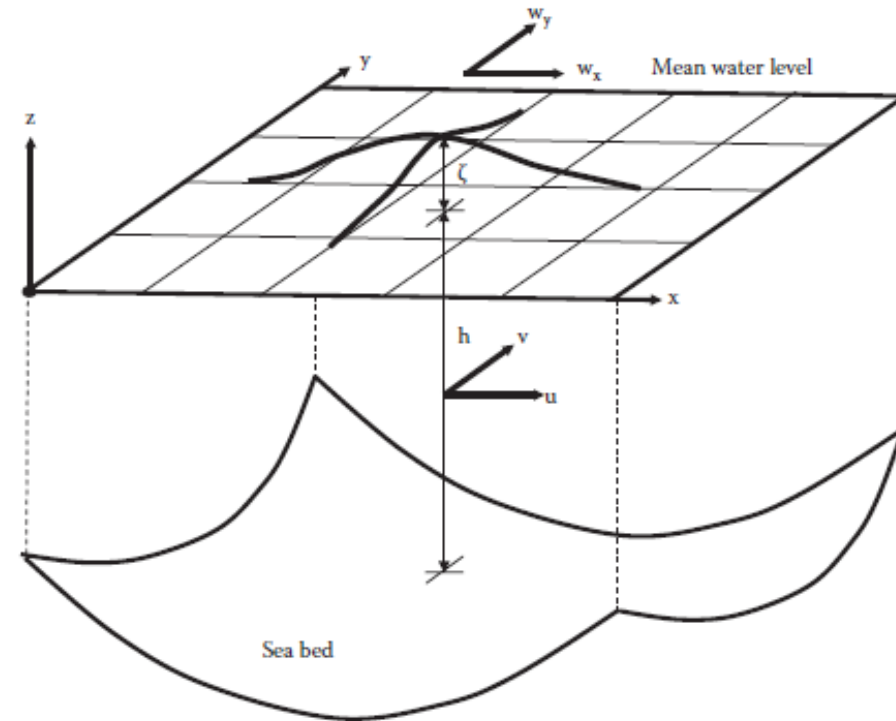
$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + fv + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{\rho h} - \frac{\tau_{bx}}{\rho h}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - fu + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{\rho h} - \frac{\tau_{by}}{\rho h}$$

Σε αυτές τις εξισώσεις το βάθος νερού  $y(x,y,t)$  αντικαταστάθηκε από το μη διαταραγμένο βάθος νερού  $h(x,y)$  με την υπόθεση ότι  $\zeta \ll h$ .

Λόγω της πολυπλοκότητας των εξισώσεων, το σύστημα μπορεί να λυθεί μόνο αριθμητικά. Οι μη γραμμικοί όροι των συνολικών (υλικών) παραγώγων  $Du/Dt$  και  $Dv/Dt$  τείνουν να παράγουν αριθμητικές αστάθειες και χαοτικές λύσεις. Οι όροι τριβής τείνουν να σταθεροποιούν τη ροή και οι όροι διάχυσης τείνουν να εξομαλύνουν τις συναρτησιακές μορφές και να μειώνουν την ανάπτυξη αριθμητικής αστάθειας. Προσοχή: οι εξισώσεις περιέχουν τόσο υπερβολικούς όσο και παραβολικούς όρους.



# Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

Η επιλογή της χωροχρονικής κατανομής και του μεγέθους του οριζόντιου συντελεστή τυρβώδους συνεκτικότητας (ιξώδους στροβιλισμού)  $\epsilon_h$  είναι ένα ταυτόχρονο πρόβλημα του «κλεισίματος της τύρβης». Αυτός ο συντελεστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως **μέσο ελέγχου** της **αριθμητικής ευστάθειας** και η επιρροή του μπορεί να «ισοφαρίσει» το αριθμητικό σφάλμα διάχυσης. Ο συντελεστής  $\epsilon_h$  μπορεί να ρυθμιστεί σωστά είτε για να επιτρέψει την περιγραφή δινών/στροβίλων (περιδινήσεων) συγκεκριμένης γεωμετρικής και ενεργειακής κλίμακας είτε για να τις εξομαλύνει (εισάγει τεχνητή διάχυση) αφήνοντας μόνο πιο βασικά χαρακτηριστικά της ροής να εμφανίζονται στη λύση. Για ροές γεωφυσικής κλίμακας, μια απλή αλλά αποτελεσματική προσέγγιση του προβλήματος είναι η χρήση της **προσέγγισης Smagorinsky**, στην οποία η τυρβώδης «διαχυτικότητα» (τυρβώδες ιξώδες) των σχηματιζόμενων δινών σχετίζεται με τις χωρικές μεταβολές («κλίσεις») των οριζόντιων συνιστωσών της ταχύτητας ως:

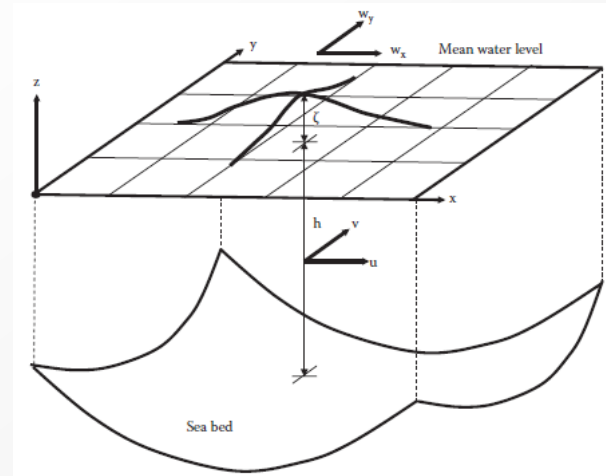
$$\epsilon_h = C(\Delta x)^2 \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}$$

όπου  $0,1 \leq C \leq 1,0$ . Η σωστή επιλογή του **συντελεστή Smagorinsky C** εξαρτάται από το αριθμητικό σχήμα που επιλέχθηκε για τη χρονική ολοκλήρωση των εξισώσεων που ισχύουν:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + fv + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{\rho h} - \frac{\tau_{bx}}{\rho h}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - fu + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{\rho h} - \frac{\tau_{by}}{\rho h}$$



## Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

### Αρχικές και οριακές συνθήκες

Για πληρότητα, θα πρέπει να παρέχονται οι κατάλληλες αρχικές και οριακές συνθήκες. Οι **αρχικές συνθήκες** δίνονται συνήθως με τη μορφή μιας «**ψυχρής εκκίνησης**» (**cold start**) που εκχωρεί μηδενικές τιμές για τις εξαρτημένες μεταβλητές  $\zeta$  και  $u, v$  στο  $t=0$ .

Οι **οριακές συνθήκες** περιλαμβάνουν την περιγραφή της τριβής στην ελεύθερη επιφάνεια και στον πυθμένα, καθώς και τις συνθήκες στα πλευρικά όρια. Τα **παράκτια όρια** μπορούν να περιγραφούν είτε με **πλήρη εκμηδένιση της ταχύτητας** του νερού ( $u=v=0$ ) ή από τη **συνθήκη ελεύθερης ολίσθησης**, όπου κατά μήκος του ορίου μηδενίζεται μόνο η κάθετη προς το όριο συνιστώσα της ταχύτητας.

Μια άλλη σημαντική οριακή συνθήκη εμφανίζεται στην περίπτωση μιας ημικλειστής γεωφυσικής λεκάνης (π.χ. κόλπος) που συνδέεται με ένα τεράστιο σώμα νερού που απορροφά, χωρίς ανάκλαση προς τα πίσω, οποιοδήποτε σήμα διαταραχής της επιφάνειας του νερού που εξέρχεται από την περιοχή του Κόλπου. Αυτό το όριο ονομάζεται **όριο ανοιχτής θάλασσας** (Open Sea Boundary, OSB) και η οριακή συνθήκη που χρησιμοποιείται πρέπει να μπορεί να περιγράψει:

- την επίδραση των εισερχόμενων από την ανοιχτή θάλασσα γνωστών προκαθορισμένων διαταραχών, π.χ. στην περίπτωση μιας παλιρροιακά επηρεαζόμενης θαλάσσιας περιοχής, τις ημιτονοειδείς διακυμάνσεις της ΕΕ
- την ακτινοβολία, χωρίς επιστροφή στην ανοιχτή θάλασσα, όλων των σημάτων που φτάνουν στο όριο από τα εσωτερικά τμήματα του Κόλπου



## Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

### Αρχικές και οριακές συνθήκες

Αυτές οι συνθήκες, γνωστές ως οριακές συνθήκες ανοιχτής θάλασσας στην απλούστερη γραμμική μορφή, μπορούν να εκφραστούν με το άθροισμα δύο συνιστωσών:

$$\zeta_{\text{total}} = \zeta_{\text{incident}} + \zeta_{\text{radiated}} = \zeta_0 \sin(\omega t) + \zeta_{\text{radiated}}$$

Ο ακτινοβολούμενος όρος ελέγχεται από την εξίσωση Sommerfeld

$$\frac{\partial \zeta_{\text{radiated}}}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \zeta_{\text{radiated}}}{\partial n} = 0$$

όπου  $c_0$  είναι η φασική ταχύτητα του μακρού κύματος και  $n$  η προς τα έξω κατεύθυνση κάθετη στο όριο. Μια ισοδύναμη συνθήκη που περιλαμβάνει τη συνιστώσα της ταχύτητας κάθετη προς το όριο δίνεται ως

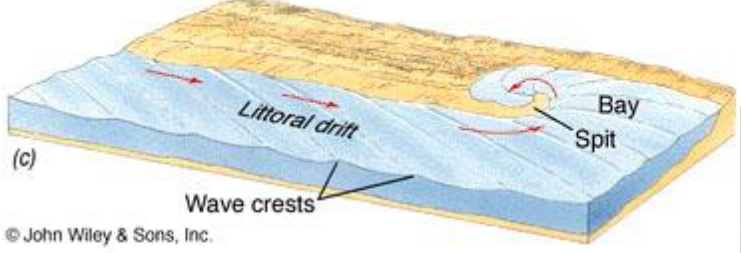
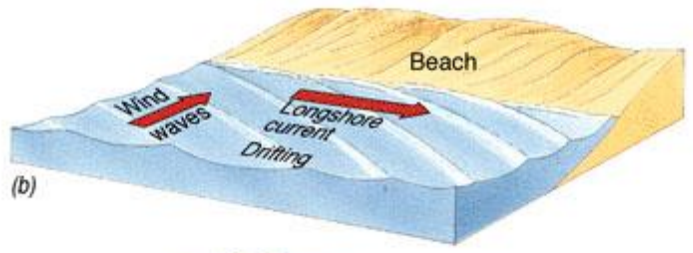
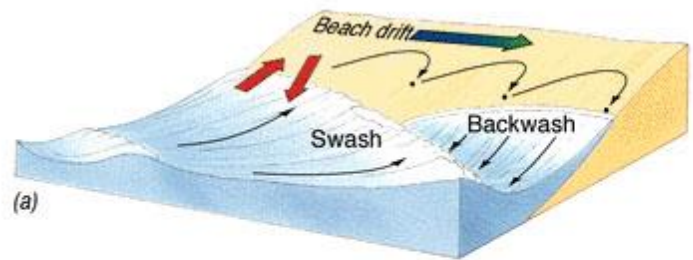
$$U_n = \pm \zeta \sqrt{\frac{g}{h}}$$

όπου το  $\zeta$  μετριέται στο κελί δίπλα στην τιμή  $U_n$ . Όποτε είναι δυνατόν, η επιλογή μιας γραμμής OSB παράλληλης προς τον άξονα  $x$  ή  $y$  απλοποιεί τον υπολογιστικό αλγόριθμο.

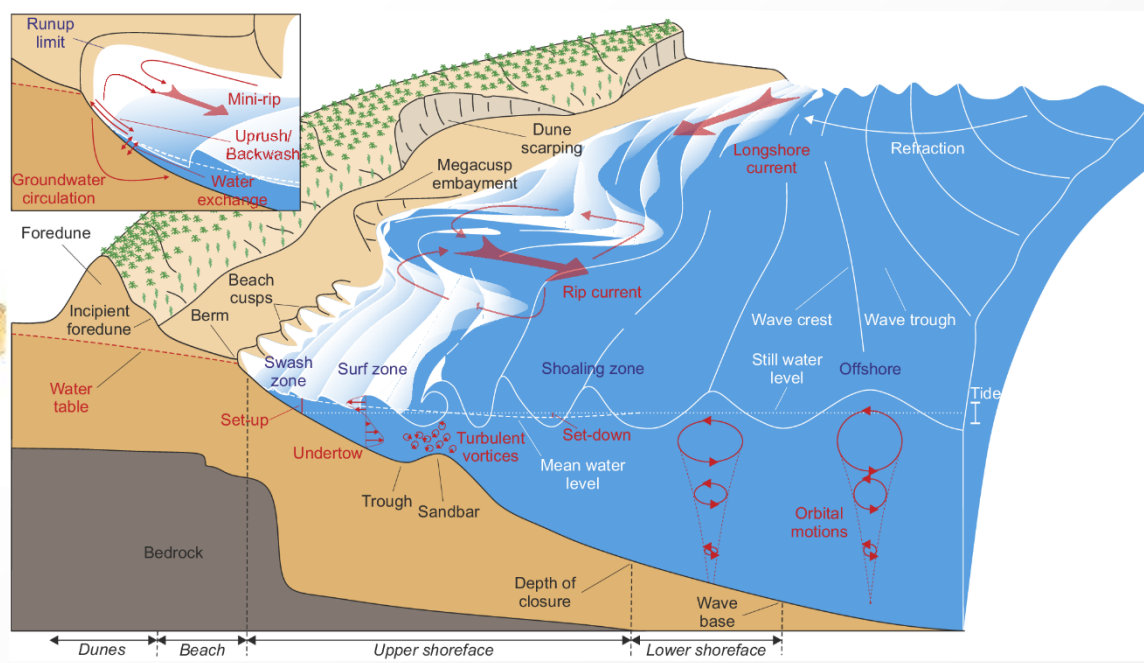
# Δ.6.2. Εφαρμογές υδροδυν. κυκλοφορίας

## Παράκτιο περιβάλλον (τάσεις ακτινοβολίας)

Σε παράκτιες περιοχές, όπου και διαδίδονται οι ανεμογενείς κυματισμοί (λόγω της επίδρασης της βαρύτητας), τα κύματα του νερού μπορεί να μετασχηματιστούν λόγω δευτερογενών φαινομένων, όπως η θραύση των κυμάτων στη ζώνη απόσβεσης (ή ζώνη θραύσης).



© John Wiley & Sons, Inc.



## Δ.6.2. Εφαρμογές υδροδυν. κυκλοφορίας

### Παράκτιο περιβάλλον (τάσεις ακτινοβολίας)

Σε αυτή την περίπτωση, εμφανίζεται ένα φαινόμενο δημιουργίας (κυματογενούς) ροής, λόγω της διακύμανσης της μέσης ορμής κατά τη διάρκεια της περιόδου κύματος, κατά μήκος της περιοχής διάδοσης του κύματος. Το φαινόμενο αυτό περιγράφεται από τις τρεις συνιστώσες των λεγόμενων τάσεων ακτινοβολίας. Αυτές οι τάσεις ακτινοβολίας  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  και  $S_{xy}=S_{yx}$  είναι συνιστώσες ενός τανυστή 2<sup>ης</sup> τάξης. Στην περίπτωση μακρών κυματισμών, οι τάσεις ακτινοβολίας μπορούν να περιγραφούν ως προς τις συνιστώσες της μέσης ταχύτητας του νερού  $u$ ,  $v$  και την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας  $\zeta$ , που υπολογίζεται μεσοσταθμισμένη στην περίοδο του κύματος.

Για την απλή περίπτωση ενός μακρού γραμμικού κυματισμού σχετικά μικρού εύρους ταλάντωσης (και ύψους κύματος), οι συνιστώσες της ταχύτητας του νερού σχετίζονται με το υψόμετρο της ελεύθερης επιφάνειας  $\zeta$  μέσω των γραμμικών εξισώσεων:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{c_0^2}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{c_0^2}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial y}$$

$$\frac{S_{xx}}{\rho} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left[ hu^2 + \frac{g\zeta^2}{2} - \frac{h}{3} \left( \frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right] dt$$

$$\frac{S_{yy}}{\rho} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left[ hv^2 + \frac{g\zeta^2}{2} - \frac{h}{3} \left( \frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \right] dt$$

$$\frac{S_{xy}}{\rho} = \frac{S_{yx}}{\rho} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} huv dt$$

## Δ.6.1. 2-D οριζόντιες ροές με ΕΕ

### Εξισώσεις 2-D υδροδυναμικής κυκλοφορίας με κυματογενή επίδραση

Οι όροι των ρευμάτων που δημιουργούνται από το κύμα εμφανίζονται στη δεξιά πλευρά των εξισώσεων ισορροπίας ορμής με τη μορφή:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + fv + \varepsilon_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{xx}}{\rho h} - \frac{\tau_{bx}}{\rho h} - \frac{1}{\rho h} \left( \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right)$$

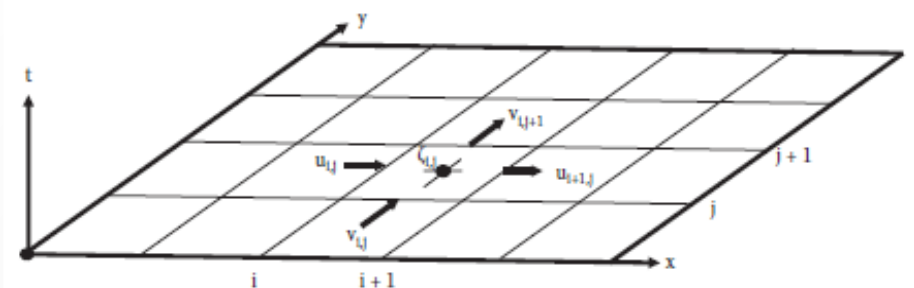
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - fu + \varepsilon_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{xy}}{\rho h} - \frac{\tau_{by}}{\rho h} - \frac{1}{\rho h} \left( \frac{\partial S_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right)$$

# Δ.6.3. Αριθμητικά σχήματα 2-D οριζ. ροές

## 2-D ροές με ΕΕ

Η αριθμητική λύση των εξισώσεων βασίζεται σε ένα απλό ρητό και ευσταθές σχήμα, με ελάχιστα αριθμητικά σφάλματα και εύκολα προγραμματιζόμενο. Το πεδίο ροής διακριτοποιείται σε σταυροειδές πλέγμα (Σχήμα). Οι συνιστώσες της ταχύτητας υπολογίζονται στις πλευρές του κελιού και τα βάθη και τα υψόμετρα της ελεύθερης επιφάνειας υπολογίζονται στο κέντρο του κελιού. Έτσι, ο υπολογιστικός αλγόριθμος οργανώνεται ως εξής:

1. Από τις γνωστές (διαθέσιμες) τιμές  $\zeta$ ,  $u$  και  $v$ , στο χρονικό επίπεδο  $n$ , οι **νέες τιμές του  $\zeta$  στο χρονικό επίπεδο  $n+1$  υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την εξίσωση διατήρησης μάζας.**
2. Από τις προσφάτως υπολογισμένες τιμές του  $\zeta$ , οι τιμές των  $u$ ,  $v$ , τη χρονική στιγμή  $n+1$ , υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις δύο εξισώσεις διατήρησης της ορμής.
3. Η εγγύτητα σε πλευρικά συμπαγή/στερεά όρια ή όρια ανοιχτής θάλασσας λαμβάνονται υπόψη και εφαρμόζονται οι κατάλληλες οριακές συνθήκες (Dirichlet ή Neumann ή Μικτές).
4. Μόλις υπολογιστούν όλες οι τιμές  $\zeta$ ,  $u$ ,  $v$  στο χρονικό επίπεδο  $n+1$ , τότε η **λύση προχωρά στον υπολογισμό των μεταβλητών στο νέο χρονικό επίπεδο  $n+2$ .**
5. Οι υπολογισμένες τιμές αποθηκεύονται περιοδικά και ο υπολογισμός επιστρέφει στο βήμα 1 και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου ο δείκτης χρόνου φτάσει σε μια προκαθορισμένη τιμή  $t_{fin} = n_{max} \cdot dt$  βημάτων.



