

Θεωρίες Μάθησης και Συνέπειες για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεόδωρος Κολέτσος
Μαθηματικός

Περίληψη

Σκοπός αυτού του άρθρου είναι να δώσει έμφαση σε ορισμένες συνέπειες των θεωριών μάθησης οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Στην αρχή γίνεται σύντομη αναφορά στις θεωρίες μάθησης οι οποίες επηρέασαν διαχρονικά τη διδασκαλία των Μαθηματικών, και στη συνέχεια εστιάζουμε στη Γενετική θεωρία του Piaget και στο μοντέλο του Εποικοδομιτισμού (Constructivism)¹. Παράλληλα αναφέρονται ορισμένες από τις διδακτικές συνέπειες των δύο αυτών θεωριών, καθώς και η σημασία των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας για την εφαρμογή τους.

Abstract

The aim of this paper is to emphasize some consequences of the learning theories which should be taken into account when we teach Mathematics. At the beginning there is a reference to the learning theories which affected the teaching of Mathematics for a long period, and then we focus on Piaget's Genetic theory and the Constructivism model, as well. Some didactic consequences of these two theories are also referred and the importance of Information and Communication Technology for their implementation.

Εισαγωγή

Ένα από τα ζητούμενα της εκπαιδευτικής έρευνας είναι η εύρεση τρόπων ώστε η γνώση που αποκτάται από τους μαθητές στο σχολείο να μπο-

¹Κατασκευαστική θεωρία κατά τους Μπούφη Α. κ.α. 1995. Κατά άλλους: Κονστρουβιστική Θεωρία ή Θεωρία Κατασκευής της Γνώσης.

ρούν να την “μεταφέρουν” και να την χρησιμοποιούν σε καταστάσεις και προβλήματα της καθημερινότητάς τους και της επαγγελματικής τους δραστηριότητας. Ένας λόγος για τον οποίο αυτό δεν γίνεται είναι ότι οι μαθητές αλλά και η ίδια η κοινωνία θεωρούν τα σχολικά μαθηματικά σαν κάτι ξεχωριστό και αποκομμένο από τις καθημερινές δραστηριότητες των ατόμων, παρόλο που αυτά εμπλέκονται σε πολλές από αυτές (οικονομία, καιρός, οι αγορές κ.τ.λ.). Στη δημιουργία αυτών των πεποιθήσεων έχουν συμβάλει κατά καιρούς διάφοροι παράγοντες και κυρίως οι διδακτικές πρακτικές που ακολουθούνταν μέχρι πρόσφατα σχεδόν σε παγκόσμια κλίμακα στα σχολεία. Έτσι ακόμη και σήμερα πολλοί μαθητές αισθάνονται φόβο, αδιαφορία, ή και απέχθεια για τα Μαθηματικά.

Ένας από τους βασικούς σκοπούς της Μαθηματικής Εκπαίδευσης στη Γενική Εκπαίδευση, όπως καθορίστηκαν από το συνέδριο του ΟΟΣΑ το 1959, και επαναλαμβάνεται με διάφορους τρόπους από τότε, είναι η προπαρασκευή των μαθητών για την κατάκτηση των επαγγελματικών τους στόχων. Ο στόχος αυτός σήμερα έχει διευρυνθεί και περιλαμβάνει τη σύνδεση του περιεχομένου των σπουδών των εκπαιδευτικών ιδρυμάτων με την παραγωγή και την παραγωγικότητα.

Η επίτευξη αυτών των στόχων όμως σήμερα έχει σαν βασική προϋπόθεση την ικανότητα του ατόμου να αντιμετωπίζει νέες “προβληματικές”² καταστάσεις, τις οποίες πρέπει να κατανοήσει, να τις αναλύσει και να αποφασίσει πώς θα τις αντιμετωπίσει με επιτυχία. Στην αγορά εργασίας ανταμείβεται, ως ένα βαθμό τουλάχιστον, όποιος λύνει προβλήματα τα οποία απαιτούν ολοκληρωμένη γνώση γύρω από διάφορα αντικείμενα, εισάγει ή υιοθετεί καινοτομίες στο χώρο του, έχει την ικανότητα να αυτομορφώνεται και να συνεργάζεται δημιουργικά με άλλους συναδέλφους του. Η ικανότητά του να τα καταφέρει με το καινούργιο είναι ένα βασικό κλειδί για την επιτυχία στην εργασία του.

Ο Papert (1993) μιλάει γενικότερα για την ικανότητα και θέληση των ατόμων και των Εθνών να μαθαίνουν, προσαρμοζόμενα στους ρυθμούς εξέλιξης της γνώσης και της τεχνολογίας, και ότι η πιο σπουδαία δεξιότητα αποφασιστική για τη ζωή ενός ατόμου, είναι η ικανότητα να μαθαίνει νέες δεξιότητες, να κατανοεί νέες ιδέες, να εκτιμά καταστάσεις, να τα καταφέρ-

² “προβληματικές” καταστάσεις κατά την έννοια του Dewey :αδιευκρίνιστες, δυσνόητες καταστάσεις, οι οποίες προκαλούν διαταραχή και ανισορροπία στους μαθητές και απαιτείται έρευνα και διανοητική προσπάθεια για να διευκρινιστούν, σε αντιδιαστολή με τις καταστάσεις “ρουτίνας”, από τις οποίες διαφέρουν ποιοτικά (Roschelle, 1992, p.11).

νει με το απρόσμενο. Προτείνει μάλιστα δύο μοχλούς ώθησης προς αυτή την κατεύθυνση:

α) Τον **Τεχνολογικό** (H/Y, TV, πολυμέσα κ.τ.λ.) σαν ευκαιρία αλλαγής της ποιότητας του μαθησιακού περιβάλλοντος, δηλαδή του συνόλου των συνθηκών που συνεισφέρουν στη δημιουργία γνώσης στο σχολείο, στη δουλειά, στο παιχνίδι.

β) Τον **επιστημολογικό**³, μια ριζική αλλαγή στη σκέψη για τη μάθηση. Ότι δηλαδή η δυναμική συνεισφορά των Νέων Τεχνολογιών στον εμπλουτισμό της μάθησης έγκειται στην δημιουργία προσωπικών μέσων, ικανών για υποστήριξη ενός ευρέος φάσματος διανοητικών μοντέλων.

Για να μπορούν τα άτομα να δρουν και να προσαρμόζονται σε “προβληματικές” κατά την έννοια του Dewey καταστάσεις, πρέπει να διαθέτουν κατά τον Piaget και την Εποικοδομιστική-Κατασκευαστική θεωρία, σχετική εμπειρία, την οποία θα έχουν αποκτήσει σε κατάλληλα μαθησιακά περιβάλλοντα, στα οποία θα ενσωματώνονται ανάλογες καταστάσεις.

Δυστυχώς ακόμη και σήμερα και παρά τα θετικά βήματα που γίνονται, τα σχολεία βασιζόμενα στην παραδοχή ότι ένας πυρήνας γνώσης πρέπει να αποκτηθεί από κάθε μαθητή με μεταφορά της από τους δασκάλους που την κατέχουν ή να απορροφηθεί από το περιβάλλον όπου υποτίθεται ότι υπάρχει ανεξάρτητα από το μαθητή-γνωστικό υποκείμενο, εξετάζουν αν οι μαθητές έχουν συγκεντρώσει μια ορισμένη ποσότητα γνώσης, και όχι τι μαθαίνουν και πώς το μαθαίνουν. Οι απόψεις αυτές είναι κατάλοιπα των παλαιότερων θεωριών μάθησης οι οποίες επηρέασαν για μεγάλο χρονικό διάστημα τα “πιστεύω” των δασκάλων και των μαθητών για τη φύση των μαθηματικών και το τρόπο που αυτά μαθαίνονται.

Ενδεικτικά αναφέρονται εδώ επιγραμματικά δύο από τις θεωρίες εκείνες οι οποίες άσκησαν σημαντική επίδραση στη διδασκαλία των μαθηματικών:

α) **Το δόγμα των χωριστών διανοητικών λειτουργιών** σύμφωνα με το οποίο ο ανθρώπινος νους αποτελείται από χωριστούς και διακεκριμένους τομείς, οπότε για την ανάπτυξή τους χρειάζεται η διδασκαλία κατάλληλων μαθημάτων.

β) Στον αντίποδα της προηγούμενης θεωρίας αναπτύχθηκε από τους

³ Βασικό θέμα της Επιστημολογίας είναι το κατά πόσο υπάρχει δικαιολογήσιμη βάση να θεωρούμε ότι η εικόνα που έχει κάποιος για τον εξωτερικό κόσμο είναι ακριβής. Επιπλέον: αναφέρεται στη φύση και στους τύπους της γνώσης, πώς αυτή αποκτιέται και πώς μεταφέρεται στις άλλες ανθρώπινες υπάρξεις.

Thorndike και Woodworth η **θεωρία του Συνειρισμού ή Συνδεσμική θεωρία**, κατά την οποία σε κάθε ερέθισμα-διέγερση S του ανθρώπινου οργανισμού αντιστοιχεί μια ανταπόκριση R, και οι σύνδεσμοι που αναπτύσσονται μεταξύ των δύο καταστάσεων μονιμοποιούνται με την επανάληψη. Από τη θεωρία αυτή προήλθε ο Συμπεριφορισμός (Behaviorism) με κύριους εκπροσώπους τους τους Skinner, Ραβλόν και Gagne'. Κατά τους Συμπεριφοριστές όλες οι ανθρώπινες πράξεις θα μπορούσαν να εξηγηθούν από το Ερέθισμα και την Απόκριση.

Κατά το παραδοσιακό μοντέλο διδασκαλίας ο δάσκαλος θεωρείται η αυθεντία που κατέχει την απόλυτη αλήθεια και γνώση και την οποία μεταδίδει στον μαθητή ο οποίος δεν την κατέχει, μέσα από τον προφορικό και γραπτό λόγο. Η γνώση θεωρείται εξωτερική και υπάρχει ανεξάρτητα από το γνώστη. Οι αντιλήψεις αυτές οδήγησαν στη μετωπική-δασκαλοκεντρική διδασκαλία, στην παθητική και εύθραυστη μάθηση τον μαθητή και στην επικέντρωση στο περιεχόμενο και την τυπική φορμαλιστική γνώση.

Για να έχουμε όμως "μάθηση συνοδευόμενη από κατανόηση" (Βοσνιάδου, 1996) των μαθηματικών και ουσιαστική υλοποίηση των σκοπών της μαθηματικής εκπαίδευσης, προσαρμοσμένους στην εποχή της μετάβασης από την βιομηχανική κοινωνία στην κοινωνία της επικοινωνίας και της πληροφορίας, απαιτούνται ριζικές αλλαγές τόσο στη θεώρησή μας για τη φύση της γνώσης και την ύλη των μαθηματικών που πρέπει να διδάξουμε στους μαθητές, όσο και στον τρόπο που θα την διδάξουμε.

Βασικό παράγοντα επαναπροσδιορισμού της υπάρχουσας κατάστασης θεωρούμε το πλαίσιο που μας παρέχουν η γενετική θεωρία του J. Piaget, η θεωρία του Εποικοδομιτισμού, και η χρήση των Νέων Τεχνολογιών.

Η γενετική θεωρία του J. Piaget

Η Γενετική θεωρία του Piaget ήταν επαναστατική για την εποχή της διότι αντίθετα με την επικρατούσα τότε άποψη συνέλαβε την γνωστική ανάπτυξη σαν **ποιοτική αλλαγή** στον τρόπο που η γνώση είναι οργανωμένη στο μυαλό, και όχι σαν μια ποσοτική συνάθροιση μιας αυξανόμενης ποσότητας γνώσης (Κυνηγός, 1997).

Οι κεντρικές έννοιες του Piaget για να περιγράψει τη μάθηση είναι το Γνωστικό Σχήμα, η Αφομοίωση (assimilation), και η Συμμόρφωση (accommodation) μιας υπάρχουσας γνωστικής δομής ή σχήματος σε μια νέα κατάσταση, ενώ συμμόρφωση συμβαίνει όταν αναδιοργανώνεται ένα σχήμα σαν συνέπεια νέων εμπειριών.