# Δ.6.3. Αριθμητικά σχήματα 2-D οριζ. ροές

## 2-D ροές με ΕΕ

Εάν οι παράμετροι φόρτισης (forcing parameters) του μοντέλου ροής είναι σταθεροί ή περιοδικοί, οι εξαρτημένες μεταβλητές της ροής γίνονται επίσης σταθερές ή περιοδικές μετά από κάποια χρονικά βήματα και οι αποθηκευμένες τιμές παρέχουν λειτουργικές πληροφορίες για μετέπειτα χρήση.

Σύμφωνα με το Σχήμα, η αριθμητική προσέγγιση των εξισώσεων ροής είναι:

$$\frac{\zeta_{i,j}^{n+1} - \zeta_{i,j}^n}{\Delta t} = - \left[ \frac{(h_{i+1,j}^n + h_{i,j}^n)u_{i+1,j}^n - (h_{i,j}^n + h_{i-1,j}^n)u_{i,j}^n}{2\Delta x} + \frac{(h_{i,j+1}^n + h_{i,j}^n)v_{i,j+1}^n - (h_{i,j}^n + h_{i,j-1}^n)v_{i,j}^n}{2\Delta y} \right]$$

$$u_m = \frac{u_{i+1,j}^n + u_{i,j}^n + u_{i+1,j-1}^n + u_{i,j-1}^n}{4}$$

$$v_m = \frac{v_{i,j+1}^n + v_{i,j}^n + v_{i-1,j+1}^n + v_{i-1,j}^n}{4}$$

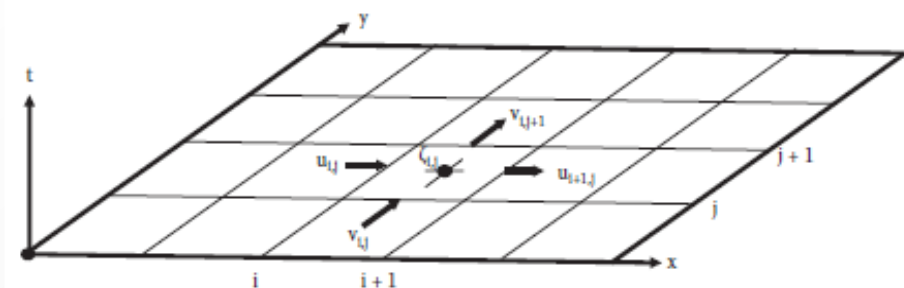
$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} = - \frac{u_{i,j}^n(u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n)}{2\Delta x} - \frac{v_m(u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n)}{2\Delta y} - g \frac{\zeta_{i,j}^n - \zeta_{i-1,j}^n}{\Delta x} + fv_m + \epsilon_h \left( \frac{u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n - 2u_{i,j}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n - 2u_{i,j}^n}{(\Delta y)^2} \right) + \frac{\tau_{sxi,j}}{\rho h_{mx}} - \frac{\tau_{bxi,j}}{\rho h_{mx}}$$

$$h_{mx} = \frac{h_{i,j}^n + h_{i-1,j}^n}{2}$$

$$h_{my} = \frac{h_{i,j}^n + h_{i,j-1}^n}{2}$$

$$\frac{v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^n}{\Delta t} = - \frac{u_m(v_{i+1,j}^n - v_{i-1,j}^n)}{2\Delta x} - \frac{v_{i,j}^n(v_{i,j+1}^n - v_{i,j-1}^n)}{2\Delta y} - g \frac{\zeta_{i,j}^n - \zeta_{i,j-1}^n}{\Delta y} - fu_m + \epsilon_h \left( \frac{v_{i+1,j}^n + v_{i-1,j}^n - 2v_{i,j}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{v_{i,j+1}^n + v_{i,j-1}^n - 2v_{i,j}^n}{(\Delta y)^2} \right) + \frac{\tau_{syi,j}}{\rho h_{my}} - \frac{\tau_{byi,j}}{\rho h_{my}}$$

$(S_{ij}) \longrightarrow \frac{u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n}{2}, \frac{v_{i,j}^n + v_{i,j+1}^n}{2}, \text{ and } \zeta_{i,j}^n.$



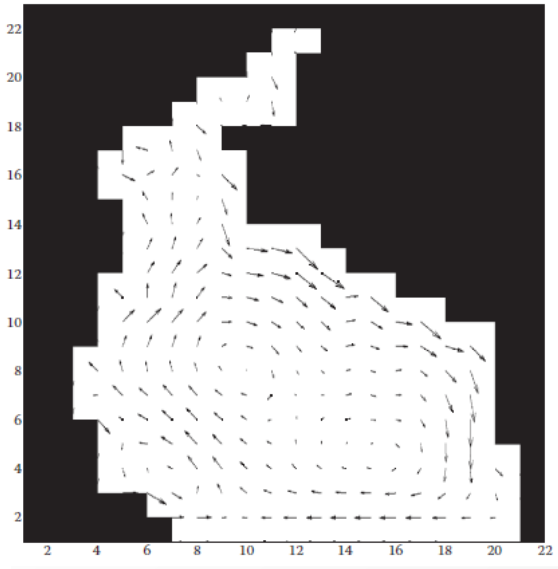
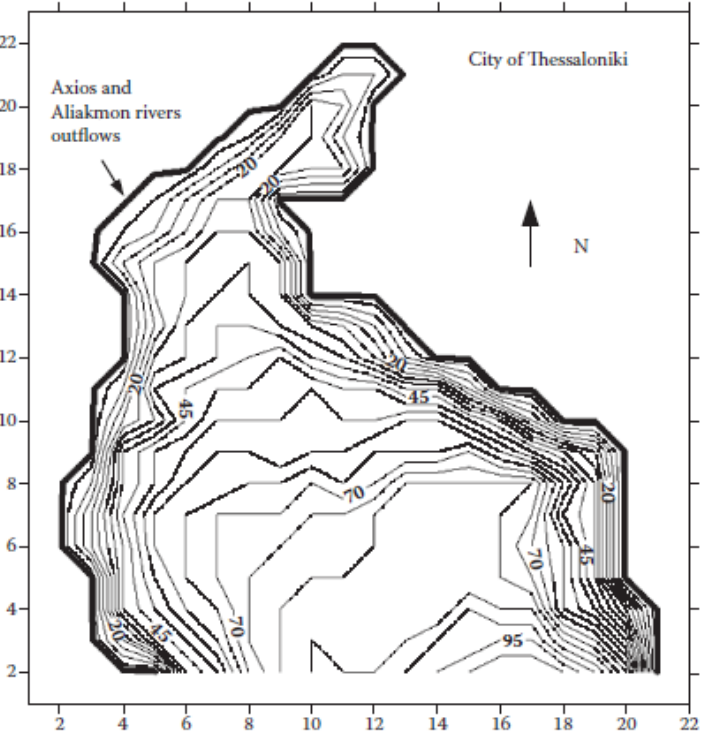
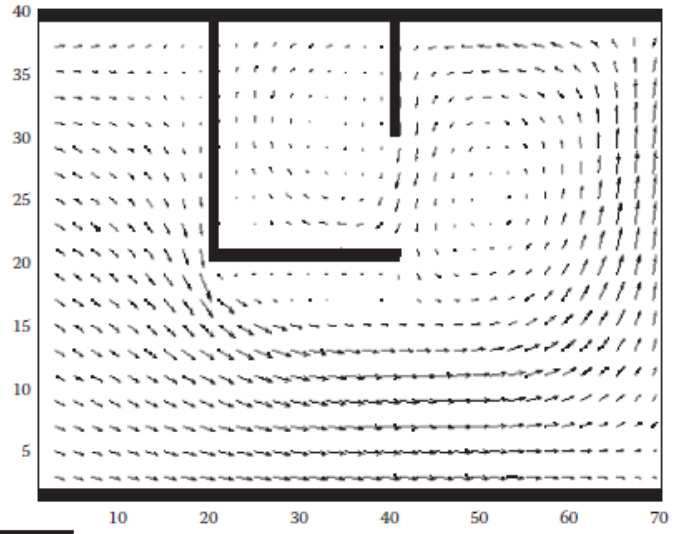
# Δ.6.3. Αριθμητικά σχήματα 2-D οριζ. ροές

## Παράδειγμα 2-D ροής με ΕΕ

Βλ. Koutitas C.G., Scarlatos P.D. (2016). Computational Modelling in Hydraulic and Coastal Engineering. CRC Press, Taylor & Francis Group.      Κεφάλαιο 5      σελ. 111-125

Για επιχειρησιακή πρόγνωση:

<http://wave4us.web.auth.gr/#loaded>



## Δ.6.4. Στρωματ/νες γεωφυσικές ροές

### Βασικές εξισώσεις

Μια πολύ σημαντική κατηγορία 2-D ροών με ΕΕ σε γεωφυσικά πεδία ροής, όπως τα παράκτια και τα ωκεάνια νερά, χαρακτηρίζονται από θερμική, αλατική, ή διφασική (ρευστό/ίζημα) στρωμάτωση. Η 1<sup>η</sup> προκύπτει κυρίως από τη θέρμανση των επιφανειακών υδάτινων μαζών κατά τη θερμή περίοδο του έτους. Η 2<sup>η</sup> προκύπτει από τις εκροές γλυκού νερού (ποτάμια) σε κόλπους ή παράκτια νερά. Η 3<sup>η</sup> προκύπτει από υποβρύχιες κατολισθήσεις ιλύος, αργίλου (συνεκτικών ιζημάτων κ.λπ.) ή ακόμη και εκ νέου αιώρηση των αποτιθέμενων στον πυθμένα ιζημάτων. Αν και η στρωμάτωση είναι ένα περίπλοκο 3-D φαινόμενο, είναι σύνηθες να υποθέτουμε ότι τα δύο στρώματα διαφορετικής πυκνότητας διαχωρίζονται από μια διεπιφάνεια.

Αυτή η απότομη συνήθως διεπιφάνεια είναι γνωστή ως θερμοκλινές για θερμική στρωμάτωση και αλοκλινές για στρωμάτωσης λόγω διαφορών στην αλατότητα των δύο μαζών νερού. Αυτή η απλοποιημένη θεώρηση λεπτής διεπιφάνειας αναιρεί τη διεπιφανειακή ανάμειξη. Αυτή είναι μια έγκυρη υπόθεση μόνο για χρονικές κλίμακες μικρότερες από τον χρόνο που απαιτείται για σημαντική ανάμειξη των δύο στρωμάτων. Αυτή η ανάμειξη μειώνεται τοπικά, λόγω της απόσβεσης της τύρβης στην περιοχή της διεπιφάνειας, όπως περιγράφεται από τον αριθμό Richardson. Εάν η πυκνότητα του ανώτερου στρώματος είναι  $\rho_o$  και η πυκνότητα του κάτω στρώματος είναι  $\rho_u$ , το σύστημα είναι υδροδυναμικά ευσταθές εάν  $\rho_o < \rho_u$ . Η διάκριση των δύο στρωμάτων επιτρέπει την υπόθεση σχεδόν οριζόντιας ροής σε κάθε στρώμα και την περιγραφή της υδροδυναμικής του στρώματος μέσω της κατανομής υδροστατικής πίεσης και των μέσων ταχυτήτων ροής στο στρώμα  $u_o$  και  $u_u$ , αντίστοιχα. Οι δυνάμεις τριβής που δρουν και κινητοποιούν τα δύο στρώματα είναι



## Δ.6.4. Στρώματ/νες γεωφυσικές ροές

### Βασικές εξισώσεις

Οι δυνάμεις τριβής που δρουν και κινητοποιούν τα δύο στρώματα είναι:

- The free surface shear exercised by the wind,  $\tau_s$ , related to the wind velocity  $w$  (usually measured 10 m above sea level) as

$$\frac{\tau_s}{\rho_o} = f_s w |w| \quad (5.67)$$

- The bottom shear due to the solid bed boundary, related to the lower layer velocity as

$$\frac{\tau_b}{\rho_u} = f_b u_u |u_u| \quad (5.68)$$

- The interfacial shear due to the velocity differences  $u_o - u_u$  expressed as

$$\frac{\tau_i}{\rho_o} = f_i (u_o - u_u) |u_o - u_u| \quad (5.69)$$

where  $f_i$  is the interfacial friction coefficient.

Οι συντελεστές τριβής  $f_s$ ,  $f_i$  και  $f_b$  εξαρτώνται συλλογικά από τον άνεμο, την ένταση ροής, τις ιδιότητες του ρευστού και την τραχύτητα του πυθμένα. Οι μέσες τιμές είναι της τάξης  $O(f_s)=3 \times 10^{-6}$ ,  $O(f_i)=10^{-3}$  και  $O(f_b)=10^{-2}$ .

Για 2-D οριζόντιο πεδίο  $x-y$ , οι άγνωστες μεταβλητές είναι τα συνολικά βάρη του στρώματος  $h_o$  και  $h_u$ , και οι μέσες ταχύτητες του στρώματος  $u_o$ ,  $u_u$ ,  $v_o$  και  $v_u$ , όλες οι συναρτήσεις των  $x$ ,  $y$  και  $t$ .

# Δ.6.4. Στρωματ/νες γεωφυσικές ροές

## Κυρίαρχες εξισώσεις για οριζόντιες 2-D στρωματωμένες ροές

Υποθέτοντας μικρές κλίσεις της ελεύθερης επιφάνειας και διεπαφής νερού, οι εξισώσεις για το ανώτερο και το κατώτερο στρώμα μπορούν να εξαχθούν παρόμοια με εκείνες για οιονεί οριζόντιες δισδιάστατες γεωφυσικές ροές. Έτσι, ακολουθώντας την ίδια διαδικασία όπως για τις ροές ελεύθερης επιφάνειας με μέσο όρο βάθους, οι εξισώσεις που διέπουν τα δύο στρώματα στις δύο οριζόντιες κατευθύνσεις είναι

### Ανώτερο στρώμα

$$\frac{\partial h_o}{\partial t} + \frac{\partial(h_o u_o)}{\partial x} + \frac{\partial(h_o v_o)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u_o}{\partial t} + u_o \frac{\partial u_o}{\partial x} + v_o \frac{\partial u_o}{\partial y} = -g \frac{\partial(h_o + h_u + z_b)}{\partial x} + f v_o + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 u_o}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_o}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{\rho_o h_o} - \frac{\tau_{ix}}{\rho_o h_o}$$

$$\frac{\partial v_o}{\partial t} + u_o \frac{\partial v_o}{\partial x} + v_o \frac{\partial v_o}{\partial y} = -g \frac{\partial(h_o + h_u + z_b)}{\partial y} - f u_o + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 v_o}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_o}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{\rho_o h_o} - \frac{\tau_{iy}}{\rho_o h_o}$$

### Κατώτερο στρώμα

$$\frac{\partial h_u}{\partial t} + \frac{\partial(h_u u_u)}{\partial x} + \frac{\partial(h_u v_u)}{\partial y} = 0$$

$$u_u \frac{\partial u_u}{\partial x} + v_u \frac{\partial u_u}{\partial y} = -g \frac{\partial[(h_o + h_u + z_b) - \Delta \rho h_o]}{\partial x} + f v_u + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 u_u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_u}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{ix}}{\rho_o h_o} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_u h_u}$$

$$\frac{\partial v_u}{\partial t} + u_u \frac{\partial v_u}{\partial x} + v_u \frac{\partial v_u}{\partial y} = -g \frac{\partial[(h_o + h_u + z_b) - \Delta \rho h_o]}{\partial y} - f u_u + \epsilon_h \left( \frac{\partial^2 v_u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_u}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{iy}}{\rho_o h_o} - \frac{\tau_{by}}{\rho_u h_u}$$

$$\Delta \rho = \frac{\rho_u - \rho_o}{\rho_u}$$

όπου Δρ είναι η διαφορά σχετικής πυκνότητας

Η αριθμητική λύση επιτυγχάνεται παρόμοια με τα προηγούμενα μοντέλα σχεδόν οριζόντιας ροής ελεύθερης επιφάνειας, χρησιμοποιώντας ένα ρητό σχήμα FTCS (προς το χρόνο, κεντρικό στο χώρο) σε ένα σταυροειδές υπολογιστικό πλέγμα, μέσω διαδοχικών υπολογισμών των μεταβλητών ταχύτητας και βάθους.