"Καθώς ο Piaget έχει πολλές φορές τονίσει, μετά την νηπιακή ηλικία η

πιο συχνή αιτία Συμμόρφωσης (αλλαγής στον τρόπο λειτουργίας ή δράσης) προκύπτει κατά την κοινωνική αλληλεπίδραση όταν οι τρόποι και οι έννοιες κάποιου ατόμου μοιάζουν να είναι κατά ένα τρόπο ανεπαρκείς σε σύγκριση με τους τρόπους και τις έννοιες των άλλων” (Piaget 1967, in Glassersfeld, 1991, p.xviii).

Ένα γνωστικό σχήμα είναι μια δυναμική ολότητα η οποία δένει μαζί όλες τις παραμέτρους μιας λειτουργικής πράξης και η οποία μπορεί να αφομοιώνει καινούργιες καταστάσεις και να τις συμμορφώνει.

“Το Σχήμα (schema) στην απλούστερή του μορφή δεν είναι τίποτε άλλο παρά μια βασική αντίδραση σε ένα ερέθισμα. Το θήλασμα π.χ...η λαβή...Επομένως το σχήμα αποτελεί μια γνωστική δομή, η οποία υπόκειται σε διάφορες μεταμορφώσεις, μέχρις ότου λάβει την τελική του μορφή, συνθέτει την πνευματική οργάνωση και μορφοποιεί τη νοημοσύνη του ανθρώπου”. (Δανασής, 1993, σ.162).

Τέλος η ισορροπία-προσαρμογή (adaptation) είναι μια διαδικασία αναδιοργάνωσης γνωστικών σχημάτων μέσα από την αφομοίωση και τη συμμόρφωση και συνδυάζει τις τρεις παραμέτρους που κατά τον Piaget επηρεάζουν τη γνωστική ανάπτυξη, δηλαδή την οργανική ανάπτυξη, την εμπειρία με τον φυσικό κόσμο και την εμπειρία με τον κοινωνικό κόσμο. Με συνεχή και ενεργητική δραστηριότητα κάθε οργανισμός επιδιώκει την δημιουργία ενός ικανοποιητικού για αυτόν περιβάλλοντος και επικοινωνίας με αυτό, προσπαθώντας να αντισταθμίσει τις όποιες διαταραχές προκαλούνται ή υπάρχουν στο σύστημα ή για να προσαρμοστεί στις καινούργιες καταστάσεις.

Ο Piaget ισχυρίζεται ότι η γνωστική ανάπτυξη είναι συνεχής, αλλά δέχεται την ύπαρξη ορισμένων σταδίων ή περιόδων νοητικής ανάπτυξης του παιδιού. Τα τρία βασικά στάδια είναι: η αισθησιοκινητική (sensori-motor) περίοδος από τη γέννηση μέχρι 18 μηνών, η περίοδος της συγκεκριμένης λειτουργικής σκέψης (concrete operational thought) από 18 μηνών έως 11 χρόνων, και την περίοδο της τυπικής λειτουργικής σκέψης (formal operational thought). Δέχεται επίσης ότι η γνώση δεν είναι κάτι που έρχεται έτοιμη από το περιβάλλον αλλά οικοδομείται ενεργητικά μέσα από την αντίδρασή μας με το φυσικό και κοινωνικό περιβάλλον. Μέσα από τις διαφορετικές μορφές εμπειρίας, την φυσική εμπειρία και τη λογικομαθηματική εμπειρία, μπορεί κάποιος να αποκομίσει γνώσεις για τις ιδιότητες των αντικειμένων και των ενεργειών του πάνω σε αυτά. Η μετάβαση από ένα επίπεδο σε ανώτερο γνωστικό επίπεδο υλοποιείται μέσα από μια διαδικασία “Αναστοχαστικής Αφαίρεσης” (Reflective abstraction) η οποία αρχίζει από

πράξεις και δομές χαμηλού επιπέδου, των οποίων ορισμένα στοιχεία προβάλλονται ή ανακλώνται σε ανώτερο επίπεδο και αναδομούνται. Η αναδόμηση αυτή ενισχύεται από μια αύξηση του αναστοχασμού, δηλαδή της συνείδησης και του συλλογισμού πάνω στις δράσεις που έγιναν, τα αποτελέσματά τους και τους τρόπους επίτευξης αυτών των αποτελεσμάτων.

Συνέπειες της θεωρίας του Piaget στη διδακτική των Μαθηματικών

Μερικές από τις διδακτικές συνέπειες της θεωρίας του Piaget είναι:

1. Η παραγωγική σκέψη μπορεί να αρχίζει για το παιδί από το δωδέκατο και όχι πέρα από το δέκατο τέταρτο έτος της ηλικίας του.
2. Πρέπει να εξασφαλίζεται η ύπαρξη των προαπαιτούμενων εμπειριών και γνώσεων πριν το παιδί εισαχθεί σε νέες έννοιες.
3. Για την κατανόηση μιας κατάστασης να χρησιμοποιούνται περισσότεροι από ένας παράγοντες, καθώς και η αντίστροφή της, αφού πρώτα σχηματίσει συγκεκριμένη αντίληψη για την κατάσταση που μελετά.
4. Στο στάδιο της συγκεκριμένης λειτουργικής σκέψης να δίνονται στο παιδί ευκαιρίες αναγνώρισης των υποσυνόλων ενός συνόλου.

Κριτική της θεωρίας του Piaget

Η κριτική που ασκήθηκε αναφέρεται στα στάδια γνωστικής ανάπτυξης και στο σύνολο της θεωρίας.

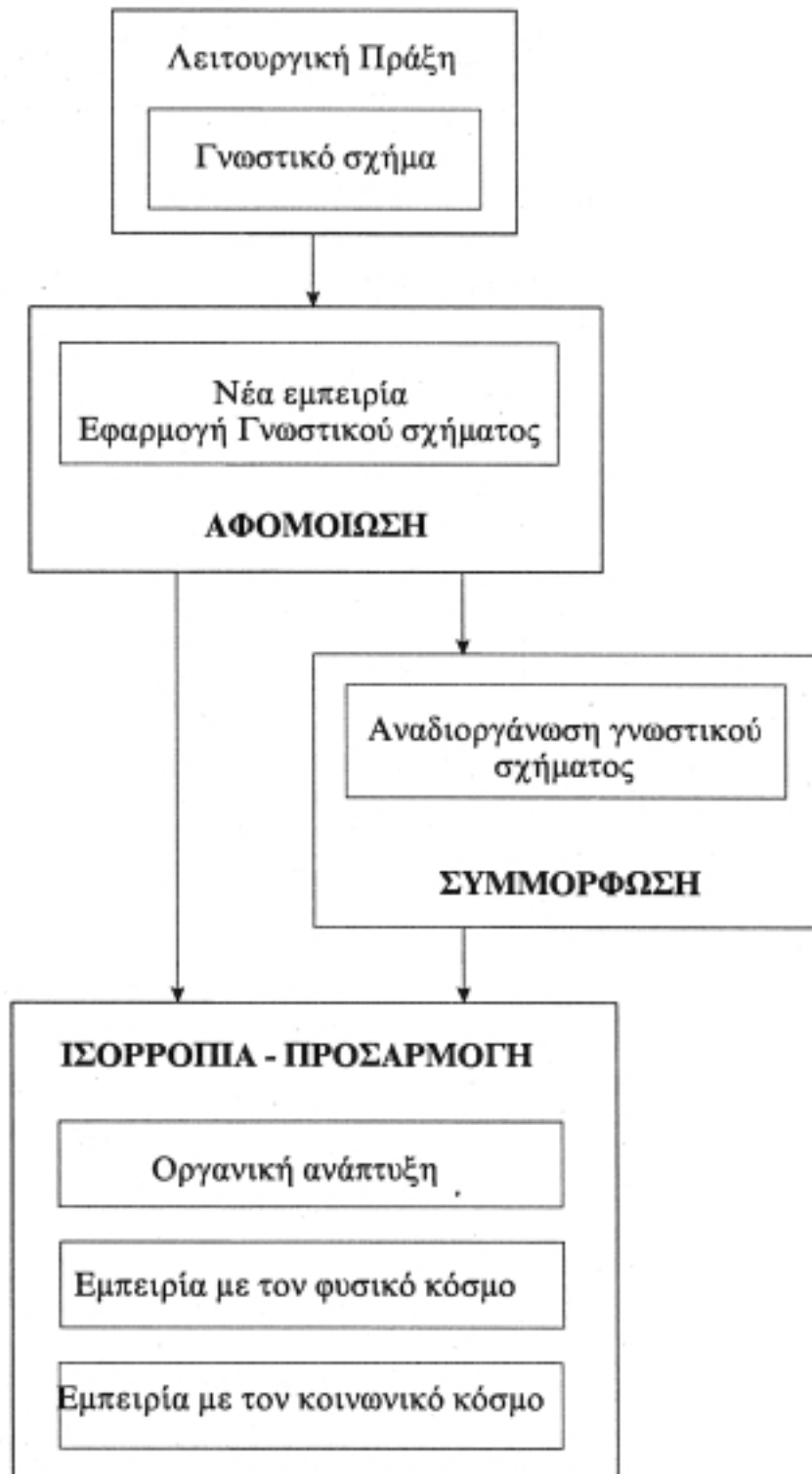
α) Για τα στάδια:

Παρατηρήθηκε μη σταθερή απόδοση σε διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, αλλά του ίδιου ποιοτικά επιπέδου ως προς το στάδιο.

Δεν ορίζονται με ακρίβεια τα χαρακτηριστικά ή τα στοιχεία ενός σταδίου και των υποπεριόδων του.

β) Για τη θεωρία των σταδίων συνολικά:

Η Donaldson (1991) επικαλούμενη συγκεκριμένα ερευνητικά παραδείγματα (αρκουδάκι και αστυνόμος, αυτοκίνητα και γκαράζ κ.α.), βρήκε σημαντική διαφορά στις απαντήσεις των μικρών παιδιών σε σχέση με την αναμενόμενη από τη θεωρία των σταδίων, αλλάζοντας το πλαίσιο στο οποίο γίνεται το πείραμα διατήρησης. Διαπίστωσε επίσης ότι η γλωσσική μορφή του έργου έχει μεγάλη βαρύτητα στις απαντήσεις των παιδιών και στο πώς αυτά αντιλαμβάνονται την κατάσταση.

ΜΙΑ ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΑΠΟΨΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ J. PIAGET

Ο McGarrigle σκέφτηκε να αλλάξει τα γεγονότα στο δεύτερο στάδιο της δοκιμασίας διατήρησης με την επινόηση ότι δήθεν ένα μικρό αρκουδάκι ξεπηδά από το κουτί του και ανακατεύει το πειραματικό υλικό, οπότε ο μετασχηματισμός του υλικού φαινόταν τυχαίος. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι πολύ περισσότερα παιδιά μεταξύ 4 και 6 χρόνων κατέχουν την έννοια της διατήρησης, πράγμα που δεν εξηγείται από τη θεωρία του Piaget αλλά από την “κυριαρχία ενός πράγματος” και από το τι πιστεύουν τα παιδιά για τις προθέσεις του ερευνητή, τις γνώσεις που έχουν για τη γλώσσα και τον τρόπο με τον οποίο θα αναπαριστούσε το παιδί τη συγκεκριμένη κατάσταση στον εαυτό του, αν δεν ήταν παρών ο ερευνητής (Donaldson, 1991, σελ.34,63).

Έχουμε λοιπόν όλο και πιο σαφείς ενδείξεις ότι το περικείμενο (context) μιας κατάστασης στην οποία τίθεται ένα παιδί και το προσωπικό του ενδιαφέρον και η συμμετοχή του, έχουν πολύ μεγαλύτερη σημασία, σε σχέση με την γνωστική του ανάπτυξη. Θα πρέπει επομένως να λαμβάνονται σωρευτικά υπόψη τόσο οι ατομικοί γενετικοί παράγοντες, όσο και τα κοινωνικομορφωτικά πλαίσια μέσα στα οποία λαμβάνουν χώρα οι διανοητικές δραστηριότητες των παιδιών.