# Δ.6.4. Στρωματ/νες γεωφυσικές ροές

## Παραδοχή 1-D στρωματοποιημένου συστήματος

Για την περίπτωση ενός 1-D στρωματοποιημένου συστήματος σε μια στενή λεκάνη που περιορίζεται από κατακόρυφα όρια ακτής (πλήρης ανάκλαση) οι εξισώσεις μειώνονται ως εξής:

$$\frac{\partial h_o}{\partial t} + \frac{\partial(h_o u_o)}{\partial x} = 0$$

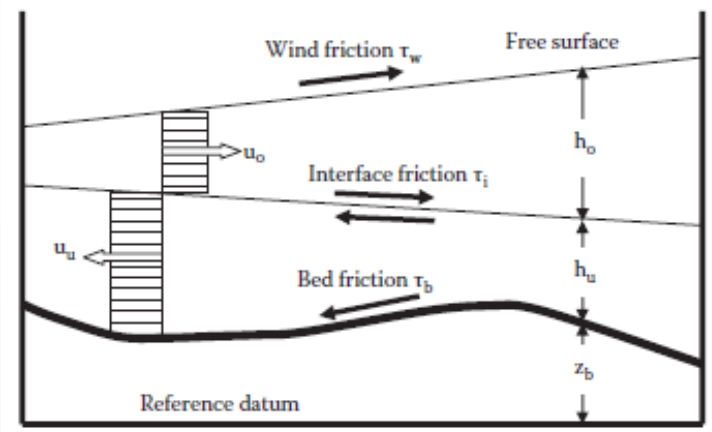
$$\frac{\partial u_o}{\partial t} + u_o \frac{\partial u_o}{\partial x} = -g \frac{\partial(h_o + h_u + z_b)}{\partial x} + \epsilon_h \frac{\partial^2 u_o}{\partial x^2} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_o h_o} - \frac{\tau_{ix}}{\rho_o h_o}$$

$$\frac{\partial h_u}{\partial t} + \frac{\partial(h_u u_u)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u_u}{\partial t} + u_u \frac{\partial u_u}{\partial x} = -g \frac{\partial[(h_o + h_u + z_b) - \Delta \rho h_o]}{\partial x} + \epsilon_h \frac{\partial^2 u_u}{\partial x^2} + \frac{\tau_{ix}}{\rho_o h_o} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_u h_u}$$

Όταν το σύστημα (πεδίο) της ροής υπόκειται σε διατμητική τάση ανέμου στην ελεύθερη επιφάνεια, το υδάτινο σύστημα τίθεται σε κίνηση. Οι άγνωστες ποσότητες που περιγράφουν το φαινόμενο είναι οι ταχύτητες του νερού  $u_o$  και  $u_u$  και τα συνολικά βάθη  $h_o$  και  $h_u$ . Κατά την αρχική κινητοποίηση των δύο στρωμάτων, ένα επιφανειακό κύμα και μια αντίστοιχη διεπιφανειακή ταλάντωση δημιουργούνται και η ταλάντωση συνεχίζει μέχρι να δημιουργηθούν συνθήκες ισορροπίας/ευστάθειας.

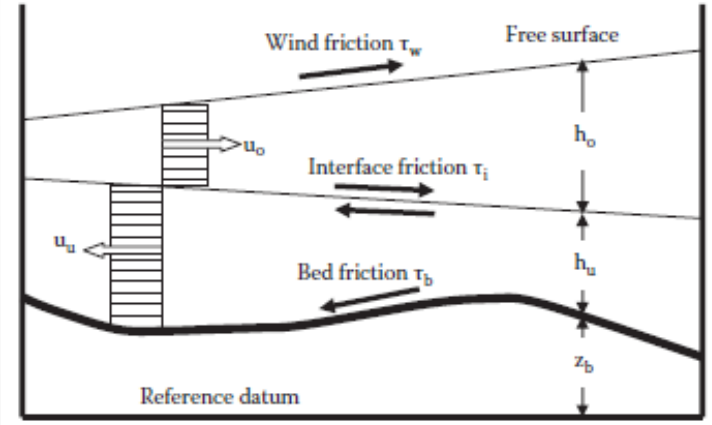
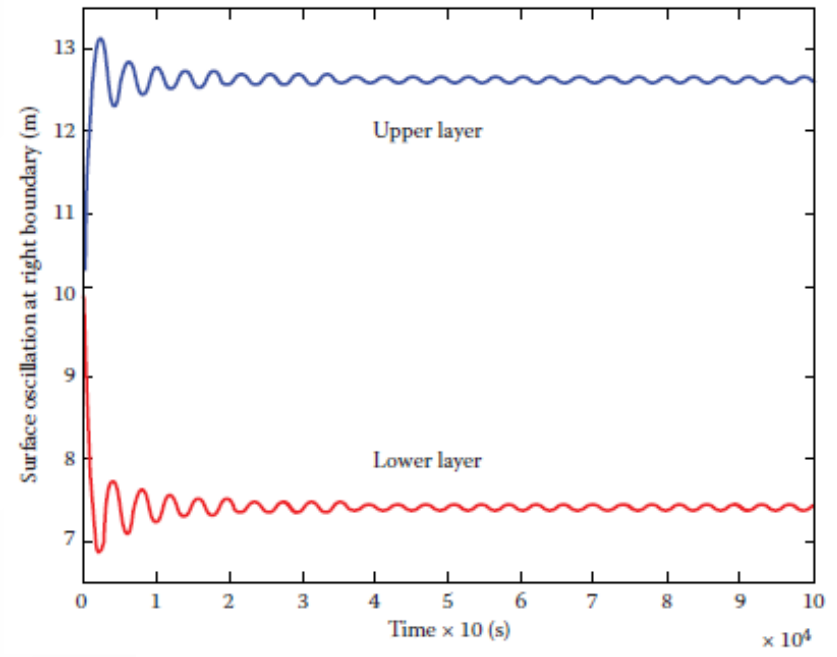
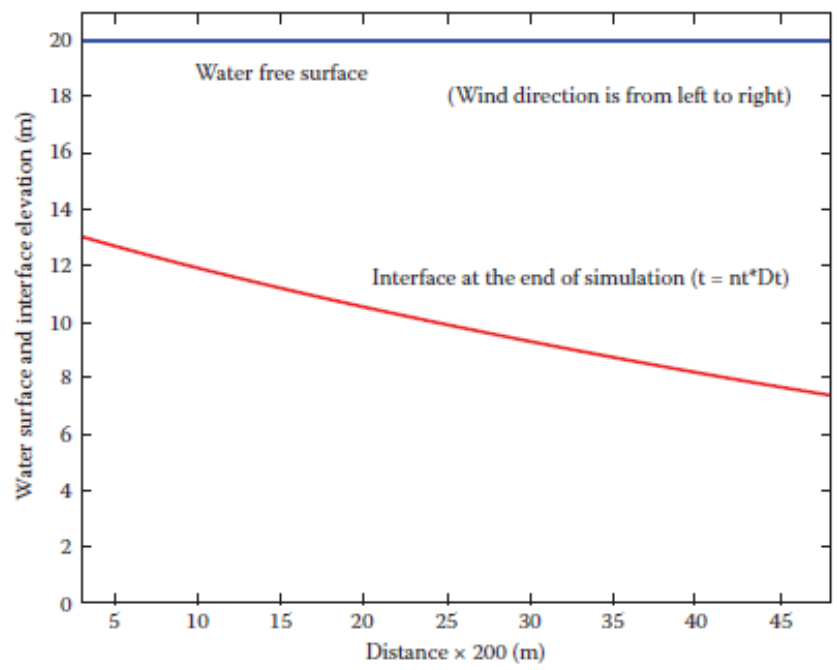
Το φαινόμενο της **ανάδυσσης (upwelling)**, δηλαδή η ταπείνωση του κάτω στρώματος στο ένα άκρο της λεκάνης και η ανύψωση αυτού του κάτω στρώματος προς την επιφάνεια στο αντίθετο άκρο της λεκάνης, δεν μπορεί να περιγραφεί από το μοντέλο, καθώς οι συνθήκες  $h_o=0$  ή  $h_u=$  δεν παρέχονται.



# Δ.6.4. Στρωματ/νες γεωφυσικές ροές

## Παράδειγμα 1-D στρωματοποιημένου συστήματος

Βλ. Koutitas C.G., Scarlatos P.D. (2016). Computational Modelling in Hydraulic and Coastal Engineering. CRC Press, Taylor & Francis Group. Κεφάλαιο 5 σελ. 129-134

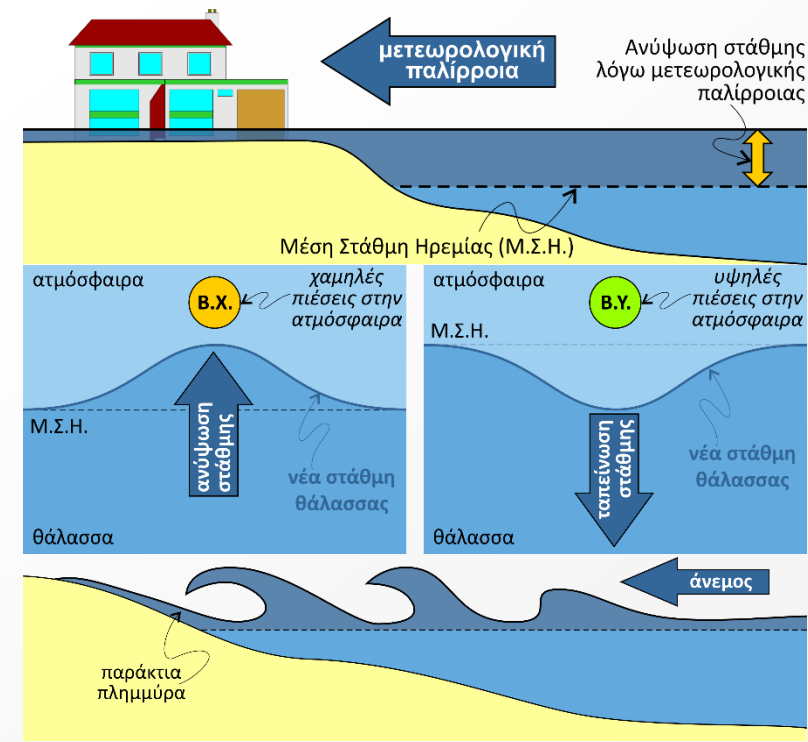


# Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

## Γενική περιγραφή φαινομένου

Με τον όρο μετεωρολογική παλίρροια περιγράφεται η ανύψωση της στάθμης της θάλασσας λόγω ατμοσφαιρικών συνθηκών και συγκεκριμένα εξαιτίας της δράσης της ατμοσφαιρικής πίεσης και των ανέμων που εμφανίζονται πάνω από μια θαλάσσια περιοχή κατά τη διάρκεια ανάπτυξης χαμηλών βαρομετρικών συστημάτων στην ατμόσφαιρα. Οι μετεωρολογικές παλίρροιες λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους όταν η ανώτατη καταγραφή της ΣΘ λόγω ατμοσφαιρικών συνθηκών συμπίπτει με τη μέγιστη ανώτατη πλήμμη στον κύκλο της αστρονομικής παλίρροιας. Αυτή η ακραία τιμή μεταβολής της ΣΘ ονομάζεται ανώτατη στάθμη θάλασσας (ΑΣΘ).

Παρουσιάζεται η δράση τόσο της ατμοσφαιρικής πίεσης, όσο και των ανέμων πάνω στην επιφάνεια της θάλασσας, μαζί με τις βασικές εξισώσεις που περιγράφουν τη συγκεκριμένη μεταβολή της στάθμης. Η δράση των χαμηλών πιέσεων και των δυνατών ανέμων στο παράκτιο περιβάλλον είναι μία από τις βασικές αιτίες πλημμυρών της παράκτιας ζώνης (Σχήμα).



## Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

### Γενική περιγραφή φαινομένου

Συνεπώς, η σωστή περιγραφή και έγκαιρη πρόγνωση του φαινομένου της μετεωρολογικής παλίρροιας είναι υψίστης σημασίας στην προστασία και διαχείριση των παράκτιων περιοχών. Λόγω μετεωρολογικής παλίρροιας η στάθμη της θάλασσας μπορεί να ανυψωθεί αρκετά μέτρα από τη ΣΗ μέσα σε πολύ λίγες ώρες. Ο συνδυασμός της μετεωρολογικής παλίρροιας με την αστρονομική παλίρροια στη φάση της πλημμυρίδας ανύψωσης της ΜΣΘ στα ρηχά, λόγω κυμάτων μεγάλου ύψους, αυξάνει την πιθανότητα κατάκλυσης των παράκτιων περιοχών (coastal inundation), αλλά και τον κίνδυνο για ανθρώπινες απώλειες.

Ο κίνδυνος πλημμύρας μιας παράκτιας περιοχής (coastal flood) λόγω μετεωρολογικής παλίρροιας εξαρτάται από τις παρακάτω συνθήκες:

- το μέγεθος του βαρομετρικού χαμηλού,
- την ένταση και την ταχύτητα προώθησης του ατμοσφαιρικού συστήματος,
- τον προσανατολισμό των ανέμων σε σχέση με την ακτή,
- τη μορφολογία της ακτογραμμής και τη βαθυμετρία κοντά σε αυτή,
- την ταυτόχρονη εμφάνιση πλημμυρίδας λόγω αστρονομικής παλίρροιας.

Η ατμοσφαιρική πίεση και η μεταβολή της επιδρά απευθείας στο υψόμετρο της επιφάνειας της θάλασσας. Αν θεωρηθεί ότι στην επιφάνεια της θάλασσας ασκείται μόνον η ατμοσφαιρική πίεση, τότε η μεταβολή της στάθμης  $\Delta\zeta$  δίνεται από τη σχέση του τοπικού ανάστροφου βαρόμετρου:

$$\Delta\zeta = -\frac{\Delta p_A}{\rho g}$$

## Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

### Βασικές προσεγγίσεις–παραδοχές: Μεταβολή στάθμης θάλασσας λόγω ατμ. πίεσης

$\rho$  είναι η πυκνότητα της θάλασσας,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $p_A$  η ατμοσφαιρική πίεση. Οποιαδήποτε μεταβολή  $\Delta p_A$  επιφέρει αντίστοιχη μεταβολή  $\Delta \zeta$  στην επιφάνεια της θάλασσας. Η μείωση της ατμοσφαιρικής πίεσης κατά 1mbar επιφέρει αντίστοιχη αύξηση κατά 1cm της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας (φαινόμενο ανάστροφου βαρομέτρου ή ισοστατική απόκριση της ΣΘ). Στην πράξη οι μεταβολές πίεσης δεν ακολουθούν πλήρως την εξίσωση του ανάστροφου βαρομέτρου εξαιτίας της δυναμική απόκρισης της θάλασσας στις μεταβολές της πίεσης (Ponte et al., 1991). Επιπρόσθετα, στην τελική μεταβολή της στάθμης συμβάλλει και η δράση των ανέμων.

Η δυναμική συνεισφορά της ατμοσφαιρική πίεσης στη μεταβολή της στάθμης επιφανείας υπολογίζεται με την εφαρμογή των δισδιάστατων εξισώσεων συνέχειας και ορμής κατά  $x$  και  $y$ .

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(UH)}{\partial x} + \frac{\partial(VH)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - fV + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial x} + C_b \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{\rho_o (h + \zeta)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + fU + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial y} + C_b \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{\rho_o (h + \zeta)}$$

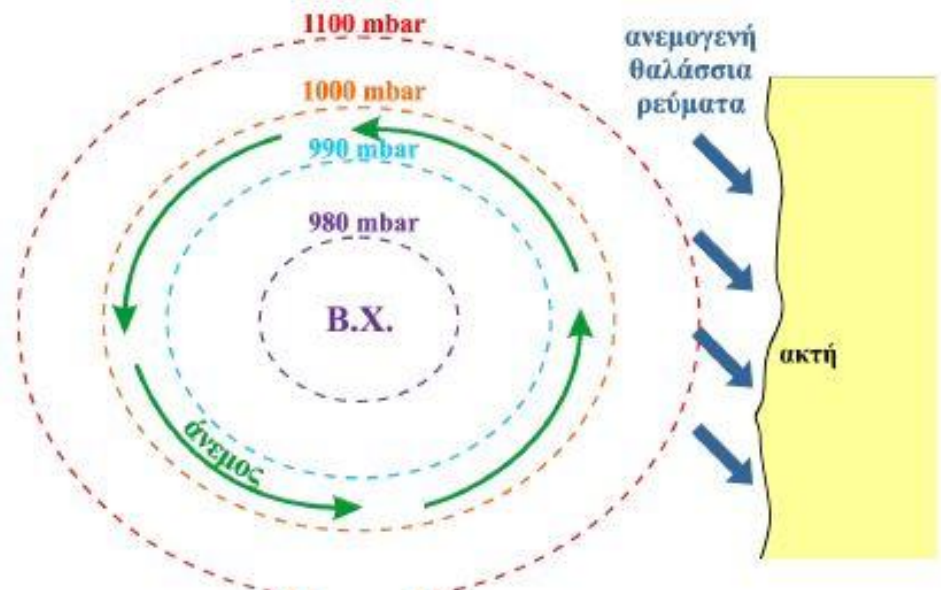
όπου  $U$  και  $V$  είναι οι συνιστώσες του διανυσματικού πεδίου ταχύτητας στο οριζόντιο επίπεδο ( $x$ - $y$ ),  $t$  ο χρόνος,  $f$  ο συντελεστής Coriolis,  $C_b$  ο συντελεστής σύρσης στον πυθμένα,  $\zeta$  το υψόμετρο της ελεύθερης επιφάνειας από την επιφάνεια ηρεμίας,  $h$  το βάθος από τη στάθμη ηρεμίας και  $H=(h+\zeta)$  το ολικό βάθος του νερού.

# Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

## Βασικές προσεγγίσεις-παραδοχές: Μεταβολή στάθμης θάλασσας λόγω συνδυαστικής δράσης πίεσης και ανέμου

Τα ατμοσφαιρικά συστήματα βαρομετρικού χαμηλού συνοδεύονται και από ισχυρούς ανέμους, όπως φαίνεται στο Σχήμα, οι οποίοι μπορεί να ωθήσουν το επιφανειακό νερό (ανεμογενή ρεύματα) προς την ξηρά βάσει του φαινομένου Ekman, με αποτέλεσμα τη συσσώρευση (piling up) του νερού κοντά στην ακτή και την ανύψωση της θαλάσσιας στάθμης. Η ανάπτυξη κυκλωνικών ανέμων έχει ως αποτέλεσμα το σχηματισμό ανεμογενών ρευμάτων, τα οποία λόγω Ekman στρέφονται δεξιόστροφα στο βόρειο ημισφαίριο και μεταφέρουν μάζες νερού προς την ακτή (Σχήμα). Ο συγκεκριμένος προσανατολισμός της ακτής και η θέση του ατμοσφαιρικού συστήματος συμβάλλουν, ώστε οι αναπτυσσόμενοι άνεμοι που συνυπάρχουν με το κινούμενο βαρομετρικό χαμηλό να συνεισφέρουν στην αύξηση της στάθμης της θαλάσσιας επιφανείας στη συγκεκριμένη παράκτια περιοχή.

Ο σημαντικότερος μετεωρολογικός παράγοντας της ανύψωσης στάθμης σε ημίκλειστες θάλασσες, όπως η Μεσόγειος, δεν είναι τόσο η ίδια η πτώση της πίεσης, όσο οι παραγόμενοι από αυτήν άνεμοι (κυκλώνες στο Βόρειο Ημισφαίριο) (Pirazzoli, 2000).





## Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

**Βασικές προσεγγίσεις–παραδοχές:** Μεταβολή στάθμης θάλασσας λόγω συνδυαστικής δράσης πίεσης και ανέμου

Για τον υπολογισμό της μεταβολής της στάθμης λόγω δράσης τόσο της ατμοσφαιρικής πίεσης, όσο και των συνοδών ανέμων, χρησιμοποιούνται οι ολοκληρωμένες στο βάθος εξισώσεις. Οι εξισώσεις εκτός από την επιρροή της δύναμης Coriolis, των τριβών με τον πυθμένα και της ατμοσφαιρικής πίεσης περιλαμβάνουν και τη δράση των ανέμων (Krestenitis et al., 2011):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} UH + \frac{\partial}{\partial y} VH = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - fV + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial x} + E_h \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_o} C_s \frac{W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{(h + \zeta)} - C_b \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{\rho_o (h + \zeta)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + fU + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial y} + E_h \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_o} C_s \frac{W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{(h + \zeta)} - C_b \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{\rho_o (h + \zeta)}$$

Σε αρκετές περιπτώσεις, που αφορούν κυρίως βαθιές θαλάσσιες λεκάνες και για λόγους ταχύτητας της αριθμητικής επίλυσης (μείωση υπολογιστικού χρόνου), είναι δυνατόν από τις εξισώσεις να απαλειφθούν οι όροι της επιτάχυνσης στο αριστερό σκέλος των εξισώσεων ισορροπίας της ορμής ή/και οι μη γραμμικοί όροι του δεξιού σκέλους. Σε ρηγά νερά, όμως, οι όροι επιτάχυνσης των εξισώσεων αποκτούν μεγαλύτερη βαρύτητα λόγω του μειωμένου βάθους (Pugh & Woodworth, 2014).

# Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

## Βασικές εξισώσεις για μεταβολή θαλάσσιας στάθμης λόγω μετεωρολογικής και αστρονομικής παλίρροιας

Οι σημαντικότερες καταστροφές λόγω έκτακτων πλημμυρικών επεισοδίων μπορούν να προκύψουν από το συνδυασμό πολλών παραμέτρων, οι οποίες πιθανόν από μόνες τους να μην ήταν ικανές να αυξήσουν τη στάθμη της θάλασσας και να προκαλέσουν πλημμύρα σε μια παράκτια περιοχή. Η ταυτόχρονη δράση μετεωρολογικών συνθηκών, αστρονομικής παλίρροιας και κυμάτων, αλλά και η θέση και η τοπογραφία μιας περιοχής μπορεί να προκαλέσει σημαντικές ανυψώσεις στάθμης με καταστροφικές συνέπειες. Επομένως, στον υπολογισμό και κυρίως στην πρόγνωση τέτοιων φαινομένων είναι απαραίτητος ο μαθητικός υπολογισμός της συνδυαστικής δράσης όλων των παραμέτρων.

Η συνολική μεταβολή της στάθμης  $\zeta_{total}$  λόγω αστρονομικής παλίρροιας και λόγω μετεωρολογικών συνθηκών βασίζεται στις προηγούμενες εξισώσεις, αν λάβουμε, όμως, υπόψη την επιρροή της αστρονομικής παλίρροιας (Schwiderski, 1980). Η πλήρης εξίσωση της μεταβολής της στάθμης που περιλαμβάνεται στις εξισώσεις της ορμής αποτελείται από τους εξής όρους:

$\zeta_{tide}$  που είναι η ισορροπία της αστρονομικής παλίρροιας (equilibrium tidal potential).

$\zeta_{sal}$  που είναι η μεταβολή λόγω αλλαγών στη βαρύτητας της Γης (self-attraction/loading effect).

Για λόγους υπολογιστικής ευκολίας, χωρίς ιδιαίτερη απώλεια ακρίβειας, η  $\zeta_{sal}$  μπορεί να υπολογιστεί ως εξής (Sakamoto et al., 2013):

$$\zeta_{sal} = (1 - a)\zeta$$

$$\zeta_{total} = \zeta - \beta\zeta_{tide} - \zeta_{sal}$$

$$\zeta_{total} = 0.9\zeta - 0.7\zeta_{tide}$$

## Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

### Βασικές εξισώσεις

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} UH + \frac{\partial}{\partial y} VH = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - fV + 0.9g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - 0.7g \frac{\partial \zeta_{tide}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial x} + E_h \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) +$$

$$+ \frac{1}{\rho_o} C_s \frac{W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{(h + \zeta)} - C_b \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{\rho_o (h + \zeta)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + fU + 0.9g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - 0.7g \frac{\partial \zeta_{tide}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial P_a}{\partial y} + E_h \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) +$$

$$+ \frac{1}{\rho_o} C_s \frac{W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{(h + \zeta)} - C_b \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{\rho_o (h + \zeta)}$$

Με τη χρήση των εξισώσεων 5.20 υπολογίζεται η συνολική μεταβολή της στάθμης της θάλασσας και οι βαροτροπικές ταχύτητες υδροδυναμικής κυκλοφορίας από τη συνδυαστική δράση της δύναμης Coriolis, της ατμοσφαιρικής πίεσης, του ανέμου, της τριβής πυθμένα και εσωτερικών διατμητικών τάσεων (τυρβώδης διάχυση).

Εφαρμογή και επίλυση των παραπάνω εξισώσεων περιέχονται στα μαθηματικά ομοιώματα Surge\_UV.f και Astronomical\_Tide.f

## Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

### Μοντέλο αστρονομικής παλίρροιας

Μια από τις πλέον καθιερωμένες προσεγγίσεις για τη συμβολή της αστρονομικής παλίρροιας στην περιοδική μεταβολή της θαλάσσιας στάθμης βασίζεται στο μοντέλο που παρουσιάζεται από το Schwiderski (1980). Η συγκεκριμένη παραμετροποίηση της κίνησης της ελεύθερης επιφάνειας της θάλασσας μπορεί να συνδυαστεί ή να ενσωματωθεί σε οποιαδήποτε (δισ- ή τρισδιάστατη) μορφοποίηση των εξισώσεων ορμής και συνέχειας που περιγράφει την κίνηση των θαλάσσιων υδάτων, όπως παρουσιάζεται παρακάτω. Η σημειακή πρόβλεψη του παλιρροιακού σήματος σε οποιαδήποτε θέση (ορίζεται μοναδιαία από το γεωγραφικό μήκος  $\lambda$  και πλάτος  $\varphi$ ) βασίζεται στην επίλυση μιας αρμονικής εξίσωσης, η οποία εφαρμόζει άμεσα το παλιρροιακό ισοζύγιο (ή αστρονομικό δυναμικό γένεσης παλιρροιών) με τη χρήση της αριθμητικής σειράς της 1ης από το σύστημα εξισώσεων (5.2). Οι υπόλοιπες τρεις εξισώσεις είναι οι βασικοί τύποι μερικών αρμονικών για τις παλίρροιας. Συγκεκριμένα, η 2η αντιστοιχεί στο ημιημερήσιο σήμα της παλίρροιας (π.χ. M2 κύρια σεληνιακή συνιστώσα), η 3η στο ημερήσιο παλιρροιακό σήμα (π.χ. P1 κύρια ηλιακή συνιστώσα) και η 4η στις παλιρροιακές συνιστώσες μακράς περιόδου:

$$h_o = 279.69668 + 36000.768930485T_d + 3.03 \cdot 10^{-4} T_d^2$$

$$s_o = 270.434358 + 481267.88314137T_d - 0.001133T_d^2 + 1.9 \cdot 10^{-6} T_d^3$$

$$T_d = (27392.500528 + 1.0000000356D) / 36525$$

$$D = day + 365 \cdot (yr - 1975) + \text{int}[(yr - 1973) / 4]$$

$$\zeta_{tide} = \sum_v \zeta_{tide,v}(\lambda, \varphi, t)$$

$$\zeta_{tide,2} = k_o \sin^2(\varphi) \cos(\sigma t + x + 2\lambda), \quad v=2$$

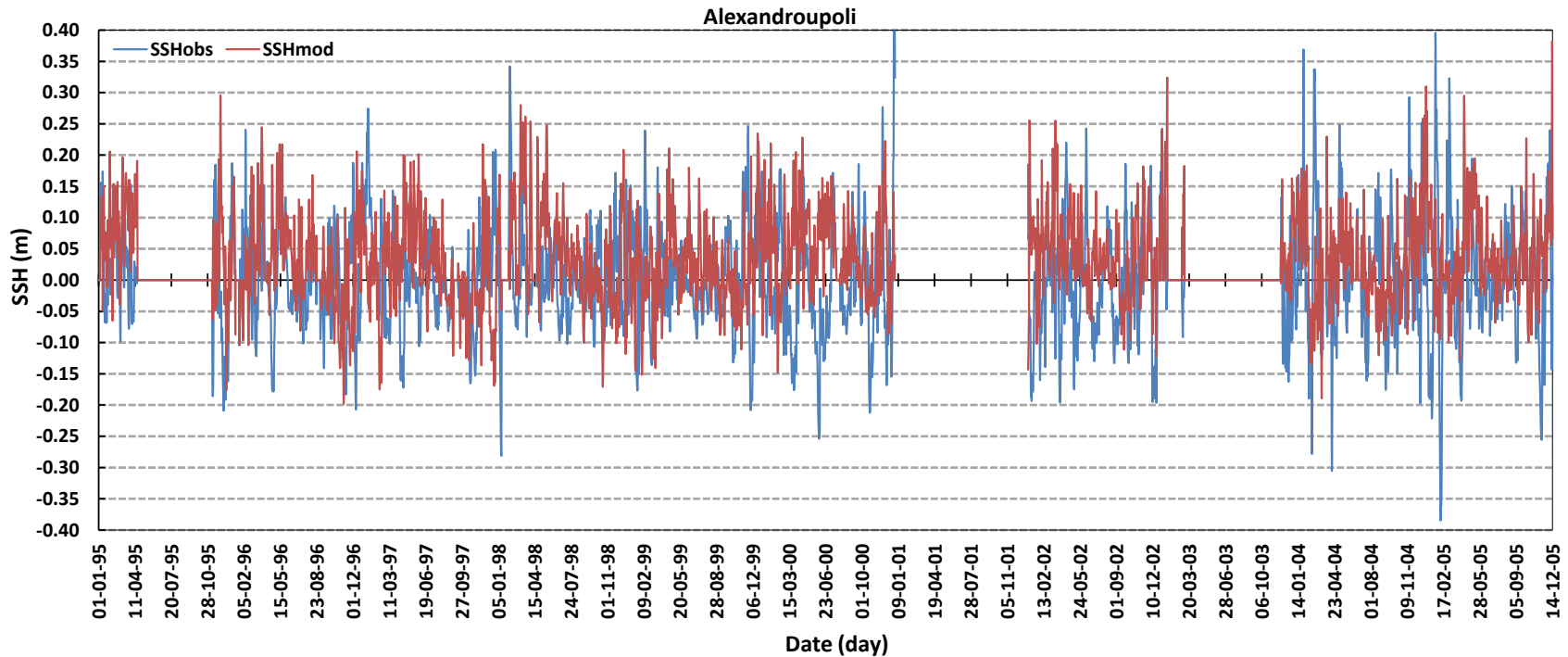
$$\zeta_{tide,1} = k_o \sin(2\varphi) \cos(\sigma t + x + \lambda), \quad v=1$$

$$\zeta_{tide,0} = k_o (3 \sin^2(\varphi)) \cos(\sigma t + x), \quad v=0$$

Σύμβολο Αρμονικής	Παλιρροιακή Ισομορφή	$k_o$ (m)	$\sigma$ ( $10^{-4}/\text{sec}$ )	$T$ (hrs)	$x$ ( $^\circ$ )	Είδος Παλίρροιας
M2	Κύρια σεληνιακή	0,242334	1,10519	12,42	$2h_o - 2s_o$	Ημιημερήσια $v=2$
S2	Κύρια ηλιακή	0,112841	1,45444	12,00	0	
N2	Ελλειπτική σεληνιακή	0,046398	1,37880	12,66	$2h_o - 3s_o + p_o$	
K2	Απόκλιση Ήλιου-Σελήνης	0,030714	1,45842	11,97	$2h_o$	
K1	Απόκλιση Ήλιου-Σελήνης	0,141565	0,72921	23,93	$h_o + 90$	Ημερήσια $v=1$
O1	Κύρια σεληνιακή	0,100514	0,67598	25,82	$h_o - 2s_o - 90$	
P1	Κύρια ηλιακή	0,046843	0,72523	24,07	$h_o - 90$	
Q1	Ελλειπτική σεληνιακή	0,019256	0,64959	26,87	$h_o - 3s_o + p_o - 90$	
Mf	Δεκαπενθήμερη σεληνιακή	0,041742	0,053234	327,86	$2s_o$	Μακράς Περιοδού $v=0$
Mm	Μηνιαία σεληνιακή	0,022026	0,026392	661,30	$s_o - p_o$	
Ssa	Ημισήσια ηλιακή	0,019446	0,003982	4382,89	$2h_o$	

# Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

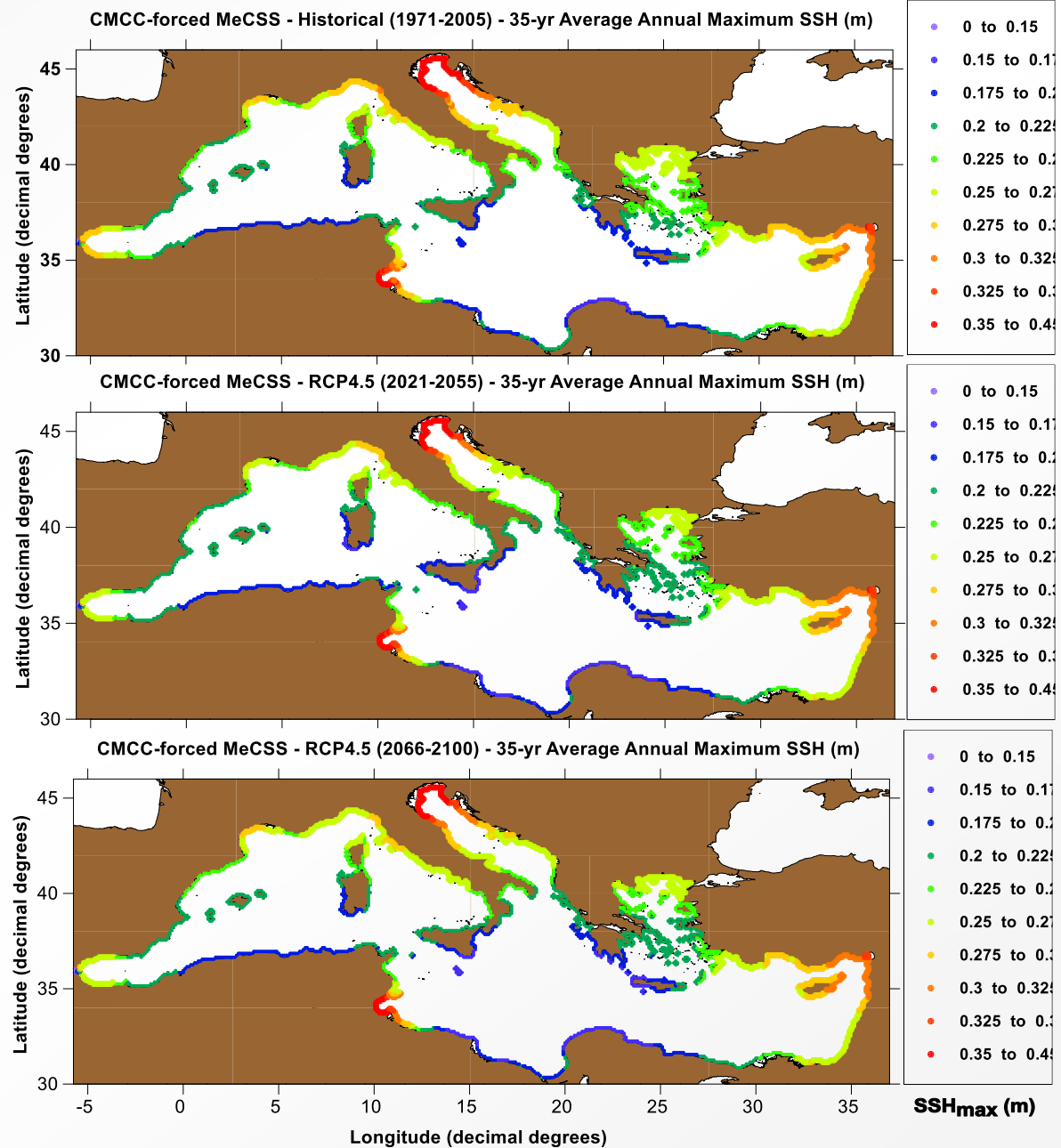
## Τυπικές εφαρμογές



Comparison of the 10-yr timeseries  
SSH (m) in Alexandroupoli modelled output (mod)  
vs. field data (obs)