Η κονστρουκτιβιστική θεωρία και οι συνέπειές της

Το μοντέλο του Εποικοδομιτισμού θεωρεί τη γνώση σαν το αποτέλεσμα της δραστηριότητας του μαθητή (του αντιληπτικού οργανισμού-γνωστικού υποκειμένου γενικότερα) μάλλον παρά σαν παθητική λήψη πληροφορίας ή διδασκαλίας. Όπως ο ίδιος ο θεμελιωτής της ισχυρίζεται (E. von Glasersfeld,1991,p.xiv) η θεωρία αυτή έχει τις ρίζες της στο Σωκράτη και τον J. Dewey και ανδρώνεται με τη γενετική θεωρία του J. Piaget η οποία χαρακτηρίζεται από την θέση και στάση να θεωρεί τη έννοια της γνώσης σαν προσαρμοστική λειτουργία. Η ιδέα ότι η γνώση είναι το αποτέλεσμα της δραστηριότητας κάθε γνώστη μάλλον παρά της παθητικής λήψης πληροφοριών ή διδασκαλίας, ανάγεται στο Σωκράτη και σήμερα αυτό είναι αποδεκτό από όλους όσους θεωρούν τους εαυτούς τους “κονστρουκτιβιστές”, λέει ο ίδιος.

Η Κατασκευαστική υπόθεση-θεωρία μας βεβαιώνει ότι όπως ένα γνωστικό υποκείμενο διερευνά ενεργητικά το περιβάλλον του και συμμετέχει ενεργητικά στη δημιουργία χώρου, χρόνου και αιτιότητας, έτσι και ο μαθητής συμμετέχει ενεργητικά στην κατασκευή της μαθηματικής του γνώσης, με σημείο αφετηρίας για αυτή τη αναπτυξιακή-εξελικτική διαδικασία την εμπειρία μιας αντίφασης η οποία πιθανόν παρέχει μια γνωσιακή ανισορροπία

α, το ξεπέραςμα της οποίας συντελεί σε νέες γνωστικές κατασκευές (Balasheff in Glasersfeld, 1991, p.89,91).

Το μοντέλο του Εποικοδομιτισμού αρνείται την ύπαρξη “αντικειμενικής πραγματικότητας” (objective reality) ανεξάρτητα από το γνώστη. Κάθε αντιληπτική οντότητα χτίζει τη δική της “έννοια του κόσμου”. Μερικές από αυτές τις οντότητες (οι Άλλοι) και ιδιαίτερα εκείνες με τις οποίες το μαθησιακό και ωριμάζον υποκείμενο έχει συχνά την ευκαιρία να αλληλεπιδρά, θα χρειαστούν ένα ακόμη πιο εξεζητημένο μοντέλο, και έτσι σύντομα θα εμποτιστεί με άλλες και πιο τέλειες λειτουργίες και μηχανισμούς τους οποίους έχει σωστά ή λάθος ξεχωρίσει το υποκείμενο από τις σχέσεις του με την εμπειρία.

Αντικειμενικότητα προκύπτει όταν έννοιες, σχέσεις και λειτουργίες που έχω διαπιστώσει ότι είναι βιώσιμες κατά τη διαχείριση της δικής μου εμπειρίας, αποδεικνύονται να είναι επίσης βιώσιμες, όταν τις αποδίδω στα σχέδια των Άλλων, τα οποία κατασκευάζω για να διαχειριστώ τις αλληλεπιδράσεις μου με αυτούς.

Αυτή η διαλογικότητα μπορεί σε ορισμένες περιοχές του εμπειρικού τους κόσμου να οδηγήσει σε σχετική συμφωνία, και τότε αυτές οι περιοχές αποκαλούνται πεδία συμφωνίας και κοινά αποδεκτών αλληλεπιδράσεων (consensual domains). Την εγκαθίδρυση τέτοιου πεδίου μεταξύ μαθητών και δασκάλου την θεωρεί προαπαιτούμενο της διδασκαλίας ο E. Glasersfeld, ενώ ο Jack Lochhead (in Glasersfeld 1991, p.76) τονίζει:

“Έτσι η διδασκαλία του περιεχομένου των μαθηματικών χρειάζεται να κατανοηθεί με όρους ενός συνόλου μαθηματικών εμπειριών τις οποίες ο καθηγητής προσπαθεί να εξασφαλίσει για να έχουν οι μαθητές. Όταν ο καθηγητής πιστεύει ότι αυτός και ο μαθητής έχουν εγκαθιδρύσει ένα πεδίο συμφωνίας και κοινά αποδεκτών αλληλεπιδράσεων μέσα στον κόσμο αυτών των εμπειριών, τότε η ύλη αυτή μπορεί να λεχθεί ότι έχει διδαχθεί”.

Η Κονστрукτιβιστική θεωρία δίνει μεγάλη σημασία στη μάθηση με κατανόηση των Μαθηματικών από τους μαθητές. Θεωρεί έτσι ουσιώδες κατά τη λύση ενός προβλήματος η λύση να προκύπτει σαν αποτέλεσμα του δικού τους συντονισμού και διαχείρισης των εννοιών και λειτουργιών και όχι την παροχή έτοιμης λύσης έξωθεν. Γίνεται έτσι διάκριση μεταξύ της κατάρτισης (training), και της διδασκαλίας (teaching). Το πρώτο πιθανόν οδηγεί στην επανάληψη και μίμηση μιας συμπεριφοριστικής απόκρισης, το δεύτερο στοχεύει στη γένεση αυτόνομης νοητικής κατανόησης.

Διδακτικές συνέπειες της θεωρίας του εποικοδομιτισμού

Μερικές συνέπειες της θεωρίας αυτής στη διδακτική πρακτική είναι:

1. Ο διδάσκων κάθε εκπαιδευτικής βαθμίδας-εφόσον αποφασίσει να ακολουθήσει στην τάξη το μοντέλο της θεωρίας αυτής- καλό είναι όχι μόνο να έχει μια σφαιρική αντίληψη της κατασκευαστικής θεωρίας, αλλά να έχει και ο ίδιος εκπαιδευτεί σύμφωνα με αυτή.

2. Ο δάσκαλος πρέπει να δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εμπλέκονται σε δραστηριότητες όπου ενεργητικά θα οικοδομούν την γνώση τους, ενώ παράλληλα ο ίδιος κατασκευάζει **ερμηνευτικά μοντέλα για τις αντιλήψεις και τις πράξεις των μαθητών του**, ώστε να είναι σε θέση να τους βοηθήσει αποτελεσματικότερα να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες που έχει θέσει σαν στόχο. Θα πρέπει επομένως να διαθέτει περισσότερο χρόνο για να ακούει τις αντιλήψεις, το νόημα και τις εναλλακτικές σημασίες που αποδίδουν οι μαθητές του στις έννοιες αυτές, παρά οι μαθητές να ακούν το δάσκαλο. Θα είναι τότε σε θέση να αναπροσαρμόσει τόσο τη διδακτική του τακτική, όσο και το ειδικότερο περιεχόμενο αυτών που διδάσκει.

3. Η γνώση να επιδιώκεται μέσα από δραστηριότητες και καταστάσεις τις οποίες ο καθηγητής έχει σχεδιάσει και στις οποίες έχει ενσωματώσει τις έννοιες που σκοπεύει να μάθουν οι μαθητές εξερευνώντας οι ίδιοι αυτές τις καταστάσεις. Οι καταστάσεις αυτές θα πρέπει να έχουν νόημα και να ενδιαφέρουν τους μαθητές, να λαμβάνουν υπόψη τις διαισθήσεις και τις αντιλήψεις τους, και αν χρειάζεται **να προκαλούν περιέργεια και γνωσιακή σύγκρουση ή αποσταθεροποίηση** οι οποίες αποτελούν σπουδαίους μηχανισμούς παρακίνησης για μάθηση. Η μέθοδος της γνωστικής σύγκρουσης ή γνωστικής αποσταθεροποίησης, όπου τα αποτελέσματα των ενεργειών των μαθητών είναι αντίθετα με αυτά που στοχεύουν ή αναμένουν, είναι δυνατόν να προκαλέσει γνωστική αλλαγή με αναπροσαρμογή των λανθασμένων γνωστικών σχημάτων και διαισθήσεων που αυτοί κατέχουν. Η ανάδειξη αυτών των αντιφάσεων προς τα “πιστεύω” και τις μη επιστημονικά αποδεκτές απόψεις των μαθητών, μπορούν να συμβάλλουν στην τροποποίησή τους και στην εννοιολογική αλλαγή.

Με τέτοιου είδους διαδικασίες και μαθησιακά περιβάλλοντα δημιουργούνται νέες γνωστικές δομές, τροποποιούνται οι παλιές, και διορθώνονται οι υπάρχουσες παρανοήσεις οι οποίες μαζί με την αδρανή γνώση φαίνεται ότι συντελούν στην σχολική αποτυχία. Ο ρόλος του διδάσκοντα αλλάζει και από μεταδότης μαθηματικών γνώσεων, μεταβάλλεται σε οργανωτή και διευκολυντή των εμπειριών που πρέπει να βιώσουν οι μαθητές, ώστε να κατασκευάσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις.

4. Η εισαγωγή σε νέες μαθηματικές έννοιες είναι προτιμότερο να γίνεται **μέσα από τη λύση κατάλληλων προβλημάτων** και γενικότερα μέσα από την εμπλοκή των μαθητών σε προβληματικές αλλά ενδιαφέρουσες για αυτούς καταστάσεις και δραστηριότητες. Οι απόψεις για τα προβλήματα και οι στρατηγικές των μαθητών για τη λύση τους να συζητούνται, ώστε να ελέγχονται, να τροποποιούνται ή να βελτιώνονται με στόχο κοινά αποδεκτές απόψεις και λύσεις. Δίνεται έτσι η ευκαιρία σε αυτούς να αναστοχαστούν, να βελτιώσουν την αυτοπεποίθησή τους και να επινοήσουν νέες και ίσως πιο βιώσιμες νοητικές στρατηγικές (Glaserfeld, 1991, p.xix).

5. Οι έννοιες πρέπει να διαπραγματεύονται μέσα στην τάξη λαμβάνοντας υπόψη την ιστορική τους εξέλιξη και την χρήση τους. Η διαδικασία αυτή προϋποθέτει την εμπλοκή των μαθητών και του διδάσκοντα σε συζητήσεις με σκοπό την ανταλλαγή απόψεων, αντιπαραθέσεων και συμβιβασμών, ένα πάρε-δώσε με τελική κατάληξη την συμφωνία για τον ορισμό και τις εφαρμογές των εννοιών.

Ο ρόλος του δασκάλου στις συζητήσεις αυτές είναι:

- Να ενθαρρύνει αυτές τις συζητήσεις και να επιδιώκει την ποιοτική τους βελτίωση και τη συμμετοχή σε αυτές του συνόλου των μαθητών.
- Να επικυρώνει και να “θεσμοποιεί” (institutionalize) τα αποτελέσματα αυτών των συζητήσεων ως γνώσης αποδεκτής από τη Μαθηματική Κοινότητα (Papastavridis, Gialamas et al, 1999, p.27). Η επικύρωση αυτή μπορεί να γίνεται με κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις. Οι διδακτικές αυτές παρεμβάσεις αποσκοπούν είτε στη χρήση, είτε στην εισαγωγή νέας έννοιας οπότε έχουν συνήθως τη μορφή διδακτικού επεισοδίου, είτε στην θεσμοποίηση νέας έννοιας ή γνώσης.

Οι παρεμβάσεις του θα πρέπει να εκδηλώνονται στον κατάλληλο χρόνο και να παρέχουν την ακριβώς απαιτούμενη γνωστική υποστήριξη, έτσι ώστε από τη μια να μην επισκιάζουν τις πρωτοβουλίες, την προοπτική ενόρασης, ανακάλυψης και οικοδόμησης κατανόησης από την πλευρά των μαθητών και από την άλλη να μην καθυστερούν τόσο ώστε να αποθαρρύνονται οι μαθητές.

6. Να επιδιώκεται πλατιά χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων των μαθηματικών εννοιών και εφαρμογή τους σε ποικίλες καταστάσεις και προβλήματα η λύση των οποίων περιλαμβάνει ποικίλες αλληλεπιδράσεις.