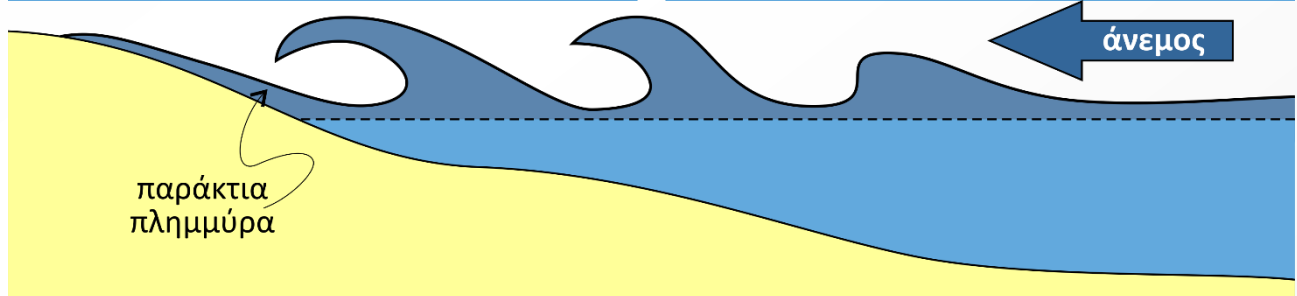
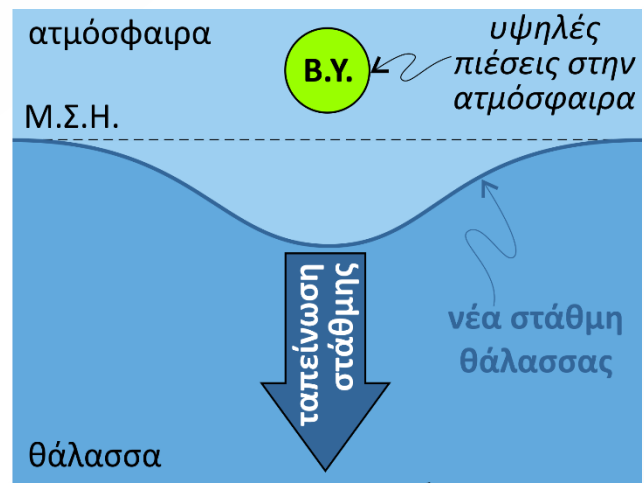
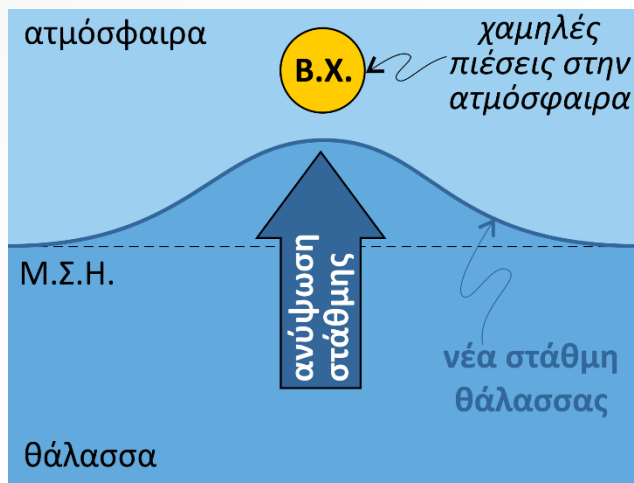
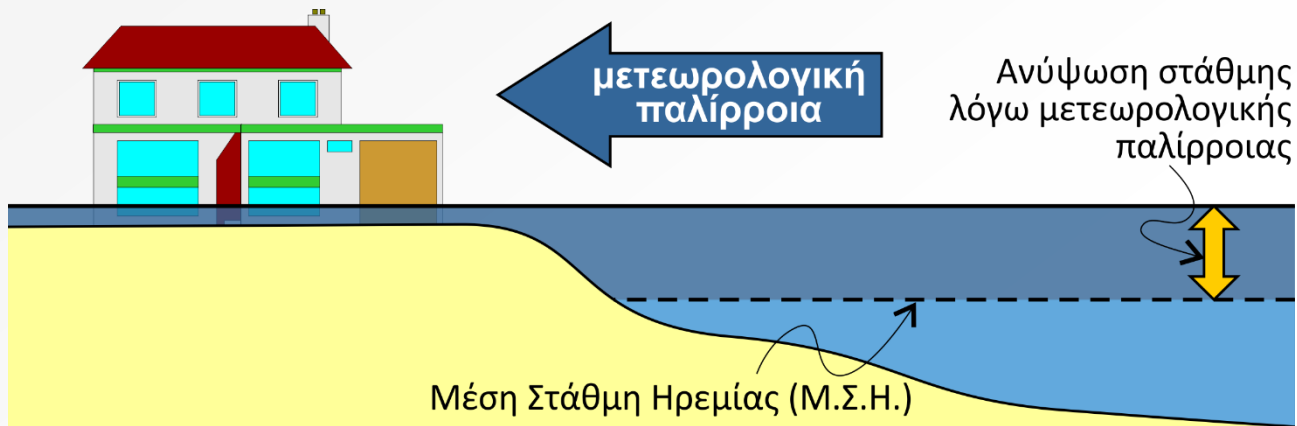
# Δ.6.5. Μοντέλο μετεωρολογικής παλίρροιας

## Τυπικές εφαρμογές



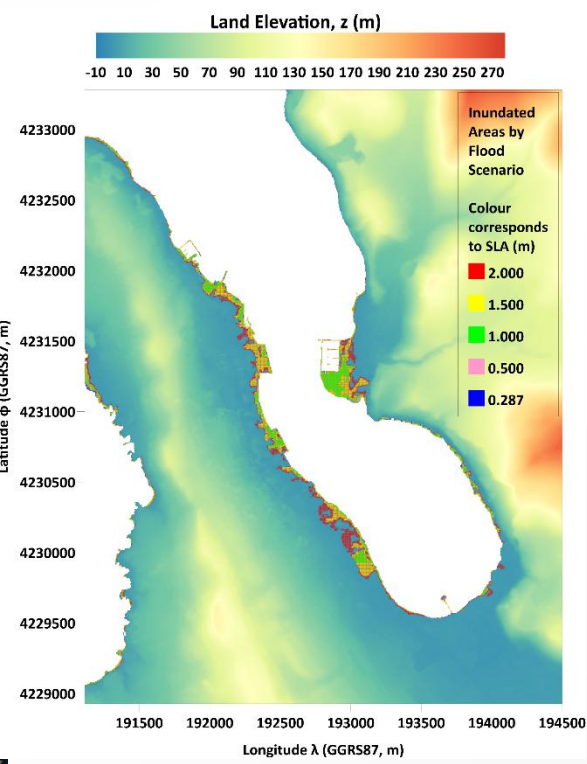
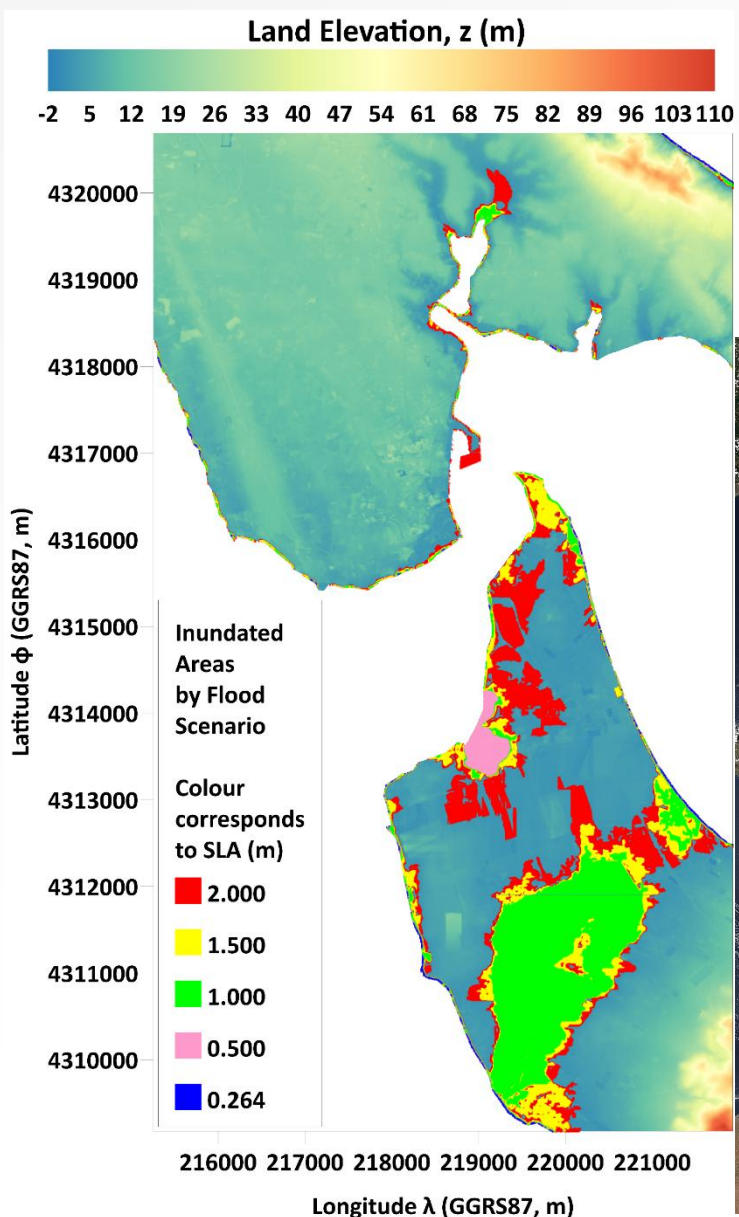
# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Γενική περιγραφή φαινομένου



# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

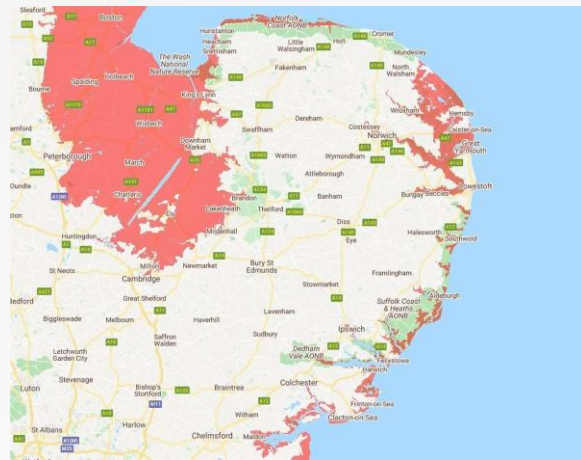
Κλίμακες εφαρμογής και ισχύος (π.χ. Ιανός Ελλάδα Ιόνιο)





## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

Κλίμακες εφαρμογής και ισχύος (π.χ. East Anglia Floods in the south-eastern UK)



Παράκτιες ζώνες εκτεταμένες περιοχές – π.χ., Κόλπος Αργοστολίου στην Κεφαλονιά, πεδιάδα Μανωλάδας – Λεχαινών κ.λπ.

CoastFLOOD:  $O(dx) = 1-5 \text{ m}$  το όριο μνήμης τρεξιμάτων

Όρια εφαρμογής:  $O(x,y) = 10-20 \text{ km}$   $\sim 15 \cdot 10^6$  κελιά

Data υψομετρίας: Ελληνικό Κτηματολόγιο <https://www.ktimatologio.gr/>

Οριακές συνθήκες: SSH στην ακτογραμμή από μοντέλα μετεωρολογικής παλίρροιας (HiReSS)

Οριακές συνθήκες: SLA από δορυφορικά δεδομένα ή μετρήσεις από παλιρροιογράφους (ΥΥΠΝ)

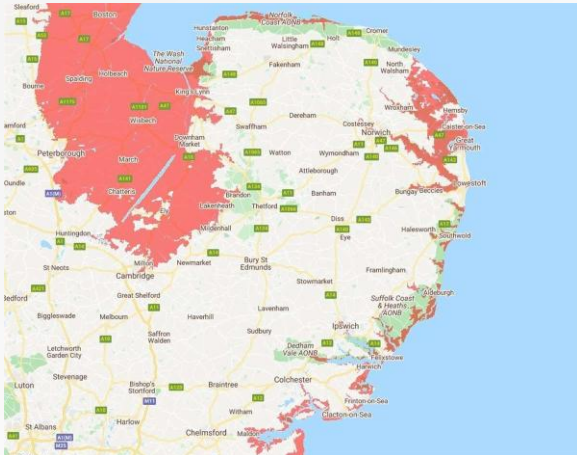
Οριακές συνθήκες: θεωρητικά σενάρια ακραίων τιμών Total Water Level

$$\mathbf{TWL = SSH + tide + MSLR + Ru_w}$$

Περίοδος προσομοιώσεων: μερικές ώρες έως μερικές ημέρες

# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

Παραδείγματα παράκτιων πλημμυρών (π.χ. East Anglia Floods in the south-eastern UK)



## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

### Γενική περιγραφή φαινομένου

3 προσεγγίσεις για παράκτιες πλημμύρες λόγω ανόδου της στάθμης της θάλασσας:

1. Ένα εργαλείο εκτίμησης της κατάκλυσης «στατικού επιπέδου» που εκτελείται σε λειτουργία **προσέγγισης «μπανιέρας» (δεξαμενής κατάκλυσης)**

- ανιχνεύει επιρροεπείς σε πλημμύρες πεδινά κελιά του κανάβου με υψόμετρο εδάφους  $z <$  προκαθορισμένο κατώφλι (π.χ. ακραία φουσκοθαλασσιά / μετεωρολογική πλημμύρα)
- πολύ απλοϊκό και μπορεί να οδηγήσει σε μη φυσικές υπερεκτιμήσεις της έκτασης των παράκτιων πλημμυρών

2. Μια βελτιωμένη εκδοχή της προσέγγισης «μπανιέρας» με υδραυλική συνδεσιμότητα (Bathtub HC)

- επιτρέπει τη ροή του νερού σε γειτονικές κύριες και διαγώνιες κατευθύνσεις σύμφωνα με τον κανόνα των οκτώ πλευρών
- περιορίζει την υπερεκτίμηση πιθανώς πλημμυρισμένων περιοχών από μάζες θαλασσινού νερού, αλλά αγνοεί την τριβή του πυθμένα λόγω της τραχύτητας και της διαπερατότητας του εδάφους της πλημμυρικής πεδιάδας, τη χρονική ολοκλήρωση για τον υπολογισμό της διάρκειας του πλημμυρικού γεγονότος, το ύψος και την ταχύτητα ροής του νερού που επηρεάζουν την έκταση της κατάκλυσης στα χερσαία ενδότερα
- αποδίδει καλύτερα από την προσέγγιση της απλής «μπανιέρας»
- παρέχει πιο συντηρητικά αποτελέσματα πλημμύρας

3. Υδραυλική προσέγγιση με κατάλληλο αλγόριθμο χωρικής και χρονικής διακριτοποίησης (CoastFLOOD)

## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

### Εννοιολογική προσέγγιση φαινομένου/μοντέλου

Αριθμητικό μοντέλο με προσέγγιση μειωμένης πολυπλοκότητας

**Μέθοδος επίλυσης:** 2-D ροή ισοζυγίου μάζας σε πλημμυρικά πεδία

**Υδροδυναμική προσέγγιση:** αποσυνδεδεμένη υδραυλική ροή 1-D τύπου Manning στις 2 κατευθύνσεις του ορίζοντα

**Βασική μηχανική συμπεριφορά:** Η διαφορά του ύψους του νερού μεταξύ γειτονικών κελιών λειτουργεί ως πιεζομετρικό/υδραυλικό φορτίο για την προώθηση του πλημμυρικού μετώπου ροής

**Υπολογιστική προσέγγιση:** module αποθήκευσης στη μνήμη μητρώου υγρών/στεγνών κελιών με ενημέρωση των εναλλαγών σε κάθε χρονικό βήμα, βασισμένο σε πεδίο raster grid

### Αποτελέσματα

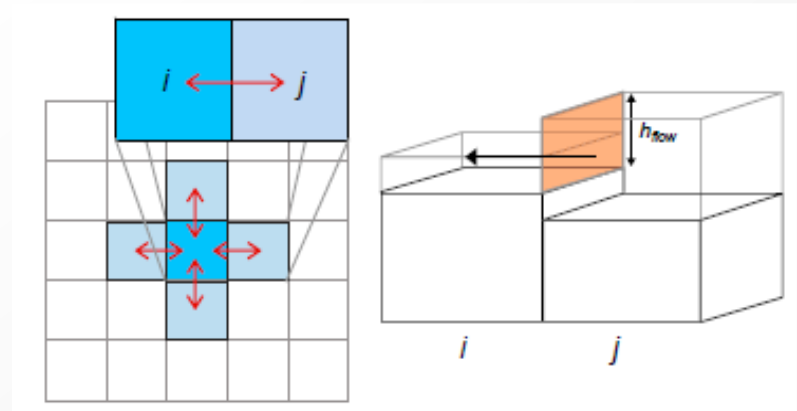
Ποσοστό κάλυψης πλημμυρισμένων περιοχών

(ανά αριθμό υγρών κυψελών) αριθμητικά

εκτιμώμενο με μοντέλο πλημμύρας

Συγκρίσεις με πιθανώς πλημμυρισμένες περιοχές

του πλέγματος ράστερ



# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Βασικές εξισώσεις

### Continuity Equation (mass conservation law)

$$\frac{\partial V}{\partial t} = Q_x^{in} - Q_x^{out} + Q_y^{in} - Q_y^{out}$$

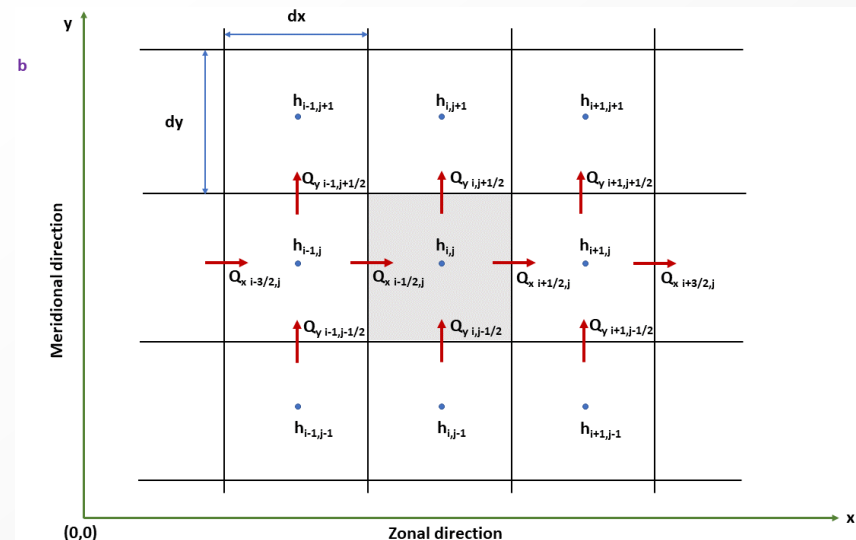
$$\frac{\partial h_{i,j}}{\partial t} = \frac{Q_{x_{i-1/2,j}} - Q_{x_{i+1/2,j}} + Q_{y_{i,j-1/2}} - Q_{y_{i,j+1/2}}}{\partial x \cdot \partial y}$$

$$h_{i,j}^{t'} = h_{i,j}^t + dt \cdot \frac{Q_{x_{i-1/2,j}}^t - Q_{x_{i+1/2,j}}^t + Q_{y_{i,j-1/2}}^t - Q_{y_{i,j+1/2}}^t}{dx \cdot dy}$$

### Motion Equation (flow rate conservation law)

$$Q_{x_{i-1/2,j}}^t = \frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} x_{i-1/2,j} \cdot \left( \frac{h_{i-1,j}^t - h_{i,j}^t}{dx} \right)^{1/2} \cdot dy$$

$$Q_{x_{i+1/2,j}}^t = \frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} x_{i+1/2,j} \cdot \left( \frac{h_{i,j}^t - h_{i+1,j}^t}{dx} \right)^{1/2} \cdot dy$$



## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

### Βασικές εξισώσεις

$$\frac{\partial V}{\partial t} = Q_x^{in} - Q_x^{out} + Q_y^{in} - Q_y^{out}$$

$$\frac{\partial V_{i,j}}{\partial t} = Q_{x_{i-1/2,j}} - Q_{x_{i+1/2,j}} + Q_{y_{i,j-1/2}} - Q_{y_{i,j+1/2}}$$

$$\frac{\partial h_{i,j}}{\partial t} = \frac{Q_{x_{i-1/2,j}} - Q_{x_{i+1/2,j}} + Q_{y_{i,j-1/2}} - Q_{y_{i,j+1/2}}}{\Delta x \cdot \Delta y}$$

$$h_{i,j}^{t'} = h_{i,j}^t + dt \cdot \frac{Q_{x_{i-1/2,j}}^t - Q_{x_{i+1/2,j}}^t + Q_{y_{i,j-1/2}}^t - Q_{y_{i,j+1/2}}^t}{\Delta x \cdot \Delta y} \quad \text{or}$$

$$h_{i,j}^{t'} = h_{i,j}^t + dt \cdot \left( \left( \theta \cdot \frac{Q_{x_{i-1/2,j}}^t - Q_{x_{i+1/2,j}}^t + Q_{y_{i,j-1/2}}^t - Q_{y_{i,j+1/2}}^t}{\Delta x \cdot \Delta y} \right) + \left( (1 - \theta) \cdot \frac{Q_{x_{i-1/2,j}}^{t'} - Q_{x_{i+1/2,j}}^{t'} + Q_{y_{i,j-1/2}}^{t'} - Q_{y_{i,j+1/2}}^{t'}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right) \right)$$

$$Q = \frac{h_{flow}^{5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{upstream} - h_{downstream}}{CellWidth_{zonal}} \right)^{1/2} \cdot CellWidth_{meridional}$$

$$Q_x^{in} = \frac{h_{flow,x,in}^{5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i-1,j} - h_{i,j}}{\Delta x} \right)^{1/2} \cdot \Delta y, \quad Q_x^{out} = \frac{h_{flow,x,out}^{5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\Delta x} \right)^{1/2} \cdot \Delta y$$

$$Q_y^{in} = \frac{h_{flow,y,in}^{5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j-1} - h_{i,j}}{\Delta y} \right)^{1/2} \cdot \Delta x, \quad Q_y^{out} = \frac{h_{flow,y,out}^{5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j} - h_{i,j+1}}{\Delta y} \right)^{1/2} \cdot \Delta x$$

## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

### Βασικές εξισώσεις

Κλασική 2-D υδραυλική ροή κατά Manning

$$Q_{x_{i-1/2,j}}^t = \frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i-1,j}^t - h_{i,j}^t}{dx} \right)^{1/2} \cdot dy, \quad Q_{x_{i+1/2,j}}^t = \frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j}^t - h_{i+1,j}^t}{dx} \right)^{1/2} \cdot dy$$

$$Q_{y_{i,j-1/2}}^t = \frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j-1}^t - h_{i,j}^t}{dy} \right)^{1/2} \cdot dx, \quad Q_{y_{i,j+1/2}}^t = \frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j}^t - h_{i,j+1}^t}{dy} \right)^{1/2} \cdot dx$$

2-D προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών εξίσωσης για κύμα διάχυσης

$$Q_{x_{i-1/2,j}}^t = \frac{\frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i-1,j}^t - h_{i,j}^t}{dx} \right)^{1/2} \cdot dy}{\left( \left( \frac{h_{i-1,j}^t - h_{i,j}^t}{dx} \right)^{1/2} + \left( \frac{h_{i,j-1}^t - h_{i,j+1}^t}{dx dy} \right)^{1/2} \right)^{1/4}}, \quad Q_{x_{i+1/2,j}}^t = \frac{\frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j}^t - h_{i+1,j}^t}{dx} \right)^{1/2} \cdot dy}{\left( \left( \frac{h_{i,j}^t - h_{i+1,j}^t}{dx} \right)^{1/2} + \left( \frac{h_{i,j-1}^t - h_{i,j+1}^t}{dx dy} \right)^{1/2} \right)^{1/4}}$$

$$Q_{y_{i,j-1/2}}^t = \frac{\frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j-1}^t - h_{i,j}^t}{dy} \right)^{1/2} \cdot dx}{\left( \left( \frac{h_{i,j-1}^t - h_{i,j}^t}{dy} \right)^{1/2} + \left( \frac{h_{i-1,j}^t - h_{i+1,j}^t}{dx dy} \right)^{1/2} \right)^{1/4}}, \quad Q_{y_{i,j+1/2}}^t = \frac{\frac{h_{flow}^{t 5/3}}{n} \cdot \left( \frac{h_{i,j}^t - h_{i,j+1}^t}{dy} \right)^{1/2} \cdot dx}{\left( \left( \frac{h_{i,j}^t - h_{i,j+1}^t}{dy} \right)^{1/2} + \left( \frac{h_{i-1,j}^t - h_{i+1,j}^t}{dx dy} \right)^{1/2} \right)^{1/4}}$$

## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

### Αριθμητικό Σχήμα

Οι προαναφερθείσες διακριτοποιημένες εξισώσεις επιλύονται με τη χρήση κατάλληλων οριακών και αρχικών συνθηκών χρησιμοποιώντας πιστοποιημένες αριθμητικές τεχνικές. Το CoastFLOOD ενσωματώνει λύτες (προσδιορισμένους από το χρήστη) που εφαρμόζουν είτε έναν ρητό ( $q=1$ ) σχήμα πεπερασμένων διαφορών εμπρόσθιου στο χρόνο και κεντρικού στο χώρο (FTCS) είτε έναν άρρητο ( $q<1$ ) αλγόριθμο οπίσθιων διαφορών στο χρόνο και κεντρικών στο χώρο (BTCS) για να λάβετε προβλέψεις των  $Q_x$ ,  $Q_y$  και  $h$  σε οποιοδήποτε χρονικό βήμα.

Η επιλογή του  $q$  είναι προαπαιτούμενο από τον χρήστη CoastFLOOD, με αποτέλεσμα διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας/σταθερότητας λύσης και υψηλότερους χρόνους εκτέλεσης μοντέλων για το σιωπηρό σχήμα. Για  $q=1$ , το  $Q$  και το  $h$ , στο  $t'$  μπορούν να υπολογιστούν ρητά από τις γνωστές ποσότητες στο  $t$  (οι ροές στο πλημμυρικό πεδίο  $Q$  μπορούν αρχικά να υπολογιστούν από τις Εξισώσεις).

Κατά συνέπεια, τα βάθη των πλημμυρών  $h$  μπορούν να ενημερωθούν σε κάθε βήμα. Οι ρητοί αλγόριθμοι προτιμώνται για την απλότητα κωδικοποίησης και τα απλά σχήματα ολοκλήρωσης σε ένα σταυροειδές ορθοκανονικό πλέγμα τύπου raster.

Ωστόσο, η αριθμητική ευστάθεια διασφαλίζεται από πολύ μικρά χρονικά βήματα του μοντέλου, π.χ.  $dt < 10s$ , σύμφωνα με το κριτήριο Courant-Friedrichs-Lewy (CFL),  $C$ :

$$C = u_x dt / dx < 1$$

$$dt \leq \frac{dx^2}{4(1-\theta)} \Rightarrow dt = \frac{dx^2}{4} \min \left( \frac{2n}{h_{flow}^{5/3}} \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|^{1/2}, \frac{2n}{h_{flow}^{5/3}} \left| \frac{\partial h}{\partial y} \right|^{1/2} \right)$$

$$dt_{max} = a \cdot dx / \sqrt{gh_{ij}} < 1$$

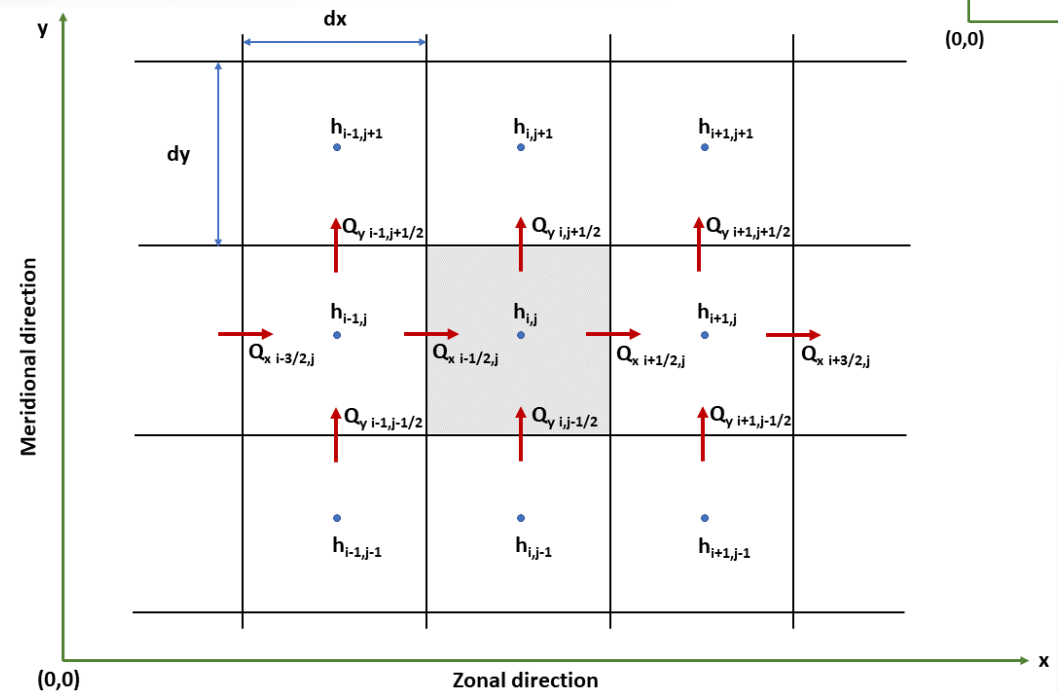
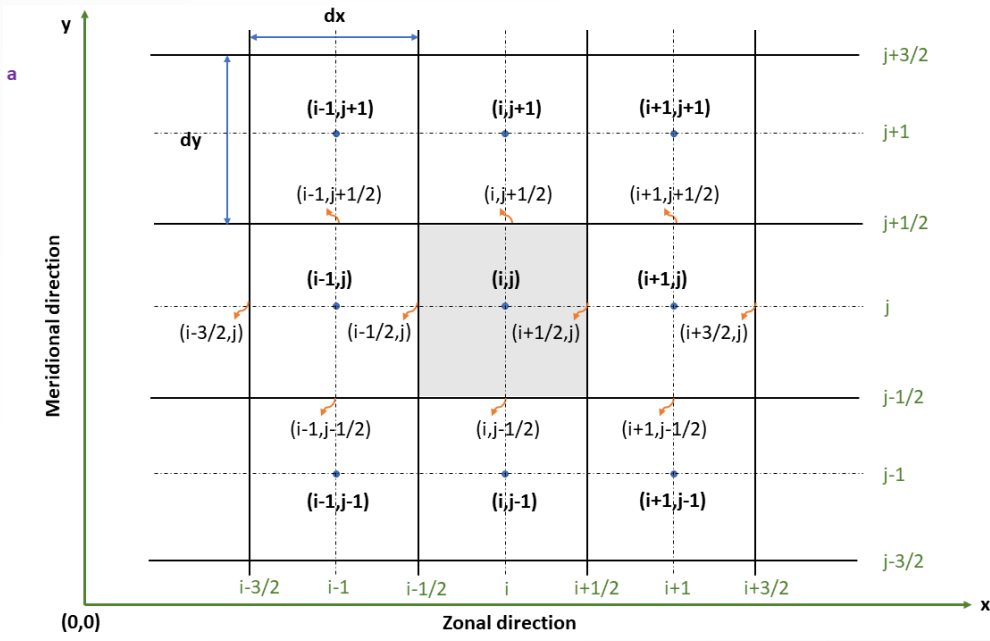


# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Αριθμητικό Σχήμα – Κάναβος

$$Q_{xi-1/2j} = \min \left\{ \text{calculated } Q_{xi-1/2j}, \frac{dx dy (h_{i,j}^t - h_{i-1,j}^t)}{8dt} \right\}$$

$$Q_{xi+1/2j} = \min \left\{ \text{calculated } Q_{xi+1/2j}, \frac{dx dy (h_{i+1,j}^t - h_{i,j}^t)}{8dt} \right\}$$

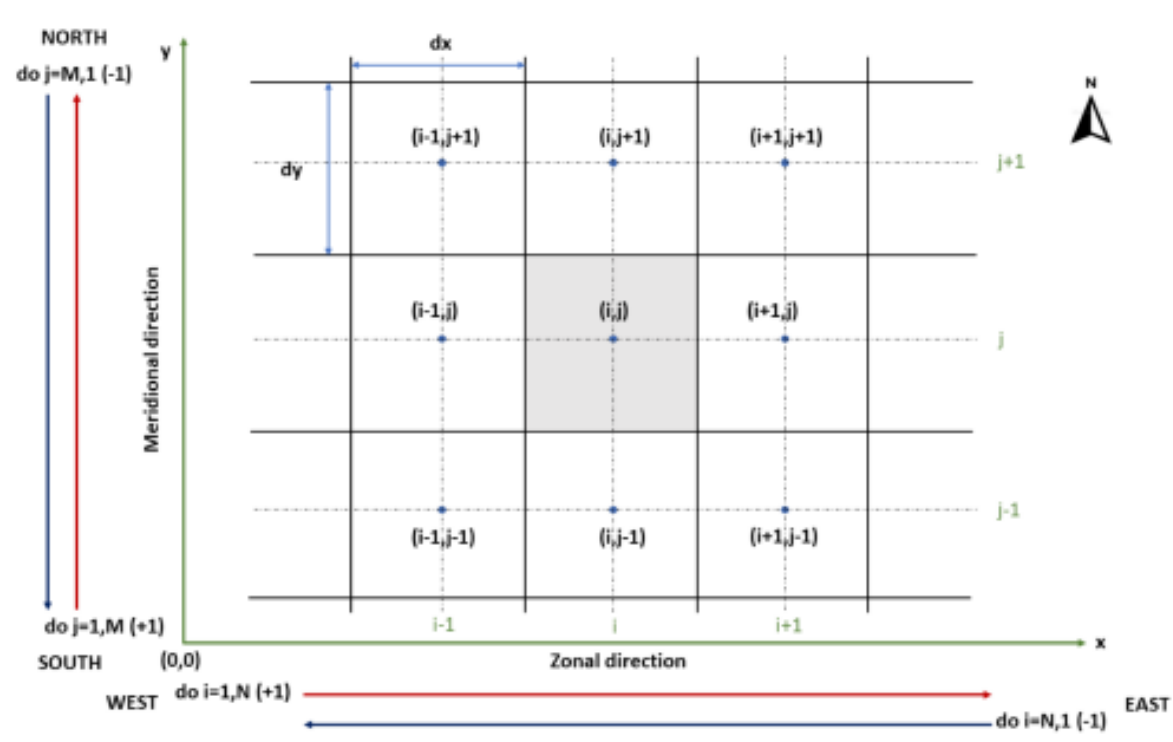


# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Αριθμητική ολοκλήρωση – Πλέγμα

Για να αποφευχθεί η υποτίμηση του φαινομένου μετεωρολογικής παλίρροιας που οδηγεί τη ροή πλημμύρας από οποιοδήποτε πιθανό κυρτό ή απότομης αλλαγής μέρος της ακτογραμμής (ανεξάρτητα από το πόσο περίπλοκο μπορεί να είναι ή ποιος προσανατολισμός έχει η ακτογραμμή στον τομέα), μια σάρωση του πλέγματος του μοντέλου (N-S και S-N στη μεσημβρινή κατεύθυνση, W-E και E-W στη διεύθυνση ζώνης) εφαρμόζεται σε κάθε χρονικό βήμα (Εικόνα). Με αυτόν τον τρόπο, τα πρόσημα των ογκομετρικών ρυθμών ροής διορθώνονται, με βάση τη διάδοση του μετώπου πλημμύρας από όλες τις κατευθύνσεις του ορίζοντα, και έτσι το μητρώο υγρών/ξηρών κυψελών αποθήκευσης ενημερώνεται με κάθε πιθανή αλλαγή στη στάθμη της πλημμύρας

σε κάθε στοιχείο πλέγματος στο πεδίο του μοντέλου (Εικόνα). Αυτό είναι ένα βήμα προς τα εμπρός από την παραδοσιακή μοντελοποίηση παράκτιων πλημμυρών που εξετάζει τη διάδοση των πλημμυρών μόνο από ένα όριο τη φορά.



# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Αριθμητική ολοκλήρωση – Πλέγμα

### Definition of floodwater exchange flow height

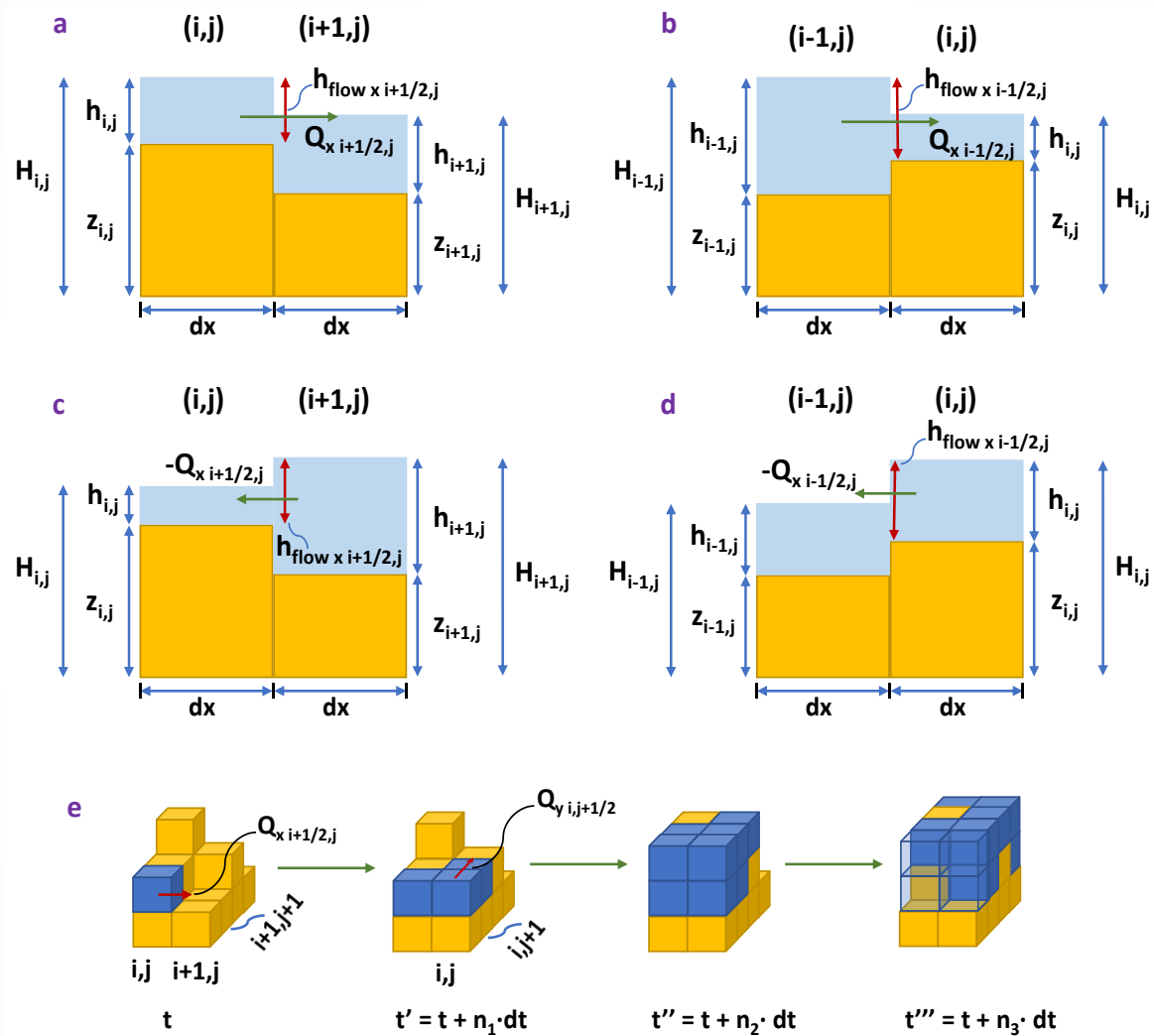
$$h_{flow_{x_{i-1/2,j}}} = (\max\{H_{i-1,j}, H_{i,j}\} - \max\{z_{i-1,j}, z_{i,j}\})$$