Γενικότερα τα διάφορα συστήματα αναπαραστάσεων θεωρούνται από πολλούς σύγχρονους ερευνητές ότι συμβάλλουν στην δημιουργία στέρεης γνώσης, διότι από τη μια μεριά μεσολαβούν μεταξύ των αφηρημένων μαθηματικών εννοιών και του εμπειρικού κόσμου του γνώστη, από την άλλη

διευκολύνουν την επικοινωνία μεταξύ των ατόμων (Karut, 1991, in Glasersfeld, 1991).

7. Να γίνεται ευρεία και ορθολογική χρήση των εκπαιδευτικών μέσων και υλικών.

Η δημιουργία αλληλεπιδραστικών μαθησιακών περιβαλλόντων όπου οι μαθητές ενεργητικά θα οικοδομούν τη γνώση τους φαίνεται ότι αποτελεί μια διέξοδο και μια προοπτική για την βελτίωση της μαθησιακής ικανότητας των μαθητών και την ενδυνάμωση των κατανοήσεων των μαθηματικών από αυτούς. Η χρήση των Νέων Τεχνολογιών μπορεί να βοηθήσει στην ανάπτυξη και διδακτική αξιοποίηση τέτοιων μαθησιακών περιβαλλόντων, και στη σταδιακή μετάβαση από τη δασκαλοκεντρική στη μαθητοκεντρική διδασκαλία και μάθηση. Κατά τη σχεδίαση όμως τέτοιων περιβαλλόντων θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι παράγοντες οι οποίοι θεωρούνται από τη σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών ότι συμβάλλουν στην εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Πράγματι από πρόσφατες έρευνες προέκυψαν ενδείξεις ότι η χρήση του Η/Υ θα μπορούσε να βοηθήσει προς αυτή την κατεύθυνση, κάτω βέβαια από ορισμένες προϋποθέσεις. Κατά τους Hoyles και Healy (1999) η χρήση του Η/Υ μπορεί να βοηθάει μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες τους μαθητές να βελτιώνουν τις αποδεικτικές τους ικανότητες.

“Τα αποτελέσματά μας δείχνουν ότι τα ενσωματωμένα σε Η/Υ διδακτικά πειράματα ήταν πολύ πετυχημένα στο να βοηθήσουν τους μαθητές να διευρύνουν την άποψή τους για την απόδειξη και ιδιαίτερα να συνδέσουν άτυπα επιχειρήματα με τυπική απόδειξη- μια μεταφορά γνωστή σαν προβληματική” (Hoyles & Healy, 1999, p105).

Κατά τον J. Searl (1997) η τεχνολογία επηρεάζει με διάφορους τρόπους τη μάθηση των Μαθηματικών, όπως:

1. Συμβάλλει στη μείωση του αριθμού των μαθηματικών τεχνικών που ο μαθητής χρειάζεται να μάθει (π.χ. δεν απαιτείται πλέον χρήση λογαριθμικών πινάκων).

2. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ενθαρρυνθεί και να αναπτυχθεί η εννοιολογική μάθηση των Μαθηματικών, και να υποβαθμιστεί η εργαλειακή-αλγοριθμική μάθησή τους.

Μάλιστα οι Zehavi N. και Mann G. (1999, p. 4-351) ισχυρίζονται ότι “η χρήση της τεχνολογίας δεν αντικαθιστά τον αναστοχασμό από την πλευρά του μαθητή, αλλά μάλλον τον ενδυναμώνει”.

Μια δυναμική χρήση των Η/Υ για τη δημιουργία αλληλεπιδραστικών περιβαλλόντων μάθησης, αφορά στην κατασκευή μικρόκοσμων⁴ (Microworlds) στους οποίους τα παιδιά εμπλέκονται σε Μαθηματική δραστηριότητα. Μέσα από αυτή και εξερευνώντας το μικρόκοσμο τα παιδιά οδηγούνται σε καταστάσεις οι οποίες συμβάλλουν στην ανάπτυξη ιδιαίτερων Μαθηματικών δεξιοτήτων.

Ορισμένοι σύγχρονοι ερευνητές (Dubinsky et al,1992) θεωρούν τον μικρόκοσμο σαν ένα υπολογιστικό περιβάλλον με καθορισμένα [μαθηματικά] αντικείμενα, πράξεις και σχέσεις, το οποίο μοντελοποιεί κάποια περιοχή των μαθηματικών και γενικά χρησιμοποιείται για εξερεύνηση και ανακάλυψη, καθώς και για παρακίνηση των μαθητών να κατασκευάσουν τις δικές τους μαθηματικές έννοιες.

Υπάρχουν ενδείξεις ότι η εμπλοκή των παιδιών στις δραστηριότητες μαθηματικού μικρόκοσμου μπορεί να συμβάλλει στην ανάπτυξη κατανοήσεων ορισμένων πτυχών βασικών μαθηματικών εννοιών όπως η μεταβλητή (Κολέτσος, 2000).

Κατά τον N. Mercer (1998,p.365) η ποιότητα του λογισμικού -μαζί με τους παράγοντες που συνιστούν το περιεχόμενο (context) του μαθησιακού περιβάλλοντος- αποτελεί ένα σπουδαίο παράγοντα ο οποίος επηρεάζει ισχυρά τους τρόπους που οι μαθητές συζητούν και δρουν όταν συνεργάζονται.

Η εξέλιξη επομένως της τεχνολογίας και η δημιουργία και χρήση καινοτόμων λογισμικών, επηρεάζει πολλές συνιστώσες του μαθησιακού περιβάλλοντος και ίσως πολλές φορές τις απόψεις μας για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Αυτό έχει σαν συνέπεια την μετατόπιση του κέντρου βάρους της μαθησιακής διαδικασίας και των συναφών αλληλεπιδράσεων προς την πλευρά των παιδιών. Μια άλλη συνέπεια αυτών των αλλαγών είναι η ανάγκη που προκύπτει για επιμόρφωση των εκπαιδευτικών για την παιδαγωγικά ορθή αξιοποίηση των νέων “δυναμικών” μαθησιακών περιβαλλόντων, τα οποία πλέον αρχίζουν διεθνώς να γίνονται απαραίτητα εργαλεία και μέσα, στην προσπάθεια μετάβασης σε λιγότερο καθοδηγούμενους τρόπους διδασκαλίας και μάθησης.