Depiction of floodwater front propagation over typical grid cells in CoastFLOOD model

- 2-D x-z plane (a - d)
- wet/dry cell expansion in
- pseudo-3D projection (d)

Schematic representation of  $Q_x$  and  $h_{flow}$

(flow depth between two adjacent cells) = difference of the highest floodwater surface elevation from MSL



# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Λίστα τιμών Manning

A/A	n	Description of Areas' Characteristics
1	0.001	open water
2	0.0115	concrete surfaces
3	0.010	rural driveways (dirt road and granules)
4	0.012	urban land uses (asphalt mixtures and other urban surface features: artificial stones, paving blocks, lightweight aggregate concrete), concrete rooftop, playground, yard, barren land
5	0.013	main asphalt roads (national, regional highway networks, autobahns, etc.)
6	0.015	brick terrain, unidentified high and low development urban environment, inland open waters (reservoirs, lakes, ponds, lagoons, estuaries)
7	0.017	city streets (asphalt, concrete, etc.)
8	0.018	unidentified/unclassified urban terrain
9	0.020	clean to gravelly earth pathways (pebbles with a small portion of cobbles), muddy/sandy open waters and sandy terrains, sea bottom (saturated wet sand or silt-sand) and channel beds
10	0.030	bare unidentified/unclassified soil

A/A	n	Description of Areas' Characteristics
11	0.022	bare land, stone paved road and ceramic sett, or paving sett pathways
12	0.029	stony cobble lands, pastures, and farmlands
13	0.025	manmade structures, gravel beds and pathways (pebbles with nominal diameter: $d_{n50} = 4-64$ mm, cobbles: $d_{n50} = 64-256$ mm)
14	0.0375	cultivated fields and pasture, grassland (including prairies, steppes, plains)
15	0.0425	isolated sand/gravel(mixed) pits, estuary channels, and uneven urban areas
16	0.029	emerged sloping sandy beaches, sand dunes
17	0.030	managed grasslands
18	0.0115	unclassified/unidentified rural areas
19	0.033	grass surfaces
20	0.035	short stiff grass areas
21	0.0575	weeds with or without structure
22	0.0555	heavy brush floodplains
23	0.040	arable land plains, heavy/coarse gravel (boulders: $d_{n50} \geq 256$ mm) areas, unclassified grassland, and shrubs (including savannah, meadow, veldt, pampa, tundra)
24	0.050	unclassified trees, open development areas (containing parks, streets of rural character)
25	0.055	herbaceous wetlands
26	0.067	emerged barriers
27	0.140	hardwood woodland and cultivated woodland
28	0.086	unclassified wetlands (including watersheds, salt/fresh marshes, bottomland hardwood, swamps, mangrove swamps, seagrass flats, forest swamps)
29	0.100	forest land and unidentified forest trees evergreen forest, pasture, hay, crop, vegetation
30	0.120	deciduous forest, natural grassland, herbaceous lands
31	0.150	mixed forest, shrubs, scrub, emergent herbaceous wetlands
32	0.240	cultivated vegetation
33	0.300	unidentified densely built urbanized zones (uncharacterized structures)
34	0.320	very dense tall (long trunk) trees forest (jungles, etc.)
35	0.368	very dense and/or stiff grasslands (needy bamboo, etc.)
36	0.400	very dense small forest trees and thick shrubs

A/A	CLC Code	Description of CLC Label Areas' Characteristics
4-8	111, 112	Continuous urban fabric, Discontinuous urban fabric
10-8	121	Industrial or commercial units
5-7	122	Road and rail networks and associated land
4-2	123	Port areas
4-5	124	Airports
3	131	Mineral extraction sites
6-4	132, 133, 141	Dump sites, Construction sites, Green urban areas
4-7	142	Sport and leisure facilities
23-14	211, 212	Non-irrigated arable land, Permanently irrigated land

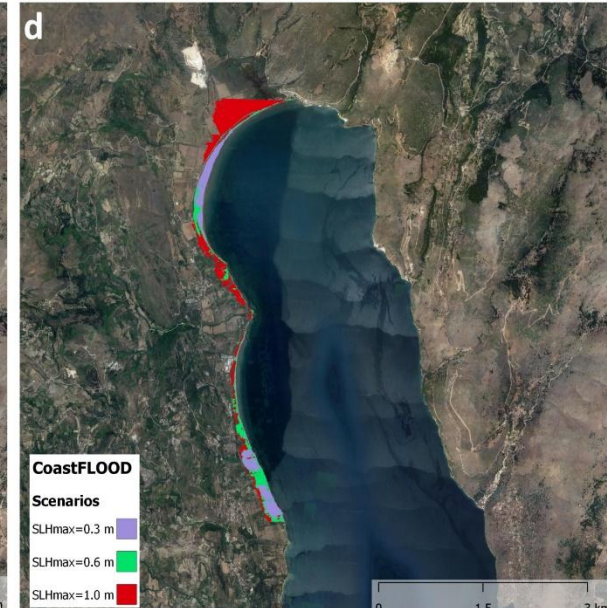
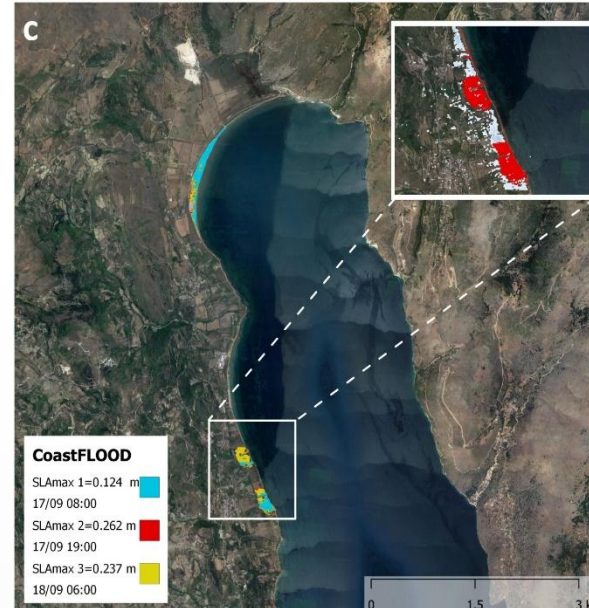
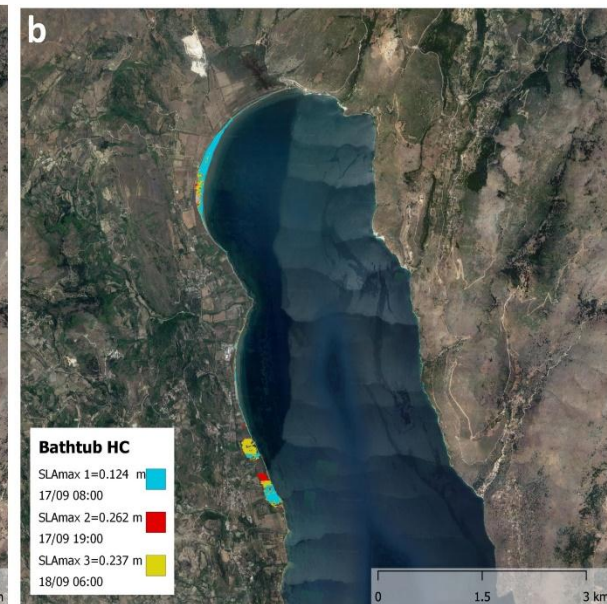
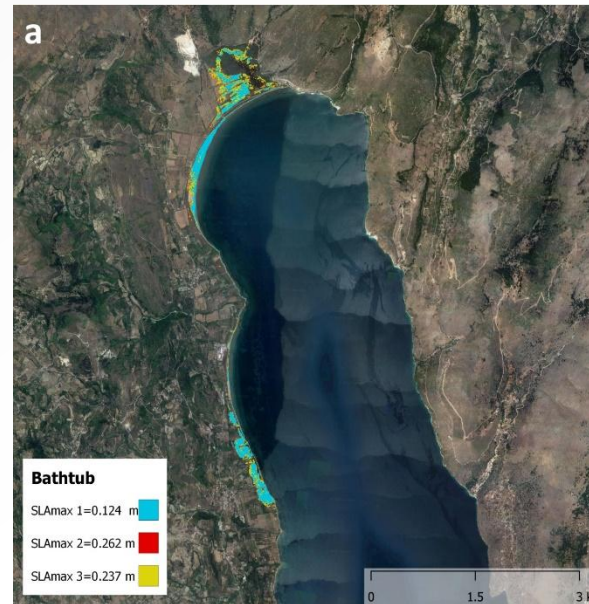
# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Εφαρμογές – Επαλήθευση μοντέλου

### Boundary conditions:

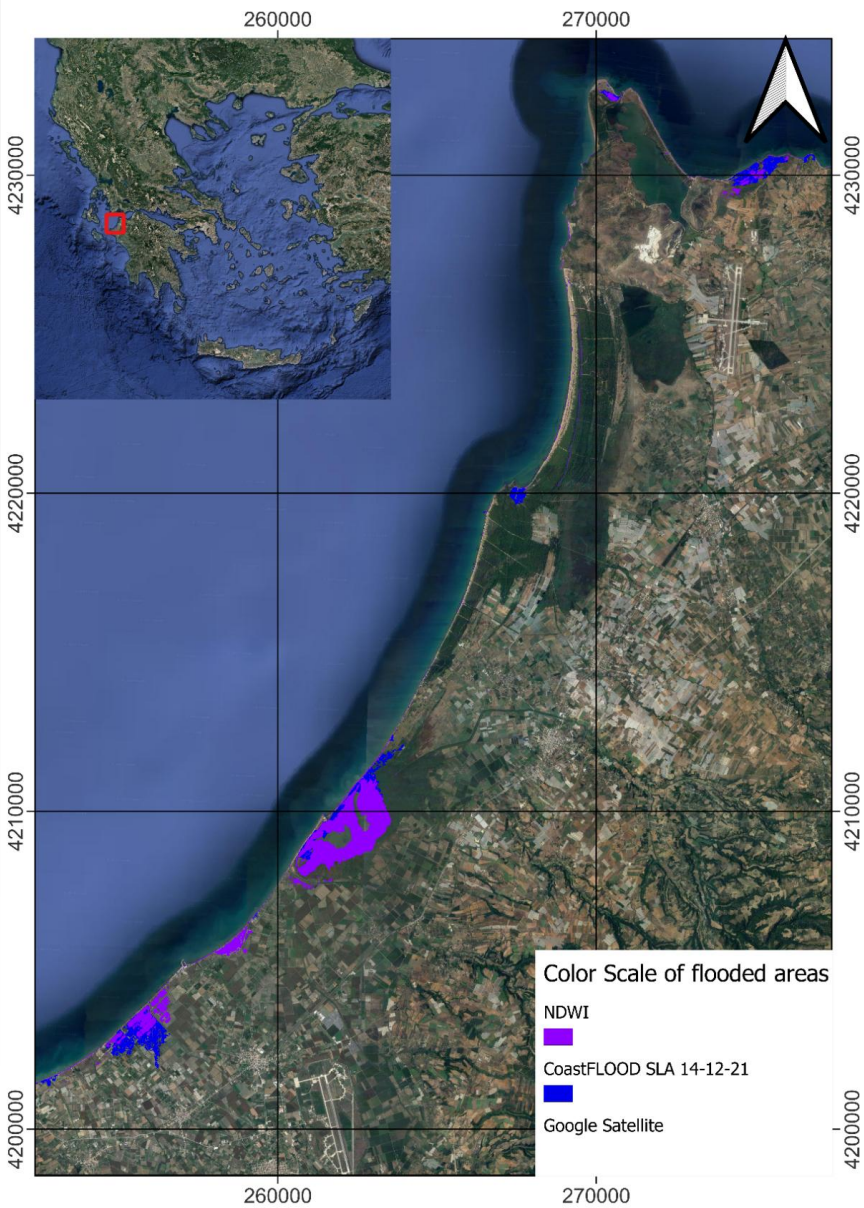
- IANOS' maxima of storm surge events
- Climatological thresholds (e.g., 60-100 cm)

### Implementation of all 3 approaches



## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

### Εφαρμογές – Επαλήθευση μοντέλου



Map of estimated flooded areas as depicted by

- NDWI satellite data (purple color)

overlaid on

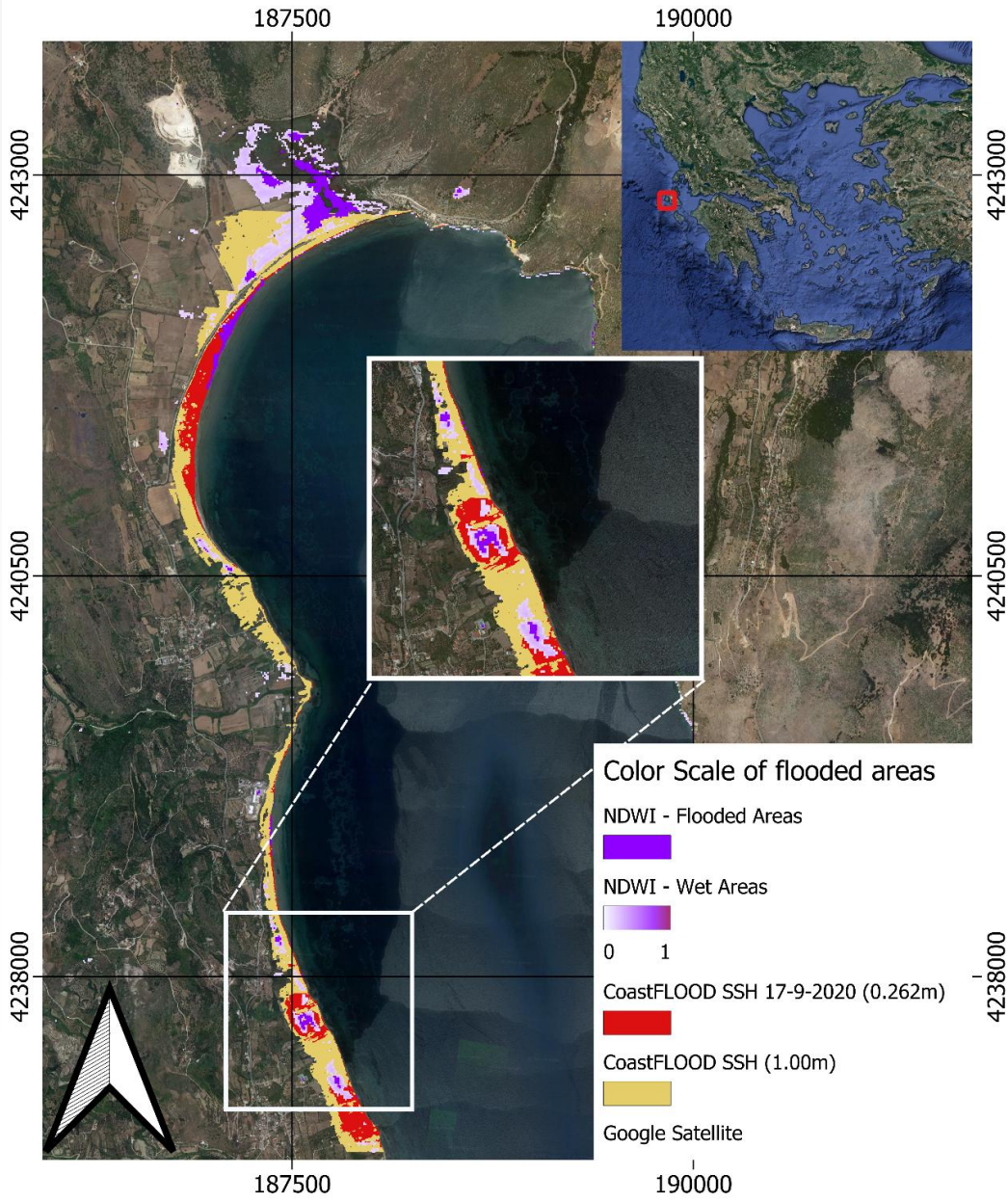
- CoastFLOOD simulation results (blue color) driven by recorded SLA values on 14 December 2021

for the Manolada-Lechaina study area (NW Peloponnese)

Flooded areas' extents over background of recent GoogleEarth satellite images

# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Εφαρμογές – Επαλήθευση μοντέλου