Συμπέρασμα

Η μάθηση με κατανόηση των Μαθηματικών φαίνεται ότι προϋποθέτει

⁴ Ο όρος μικρόκοσμος πρωτοχρησιμοποιήθηκε από τον Papert S. το 1980 στο βιβλίο του Mindstorms.

την ενεργητική συμμετοχή, το προσωπικό ενδιαφέρον, και την ατομική προσπάθεια των μαθητών, η αποτελεσματικότητα των οποίων ενδυναμώνεται μέσα από τις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις και την κατάλληλη χρήση των Νέων Τεχνολογιών. Η δημιουργία και η παιδαγωγική αξιοποίηση νέων αλληλεπιδραστικών περιβαλλόντων μάθησης στα οποία τα παιδιά θα εμπλέκονται σε ενδιαφέρουσες για αυτά διερευνητικές δραστηριότητες, και στα οποία η επικοινωνία και η συνεργασία μεταξύ τους θα ενισχύεται, μπορούν να συνεισφέρουν προς την κατεύθυνση αυτή. Η χρήση των Νέων Τεχνολογιών μας παρέχει τα μέσα για τη δημιουργία δυναμικών περιβαλλόντων μάθησης τα οποία μπορούν να συμβάλλουν στην υλοποίηση των νέων παιδαγωγικών αντιλήψεων και στόχων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ι. Ελληνόγλωσση

Βοσνιάδου Σ.(1996). Προς μια αναθεώρηση της Γνωσιακής Ψυχολογίας για νέες Προόδους στη μάθηση και τη διδασκαλία.(Μετάφραση) Περιοδικό Learning and Instruction (1996)t.6 No.2.σ.95-109.

Γκλαβά Χ., (1967). Μεθοδολογία της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Κορυφαίας, Αθήνα.

Δανασσής- Αφεντάκης Α. (1993). Εισαγωγή στην Παιδαγωγική, Τ. Β'. Παιδαγωγικά Συστήματα. Αθήνα.

Donaldson M. (1978). Η σκέψη των παιδιών. Μετάφραση Α. Καλογιαννίδου & Α. Αρχοντίδου. Εισαγωγή-επιμέλεια Σ. Βοσνιάδου. Gutenberg, Αθήνα, 1991.

Εξαρχάκος Θεόδωρος (1988). *Διδακτική των Μαθηματικών*. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.

Κολέτσος Θ. (2000, Οκτώβριος). Οι κατανοήσεις των παιδιών για την έννοια της μεταβλητής κατά την εμπλοκή τους σε διερευνητικές δραστηριότητες σε υπολογιστικό περιβάλλον. Πρακτικά 2^ο Πανελλήνιου Συνεδρίου για τις Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση, Πάτρα σελ. 442-449.

Μπούφη Α., Καφούση Σ., (1995). Βοηθώντας τους φοιτητές των Παιδαγωγικών Τμημάτων να διδάξουν Μαθηματικά. Ο ρόλος των πρακτικών ασκήσεων. Ευκλείδης Γ', τόμος 12, τεύχος 44. ΕΜΕ, Αθήνα.

Papert S., (1980). *Mundstorms*. Cambridge, Massachusetts. Μετάφραση Σταματίου Αίγλη-Κωτσάνης Γ., (1991) εκδ. Οδυσσεάς, Αθήνα.

Τρούλης Γ.,(1995). Στοιχεία Εκπαιδευτικής Μεθοδολογίας στη Διδακτική των Μαθηματικών. Ευκλείδης Γ', τόμος 12, τεύχος 44,ΕΜΕ, Αθήνα.

II. Ξενόγλωσση

Balacheff N. (1991). Treatment of refutations: Aspects of the complexity of a Constructivist Approach to Mathematics Learning. In Glaserfeld, Radical Constructivism in Mathematics Education. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands.

von Glaserfeld E. (1991). Radical Constructivism in Mathematics Education. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, the Netherlands.

Gialamas, V., Karaliopoulou, M., Klaudatos, N., Matrozos, D., & Papastavridis, S. (1999). Real problems in school mathematics. Proceedings of the 23rd Conference of the IGPME, vol.3(pp.25-32). Orit Zaslavski (ed). Haifa-Israel.

Hoyles C., & Healy L. (1999). Linking informal argumentation with formal proof through computer-integrated teaching experiments. Proceedings of the 23rd Conference of the IGPME, vol.3(pp.105-112). Orit Zaslavski (ed). Haifa-Israel.

Hoyles C., Noss R., (1992). *A Pedagogy for Mathematical Microworlds*. Educational studies in Mathematics 23:31-57, Kluwer Academic publishers, the Netherlands.

Hoyles C., Noss R., (1987b). *Children working in a structured Logo environment: from doing to understanding*. Recherches en didactiques de Mathematiques 8,12,131-174.

Klaoudatos N (1994) 'Modelling orientated teaching (a theoretical development for teaching mathematics through the modelling process)', Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. (25), 69-79.

Kynigos, C. (1993). *Children's inductive thinking during intrinsic and Euclidean geometrical activities in a computer programming environment*. Educational studies in Mathematics 24:177-197. Kluwer Academic publishers, the Netherlands.

Kynigos, C. (1997). Dynamic Representations of Angle with a Logo – Based variation tool: a case study. Proceedings of the Sixth European Logo Conference (104-112), Budapest, Hungary.

Lochhead J. (1991). *Making Math Mean*. In Glaserfeld, *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands.

Mercer, N. (1998). "The Quality of talk in children's collaborative activity in the classroom". Learning and Instruction vol. 6, No 4, pp159-177. NY Pergamon.

Papert S., (1993). *The Children's Machine. Rethinking school in the age*

of the computer. Harvester, Wheatsheaf, United Kingdom.

Searl J. (1997). Mathematics, Technology and Mathematical Education. Third Panellinic Conference on Didactics of Mathematics and Informatics in the teaching of Natural Sciences. Patra, p. 36-41.

Roschelle J., (1992). Collaborative Inquiry: Reflections on Dewey and Technology for situated Learning. Paper presented at the American Educational Research Association Meeting, San Francisco.

Zehavi, N. & Mann, G. (1999). Teaching mathematical modeling with a computer algebra system. Proceedings of the 23rd Conference of the IGPME, vol.4(pp.345-352). Orit Zaslavski (ed). Haifa-Israel.