Map of estimated flooded and wet areas as depicted by

- NDWI differences by satellite data before and after Ianos Medicane passage from the study area (white-to-purple color shift corresponding to 0–1 of NDWI values)

overlaid on

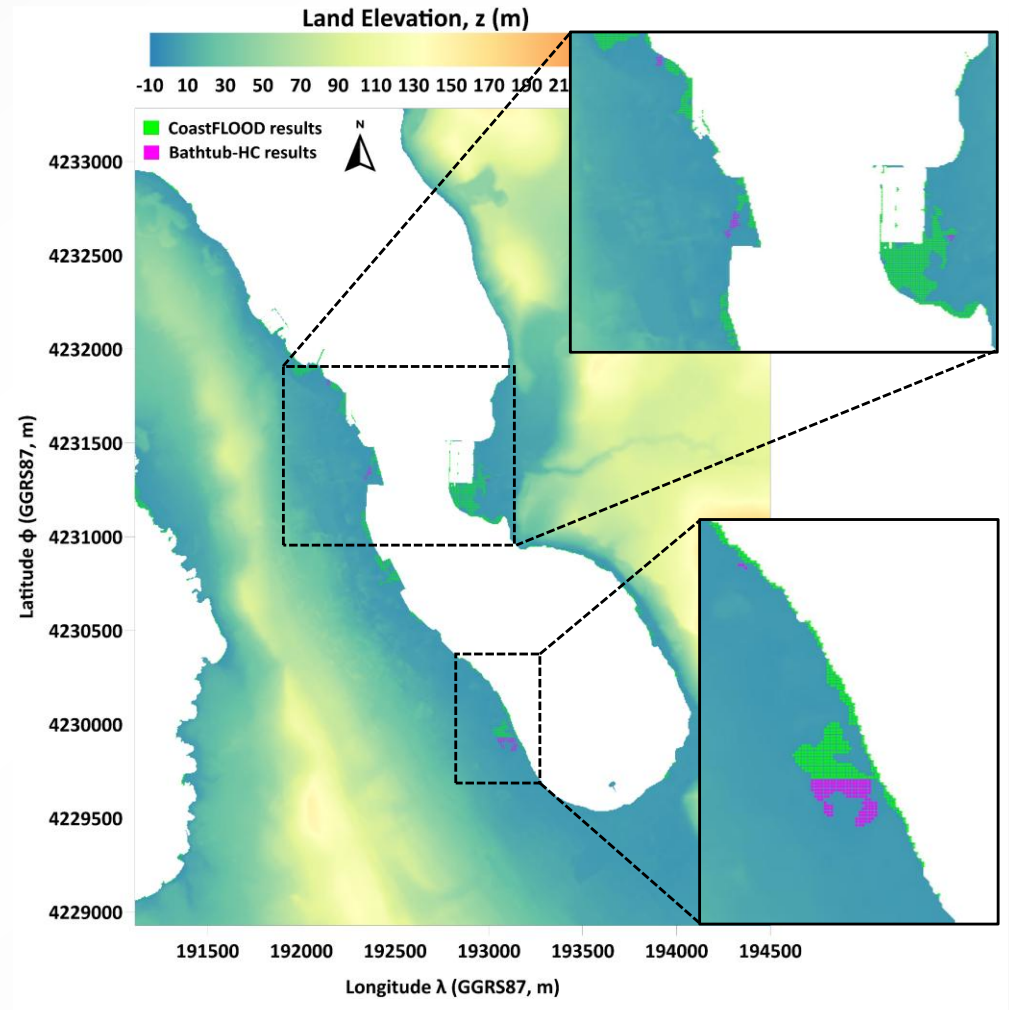
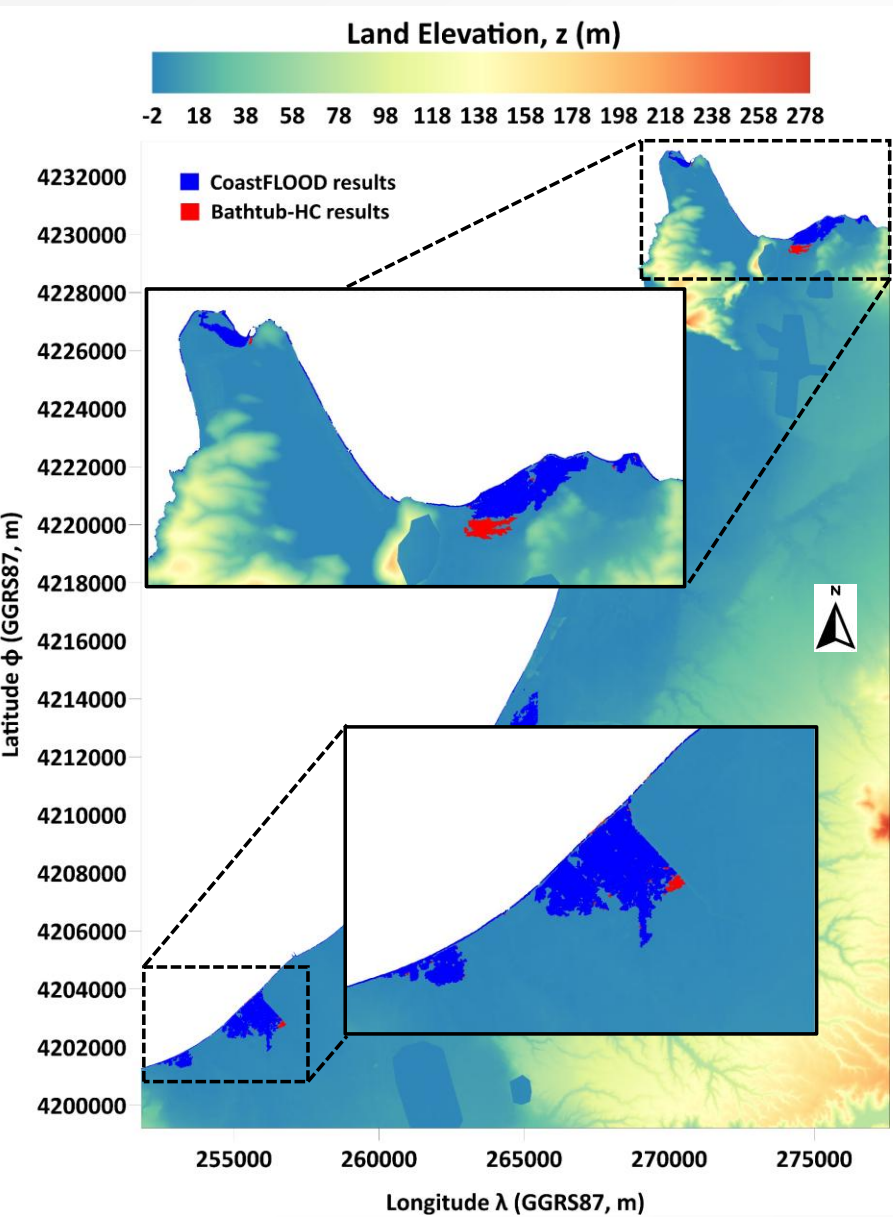
- CoastFLOOD simulation results driven by HiReSS-modelled SSH from operational forecasts by the WaveForUs system during Ianos Medicane landfall on 17 September 2020 (red color)

for the Livadi study area, on Cephalaria Island, in the Ionian Sea

Modelled flood area extents for extreme case scenario of TWL = 1 m is also provided in yellow color

# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Εφαρμογές – Τυπικά Αποτελέσματα



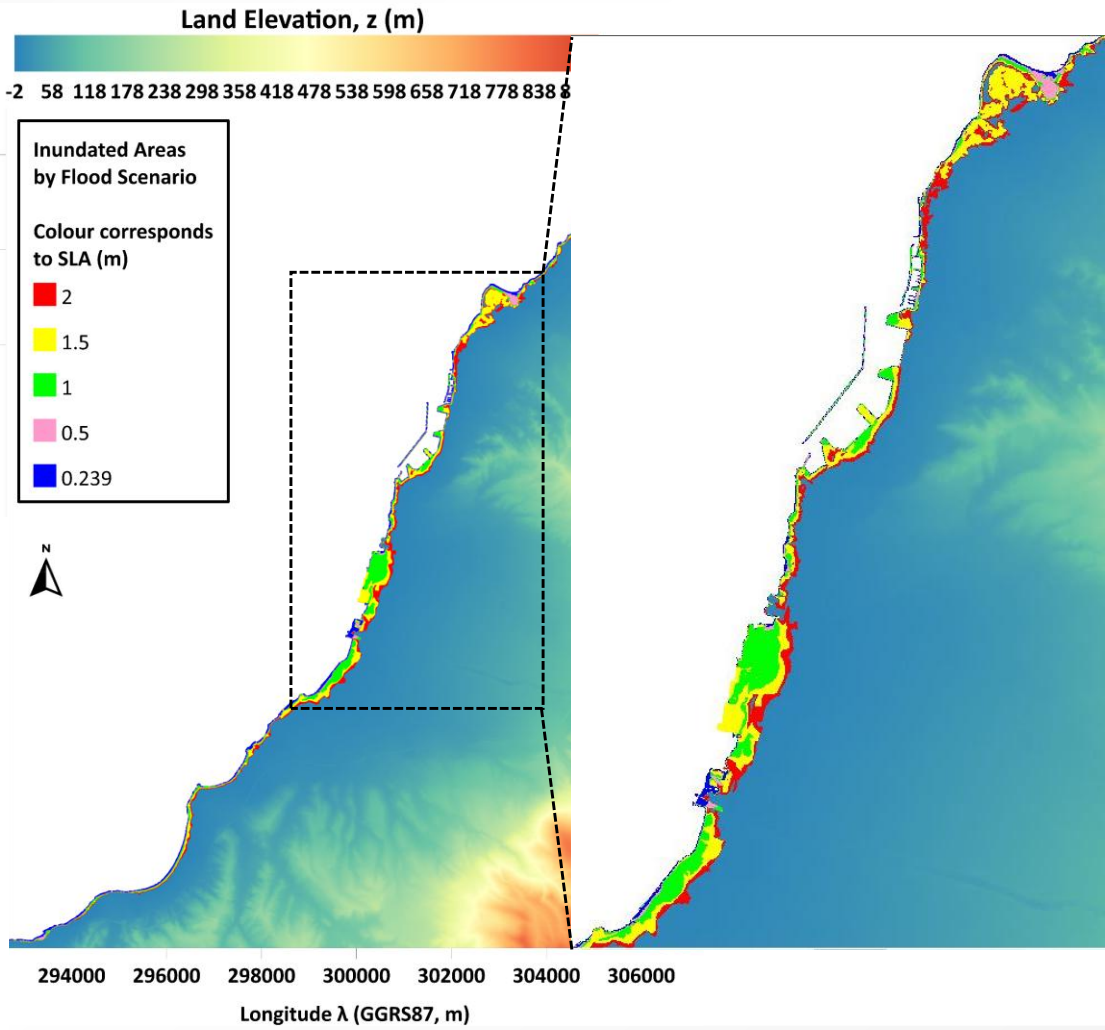
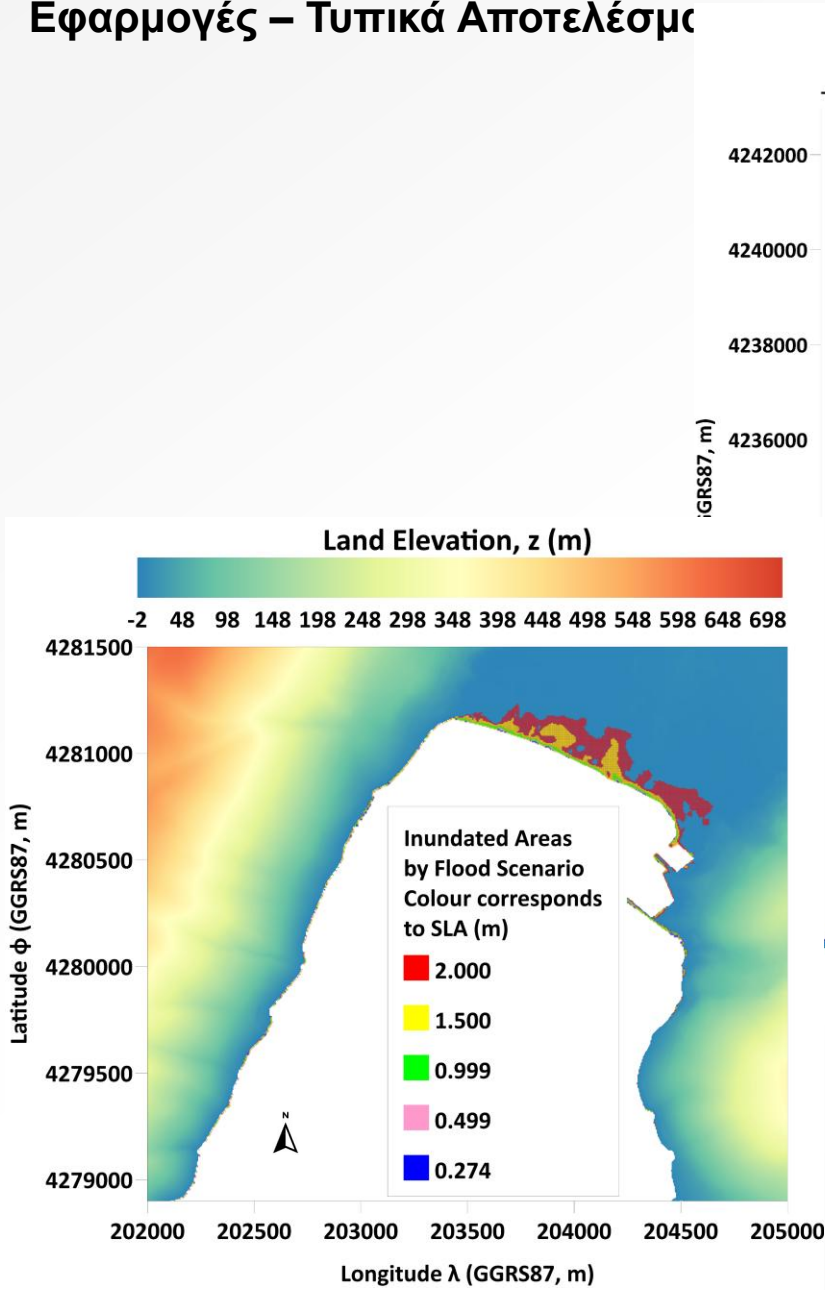
**Model performance metric**  
 Goodness-of-Fit > 0.95

$$GoF = \frac{FA_{modCF} \cap FA_{estBHC}}{FA_{modCF} \cup FA_{estBHC}}$$



# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

## Εφαρμογές – Τυπικά Αποτελέσματα



## Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

Υποστήριξη διαχείρισης πλημμυρών

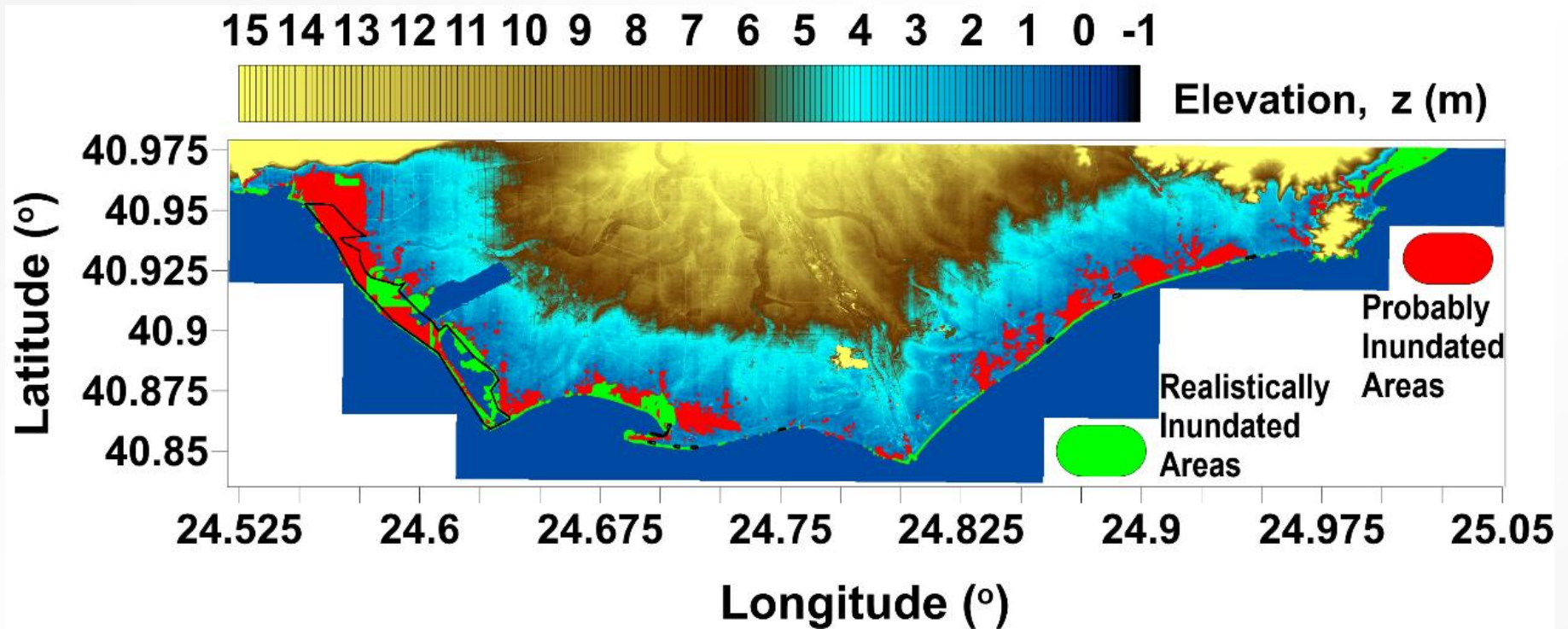


Illustration of the simulated results of storm surge inundation in low-land areas coastal for a theoretical extreme value of SSH = 1 m, in Nestos river delta. Red color refers to probably inundated low-land areas; green color refers to actually inundated areas by realistic CoastFLOOD simulations

black closed lines refer to possibly affected areas (lagoons; urban, port and touristic areas).

# Δ.6.6. Μοντέλο 2-D πλημμύρας

Υποστήριξη διαχείρισης πλημμυρών

$Risk = Probability \times Consequence$

Risk matrix for CFRI (Coastal Flood Risk Index)

*refers to large scale coastal inundation by extreme storm surge events, defined by the seawater flooded area and the corresponding flood probability derived with the coupled MeCSS-CoastFLOOD model*

PERIOD	RP: 1971-2000	SCENARIO \ PERIOD		STF: 2021-2050			LTF: 2071-2100			CFRI COLOR SCALE		
RCM \ WCS	REF	RCP	RCM \ WCS	REF	CC	EXT	REF	CC	EXT	RANK	VALUE	COLOR
CMCC	2	4.5	CMCC	1	1	1	1	1	1	VERY LOW	1	Green
CNRM	1		CNRM	1	1	1	1	1	1	LOW	2	Light Green
GUF	5		GUF	5	5	5	3	3	3	MODERATE	3	Yellow
		8.5	CMCC	2	2	2	1	1	1	HIGH	4	Orange
			CNRM	2	2	2	1	1	1	VERY HIGH	5	Red
			GUF	3	3	3	2	2	2			

## Δ.6.7. Βιβλιογραφία

Κουτίτας ΧΓ (2005). Υπολογιστική Υδραυλική, Εκδ. Επίκεντρο, Σελ.: 199, ISBN:9789606645501

Κεφάλαιο 5

Koutitas C.G., Scarlatos P.D. (2016). *Computational Modelling in Hydraulic and Coastal Engineering*. CRC Press, Taylor & Francis Group. Κεφάλαιο 5 5.3-5.4

Κρεστενίτης Γ.Ν., Κομπιάδου Κ.Δ., Μακρής Χ.Β., Ανδρουλιδάκης Γ.Σ., Καραμπάς Θ.Β. (2015). *Παράκτια Μηχανική – Θαλάσσια Περιβαλλοντική Υδραυλική*, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα, Κάλλιπος, Αθήνα. Link: <https://repository.kallipos.gr/handle/11419/2789?locale=en>

Κεφάλαια 5 (5.2-5.3) και 8 (Κάνναβοι – Αριθμητικά Σχήματα)

Makris C., Mallios Z., Androulidakis Y., and Krestenitis T. (2023).

CoastFLOOD: A High-Resolution Model for the Simulation of Coastal Inundation Due to Storm Surges, *Hydrology*, 10(5), p. 103. doi:10.3390/hydrology10050103

